



# BULLETIN OFFICIEL

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR  
ET DE LA RECHERCHE

## Bulletin officiel spécial n° 3 du 30 mai 2013

### Programmes des classes préparatoires aux grandes écoles

#### SOMMAIRE

Programmes de la classe préparatoire économique et commerciale, option économique (ECE)

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306081A)

Programmes de la classe préparatoire économique et commerciale, option scientifique (ECS)

arrêté du 25-3-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306082A)

Programmes de la classe préparatoire économique et commerciale, option technologique (ECT)

arrêté du 25-3-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306083A)

Programme d'informatique des classes préparatoires scientifiques Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI), Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI), Physique, technologie et sciences de l'ingénieur (PTSI), Technologie et sciences industrielles (TSI), Technologie, physique et chimie (TPC), Mathématiques et physique (MP), Physique et chimie (PC), Physique et sciences de l'ingénieur (PSI), Physique et technologie (PT)

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306084A)

Programme de l'option informatique de la classe préparatoire scientifique Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI) et Mathématiques et physique (MP)

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306085A)

Programme de langues vivantes étrangères des classes préparatoires économiques et commerciales, option scientifique (ECS), option économique (ECE) et option technologique (ECT)

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 2-5-2013 (NOR : ESRS1306086A)

Programme de langues vivantes étrangères des classes préparatoires scientifiques Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur, Physique, chimie et sciences de l'ingénieur, Physique, technologie et sciences de l'ingénieur, Technologie et sciences

industrielles, Technologie, physique et chimie, Mathématiques et physique, Physique et chimie, Physique et sciences de l'ingénieur, Physique et technologie, Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre et Technologie et biologie

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306087A)

---

Objectifs de formation des classes préparatoires littéraires aux grandes écoles

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306088A)

---

Objectifs de formation des classes préparatoires littéraires aux grandes écoles, Lettres et sciences sociales

arrêté du 25-3-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306089A)

---

Programmes de la classe préparatoire scientifique Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI) et programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe préparatoire scientifique Mathématiques et physique (MP)

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306090A)

---

Programmes de la classe préparatoire scientifique Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI) et programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe Physique et sciences de l'ingénieur (PSI)

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306091A)

---

Programmes de la classe préparatoire scientifique Physique, technologie et sciences de l'ingénieur (PTSI) et programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe Physique et technologie (PT)

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306092A)

---

Programmes de première année de la classe préparatoire scientifique Technologie, physique et chimie (TPC)

arrêté du 25-3-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306093A)

---

Programmes de la classe préparatoire scientifique Technologie et sciences industrielles (TSI)

arrêté du 25-3-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306094A)

---

Programmes de la classe préparatoire scientifique Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST)

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306359A)

---

Programme de géographie des classes préparatoires scientifiques Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST) et Technologie et biologie (TB)

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306360A)

---

Programmes de la classe préparatoire scientifique Technologie et biologie (TB)

arrêté du 4 avril 2013 - J.O. du 30-4-2013 (NOR : ESRS1306362A)

## Programmes de la classe préparatoire économique et commerciale, option économique (ECE)

NOR : ESRS1306081A

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

---

Vu code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêtés du 23-3-1995 ; arrêté du 3-7-1995 ; arrêté du 10-6-2003 ; avis du ministre de la défense du 29-3-2013 ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 25-2-2013

---

Article 1 - Le programme de première année de mathématiques-informatique de la classe préparatoire économique et commerciale, option économique (ECE), figurant en annexe 6 de l'arrêté du 10 juin 2003 susvisé, est remplacé par celui figurant en annexe 1 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes de première et seconde années d'économie et d'analyse économique et historique des sociétés contemporaines de la classe préparatoire économique et commerciale, option économique (ECE), figurant respectivement aux annexes 5 et 4 de l'arrêté du 3 juillet 1995 susvisé, sont remplacés par ceux figurant aux annexes 2 et 3 du présent arrêté.

Article 3 - Est modifiée comme suit l'annexe 2 de l'arrêté du 23 mars 1995 susvisé en ce qui concerne l'intitulé de deux disciplines :

A) **Au lieu de** : économie

Lire : économie approfondie

B) **Au lieu de** : analyse économique et historique des sociétés contemporaines

Lire : économie, sociologie et histoire du monde contemporain

Article 4 - Les programmes de première année du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013, et ceux relatifs à la seconde année à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 5 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 4 avril 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,

Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

**Annexes**

↳ Programmes



# Annexe 1

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **économique et commerciale**

Option : **Economique (ECE)**

Discipline : **Mathématiques-  
Informatique**

**Première année**

# Table des matières

<b>INTRODUCTION</b>	<b>3</b>
<b>1 Objectifs généraux de la formation</b>	<b>3</b>
<b>2 Compétences développées</b>	<b>4</b>
<b>3 Architecture des programmes</b>	<b>4</b>
<b>ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU PREMIER SEMESTRE</b>	<b>6</b>
<b>I - Raisonnement et vocabulaire ensembliste</b>	<b>6</b>
1 - Eléments de logique . . . . .	6
2 - Raisonnement par récurrence . . . . .	6
3 - Ensembles, applications . . . . .	7
a) Ensembles, parties d'un ensemble . . . . .	7
b) Applications . . . . .	7
<b>II - Calcul matriciel et résolution de systèmes linéaires</b>	<b>7</b>
1 - Calcul matriciel . . . . .	7
a) Définitions . . . . .	8
b) Opérations matricielles . . . . .	8
2 - Systèmes linéaires . . . . .	8
<b>III - Suites de nombres réels</b>	<b>8</b>
1 - Généralités sur les suites réelles . . . . .	9
2 - Suites usuelles : formes explicites . . . . .	9
3 - Convergence d'une suite réelle . . . . .	9
4 - Comportement asymptotique des suites usuelles . . . . .	9
<b>IV - Fonctions réelles d'une variable réelle</b>	<b>10</b>
1 - Compléments sur les fonctions usuelles . . . . .	10
a) Fonctions polynomiales, polynômes . . . . .	10
b) Fonctions logarithme et exponentielle . . . . .	10
c) Fonction racine carrée, fonction inverse, fonctions puissances $x \mapsto x^\alpha$ . . . . .	10
d) Fonction valeur absolue . . . . .	11
e) Fonction partie entière . . . . .	11
2 - Limite et continuité d'une fonction en un point . . . . .	11
3 - Étude globale des fonctions d'une variable sur un intervalle . . . . .	11

<b>V - Probabilités sur un univers fini</b>	<b>12</b>
1 - Événements . . . . .	12
2 - Coefficients binomiaux . . . . .	13
3 - Probabilité . . . . .	13
4 - Probabilité conditionnelle . . . . .	13
5 - Indépendance en probabilité . . . . .	14
<b>ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU SECOND SEMESTRE</b>	<b>14</b>
<b>I - Calcul différentiel et intégral</b>	<b>14</b>
1 - Calcul différentiel . . . . .	14
a) Dérivation . . . . .	14
b) Dérivées successives . . . . .	15
c) Convexité . . . . .	15
2 - Intégration sur un segment . . . . .	16
a) Définition . . . . .	16
b) Propriétés de l'intégrale . . . . .	16
c) Techniques de calcul d'intégrales . . . . .	16
3 - Intégrales sur un intervalle de type $[a, +\infty[$ , $] - \infty, b]$ ou $] - \infty, +\infty[$ . . . . .	17
<b>II - Étude élémentaire des séries</b>	<b>17</b>
1 - Séries numériques à termes réels . . . . .	17
2 - Séries numériques usuelles . . . . .	18
<b>III - Espaces vectoriels et applications linéaires</b>	<b>18</b>
a) Structure vectorielle sur $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ . . . . .	18
b) Sous-espaces vectoriels de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ . . . . .	18
c) Applications linéaires de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ dans $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbf{R})$ . . . . .	19
<b>IV - Probabilités - Variables aléatoires réelles</b>	<b>19</b>
1 - Probabilités - généralisation . . . . .	19
a) Notion de tribu . . . . .	19
b) Probabilité . . . . .	20
c) Indépendance en probabilité . . . . .	20
2 - Généralités sur les variables aléatoires réelles . . . . .	20
3 - Variables aléatoires discrètes . . . . .	21
a) Variable aléatoire discrète à valeurs dans $\mathbf{R}$ . . . . .	21
b) Moments d'une variable aléatoire discrète . . . . .	21
4 - Lois usuelles . . . . .	22
a) Lois discrètes finies . . . . .	22

b) Lois discrètes infinies . . . . .	22
5 - Introduction aux variables aléatoires réelles à densité . . . . .	22
a) Définition des variables aléatoires à densité . . . . .	22
b) Espérance d'une variable aléatoire à densité . . . . .	23
c) Lois à densité usuelles . . . . .	23
<b>ENSEIGNEMENT ANNUEL D'INFORMATIQUE ET ALGORITHMIQUE</b>	<b>24</b>
<b>I - Éléments d'informatique et d'algorithmique</b>	<b>24</b>
1 - L'environnement logiciel . . . . .	24
a) Constantes prédéfinies. Création de variables par affectation. . . . .	24
b) Construction de vecteurs et de matrices numériques . . . . .	24
c) Opérations élémentaires . . . . .	24
d) Fonctions usuelles prédéfinies . . . . .	24
2 - Graphisme en deux dimensions . . . . .	25
3 - Programmation d'algorithmes et de fonctions . . . . .	25
<b>II - Liste des savoir-faire exigibles en première année</b>	<b>25</b>

## INTRODUCTION

### 1 Objectifs généraux de la formation

Les mathématiques jouent un rôle important en sciences économiques et en gestion, dans les domaines notamment de la finance ou de la gestion d'entreprise, de la finance de marché, des sciences sociales. Les probabilités et la statistique interviennent dans tous les secteurs de l'économie et dans une grande variété de contextes (actuariat, biologie, épidémiologie, finance quantitative, prévision économique...) où la modélisation de phénomènes aléatoires à partir de bases de données est indispensable.

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement des classes préparatoires économiques et commerciales et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants. Ils précisent également certains points de terminologie et certaines notations.

Les limites du programme sont clairement précisées. Elles doivent être respectées aussi bien dans le cadre de l'enseignement en classe que dans l'évaluation.

L'objectif n'est pas de former des professionnels des mathématiques, mais des personnes capables d'utiliser des outils mathématiques ou d'en comprendre l'usage dans diverses situations de leur parcours académique et professionnel.

Une fonction fondamentale de l'enseignement des mathématiques dans ces classes est de structurer la pensée des étudiants et de les former à la rigueur et à la logique en insistant sur les divers types de raisonnement (par équivalence, implication, l'absurde, analyse-synthèse, ...).



## 2 Compétences développées

L'enseignement de mathématiques en classes préparatoires économiques et commerciales vise en particulier à développer chez les étudiants les compétences suivantes :

- **Rechercher et mettre en œuvre des stratégies adéquates** : savoir analyser un problème, émettre des conjectures notamment à partir d'exemples, choisir des concepts et des outils mathématiques pertinents.
- **Modéliser** : savoir conceptualiser des situations concrètes (phénomènes aléatoires ou déterministes) et les traduire en langage mathématique, élaborer des algorithmes.
- **Interpréter** : être en mesure d'interpréter des résultats mathématiques dans des situations concrètes, avoir un regard critique sur ces résultats.
- **Raisonnement et argumenter** : savoir conduire une démonstration, confirmer ou infirmer des conjectures.
- **Maîtriser le formalisme et les techniques mathématiques** : savoir employer les symboles mathématiques à bon escient, être capable de mener des calculs de manière pertinente et efficace. Utiliser avec discernement l'outil informatique.
- **Communiquer par écrit et oralement** : comprendre les énoncés mathématiques, savoir rédiger une solution rigoureuse, présenter une production mathématique.

## 3 Architecture des programmes

Le niveau de référence à l'entrée de la filière EC voie économique est celui de l'enseignement obligatoire de la classe de terminale économique et sociale ou de l'enseignement de spécialité de la classe de terminale littéraire.

Le programme se situe dans le prolongement de ceux des classes de première et terminale de la filière ES ou de spécialité de première et terminale L.

Il est indispensable que chaque enseignant ait une bonne connaissance des programmes du lycée, afin que ses approches pédagogiques ne soient pas en rupture avec l'enseignement qu'auront reçu les étudiants en classes de première et de terminale.

Le programme s'organise autour de quatre points forts qui trouveront leur prolongement dans les études futures des étudiants :

- L'algèbre linéaire est abordée, en première année, par le biais du calcul : calcul matriciel, systèmes d'équations linéaires. Seule la présentation de l'espace vectoriel  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$  muni de sa base canonique est exigible. L'espace vectoriel, comme objet général, n'est présenté qu'en seconde année. Ce choix a pour ambition de familiariser les étudiants avec le calcul multidimensionnel tout en les préparant à l'introduction de la notion abstraite d'espace vectoriel.
- L'analyse vise à mettre en place les méthodes courantes de travail sur les suites et les fonctions et permet de développer la rigueur. On s'attache principalement à développer l'aspect opératoire. On n'insiste donc ni sur les questions trop fines ou spécialisées ni sur les exemples «pathologiques». On évite les situations conduisant à une trop grande technicité calculatoire.  
Il est à noter que, dans ce programme, les comparaisons des suites et des fonctions en termes de négligeabilité et d'équivalents ne seront traitées qu'en seconde année. L'étude des séries et des intégrales généralisées par critères de comparaison n'est pas au programme de la première année.

- Les probabilités s’inscrivent dans la continuité de la formation initiée dès la classe de troisième et poursuivie jusqu’en classe de terminale. Le formalisme abstrait (axiomatique de Kolmogorov) donnera de nouveaux outils de modélisation de situations concrètes. On considérera des espaces probabilisés finis au premier semestre, plus généraux au second semestre. En continuité avec les programmes du lycée, le concept de variable aléatoire à densité est présenté dès la première année sur des exemples simples, et permet de justifier une première approche des intégrales généralisées en analyse, qui sera étoffée en seconde année.
- L’informatique est enseignée tout au long de l’année en lien direct avec le programme de mathématiques. Cette pratique régulière permettra aux étudiants de construire ou de reconnaître des algorithmes relevant par exemple de la simulation de lois de probabilité, de la recherche de valeurs approchées en analyse ou du traitement de calculs matriciels en algèbre linéaire.

Il est important de mettre en valeur l’interaction entre les différentes parties du programme. Les probabilités permettent en particulier d’utiliser certains résultats d’analyse (suites, séries, intégrales, ...) et d’algèbre linéaire et justifient l’introduction du vocabulaire ensembliste.

Le programme de mathématiques est organisé en deux semestres de volume sensiblement équivalent. Ce découpage en deux semestres d’enseignement doit être respecté. En revanche, au sein de chaque semestre, aucun ordre particulier n’est imposé et chaque professeur conduit en toute liberté l’organisation de son enseignement, bien que la présentation par blocs soit fortement déconseillée.


Dans le contenu du premier semestre, figurent les notions nécessaires et les objets de base qui serviront d’appui à la suite du cours. Ces éléments sont accessibles à tous les étudiants quelles que soient les pratiques antérieures et potentiellement variables de leurs lycées d’origine, et la spécialité qu’ils auront choisie en classe de terminale. Ces contenus vont, d’une part, permettre une approche plus approfondie et rigoureuse de concepts déjà présents mais peu explicités en classe de terminale, et d’autre part, mettre en place certaines notions et techniques de calcul et de raisonnement fondamentales pour la suite du cursus.

Le programme se présente de la manière suivante : dans la colonne de gauche figurent les contenus exigibles des étudiants ; la colonne de droite comporte des précisions sur ces contenus ou des exemples d’activités ou d’applications.

Les développements formels ou trop théoriques doivent être évités. Ils ne correspondent pas au cœur de formation de ces classes préparatoires.

Les résultats mentionnés dans le programme seront admis ou démontrés selon les choix didactiques faits par le professeur. Pour certains résultats, marqués comme « admis », la présentation d’une démonstration en classe est déconseillée.

Les séances de travaux dirigés permettent de privilégier la prise en main, puis la mise en œuvre par les étudiants, des techniques usuelles et bien délimitées, inscrites dans le corps du programme. Cette maîtrise s’acquiert notamment par l’étude de problèmes que les étudiants doivent *in fine* être capables de résoudre par eux-mêmes.

Le symbole  indique les parties du programme pouvant être traitées en liaison avec l’informatique. L’enseignement informatique est commun à l’ensemble des filières des classes économiques. Le logiciel de référence choisi pour ce programme est Scilab.

# ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU PREMIER SEMESTRE

## I - Raisonnement et vocabulaire ensembliste

*Ce chapitre présente des points de vocabulaire, des notations, ainsi que certains types de raisonnement (par l'absurde, par contraposée, par récurrence...) et de démonstrations (d'implications, d'équivalences, d'inclusions...) dont la maîtrise s'avère indispensable à une argumentation rigoureuse sur le plan mathématique.*

*Les sections de ce chapitre ne doivent pas faire l'objet d'un exposé théorique. Les notions seront introduites progressivement au cours du semestre, à l'aide d'exemples variés issus des différents chapitres étudiés, et pourront être renforcées au-delà, en fonction de leur utilité.*

### 1 - Éléments de logique

Les étudiants doivent savoir :

- utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » ;
- utiliser à bon escient les quantificateurs universel et existentiel ; repérer les quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ;
- distinguer, dans le cas d'une proposition conditionnelle, la proposition directe, sa réciproque, sa contraposée et sa négation ;
- utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ;
- formuler la négation d'une proposition ;
- utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;
- reconnaître et utiliser des types de raisonnement spécifiques : raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde.

Notations :  $\exists$ ,  $\forall$ .


Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs à des fins d'abréviation est exclu.

### 2 - Raisonnement par récurrence

Apprentissage et emploi du raisonnement par récurrence.

Tout exposé théorique sur le raisonnement par récurrence est exclu.

Notations  $\sum$ ,  $\prod$ .

Illustration par manipulation de sommes et de produits. 

Formules donnant :  $\sum_{k=1}^n k$ ,  $\sum_{k=1}^n k^2$ .

Les étudiants doivent savoir employer les notations  $\sum_{i=1}^n u_i$  et  $\sum_{\alpha \in A} u_\alpha$  où  $A$  désigne un sous-ensemble fini de  $\mathbf{N}$  ou de  $\mathbf{N}^2$ .

### 3 - Ensembles, applications

*L'objectif de cette section est d'acquérir le vocabulaire élémentaire sur les ensembles et les applications, mais tout exposé théorique est exclu.*

#### a) Ensembles, parties d'un ensemble

Ensemble, élément, appartenance.  
Sous-ensemble (ou partie), inclusion.  
Ensemble  $\mathcal{P}(E)$  des parties de  $E$ .  
Réunion. Intersection.  
Complémentaire. Complémentaire d'une union et d'une intersection.  
Produit cartésien.

On fera le lien entre les opérations ensemblistes et les connecteurs logiques usuels (« et », « ou », ...).

Le complémentaire d'une partie  $A$  de  $E$  est noté  $\bar{A}$ .

On introduira les notations  $\mathbf{R}^2$  et  $\mathbf{R}^n$ .

#### b) Applications

Définition.  
Composition.  
Injection, surjection, bijection, application réciproque.  
Composée de deux bijections, réciproque de la composée.

Ces notions seront introduites sur des exemples simples, toute manipulation trop complexe étant exclue.

La notion d'image réciproque d'une partie de l'ensemble d'arrivée n'est pas un attendu du programme.

On pourra donner des exemples issus du cours d'analyse.

## II - Calcul matriciel et résolution de systèmes linéaires

*L'objectif de cette partie du programme est :*

– d'une part d'initier au calcul matriciel afin de permettre la résolution de problèmes issus, notamment, des probabilités.

– d'autre part de parvenir à une bonne maîtrise de la résolution des systèmes linéaires et de les interpréter sous forme matricielle.

*L'étude de ce chapitre pourra être menée en lien avec l'informatique.* 

### 1 - Calcul matriciel

## a) Définitions

Définition d'une matrice réelle à  $n$  lignes et  $p$  colonnes. Ensemble  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{R})$ .

Matrices colonnes, matrices lignes.

Ensemble  $\mathcal{M}_n(\mathbf{R})$ . Matrices triangulaires, diagonales. Matrice identité.

Transposée d'une matrice. Matrices symétriques.

Notation  ${}^tA$ . On caractérisera les matrices symétriques à l'aide de la transposée.

## b) Opérations matricielles

Somme, produit par un nombre réel, produit.

Propriétés des opérations.

Transposée d'une somme, d'un produit de matrices carrées.

Opérations sur les matrices carrées ; puissances.

On pourra faire le lien entre le produit  $AB$  et le produit de  $A$  avec les colonnes de  $B$ .  $\blacktriangleright$

Exemples de calcul des puissances  $n$ -èmes d'une matrice carrée ; application à l'étude de suites réelles satisfaisant à une relation de récurrence linéaire à coefficients constants.  $\blacktriangleright$

La formule du binôme n'est pas un attendu du programme du premier semestre.

On admettra que pour une matrice carrée, un inverse gauche ou droit est l'inverse.

Matrices inversibles.

Inverse d'un produit.

## 2 - Systèmes linéaires

*Tout développement théorique est hors programme.*

Définition d'un système linéaire.

Système homogène, système de Cramer.

Résolution par la méthode du pivot de Gauss.

La méthode sera présentée à l'aide d'exemples. On codera les opérations élémentaires sur les lignes de la façon suivante :

$$L_i \leftarrow L_i + bL_j \ (i \neq j), \ L_i \leftarrow aL_i \ (a \neq 0),$$

$$L_i \leftrightarrow L_j, \ L_i \leftarrow aL_i + bL_j \ (i \neq j, \ a \neq 0). \ \blacktriangleright$$

Écriture matricielle  $AX = Y$  d'un système linéaire.

La résolution directe sans application systématique de la méthode du Pivot peut être avantageuse lorsque certaines équations ont des coefficients nuls.

Calcul de l'inverse de la matrice  $A$  par la résolution du système  $AX = Y$ .

Caractérisation de l'inversibilité d'une matrice carrée d'ordre 2.

Caractérisation de l'inversibilité des matrices triangulaires.

## III - Suites de nombres réels

*L'étude des suites numériques au premier semestre permet aux étudiants de se familiariser avec la notion de suite réelle et de convergence. Tout exposé trop théorique sur ces notions est à exclure.*

*Cette première approche des suites élargit la conception de la notion de fonction.*

*L'étude des suites classiques pourra se faire en lien étroit avec la partie probabilités pour mettre en avant l'utilité de cet outil numérique.*

*La notion de convergence d'une suite réelle pourra être introduite en lien avec l'informatique. *

## 1 - Généralités sur les suites réelles

Définitions, notations.

Exemples de définitions : par formules récurrentes ou explicites, par restriction d'une fonction de variable réelle aux entiers.

## 2 - Suites usuelles : formes explicites

Suite arithmétique, suite géométrique.


Formule donnant  $\sum_{k=0}^n q^k$ .

Calculs de sommes portant sur les suites arithmétiques et géométriques.

Suite arithmético-géométrique.

Les étudiants devront se ramener au cas d'une suite géométrique.

Suite vérifiant une relation linéaire de récurrence d'ordre 2.

On se limitera au cas des racines réelles. 

## 3 - Convergence d'une suite réelle

*Aucune démonstration concernant les résultats de cette section n'est exigible.*

Limite d'une suite, suites convergentes.

$(u_n)_{n \in \mathbf{N}}$  converge vers  $\ell$ , élément de  $\mathbf{R}$ , si tout intervalle ouvert contenant  $\ell$ , contient les termes  $u_n$  pour tous les indices  $n$ , hormis un nombre fini d'entre eux.

Généralisation aux limites infinies.

Unicité de la limite.

Opérations algébriques sur les suites convergentes. Compatibilité du passage à la limite avec la relation d'ordre.

Aucune technicité sur ces opérations ne sera exigée.

Existence d'une limite par encadrement.

Suites monotones. Suites adjacentes.

Théorème de la limite monotone.

Toute suite croissante (respectivement décroissante) et majorée (respectivement minorée) converge.

Toute suite croissante (respectivement décroissante) non majorée (respectivement non minorée) tend vers  $+\infty$  (respectivement  $-\infty$ ).

Deux suites adjacentes convergent et ont la même limite.

## 4 - Comportement asymptotique des suites usuelles

#### IV - Fonctions réelles d'une variable réelle

*Il s'agit, dans ce chapitre, de fournir aux étudiants un ensemble de connaissances de référence sur les fonctions usuelles et quelques théorèmes sur les fonctions d'une variable réelle. Ils pourront mémoriser ces résultats grâce aux représentations graphiques qui en constituent une synthèse. Le champ des fonctions étudiées se limite aux fonctions usuelles et à celles qui s'en déduisent de façon simple. On se restreindra aux fonctions définies sur un intervalle de  $\mathbf{R}$ . Les fonctions trigonométriques sont hors programme.*

*L'étude des fonctions usuelles donnera aux étudiants l'occasion de mobiliser leurs connaissances de terminale concernant les fonctions d'une variable réelle.*

*L'analyse reposant largement sur la pratique des inégalités, on s'assurera que celle-ci est acquise à l'occasion d'exercices.*

*Aucune démonstration concernant les résultats de ce chapitre n'est exigible.*

#### 1 - Compléments sur les fonctions usuelles

##### a) Fonctions polynomiales, polynômes

Degré, somme et produit de polynômes.


Par convention,  $\deg 0 = -\infty$ .

La construction des polynômes formels n'est pas au programme, on pourra identifier polynômes et fonctions polynomiales.

Ensemble  $\mathbf{R}[X]$  des polynômes à coefficients dans  $\mathbf{R}$ , ensembles  $\mathbf{R}_n[X]$  des polynômes à coefficients dans  $\mathbf{R}$  de degré au plus  $n$ .

Racines d'un polynôme. Factorisation par  $(X - a)$  dans un polynôme ayant  $a$  comme racine.

Application : un polynôme de  $\mathbf{R}_n[X]$  admettant plus de  $n + 1$  racines distinctes est nul.

Pratique, sur des exemples, de la division euclidienne. 

Trinômes du second degré.

Discriminant d'un trinôme du second degré. Factorisation dans le cas de racines réelles. Lorsqu'il n'y a pas de racine réelle, le signe du trinôme reste constant sur  $\mathbf{R}$ .

##### b) Fonctions logarithme et exponentielle

Rappel des propriétés. Positions relatives des courbes représentatives de  $\ln$ ,  $\exp$ ,  $x \mapsto x$ .

Études asymptotiques, croissances comparées.

##### c) Fonction racine carrée, fonction inverse, fonctions puissances $x \mapsto x^\alpha$

Définitions ; notations, propriétés, représentations graphiques.

On fera une étude détaillée des fonctions puissances. Les étudiants doivent connaître les règles de calcul sur les puissances.

Par le biais d'exercices, étude de fonctions du type  $x \mapsto u(x)^{v(x)}$ .

#### d) Fonction valeur absolue

Définition. Propriétés, représentation graphique.

Lien avec la distance sur  $\mathbf{R}$ .

On insistera sur la fonction valeur absolue, non étudiée au lycée.

#### e) Fonction partie entière

Définition. Représentation graphique.

Notation  $x \mapsto \lfloor x \rfloor$ .

La notation  $E$  est réservée à l'espérance mathématique. La fonction partie entière permet de discrétiser des phénomènes continus.

### 2 - Limite et continuité d'une fonction en un point

Définition de la limite d'une fonction en un point et de la continuité d'une fonction en un point.

Unicité de la limite.

Limite à gauche, limite à droite. Extension au cas où la fonction est définie sur  $I \setminus \{x_0\}$ .

Extension de la notion de limite en  $\pm\infty$  et aux cas des limites infinies.

On adoptera la définition suivante :  $f$  étant une fonction définie sur un intervalle  $I$ ,  $x_0$  étant un réel élément de  $I$  ou une extrémité de  $I$ , et  $\ell$  un élément de  $\mathbf{R}$ , on dit que  $f$  admet  $\ell$  pour limite en  $x_0$  si, pour tout nombre  $\varepsilon > 0$ , il existe un nombre  $\alpha > 0$  tel que pour tout élément  $x$  de  $I \cap [x_0 - \alpha, x_0 + \alpha]$ ,  $|f(x) - \ell| \leq \varepsilon$ ; par suite, lorsque  $x_0$  appartient à  $I$ , cela signifie que  $f$  est continue au point  $x_0$  et, dans le cas contraire, que  $f$  se prolonge en une fonction continue au point  $x_0$ .

Opérations algébriques sur les limites.

Compatibilité du passage à la limite avec les relations d'ordre.

Existence d'une limite par encadrement.

Limite d'une fonction composée.

Si  $f$  est une fonction définie sur un intervalle  $I$  admettant une limite  $\ell$  en un point  $x_0$ , et si  $(u_n)$  est une suite d'éléments de  $I$  convergeant vers  $x_0$ , alors la suite  $(f(u_n))$  converge vers  $\ell$ .

Comparaison des fonctions exponentielle, puissance et logarithme au voisinage de  $+\infty$  et des fonctions puissance et logarithme au voisinage de 0.

Les notions d'équivalence et de négligeabilité ne seront abordées qu'en deuxième année.

### 3 - Étude globale des fonctions d'une variable sur un intervalle



Fonctions paires, impaires.  
Fonctions majorées, minorées, bornées.  
Fonctions monotones.  
Théorème de la limite monotone.

Toute fonction monotone sur  $]a, b[$  ( $-\infty \leq a < b \leq +\infty$ ) admet des limites finies à droite et à gauche en tout point de  $]a, b[$ .  
Comportement en  $a$  et  $b$ .

Fonctions continues sur un intervalle. Opérations algébriques, composition.  
Fonctions continues par morceaux.

Une fonction  $f$  est continue par morceaux sur le segment  $[a, b]$  s'il existe une subdivision  $a_0 = a < a_1 < \dots < a_n = b$  telle que les restrictions de  $f$  à chaque intervalle ouvert  $]a_i, a_{i+1}[$  admettent un prolongement continu à l'intervalle fermé  $[a_i, a_{i+1}]$ .

Théorème des valeurs intermédiaires.  
L'image d'un intervalle (respectivement un segment) par une fonction continue est un intervalle (respectivement un segment).

Résultat admis.  
Notations :  $\max_{t \in [a, b]} f(t)$  et  $\min_{t \in [a, b]} f(t)$ .

On illustrera ces résultats par des représentations graphiques et on montrera comment les mettre en évidence sur un tableau de variations.

Théorème de la bijection.

Toute fonction continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  définit une bijection de  $I$  sur l'intervalle  $f(I)$ .

Continuité et sens de variation de la fonction réciproque.  
Représentation graphique de la fonction réciproque.

On utilisera ces résultats pour l'étude des équations du type  $f(x) = k$ .

En liaison avec l'algorithmique, méthode de dichotomie. 

Application à l'étude de suites  $(u_n)$  telles que  $v_n = f(u_n)$ .

## V - Probabilités sur un univers fini

*L'objectif de ce chapitre est de mettre en place, dans le cas fini, un cadre dans lequel on puisse énoncer des résultats généraux et mener des calculs de probabilités sans difficulté théorique.*

*On fera le lien avec les arbres pondérés, préconisés durant le cycle terminal du lycée. Ils seront remplacés par des raisonnements dont l'emploi, plus souple, pourra être généralisé, par la suite, aux univers infinis.*

*Les coefficients binomiaux doivent être repris en conformité avec l'approche du cycle terminal du lycée. Dans tout ce chapitre,  $\Omega$  est un ensemble fini (on généralisera les notions rencontrées au second semestre).*

### 1 - Événements

Expérience aléatoire.  
Univers des résultats observables.

Événements, événements élémentaires, opérations sur les événements, événements incompatibles.

Système complet d'événements fini.

## 2 - Coefficients binomiaux

Factorielle, notation  $n!$ .

Parties à  $p$  éléments d'un ensemble à  $n$  éléments.

Coefficients binomiaux, notation  $\binom{n}{p}$ .

Relation  $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$ .

Formule du triangle de Pascal.

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

## 3 - Probabilité

Définition d'une probabilité sur  $\mathcal{P}(\Omega)$ .

Formule de Poincaré ou du crible dans le cas  $n \leq 3$ .

## 4 - Probabilité conditionnelle

Probabilité conditionnelle.

On dégagera ces concepts à partir de l'étude de quelques situations simples où l'ensemble  $\Omega$  des résultats possibles est fini, et où  $\mathcal{P}(\Omega)$  est l'ensemble des événements.

On fera le lien entre connecteurs logiques et opérations sur les événements.

On se limitera aux systèmes complets d'événements de type  $A_1, \dots, A_n$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ), où les  $A_i$  sont des parties deux à deux disjointes et de réunion égale à  $\Omega$ .

Interprétation de  $n!$  en tant que nombre de permutations d'un ensemble à  $n$  éléments.  $\blacktriangleright$

On fera le lien entre les parties à  $p$  éléments d'un ensemble à  $n$  éléments et le nombre de chemins d'un arbre réalisant  $p$  succès pour  $n$  répétitions.

La formule de Pascal fournit un algorithme de calcul efficace pour le calcul numérique des coefficients binomiaux.  $\blacktriangleright$

On pourra démontrer cette formule par récurrence à partir de la formule du triangle de Pascal.

On restreindra, pour ce premier semestre, la notion de probabilité à une application  $P$  de  $\mathcal{P}(\Omega)$  dans  $[0, 1]$  vérifiant :

- pour tous  $A$  et  $B$  de  $\mathcal{P}(\Omega)$  tels que  $A \cap B = \emptyset$ ,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- $P(\Omega) = 1$ .

Cas de l'équiprobabilité.

Notation  $P_A$ .

Formule des probabilités composées.

- Si  $P(A) \neq 0$ ,  $P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$ .
- Si  $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}) \neq 0$ ,  
$$P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1)P_{A_1}(A_2) \dots P_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}}(A_n).$$

Formule des probabilités totales.

Formule de Bayes.

Si  $(A_i)_{i \in I}$  est un système complet d'événements fini, alors pour tout événement  $B$  :  $P(B) = \sum_{i \in I} P(B \cap A_i)$ .

On donnera de nombreux exemples d'utilisation de ces formules. En particulier on pourra appliquer la formule des probabilités totales à l'étude de chaînes de Markov simples.

## 5 - Indépendance en probabilité

Indépendance de deux événements.

Si  $P(A) \neq 0$ ,  $A$  et  $B$  sont indépendants si et seulement si  $P_A(B) = P(B)$ .

Indépendance mutuelle de  $n$  événements ( $n \in \mathbf{N}^*$ ).

Si  $n$  événements  $A_i$  sont mutuellement indépendants, il en est de même pour les événements  $B_i$ , avec  $B_i = A_i$  ou  $\overline{A_i}$ .

# ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU SECOND SEMESTRE

## I - Calcul différentiel et intégral

*Le but de ce chapitre est de mettre en place les méthodes courantes de travail sur les fonctions.*

*Les intégrales généralisées sont introduites en tant qu'outil pour la définition et l'étude des variables aléatoires à densité. Toute technicité sur les intégrales généralisées est à exclure.*

*Aucune démonstration concernant les résultats de ce chapitre n'est exigible.*

### 1 - Calcul différentiel

#### a) Dérivation

Dérivée en un point, développement limité à l'ordre 1 au voisinage d'un point.

Tangente au graphe en un point.

Dérivée à gauche, à droite.

Fonction dérivable sur un intervalle, fonction dérivée.

Notation  $f'$ .

Opérations sur les dérivées : linéarité, produit, quotient, fonctions puissances.

Dérivée des fonctions composées.

Dérivation des fonctions réciproques.

Inégalités des accroissements finis.

On évitera tout excès de technicité dans les calculs de dérivées.

(1) Si  $m \leq f' \leq M$  sur un intervalle  $I$ , alors :  
 $\forall (a, b) \in I^2, a \leq b,$

$$m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a).$$

(2) Si  $|f'| \leq k$  sur un intervalle  $I$ , alors :

$$\forall (a, b) \in I^2, |f(b) - f(a)| \leq k|b - a|.$$

Application, sur des exemples, à l'étude de suites récurrentes du type :  $u_{n+1} = f(u_n)$  lorsque

$$|f'| \leq k < 1. \quad \blacktriangleright$$

Tout exposé théorique sur les suites récurrentes générales est exclu.

Caractérisation des fonctions constantes et monotones par le signe de la dérivée.

Extremum local d'une fonction dérivable.

Résultat admis.

Si  $f$  est une fonction dérivable sur un intervalle  $I$  et si  $f' \geq 0$  sur  $I$ ,  $f'$  ne s'annulant qu'en un nombre fini de points, alors  $f$  est strictement croissante sur  $I$ .

Une fonction  $f$ , dérivable sur un intervalle ouvert  $I$ , admet un extremum local en un point de  $I$  si sa dérivée s'annule en changeant de signe en ce point.

## b) Dérivées successives

Fonctions  $p$  fois dérivables.

Fonctions de classe  $C^p$ , de classe  $C^\infty$ .

Opérations algébriques.

Notation  $f^{(p)}$ .

## c) Convexité

Tous les résultats de cette section seront admis.

Définition d'une fonction convexe.

Une fonction est convexe sur un intervalle  $I$  si :  $\forall (x_1, x_2) \in I^2, \forall (t_1, t_2) \in [0, 1]^2$  tels que  $t_1 + t_2 = 1$ ,  
 $f(t_1x_1 + t_2x_2) \leq t_1f(x_1) + t_2f(x_2)$ .

Interprétation géométrique.  $\blacktriangleright$

Fonctions concaves.

Points d'inflexion.

Caractérisation des fonctions convexes de classe  $C^1$ .

Si  $f$  est de classe  $C^1$ ,  $f$  est convexe si et seulement si l'une de ces deux propositions est vérifiée :

- $f'$  est croissante ;
- $C_f$  est au-dessus de ses tangentes.

Caractérisation des fonctions convexes et concaves de classe  $C^2$ .

## 2 - Intégration sur un segment

### a) Définition

Aire sous la courbe d'une fonction positive.

Primitive d'une fonction continue sur un intervalle.

Toute fonction continue sur un intervalle admet, sur cet intervalle, au moins une primitive.

Intégrale d'une fonction continue sur un segment.

Relation de Chasles.

Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment.

### b) Propriétés de l'intégrale

Linéarité et positivité de l'intégrale.

L'intégrale d'une fonction positive sur un segment est positive.

L'intégrale d'une fonction continue et positive sur un segment est nulle si et seulement si la fonction est identiquement nulle sur le segment.

Si  $a \leq b$ ,

$$\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt \leq (b-a) \max_{t \in [a,b]} |f(t)|.$$

### c) Techniques de calcul d'intégrales

*On évitera tout excès de technicité pour les calculs d'intégrales par changement de variable.*

Calcul de primitives « à vue », déduites de la reconnaissance de schémas inverses de dérivation.

Dans le cas où  $f$  est continue monotone, on constatera que cette fonction « aire sous la courbe » admet  $f$  pour dérivée.

Admis.

Si  $f$  est continue sur un intervalle  $I$ , pour tout  $(a, b) \in I^2$ , on définit l'intégrale de  $f$  de  $a$  à  $b$  par :

$$\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a),$$

où  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $I$ . Cette définition est indépendante du choix de la primitive  $F$  de  $f$  sur  $I$ .

On apprendra aux étudiants à majorer et à minorer des intégrales, par utilisation de ces inégalités ou par intégration d'inégalités.

On insistera sur le modèle  $u'(x)u(x)^\alpha$  ( $\alpha \neq -1$  ou  $\alpha = -1$ ).

Intégration par parties. Changement de variables.

Les changements de variables autres qu'affines seront précisés dans les exercices.

On pourra à titre d'exemples étudier des suites définies par une intégrale et des fonctions définies par une intégrale.

Sommes de Riemann à pas constant.

Sur des exemples, on pourra mettre en œuvre la méthode des rectangles pour le calcul approché d'une intégrale. ►

### 3 - Intégrales sur un intervalle de type $[a, +\infty[$ , $] - \infty, b]$ ou $] - \infty, +\infty[$

Convergence des intégrales  $\int_a^{+\infty} f(t) dt$  où  $f$  est continue sur  $[a, +\infty[$ .

$\int_a^{+\infty} f(t) dt$  converge si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_a^x f(t) dt$  existe et est finie.

Linéarité, positivité, relation de Chasles.

Les techniques de calcul (intégration par parties, changement de variables non affine) ne seront pratiquées qu'avec des intégrales sur un segment.

L'étude de la convergence des intégrales de fonctions positives par des critères de comparaison sera faite en seconde année. On pourra éventuellement aborder, sur des exemples, le cas  $0 \leq f \leq g$ .

Convergence des intégrales de Riemann  $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$  et de  $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ .

Convergence absolue.

En première année, cette notion est abordée uniquement pour permettre une définition de l'espérance d'une variable aléatoire à densité.

La convergence absolue implique la convergence.

Résultat admis.

Extension des notions précédentes aux intégrales  $\int_{-\infty}^b f(t) dt$  et  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt$ .

## II - Étude élémentaire des séries

*Ce chapitre fait suite au chapitre sur les suites numériques réelles du premier semestre, une série étant introduite comme une suite de sommes partielles. Aucune technicité n'est exigible en première année. L'étude des variables aléatoires discrètes sera l'occasion d'une mise en œuvre naturelle de ces premières connaissances sur les séries. L'étude des séries sera complétée en seconde année par les techniques de comparaison sur les séries à termes positifs.*

### 1 - Séries numériques à termes réels

Série de terme général  $u_n$ .  
Sommes partielles associées.

Définition de la convergence.  
Combinaison linéaire de séries convergentes.

Convergence absolue.

La convergence absolue implique la convergence.

On soulignera l'intérêt de la série de terme général  $u_{n+1} - u_n$  pour l'étude de la suite  $(u_n)$ .

$\sum_{n \geq n_0} u_n$  converge si  $\sum_{k=n_0}^n u_k$  admet une limite finie lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$ .

On pratiquera, sur des exemples simples, l'étude des séries (convergence, calcul exact ou approché de la somme).  $\blacktriangle$

En première année, cette notion est abordée uniquement pour permettre une définition de l'espérance d'une variable aléatoire discrète.

Résultat admis.

## 2 - Séries numériques usuelles

Étude des séries  $\sum q^n, \sum nq^{n-1}, \sum n(n-1)q^{n-2}$  et calcul de leurs sommes.

Convergence et somme de la série exponentielle  $\sum \frac{x^n}{n!}$ .

Résultats admis.

## III - Espaces vectoriels et applications linéaires

*Ce chapitre ne doit pas donner lieu à un exposé théorique ; on donne ici une première approche concrète à des notions qui seront généralisées en seconde année. Pour simplifier ce premier contact, l'étude se limitera à l'espace  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ , en privilégiant les exemples pour  $n \in \{2, 3, 4\}$ .*

### a) Structure vectorielle sur $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$

Structure vectorielle sur  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ .  
Combinaisons linéaires.

Base canonique.

On privilégiera le travail sur les espaces  $\mathcal{M}_{2,1}(\mathbf{R}), \mathcal{M}_{3,1}(\mathbf{R}), \mathcal{M}_{4,1}(\mathbf{R})$ .

Les bases canoniques des espaces vectoriels ci-dessus seront données de façon naturelle.

### b) Sous-espaces vectoriels de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$

Sous-espaces vectoriels de  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ .

Sous-espace vectoriel engendré, notation  $\text{Vect}(u_1, u_2, \dots, u_p)$ .

Base d'un sous-espace vectoriel.

Exemple fondamental : ensemble des solutions d'un système linéaire homogène à 2, 3, 4 inconnues.

$(u_1, u_2, \dots, u_p)$  est une base du sous-espace vectoriel  $F$  de  $E$  si et seulement si tout vecteur de  $F$  se décompose de manière unique sous forme d'une combinaison linéaire de  $(u_1, u_2, \dots, u_p)$ .

### c) Applications linéaires de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ dans $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbf{R})$

Propriétés des applications  $f$  de  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$  dans  $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbf{R})$  définies par  $X \mapsto MX$ ,  $M$  étant une matrice à  $p$  lignes et  $n$  colonnes.

Toute application linéaire  $f$  de  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$  dans  $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbf{R})$  est de la forme  $f : X \mapsto MX$ .

Noyau d'une application linéaire.

Image d'une application linéaire.


Exemples pratiques dans le cas où  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$  et  $p \in \{1, 2, 3, 4\}$ .

Le noyau est un sous-espace vectoriel de  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ .

Lien entre recherche du noyau et résolution d'un système homogène.


L'image est un sous-espace vectoriel de  $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbf{R})$ .

$\text{Im}(f) = \text{Vect}(f(e_1), \dots, f(e_n))$  où  $(e_1, e_2, \dots, e_n)$  est la base canonique de  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$ .

Lien entre recherche de l'image et résolution de système. 

## IV - Probabilités - Variables aléatoires réelles

Dans ce chapitre, on généralise l'étude faite au premier semestre; les notions de tribu et d'espace probabilisé sont introduites. Tout exposé trop théorique sur ces notions est cependant exclu.

L'étude des variables aléatoires et notamment celles des lois usuelles se fera en lien étroit avec la partie informatique du programme. 

L'étude des variables aléatoires discrètes se fera dans la mesure du possible en tant qu'outil de modélisation de problèmes concrets.

On sensibilisera les étudiants à la notion d'approximation de loi, dans la continuité du programme de terminale, en utilisant notamment l'approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson sur des exemples judicieux.

### 1 - Probabilités - généralisation

#### a) Notion de tribu

Tribu ou  $\sigma$ -algèbre d'événements.

Notation  $\mathcal{A}$ .

On donnera quelques exemples significatifs d'événements de la forme :

$$A = \bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n \quad \text{et} \quad A = \bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n.$$

On généralisera dans ce paragraphe l'étude effectuée lors du premier semestre.

Aucun raisonnement théorique autour de la notion de tribu n'est exigible des étudiants.



Généralisation de la notion de système complet d'événements à une famille dénombrable d'événements deux à deux incompatibles et de réunion égale à  $\Omega$ .

## b) Probabilité

Une probabilité  $P$  est une application définie sur  $\mathcal{A}$  et à valeurs dans  $[0, 1]$ ,  $\sigma$ -additive et telle que  $P(\Omega) = 1$ .

Notion d'espace probabilisé.

Propriétés vraies presque sûrement.

Théorème de la limite monotone.

Conséquences du théorème de la limite monotone.

Généralisation de la notion de probabilité conditionnelle.

Généralisation de la formule des probabilités composées.

Généralisation de la formule des probabilités totales.

## c) Indépendance en probabilité

Indépendance mutuelle d'une suite infinie d'événements.

On généralisera ici la notion de probabilité étudiée au premier semestre.

Notation  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ .

• Pour toute suite croissante  $(A_n)$  d'événements,

$$P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} P(A_n).$$

• Pour toute suite décroissante  $(A_n)$  d'événements,

$$P\left(\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} P(A_n).$$

$$\bullet P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} P\left(\bigcup_{k=0}^n A_k\right).$$

$$\bullet P\left(\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} P\left(\bigcap_{k=0}^n A_k\right).$$

Les démonstrations de ces formules ne sont pas exigibles.

## 2 - Généralités sur les variables aléatoires réelles

Définition d'une variable aléatoire réelle.

Système complet d'événements associé à une variable aléatoire.

Fonction de répartition d'une variable aléatoire. Propriétés.

Loi d'une variable aléatoire.

### 3 - Variables aléatoires discrètes

#### a) Variable aléatoire discrète à valeurs dans $\mathbf{R}$

Définition d'une variable aléatoire discrète à valeurs dans  $\mathbf{R}$ .

Caractérisation de la loi d'une variable aléatoire discrète par la donnée des valeurs  $P(X = x)$  pour  $x \in X(\Omega)$ .

Variable aléatoire  $Y = g(X)$ , où  $g$  est définie sur l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire  $X$ . Étude de la loi de  $Y = g(X)$ .

#### b) Moments d'une variable aléatoire discrète

Définition de l'espérance.

Linéarité de l'espérance. Positivité.

Variations centrées.

Théorème de transfert : espérance d'une variable aléatoire  $Y = g(X)$ , où  $g$  est définie sur l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire  $X$ .

$$E(aX + b) = aE(X) + b.$$

$X$  est une variable aléatoire réelle définie sur  $(\Omega, \mathcal{A})$  si  $X$  est une application de  $\Omega$  dans  $\mathbf{R}$  telle que pour tout élément  $x$  de  $\mathbf{R}$ ,  $\{\omega \in \Omega / X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{A}$ .

Démontrer que  $X$  est une variable aléatoire ne fait pas partie des exigibles du programme.

Notations  $[X \in I]$ ,  $[X = x]$ ,  $[X \leq x]$ , etc.

$$\forall x \in \mathbf{R}, F_X(x) = P(X \leq x).$$

$F_X$  est croissante, continue à droite en tout point,  $\lim_{-\infty} F_X = 0$ ,  $\lim_{+\infty} F_X = 1$ . Résultats admis.

La fonction de répartition caractérise la loi d'une variable aléatoire. Résultat admis.

L'ensemble des valeurs prises par ces variables aléatoires sera indexé par une partie finie ou infinie de  $\mathbf{N}$  ou  $\mathbf{Z}$ .

On insistera, dans le cas où  $X$  est à valeurs dans  $\mathbf{Z}$ , sur la relation  $P(X = k) = F_X(k) - F_X(k - 1)$ .

On se limite à des cas simples, tels que  $g : x \mapsto ax + b$ ,  $g : x \mapsto x^2, \dots$

Quand  $X(\Omega)$  est infini, une variable aléatoire  $X$  admet une espérance si et seulement si la série

$$\sum_{x \in X(\Omega)} xP(X = x)$$
 est absolument convergente.

Notation  $E(X)$ .

Résultats admis.

Quand  $X(\Omega)$  est infini,  $E(g(X))$  existe si et seulement si la série  $\sum_{x \in X(\Omega)} g(x)P(X = x)$

converge absolument, et dans ce cas  $E(g(X)) = \sum_{x \in X(\Omega)} g(x)P(X = x)$ . Théorème admis.

Moment d'ordre  $r$  ( $r \in \mathbf{N}$ ).  
 Variance, écart-type d'une variable aléatoire discrète.  
 Formule de Kœnig-Huygens.  
 $V(aX + b) = a^2V(X)$ .  
 Cas où  $V(X) = 0$ .  
 Variables centrées réduites.

Notation  $m_r(X) = E(X^r)$ .

Notations  $V(X)$ ,  $\sigma(X)$ .

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2.$$

On notera  $X^*$  la variable aléatoire centrée réduite associée à  $X$ .

## 4 - Lois usuelles

### a) Lois discrètes finies

Loi certaine.  
 Loi de Bernoulli. Espérance, variance.

Caractérisation par la variance.

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$ .

Loi binomiale. Espérance, variance.  
 Application : formule du binôme de Newton donnant  $(a + b)^n$ .

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p)$ .  $\blacktriangleright$

Lorsque  $a$  et  $b$  sont strictement positifs, lien avec  $\mathcal{B}(n, \frac{a}{a+b})$ . La formule du binôme de Newton dans le cas général pourra être démontrée par récurrence.

Loi uniforme sur  $\llbracket 1, n \rrbracket$ . Espérance, variance.

Application à l'étude de la loi uniforme sur  $\llbracket a, b \rrbracket$ , où  $(a, b) \in \mathbf{N}^2$ .

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket a, b \rrbracket)$ .  $\blacktriangleright$

### b) Lois discrètes infinies

Loi géométrique (rang d'apparition du premier succès dans un processus de Bernoulli sans mémoire).  
 Espérance, variance.

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$ .  $\blacktriangleright$

Si  $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$ ,  $\forall k \in \mathbf{N}^*$ ,  $P(X = k) = p(1-p)^{k-1}$ .

Loi de Poisson.  
 Espérance, variance.

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$ .

On pourra introduire la loi de Poisson  $\mathcal{P}(\lambda)$  comme loi « limite » (cette notion sera précisée en deuxième année) d'une suite de variables suivant la loi binomiale  $B(n, \frac{\lambda}{n})$ .  $\blacktriangleright$

## 5 - Introduction aux variables aléatoires réelles à densité

*On se limitera dans ce chapitre à des densités ayant des limites finies à gauche et à droite, en tout point de  $\mathbf{R}$ .*

### a) Définition des variables aléatoires à densité

Définition d'une variable aléatoire à densité.

Toute fonction  $f_X$  à valeurs positives, qui ne diffère de  $F'_X$  qu'en un nombre fini de points, est une densité de  $X$ .

Caractérisation de la loi d'une variable à densité par la donnée d'une densité  $f_X$ .

Toute fonction  $f$  positive, continue sur  $\mathbf{R}$  éventuellement privé d'un nombre fini de points et telle que  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt = 1$  est la densité d'une variable aléatoire.

Transformation affine d'une variable à densité.

## b) Espérance d'une variable aléatoire à densité

Espérance.

Variables centrées.

## c) Lois à densité usuelles

Loi uniforme sur un intervalle. Espérance.

Loi exponentielle. Caractérisation par l'absence de mémoire. Espérance.

Loi normale centrée réduite.

Loi normale (ou de Laplace-Gauss).

Espérance.

On dit qu'une variable aléatoire réelle  $X$  est à densité si sa fonction de répartition  $F_X$  est continue sur  $\mathbf{R}$  et de classe  $C^1$  sur  $\mathbf{R}$  éventuellement privé d'un ensemble fini de points.


Pour tout  $x$  de  $\mathbf{R}$ ,  $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt$ .


Résultat admis.


Les étudiants devront savoir calculer la fonction de répartition et une densité de  $aX + b$  ( $a \neq 0$ ).

Une variable aléatoire  $X$  de densité  $f_X$  admet une espérance  $E(X)$  si et seulement si l'intégrale  $\int_{-\infty}^{+\infty} xf_X(x)dx$  est absolument convergente; dans ce cas,  $E(X)$  est égale à cette intégrale.

Exemples de variables aléatoires n'admettant pas d'espérance.

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{U}[a, b]$ . 

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{E}(\lambda)$ . 

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 1)$ . 

On pourra démontrer en exercice que  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  converge.

$X \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \Leftrightarrow X^* = \frac{X - \mu}{\sigma} \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 1)$ .

On attend des étudiants qu'ils sachent représenter graphiquement les fonctions densités des lois normales et utiliser la fonction de répartition  $\Phi$  de la loi normale centrée réduite.



Fonction `rand`

Fonctions matricielles : `rank(A)`, `inv(A)`, `A'`

La fonction `grand` pourra être utilisée avec les paramètres correspondant aux lois de probabilité présentes dans le programme.

Extraction ou modification d'un élément, d'une ligne ou d'une colonne d'une matrice.

On pourra utiliser les fonctions `size(A)`, `find` dans le cadre de simulations.

Pratique des opérations et des fonctions matricielles dans des situations concrètes.

## 2 - Graphisme en deux dimensions

Courbes représentatives de fonctions usuelles, de densités et de fonctions de répartition.  
Tracé d'histogrammes.

On pourra utiliser les fonctions `plot`, `plot2d`, `bar`, `histplot`, la fonction `linspace(a,b,n)` et les opérations `.*`, `./`, `.^`

## 3 - Programmation d'algorithmes et de fonctions

Les structures suivantes seront utilisées :

Structure conditionnelle :

```
if ...then ...end  
if ...then ...else ...end
```

Structures répétitives :

```
for k=...: ...end  
while ...then ...end
```

Fonctions - arguments - retour de résultats.

Fonction d'entrée des données `input()`

Fonction de sortie de résultat(s) `disp()`

Exemples :  $n!$ ,  $\binom{n}{p}$ .

Saisie au clavier - message indicatif possible.

Affichage du contenu d'une variable à l'écran avec commentaire éventuel.

## II - Liste des savoir-faire exigibles en première année

Calcul des termes d'une suite.

Calculs de valeurs approchées de la limite d'une suite ou de la somme d'une série.

Calcul approché de la racine d'une équation du type  $f(x) = 0$ .

Calcul des valeurs approchées d'une intégrale par la méthode des rectangles.

Utilisation de la fonction `rand` pour simuler des expériences aléatoires élémentaires conduisant à une loi usuelle.

Exploitation graphique des résultats.

On utilisera des structures répétitives et conditionnelles en exploitant l'étude mathématique. La détermination du rang d'arrêt du calcul résultera directement de l'étude mathématique ou d'un algorithme qui en découle.

On utilisera différentes méthodes dont certaines résulteront d'une étude mathématique (suites récurrentes, encadrements, dichotomie).

Application au calcul de la fonction de répartition d'une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite.

Loi binomiale, loi géométrique.

Simulation de phénomènes aléatoires.

Utilisation de la fonction `grand`

On pourra utiliser une simulation pour comparer expérimentalement une loi  $\mathcal{B}(n, \frac{\lambda}{n})$  ( $n$  grand) avec la loi de Poisson.

On pourra utiliser une simulation pour comparer expérimentalement une loi binomiale avec une loi normale.

Résolution de systèmes  $AX = B$ .



# Annexe 2

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **économique et commerciale**

Option : **Economique (ECE)**

Discipline : **Economie approfondie**

**Première et seconde années**



**Programme d'Économie approfondie**  
**CPGE Économique et commerciale, voie économique (ECE)**

### **Objectifs généraux**

Le cours d'économie approfondie a pour objet de présenter les fondements de l'analyse microéconomique et macroéconomique. Il constitue pour l'essentiel, et sur de nombreux thèmes, un complément du cours d'économie, sociologie et histoire du monde contemporain. Il s'inscrit dans la continuité des programmes de sciences économiques et sociales du cycle terminal des lycées. Son contenu est mobilisable dans les épreuves d'ESH écrites et orales des concours d'entrée dans les Écoles supérieures de commerce et de management.

Le programme est constitué de quatre modules semestriels, en liaison avec la progression du programme d'ESH : deux de microéconomie, deux de macroéconomie.

Le cours de microéconomie est constitué de deux modules, répartis sur les deux années. Le premier module, « microéconomie I » est traité en première année. Il a pour objectif l'apprentissage des modes de raisonnement et des concepts microéconomiques. Ce premier module s'inscrit dans le cadre de la concurrence pure et parfaite. Le second module, « microéconomie II », est traité en seconde année. On abordera les marchés des facteurs de production, puis on relâchera progressivement les hypothèses restrictives du cadre concurrentiel pour s'inscrire dans un cadre de concurrence imparfaite caractérisé par le petit nombre de producteurs et l'existence d'asymétries d'information. Il s'agira d'insister sur les fondements conceptuels de la microéconomie et de fournir des exemples concrets d'application.

Le cours de macroéconomie est constitué de deux modules, répartis sur les deux années. Le premier module, « macroéconomie I », est traité en première année. Il a pour objectif l'apprentissage des principes essentiels de la comptabilité nationale et des modes de raisonnement et concepts macroéconomiques. Le second module, « macroéconomie II », est traité en seconde année. On y abordera l'étude des principaux modèles macroéconomiques.

#### **Module 1. Microéconomie I**

- 1.1. La détermination de l'équilibre des agents
- 1.2. Offre, demande, prix : l'équilibre sur le marché concurrentiel
- 1.3. Élasticités et prix

#### **Module 2. Macroéconomie I**

- 2.1. La comptabilité nationale
- 2.2. Fonctions et équilibre macroéconomiques

#### **Module 3. Microéconomie II**

- 3.1. Les marchés des facteurs de production
- 3.2. La concurrence imparfaite
- 3.3. Défaillances et inefficience des marchés

#### **Module 4. Macroéconomie II**

- 4.1. Les modèles macroéconomiques « classique » et « keynésien »
- 4.2. Les nouvelles approches de la macroéconomie

## Module 1. Microéconomie I

### Orientation générale

On présentera les concepts essentiels de la démarche microéconomique dans le cadre de la concurrence pure et parfaite.

#### 1.1. La détermination de l'équilibre des agents

##### Objectifs

Comprendre comment les consommateurs décident d'affecter leur budget entre les différents biens et services disponibles. Montrer comment, pour maximiser son profit, le producteur doit tirer le meilleur parti des facteurs de production qu'il utilise. Étudier les différences entre logique de court terme et logique de long terme.

##### 1.1.1. Le choix du consommateur

Le concept d'utilité

Les préférences du consommateur et les courbes d'indifférence

Effet de substitution et effet de revenu - taux marginal de substitution

La contrainte budgétaire et l'équilibre du consommateur

##### 1.1.2. Le choix du producteur

Facteurs, fonctions de production et taux marginal de substitution technique

Rendements de facteurs et rendements d'échelle

Productivité moyenne et productivité marginale

Les différents types de coût

L'équilibre du producteur en courte et longue périodes

#### 1.2. Offre, demande, prix : l'équilibre sur le marché concurrentiel

##### Objectifs

Comprendre ce qu'est un marché concurrentiel à travers le modèle de l'offre et de la demande. Comprendre le gain qu'un consommateur et un producteur peuvent retirer de leur participation au marché.

##### 1.2.1. La courbe de demande

La construction de la courbe de demande

Les explications de son déplacement

Le surplus du consommateur

##### 1.2.2. La courbe d'offre

La construction de la courbe d'offre

Les explications de son déplacement

Le surplus du producteur

##### 1.2.3. L'équilibre de marché en situation concurrentielle

Les hypothèses de la concurrence pure et parfaite

La détermination de l'équilibre de marché

De l'équilibre partiel à l'équilibre général (bref aperçu)

#### 1.3. Élasticité et prix

##### Objectifs

Comprendre comment consommateurs et producteurs réagissent à des variations de prix. Étudier la nature des interventions réglementaires en matière de prix et de quantités.

##### 1.3.1. Les élasticité, concept et applications

La notion d'élasticité : définition et mesure

Biens substituables et biens complémentaires

Elasticité-prix, élasticité croisée et élasticité-revenu

##### 1.3.2. Les interventions réglementaires en matière de prix et de quantité

Le contrôle des prix : objectifs, prix planchers, prix plafonds

Le contrôle des quantités : quotas et permis

## Module 2. Macroéconomie I

### Orientation générale

On étudiera les outils de la comptabilité nationale nécessaires à la mesure et à la compréhension des grandeurs macroéconomiques. On présentera les grandes fonctions macroéconomiques pour aboutir à une première approche de l'équilibre macroéconomique.

### 2.1. La comptabilité nationale

#### Objectifs

Comprendre que pour appréhender, au niveau global, des phénomènes résultant d'une multitude de décisions individuelles, il faut d'abord procéder à leur agrégation au sein de grandeurs représentatives, les agrégats de la comptabilité nationale.

#### 2.1.1. Les comptes de la Nation

Le circuit économique  
Les agrégats de la comptabilité nationale

#### 2.1.2. La logique de produits

L'équilibre ressources emplois des produits  
La matrice des coefficients techniques  
Le tableau entrées sorties

#### 2.1.3. La logique de répartition

Les secteurs institutionnels  
Les comptes des secteurs institutionnels  
Le tableau économique d'ensemble

### 2.2. Fonctions et équilibre macroéconomiques

#### Objectifs

Etudier sous l'angle macroéconomique la production, la consommation et l'investissement. Montrer comment se détermine l'équilibre macroéconomique à partir d'une modélisation simple.

#### 2.2.1. L'approche macroéconomique de la production

Facteurs de production et fonctions de production  
Les différents types de fonctions de production

#### 2.2.2. L'approche macroéconomique de la consommation

La fonction de consommation keynésienne et ses enrichissements  
Approche de la consommation à travers la théorie du revenu permanent

#### 2.2.3. L'approche macroéconomique de l'investissement

La décision d'investissement  
La modélisation de l'investissement : effet accélérateur et effet multiplicateur

#### 2.2.4. L'équilibre macroéconomique en économie fermée et ouverte

Détermination du revenu d'équilibre en économie fermée  
Détermination du revenu d'équilibre en économie ouverte  
Étude des multiplicateurs

## Module 3. Microéconomie II

### Orientation générale

On abordera le fonctionnement des marchés des facteurs de production, puis on s'intéressera à la concurrence imparfaite et aux dysfonctionnements des marchés.

### 3.1. Les marchés des facteurs de production

#### Objectifs

Comprendre la formation des prix sur les marchés des facteurs de production. Montrer comment les modalités de l'échange des facteurs de production déterminent la répartition primaire du revenu.

- 3.1.1. **Les marchés de facteurs en concurrence pure et parfaite**  
Les différents facteurs de production : ressources naturelles, travail, capital  
La demande de facteurs  
Productivité marginale et rémunération des facteurs
- 3.1.2. **Trois exemples de marché de facteurs : les limites de la concurrence pure et parfaite**  
Le marché du travail  
Les marchés des ressources naturelles  
Les marchés financiers

### 3.2. **La concurrence imparfaite**

#### **Objectifs**

Prendre en compte la diversité des marchés en relâchant les hypothèses de la concurrence pure et parfaite. Comprendre les pratiques anticoncurrentielles à l'œuvre sur les différents marchés.

- 3.2.1. **Les structures de marché en concurrence imparfaite**  
Le monopole : différentes formes et rente du monopoleur  
L'équilibre en situation oligopolistique : l'exemple du duopole, initiation à la théorie des jeux (dilemme du prisonnier et équilibre de Nash)  
La concurrence monopolistique : la différenciation des produits
- 3.2.2. **La lutte contre les pratiques anti-concurrentielles**  
Barrières à l'entrée, ententes, abus de position dominante  
Politique de la concurrence et dérèglementation

### 3.3. **Défaillances et inefficience des marchés**

#### **Objectifs**

Comprendre que le marché peut ne pas assurer la meilleure allocation des ressources en matière de biens publics et en présence d'externalités. Analyser le rôle clé de l'information en économie.

- 3.3.1. **Les défaillances des marchés**  
Biens collectifs et biens communs  
Les externalités et leur prise en compte
- 3.3.2. **Les asymétries d'information sur les marchés**  
La sélection adverse : définition et modalités de révélation de l'information privée  
L'aléa moral : définition et modalités d'incitation

## **Module 4. Macroéconomie II**

### **Orientation générale**

On étudiera l'opposition entre les modèles traditionnels « classique » et « keynésien » et on présentera les enjeux des débats contemporains.

### 4.1. **Les modèles macroéconomiques « classique » et « keynésien »**

#### **Objectifs**

Comprendre la représentation de l'économie que proposent ces modèles et leurs implications en matière de politique économique.

Montrer que le modèle « classique » se caractérise par un équilibre de plein emploi dans lequel les marchés sont à l'équilibre, au sein duquel la monnaie n'influence pas les grandeurs réelles, et dans lequel les ajustements se font par les prix.

Montrer que le modèle « keynésien » permet de mettre en évidence un équilibre de sous-emploi dans lequel s'ajustent les quantités et non les prix, et qu'il constitue un outil d'analyse des politiques conjoncturelles en économie fermée (IS-LM) et en économie ouverte (IS-LM-BP).

- 4.1.1. L'approche macroéconomique « classique »
  - Flexibilité des salaires et équilibre sur le marché du travail
  - L'équilibre épargne investissement sur le marché des fonds prêtables
  - La neutralité de la monnaie
  - Le modèle et sa critique
- 4.1.2. Le modèle IS-LM
  - La construction des courbes IS et LM
  - L'équilibre IS-LM
  - Les politiques conjoncturelles analysées à travers le modèle IS-LM
- 4.1.3. Le modèle IS-LM-BP
  - Les relations IS-LM en économie ouverte
  - La construction de la courbe BP
  - L'équilibre IS-LM-BP
  - Les politiques conjoncturelles analysées à travers le modèle IS-LM-BP

## 4.2. Les nouvelles approches de la macroéconomie

### Objectifs

Montrer que les débats contemporains en macroéconomie constituent un enjeu essentiel des politiques économiques.

- 4.2.1. Le modèle offre globale et demande globale
  - La construction des courbes
  - Chocs d'offre, chocs de demande et politiques économiques
- 4.2.2. La prise en compte des anticipations et de la qualité de l'information
  - La formation des anticipations : adaptatives, rationnelles
  - Les conséquences des formes d'anticipation sur les politiques économiques
  - Information imparfaite, équilibre macroéconomique et politiques économiques



# Annexe 3

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **économique et commerciale**

Option : **Economique (ECE)**

Discipline : **Economie, sociologie et histoire du monde contemporain (ESH)**

**Première et seconde années**

## **Programme d'Économie, Sociologie et Histoire du monde contemporain (ESH) CPGE Économique et commerciale, voie économique (ECE)**

### **Présentation générale**

L'enseignement d'économie, sociologie et histoire vise à apporter aux étudiants les instruments d'analyse et de compréhension du monde contemporain. Pour cela, il associe trois approches complémentaires : la science économique, l'histoire économique et sociale et la sociologie.

Dans la continuité des programmes du cycle terminal de la série économique et sociale, cet enseignement a pour ambition de développer les compétences de synthèse, d'analyse et d'argumentation des étudiants. Ils devront maîtriser les principaux concepts, mécanismes et modèles de l'analyse économique (en articulation avec le cours d'économie approfondie), savoir mobiliser et mettre en perspective de façon pertinente les principaux phénomènes économiques et sociaux depuis le début du XIX<sup>e</sup> siècle et maîtriser les éléments de base, les méthodes et démarches de la sociologie, plus particulièrement celle des organisations et des institutions.

L'étude des analyses théoriques et des fondements méthodologiques de l'économie et de la sociologie ne doit pas faire perdre de vue la dimension historique. Il s'agira, dans une perspective dynamique, d'expliquer les faits économiques et sociaux par l'analyse ou d'éclairer l'analyse par les faits.

Le programme est structuré en quatre modules semestriels dont le premier a pour objectif de faciliter la transition entre l'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur, en favorisant l'adaptation des étudiants à ce nouvel enseignement.

Le premier module présente les bases et les méthodes essentielles de l'économie et de la sociologie, puis introduit une dimension historique. Le deuxième module traite de la croissance et du développement depuis le début du XIX<sup>e</sup> siècle. Le troisième module est consacré à l'étude du phénomène complexe de la mondialisation. Le quatrième module est centré sur les déséquilibres et l'action des pouvoirs publics.

### **Module 1. Les fondements de l'économie et de la sociologie**

- 1-1/ Les fondements de l'économie
- 1.2/ Les fondements de la sociologie
- 1.3/ Entreprise et organisations

### **Module 2. Croissance et développement du XIX<sup>e</sup> siècle à nos jours**

- 2.1/ Croissance et fluctuations depuis le XIX<sup>e</sup> siècle
- 2.2/ Les transformations des structures économiques, sociales et démographiques depuis le XIX<sup>e</sup> siècle
- 2.3/ Economie et sociologie du développement

### **Module 3. La mondialisation économique et financière**

- 3.1/ La dynamique de la mondialisation économique
- 3.2/ La dynamique de la mondialisation financière
- 3.3/ L'intégration européenne

### **Module 4. Déséquilibres, régulation et action publique**

- 4.1/ Les déséquilibres macroéconomiques et financiers
- 4.2/ Les politiques économiques
- 4.3/ Les politiques sociales

## Module 1. Les fondements de l'économie et de la sociologie

### Orientation générale

Ce module est un rappel et une introduction aux bases essentielles de l'économie et de la sociologie. Il est structuré en trois parties. Les deux premières font le lien avec les programmes de l'enseignement secondaire de sciences économiques et sociales, la troisième met l'accent sur la question centrale des organisations.

### 1.1/ Les fondements de l'économie

#### Objectifs

Il s'agira ici d'étudier le cadre général des activités économiques et l'histoire de la pensée économique pour éclairer les enjeux économiques contemporains.

#### 1.1.1. Les acteurs et les grandes fonctions de l'économie

#### 1.1.2. Le financement de l'économie

#### 1.1.3. Les grands courants de l'analyse économique depuis le XVI<sup>e</sup> siècle

#### Commentaires

L'étude des problèmes économiques suppose une bonne connaissance des acteurs qui interagissent au sein d'une économie. On étudiera les caractéristiques des principaux acteurs (ménages, entreprises, pouvoirs publics) ainsi que les grandes opérations (production, répartition primaire et redistribution, consommation et épargne, investissement, échanges extérieurs). Cette approche, nécessairement synthétique, sera développée dans les éléments de comptabilité nationale traités dans le programme de l'enseignement d'économie approfondie.

On étudiera les formes et les fonctions de la monnaie, le processus de création monétaire et les différents modes de financement de l'économie sans analyser précisément les politiques monétaires qui seront traitées en seconde année.

Enfin on présentera les grands courants de la pensée économique depuis la naissance de l'économie politique, ainsi que les filiations entre les auteurs.

### 1.2/ Les fondements de la sociologie

#### Objectifs

Il s'agira ici de montrer que la sociologie est aujourd'hui une discipline constituée, avec ses concepts, ses méthodes, ses auteurs reconnus et qu'elle apporte une contribution essentielle à la connaissance du social.

#### 1.2.1. Objet et méthodes

#### 1.2.2. Les grands courants de l'analyse sociologique depuis le XIX<sup>e</sup> siècle

#### Commentaires

Débuter par l'objet et les méthodes (quantitatives et qualitatives) permettra de mettre l'accent sur l'histoire de la construction de la sociologie et du débat sur les méthodes au XIX<sup>e</sup> siècle. On étudiera ensuite les différents courants de l'analyse sociologique, structurés autour de leurs grands auteurs, tout en évitant de présenter des oppositions irréductibles entre les différentes approches.

### 1.3/ Entreprise et organisations

#### Objectifs

Il s'agira ici de présenter l'entreprise, organisation centrale de l'activité économique, mais aussi d'étudier plus largement l'importance des organisations s'inscrivant dans l'évolution des sociétés contemporaines.

#### 1.3.1. Les transformations de l'entreprise depuis le XIX<sup>e</sup> siècle

#### 1.3.2. Analyse économique de l'entreprise

#### 1.3.3. Éléments de sociologie des organisations



## Commentaires

Les entreprises sont à l'origine des mutations du système productif en même temps qu'elles sont transformées par les évolutions économiques et sociales. L'analyse de la place des entreprises dans les révolutions industrielles doit permettre de mettre en exergue leur rôle moteur dans l'émergence des nouveaux modes productifs.

Il conviendra de s'interroger sur la nature de la firme notamment comme mode d'allocation des ressources, sur l'efficacité des formes organisationnelles et sur les transformations des modes de gouvernance. On soulignera le rôle de l'entrepreneur.

Les éléments de sociologie des organisations, au-delà de la définition de l'organisation, permettront d'étudier comment les acteurs construisent et coordonnent des activités organisées. L'analyse de l'évolution organisationnelle doit permettre de comprendre pourquoi l'analyse stratégique et systémique est devenue dominante, mais sans faire l'impasse sur les autres approches, notamment celles liées à la culture d'entreprise et à l'identité au travail. On veillera à placer le développement des organisations dans son contexte historique.

## Module 2. Croissance et développement du XIX<sup>e</sup> siècle à nos jours

### Orientation générale

La croissance et le développement sont à l'origine des changements économiques, sociaux, démographiques comme ils sont modifiés par ceux-là. Cette réciprocity nécessitera d'étudier les théories de la croissance et de montrer qu'il existe des fluctuations dans lesquelles les crises sont souvent des facteurs déclencheurs. L'étude de la dimension historique des changements économiques, sociaux et démographiques éclairera les analyses plus théoriques. On mobilisera l'économie et la sociologie du développement pour analyser les inégalités de développement et la soutenabilité du développement.

### 2.1/ Croissance et fluctuations depuis le XIX<sup>e</sup> siècle

#### Objectifs

L'analyse historique et l'analyse économique sont essentielles pour comprendre la croissance. Il faudra repérer les fluctuations économiques et en avancer les explications.

#### 2.1.1. La croissance économique

#### 2.1.2. Fluctuations et crises économiques

### Commentaires

La croissance moderne peut s'analyser comme un processus relativement progressif ou comme l'œuvre de ruptures. Il s'agira de présenter les faits stylisés de la croissance depuis la révolution industrielle en montrant que tous les territoires ne sont pas concernés en même temps et avec la même intensité. On présentera les sources et mécanismes de la croissance et les grands courants d'analyse.

Les différents modèles permettent de s'interroger sur le caractère inéluctable ou non des déséquilibres accompagnant la croissance et sur leur origine, exogène ou endogène. On étudiera les sources du progrès technique et son rôle dans la croissance.

Au-delà de la typologie des cycles, on s'interrogera sur la mesure des fluctuations et sur leur chronologie. On soulignera le rôle des crises comme facteur de rupture et de démarrage des cycles. On abordera les différentes interprétations des fluctuations et des crises.

### 2.2/ Les transformations des structures économiques, sociales et démographiques depuis le XIX<sup>e</sup> siècle

#### Objectifs

On présentera les transformations des structures économiques, sociales et démographiques et on montrera que leurs relations avec la croissance sont complexes.

### 2.2.1. Les transformations des structures économiques et financières

### 2.2.2. Les transformations des structures sociales

### 2.2.3. Les transformations démographiques

#### **Commentaires**

Croissance, développement et transformations du système productif sont en interaction permanente. On étudiera l'évolution de la productivité, ainsi que les mutations des secteurs d'activité et des modes de financement depuis la révolution industrielle.

Les transformations économiques s'accompagnent de transformations de la structure sociale. La prise en compte du temps long est nécessaire pour appréhender les évolutions des groupes sociaux.

Les relations entre démographie et économie sont complexes. On présentera les grands indicateurs démographiques dans leur mode de calcul et leurs significations. Les relations entre développement économique, évolution des pyramides des âges et flux démographiques pourront permettre de comprendre les évolutions passées et les problèmes contemporains.

## **2.3/ Économie et sociologie du développement**

### **Objectifs**

La convergence ou la divergence des évolutions des économies conduit à s'interroger sur les inégalités de développement et sur leurs origines. Après avoir décrit les formes prises par ces inégalités dans le monde contemporain, il conviendra de s'interroger sur la pérennisation et la soutenabilité du développement dans un monde aux ressources finies. Dans ce cadre, comme dans celui du développement en général, on mobilisera les travaux économiques et sociologiques sur le rôle des institutions, notamment le marché et l'Etat.

### 2.3.1. Les inégalités de développement

### 2.3.2. Stratégies et soutenabilité du développement

### 2.3.3. Economie et sociologie des institutions et du développement

#### **Commentaires**

On étudiera les inégalités de développement en montrant qu'elles sont évaluées à l'aune d'un modèle, celui des pays capitalistes avancés, et à travers de nombreux indicateurs. On montrera que leur appréhension n'est pas exempte de références axiologiques et qu'elle est dépendante des instruments de mesure. On montrera que ces inégalités existent entre les pays et au sein des pays.

On étudiera la notion de développement en s'interrogeant sur les stratégies qu'il est possible de mettre en œuvre. On montrera que, face aux échecs de certaines stratégies et face à certaines tentatives d'imposition d'un modèle unique, l'éclatement du tiers-monde pose la question de l'homogénéité du développement et renouvelle l'économie du développement.

On étudiera la manière dont des contraintes nouvelles en termes d'écologie et de soutenabilité pèsent de plus en plus sur le développement de l'ensemble du monde. On réfléchira aux conditions d'un développement durable, cette soutenabilité du développement nécessitant des stratégies de coopération à l'échelle régionale et mondiale.

On étudiera enfin le rôle des marchés et d'autres institutions, comme l'Etat, dans l'émergence du développement. On montrera que marché et Etat sont des constructions sociales qui ont eu, et ont encore, un rôle dans le développement des pays, mais qui ne peuvent être déconnectées de leurs conditions sociales d'émergence.

## **Module 3. La mondialisation économique et financière**

### **Orientation générale**

Ce module vise à étudier le phénomène de la mondialisation en rappelant ses origines historiques et en mettant l'accent sur son amplification et ses spécificités contemporaines. Aux deux premiers

chapitres qui traitent des dimensions économique et financière de la mondialisation, s'ajoute un troisième portant sur l'intégration européenne, partie prenante de la dynamique de la mondialisation mais aussi expérience singulière.

### 3.1/ La dynamique de la mondialisation économique

#### Objectifs

Il s'agit de retracer l'histoire de l'ouverture des économies depuis le XIX<sup>e</sup> siècle et d'en dresser un tableau contemporain présentant les tendances majeures et les acteurs principaux. En s'appuyant sur les théories économiques, on mettra en évidence les mécanismes et les vecteurs de la mondialisation et les débats qu'elle suscite.

#### 3.1.1. L'ouverture des économies depuis le XIX<sup>e</sup> siècle : évolution et acteurs

#### 3.1.2. L'analyse économique des échanges internationaux

#### 3.1.3. Régionalisation, gouvernance et régulations internationales

#### Commentaires

On présentera l'évolution des échanges des biens et services, des mouvements de facteurs de production et des politiques commerciales depuis le XIX<sup>e</sup> siècle. On mettra en évidence les spécificités des phénomènes contemporains, notamment le rôle des institutions internationales et le poids croissant des firmes multinationales dont il conviendra d'étudier les stratégies.

On mobilisera et on confrontera données factuelles et théories économiques pour traiter les questions de l'explication du contenu des échanges, des déterminants de la spécialisation, du choix entre libre-échange et protectionnisme. On analysera les différences de performances commerciales entre nations et les effets de la mondialisation en termes d'emploi et de répartition.

L'étude de la libéralisation multilatérale des échanges et celle des principales expériences d'intégration régionale nourrira un questionnement sur leur compatibilité. On réfléchira aux modalités de la gouvernance et de la régulation de la mondialisation.

### 3.2/ La dynamique de la mondialisation financière

#### Objectifs

Il s'agit de montrer que la mondialisation se manifeste aussi par l'émergence d'un marché mondial des capitaux dont on analysera le fonctionnement. On étudiera la façon dont flux réels et flux financiers influencent la formation des taux de change dans le cadre d'un système monétaire international dont on retracera les transformations depuis le XIX<sup>e</sup> siècle.

#### 3.2.1. La balance des paiements, taux de change et systèmes de change

#### 3.2.2. L'évolution du système monétaire international depuis le XIX<sup>e</sup> siècle

#### 3.2.3. Constitution et fonctionnement du marché mondial des capitaux

#### Commentaires

On étudiera la construction de la balance des paiements et la signification de ses soldes. En confrontant théories économiques et données factuelles, on s'interrogera sur les déterminants, réels et financiers, de la formation des taux de change. On analysera également les politiques de change et leur influence, et on discutera les forces et faiblesses respectives des différents systèmes de change.

On analysera les fonctions d'un système monétaire international, puis on présentera les différents systèmes qui se sont succédé depuis le XIX<sup>e</sup> siècle en étudiant les débats dont ils ont été l'objet.

On étudiera le développement des mouvements de capitaux depuis le XIX<sup>e</sup> siècle, puis on analysera le processus de globalisation financière. On présentera les caractéristiques des principaux flux financiers actuels et on mettra en évidence les interactions entre les différentes composantes du marché des capitaux. On s'interrogera sur les justifications de la globalisation financière et sur ses effets sur l'allocation du capital à l'échelle mondiale.

### 3.3/ L'intégration européenne

#### Objectifs

Il s'agit ici de présenter et d'analyser un des exemples les plus aboutis d'intégration régionale : l'Union européenne. On montrera que ce projet européen s'est construit progressivement, au fil des traités, des conflits et des accords, pour arriver à l'union économique et monétaire, symbolisée par l'adoption de la monnaie unique. On s'interrogera sur la possibilité de créer véritablement une Europe sociale qui reste un des grands enjeux des débats à venir.

#### 3.3.1. La dynamique de la construction européenne

#### 3.3.2. L'Europe économique et monétaire

#### 3.3.3. L'Europe sociale

#### Commentaires

On partira du questionnement, mené à partir des années 1950, autour de l'identité européenne. On montrera que l'intégration européenne s'est d'abord faite dans le domaine économique. On étudiera ensuite les différentes étapes de l'approfondissement de cette intégration économique mais aussi de l'élargissement. On analysera les difficultés auxquelles sont confrontées des économies situées à différents niveaux de développement.

On montrera les réalisations tangibles de l'Europe, d'abord dans le domaine économique (la politique agricole commune...), puis dans le domaine monétaire (système monétaire européen, monnaie unique...). On traitera les problèmes et les débats liés à la monnaie unique.

On abordera la question de l'Europe sociale à travers les instruments de coordination et d'harmonisation déjà mis en place en matière d'emploi et de politiques sociales. On montrera que le modèle social européen est un des grands enjeux de l'Europe.

## Module 4 : Déséquilibres, régulation et action publique

#### Orientation générale

Ce module est centré sur les déséquilibres économiques, sur leurs conséquences économiques et sociales, et sur l'intervention des pouvoirs publics. On identifiera et analysera ces grands déséquilibres. On étudiera la légitimité, l'intérêt et le rôle de l'intervention publique en matière économique et sociale.

### 4.1/ Les déséquilibres macroéconomiques et financiers

#### Objectifs

On étudiera les grands déséquilibres macroéconomiques en insistant particulièrement sur le chômage et l'inflation. On s'interrogera sur la construction des indicateurs et sur les analyses théoriques permettant d'appréhender ces grands déséquilibres. Cette approche sera complétée par une étude des crises financières et de leur régulation.

#### 4.1.1. Inflation et déflation

#### 4.1.2. Le chômage : évolution et analyses

#### 4.1.3. Les crises financières et leur régulation

#### Commentaires

Il s'agira de présenter les diverses explications de ces déséquilibres en s'appuyant sur des exemples depuis le XIX<sup>e</sup> siècle.

On retracera les principales tendances de l'évolution des prix et on mobilisera les théories économiques sur l'inflation et la déflation.

On montrera que la nature et l'intensité du chômage ont beaucoup varié dans le temps et dans l'espace. On abordera les différentes approches théoriques ; on mettra en avant les explications issues de l'arbitrage inflation/chômage et les analyses les plus récentes sur le chômage et l'emploi.

On étudiera les crises financières dans leur déroulement et leurs conséquences, et on s'intéressera aux mécanismes de régulation mis en œuvre et en débat.

## 4.2/ Les politiques économiques

### Objectifs

Il s'agira d'étudier, en mobilisant des exemples historiques et contemporains, l'intérêt et les limites de l'intervention économique des pouvoirs publics. On s'intéressera ensuite à la déclinaison des politiques économiques au niveau conjoncturel et structurel.

#### 4.2.1. Allocation des ressources et réglementation des marchés

#### 4.2.2. Les politiques de régulation du cycle économique

#### 4.2.3. Les politiques structurelles

### Commentaires

On étudiera le rôle de l'État dans l'allocation des ressources et la réglementation des marchés en s'appuyant sur des exemples passés et présents, notamment en réponse aux défaillances de marché.

On étudiera la manière dont les politiques économiques cherchent à agir sur les variables macroéconomiques en mettant l'accent sur les politiques menées depuis le début des années 1970, sans omettre les éclairages que peuvent apporter les périodes antérieures.

On analysera les modalités de l'intervention publique en matière budgétaire, monétaire, fiscale, d'emploi, d'innovation, de concurrence, etc. qui visent à réguler l'activité mais aussi à accroître la croissance potentielle des économies et leur compétitivité.

On montrera que ces politiques, qui ne s'exercent plus seulement dans un cadre national mais recouvrent également des actions coordonnées notamment au niveau européen, sont soumises à des contraintes et sont l'objet de controverses.

## 4.3/ Les politiques sociales

### Objectifs

On étudiera les fondements de la légitimité de l'intervention sociale de l'Etat. On montrera que les débats depuis le XIX<sup>e</sup> siècle influencent les politiques de lutte contre les inégalités et produisent des modèles différents d'Etat-providence et de protection sociale.

#### 4.3.1. Justice sociale et légitimation de l'intervention publique

#### 4.3.2. Les politiques de lutte contre les inégalités

#### 4.3.3. Etat-providence et protection sociale

### Commentaires

On étudiera, à travers les approches de la justice sociale, les débats sur l'intervention des pouvoirs publics concernant l'égalité, la redistribution, la reconnaissance et l'identité dans les sociétés contemporaines. On analysera l'influence des conceptions de la justice sociale sur le traitement des inégalités et de l'exclusion.

On étudiera les grands types de politiques de lutte contre les inégalités ainsi que leurs instruments, en insistant sur le coût et sur l'efficacité dans le temps des mesures prises par les pouvoirs publics, et sur les contraintes budgétaires qui pèsent sur ces politiques.

On mettra en évidence les différentes voies qu'ont pu emprunter les pays industrialisés pour faire émerger les grands systèmes d'Etat social et les difficultés auxquelles ils sont confrontés.

## Programmes de la classe préparatoire économique et commerciale, option scientifique (ECS)

NOR : ESRS1306082A

arrêté du 25-3-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

---

Vu code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêtés du 23-3-1995 ; arrêté du 3-7-1995 ; arrêté du 10-6-2003 ; arrêté du 22-6-2004 ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 25-2-2013

---

Article 1 - Le programme de première année de mathématiques-informatique de la classe préparatoire économique et commerciale, option scientifique (ECS), figurant à l'annexe 5 de l'arrêté du 10 juin 2003 susvisé, est remplacé par celui figurant en annexe 1 du présent arrêté.

Article 2 - Le programme de première et seconde années d'initiation aux sciences économiques de la classe préparatoire économique et commerciale, option scientifique (ECS), figurant à l'annexe 5 de l'arrêté du 3 juillet 1995 susvisé, est remplacé par celui figurant à l'annexe 2 du présent arrêté.

Article 3 - Le programme de première et seconde années d'histoire, géographie et géopolitique du monde contemporain de la classe préparatoire économique et commerciale, option scientifique (ECS), figurant en annexe de l'arrêté du 22 juin 2004 susvisé, est remplacé par celui figurant à l'annexe 3 du présent arrêté.

Article 4 - Est modifiée comme suit l'annexe 1 de l'arrêté du 23 mars 1995 susvisé en ce qui concerne l'intitulé d'une des disciplines :

**Au lieu de** : initiation aux sciences économiques

**Lire** : économie.

Article 5 - Les programmes de première année du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013, et ceux relatifs à la seconde année à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 6 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 25 mars 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,

Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

**Annexes**

↳ Programmes



# Annexe 1

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

---

Filière : **économique et commerciale**

---

Option : **Scientifique (ECS)**

---

Discipline : **Mathématiques-  
Informatique**

**Première année**



# Table des matières

<b>INTRODUCTION</b>	<b>3</b>
<b>1 Objectifs généraux de la formation</b>	<b>3</b>
<b>2 Compétences développées</b>	<b>3</b>
<b>3 Architecture des programmes</b>	<b>4</b>
<b>ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU PREMIER SEMESTRE</b>	<b>6</b>
<b>I - Raisonnement et vocabulaire ensembliste</b>	<b>6</b>
1 - Éléments de logique . . . . .	6
2 - Raisonnement par récurrence et calcul de sommes et de produits . . . . .	6
3 - Ensembles, applications . . . . .	6
a) Ensembles, parties d'un ensemble . . . . .	6
b) Applications . . . . .	6
<b>II - Nombres complexes et polynômes</b>	<b>7</b>
1 - Nombres complexes . . . . .	7
2 - Polynômes . . . . .	7
<b>III - Algèbre linéaire</b>	<b>7</b>
1 - Calcul matriciel . . . . .	8
a) Matrices rectangulaires . . . . .	8
b) Cas des matrices carrées . . . . .	8
2 - Systèmes linéaires . . . . .	8
3 - Introduction aux espaces vectoriels et sous-espaces vectoriels . . . . .	8
<b>IV - Suites de nombres réels</b>	<b>9</b>
1 - Vocabulaire sur l'ensemble $\mathbf{R}$ des nombres réels . . . . .	9
2 - Exemples de suites réelles . . . . .	9
3 - Convergence des suites réelles - Théorèmes fondamentaux . . . . .	9
<b>V - Fonctions réelles d'une variable réelle</b>	<b>10</b>
1 - Limite et continuité d'une fonction d'une variable en un point . . . . .	10
2 - Étude globale des fonctions d'une variable sur un intervalle . . . . .	11
3 - Dérivation . . . . .	11
4 - Intégration sur un segment . . . . .	12

<b>VI - Probabilités sur un univers fini</b>	<b>13</b>
1 - Généralités . . . . .	13
a) Observation d'une expérience aléatoire - Événements . . . . .	13
b) Probabilité . . . . .	13
c) Probabilité conditionnelle . . . . .	13
d) Indépendance en probabilité . . . . .	14
2 - Variables aléatoires réelles . . . . .	14
3 - Lois usuelles . . . . .	15
4 - Compléments de combinatoire . . . . .	15
<b>ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU SECOND SEMESTRE</b>	<b>15</b>
<b>I - Algèbre linéaire</b>	<b>15</b>
1 - Espaces vectoriels de dimension finie . . . . .	15
2 - Compléments sur les espaces vectoriels . . . . .	16
3 - Applications linéaires . . . . .	16
a) Cas général . . . . .	16
b) Cas de la dimension finie . . . . .	16
c) Matrices et applications linéaires . . . . .	17
d) Cas des endomorphismes et des matrices carrées . . . . .	17
<b>II - Compléments d'analyse</b>	<b>17</b>
1 - Étude asymptotique des suites . . . . .	18
2 - Comparaison des fonctions d'une variable au voisinage d'un point . . . . .	18
3 - Séries numériques . . . . .	18
4 - Intégrales sur un intervalle quelconque . . . . .	19
5 - Dérivées successives . . . . .	19
6 - Formules de Taylor . . . . .	19
7 - Développements limités . . . . .	20
8 - Extremum . . . . .	20
9 - Fonctions convexes . . . . .	20
<b>III - Probabilités sur un univers quelconque</b>	<b>21</b>
1 - Espace probabilisé . . . . .	21
2 - Généralités sur les variables aléatoires réelles . . . . .	22
3 - Variables aléatoires réelles discrètes . . . . .	22
4 - Lois de variables discrètes usuelles . . . . .	23
5 - Introduction aux variables aléatoires à densité . . . . .	23
6 - Lois de variables à densité usuelles . . . . .	24

7 - Convergences et approximations . . . . .	24
a) Convergence en probabilité . . . . .	24
b) Convergence en loi . . . . .	25
<b>ENSEIGNEMENT ANNUEL D'INFORMATIQUE ET ALGORITHMIQUE</b>	<b>26</b>
<b>I - Éléments d'informatique et d'algorithmique</b>	<b>26</b>
1 - L'environnement logiciel . . . . .	26
a) Constantes prédéfinies. Création de variables par affectation. . . . .	26
b) Constructions de vecteurs et de matrices numériques. . . . .	26
c) Opérations élémentaires . . . . .	26
d) Fonctions usuelles prédéfinies . . . . .	26
2 - Graphisme en deux dimensions . . . . .	27
3 - Programmation d'algorithmes et de fonctions . . . . .	27
<b>II - Liste de savoir-faire exigibles en première année</b>	<b>27</b>

## INTRODUCTION

### 1 Objectifs généraux de la formation

Les mathématiques jouent un rôle important en sciences économiques et en gestion, dans les domaines notamment de la finance ou de la gestion d'entreprise, de la finance de marché, des sciences sociales. Les probabilités et la statistique interviennent dans tous les secteurs de l'économie et dans une grande variété de contextes (actuariat, biologie, épidémiologie, finance quantitative, prévision économique, ...) où la modélisation de phénomènes aléatoires à partir de bases de données est indispensable.

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement des classes préparatoires économiques et commerciales et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants. Ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations.

Les limites du programme sont clairement précisées. Elles doivent être respectées aussi bien dans le cadre de l'enseignement en classe que dans l'évaluation.

L'objectif n'est pas de former des professionnels des mathématiques, mais des personnes capables d'utiliser des outils mathématiques ou d'en comprendre l'usage dans diverses situations de leur parcours académique et professionnel.

Une fonction fondamentale de l'enseignement des mathématiques dans ces classes est de structurer la pensée des étudiants et de les former à la rigueur et à la logique en insistant sur les divers types de raisonnement (par équivalence, implication, l'absurde, analyse-synthèse, ...).

### 2 Compétences développées

L'enseignement de mathématiques en classes préparatoires économiques et commerciales vise en particulier à développer chez les étudiants les compétences suivantes :

- **Rechercher et mettre en œuvre des stratégies adéquates** : savoir analyser un problème, émettre des conjectures notamment à partir d'exemples, choisir des concepts et des outils mathématiques pertinents.
- **Modéliser** : savoir conceptualiser des situations concrètes (phénomènes aléatoires ou déterministes) et les traduire en langage mathématique, élaborer des algorithmes.
- **Interpréter** : être en mesure d'interpréter des résultats mathématiques dans des situations concrètes, avoir un regard critique sur ces résultats.
- **Raisonner et argumenter** : savoir conduire une démonstration, confirmer ou infirmer des conjectures.
- **Maîtriser le formalisme et les techniques mathématiques** : savoir employer les symboles mathématiques à bon escient, être capable de mener des calculs de manière pertinente et efficace. Utiliser avec discernement l'outil informatique.
- **Communiquer par écrit et oralement** : comprendre les énoncés mathématiques, savoir rédiger une solution rigoureuse, présenter une production mathématique.

### 3 Architecture des programmes

Le niveau de référence à l'entrée de la filière EC voie scientifique est celui de l'enseignement obligatoire de la classe de terminale scientifique. Le programme se situe dans le prolongement de ceux des classes de première et terminale de la filière S.

Il est indispensable que chaque enseignant ait une bonne connaissance des programmes du lycée, afin que ses approches pédagogiques ne soient pas en rupture avec l'enseignement qu'auront reçu les étudiants en classes de première et de terminale.

Le programme s'organise autour de quatre points forts qui trouveront leur prolongement dans les études futures des étudiants :

- L'algèbre linéaire est abordée d'abord par le calcul matriciel, outil indispensable pour le calcul multidimensionnel, puis par les espaces vectoriels. La pratique de l'algèbre linéaire permet de développer chez l'étudiant des capacités d'abstraction, mais aussi de renforcer sa démarche logique indispensable en mathématiques.
- L'analyse vise à mettre en place les méthodes courantes de travail sur les suites et les fonctions et permet de développer la rigueur. On s'attache principalement à développer l'aspect opératoire. On n'insiste donc ni sur les questions trop fines ou spécialisées ni sur les exemples « pathologiques ». On évite les situations conduisant à une trop grande technicité calculatoire.
- Les probabilités s'inscrivent dans la continuité de la formation initiée dès la classe de troisième et poursuivie jusqu'en classe de terminale. Le formalisme abstrait (axiomatique de Kolmogorov) donnera de nouveaux outils de modélisation de situations concrètes.
- L'informatique est enseignée tout au long de l'année en lien direct avec le programme de mathématiques. Cette pratique régulière permettra aux étudiants de construire ou de reconnaître des algorithmes relevant par exemple de la simulation de lois de probabilité, de la recherche de valeurs approchées en analyse ou d'outils de calculs en algèbre linéaire.

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme. Les probabilités permettent en particulier d'utiliser certains résultats d'analyse (suites, séries, intégrales...) et d'algèbre linéaire et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.

Le programme de mathématiques est organisé en deux semestres de volume sensiblement équivalent. Ce découpage en deux semestres d'enseignement doit être respecté. En revanche, au sein de chaque semestre, aucun ordre particulier n'est imposé et chaque professeur conduit en toute liberté l'organisation

de son enseignement, bien que la présentation par blocs soit fortement déconseillée.

Dans le contenu du premier semestre, figurent les notions nécessaires et les objets de base qui serviront d'appui à la suite du cours. Ces éléments sont accessibles à tous les étudiants quelles que soient les pratiques antérieures et potentiellement variables de leurs lycées d'origine, et la spécialité qu'ils auront choisie en classe de terminale. Ces contenus vont, d'une part, permettre une approche plus approfondie et rigoureuse de concepts déjà présents mais peu explicités au lycée, et d'autre part, mettre en place certaines notions et techniques de calcul et de raisonnement fondamentales pour la suite du cursus.

En continuité avec les programmes du lycée, le concept de variable aléatoire à densité est présenté dès la première année sur des exemples simples, et permet de justifier l'introduction des intégrales généralisées en analyse, de même que l'étude des variables discrètes pour l'introduction aux séries.

L'algèbre linéaire est abordée, au premier semestre, par le biais du calcul : calcul matriciel, systèmes d'équations linéaires. Des rudiments de vocabulaire général sur les espaces vectoriels sont introduits lors du premier semestre. Ce choix a pour ambition de familiariser les étudiants avec le calcul multidimensionnel afin de les préparer à l'introduction de la notion abstraite d'espace vectoriel, qui sera étudiée essentiellement au second semestre.

En analyse, le premier semestre permet de consolider et approfondir des notions familières aux étudiants, comme les suites, les intégrales et les dérivées. Le second semestre généralise les notions du premier semestre en introduisant les séries et les intégrales généralisées, dans l'objectif de l'étude des probabilités.


Pour les probabilités, on se place sur les espaces probabilisés finis au premier semestre, plus généraux au second semestre, les variables aléatoires à densité étant abordées au second semestre.

Le programme se présente de la manière suivante : dans la colonne de gauche figurent les contenus exigibles des étudiants ; la colonne de droite comporte des précisions sur ces contenus, des applications ou des exemples d'activités.

Les développements formels ou trop théoriques doivent être évités. Ils ne correspondent pas au cœur de formation de ces classes préparatoires.

La plupart des résultats mentionnés dans le programme seront démontrés. Pour certains marqués comme « admis », la présentation d'une démonstration en classe est déconseillée.

Les travaux dirigés sont le moment privilégié de la mise en œuvre, et de la prise en main par les étudiants des techniques usuelles et bien délimitées inscrites dans le corps du programme. Cette maîtrise s'acquiert notamment par l'étude de problèmes que les étudiants doivent *in fine* être capables de résoudre par eux-mêmes.

Le symbole  indique les parties du programme pouvant être traitées en liaison avec l'informatique. L'enseignement informatique est commun à l'ensemble des filières des classes économiques. Le logiciel de référence choisi pour ce programme est Scilab.

Dans tout ce qui suit,  $\mathbf{K}$  désigne exclusivement  $\mathbf{R}$  ou  $\mathbf{C}$ .

## ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU PREMIER SEMESTRE

### I - Raisonnement et vocabulaire ensembliste

#### 1 - Éléments de logique

*L'objectif est d'acquérir le vocabulaire élémentaire des raisonnements mathématiques, mais tout exposé théorique est exclu. Les notions de ce paragraphe pourront être présentées en contexte au cours du semestre, évitant ainsi une présentation trop formelle.*

Connecteurs : et, ou, non, implication, réciproque, contraposée.

Quantificateurs :  $\forall$ ,  $\exists$ .

On présentera des exemples de phrases mathématiques utilisant les connecteurs et les quantificateurs, et on expliquera comment écrire leurs négations.

#### 2 - Raisonnement par récurrence et calcul de sommes et de produits

Emploi du raisonnement par récurrence.

Formules donnant :  $\sum_{k=0}^n q^k$ ,  $\sum_{k=1}^n k$ .

Notations  $\sum$ ,  $\prod$ .

Définition de  $n!$ .

Tout exposé théorique sur le raisonnement par récurrence est exclu.

Exemple : formules donnant  $\sum_{k=1}^n k^2$ ,  $\sum_{k=1}^n k^3$ .

Les étudiants doivent savoir employer les notations  $\sum_{i=1}^n u_i$  et  $\sum_{i \in A} u_i$  où  $A$  désigne un sous-ensemble fini de  $\mathbf{N}$  ou  $\mathbf{N}^2$ .  $\square$

#### 3 - Ensembles, applications

*L'objectif est d'acquérir le vocabulaire élémentaire sur les ensembles et les applications, en vue de préparer l'étude des chapitres d'algèbre linéaire et de probabilité, mais tout exposé théorique est exclu.*

##### a) Ensembles, parties d'un ensemble

Appartenance. Inclusion. Notations  $\in$ ,  $\subset$ .

Ensemble  $\mathcal{P}(E)$  des parties de  $E$ .

Complémentaire. Notation  $\bar{A}$ .

Union, intersection. Notations  $\cap$ ,  $\cup$ .

Distributivité. Lois de Morgan.

Définition du produit cartésien d'ensembles.

On pourra donner l'exemple de  $\mathcal{P}(\{1, \dots, 6\})$  afin de faciliter l'introduction de la notion de tribu.

La notation  $\bar{A}$  est à privilégier. En cas d'ambiguïté, on utilisera la notation  $\mathcal{C}_E^A$ .

On fera le lien entre les opérations ensemblistes et les connecteurs logiques usuels.

On introduira les notations  $\mathbf{R}^2$  et  $\mathbf{R}^n$ .

##### b) Applications

Définition. Composée de deux applications.  
Restriction et prolongement d'une application.  
Applications injectives, surjectives, bijectives.

Ces deux notions ne seront introduites que dans les cours d'algèbre linéaire et d'analyse.  
On pourra donner des exemples issus du cours d'analyse.

## II - Nombres complexes et polynômes

### 1 - Nombres complexes

*L'objectif de l'étude des nombres complexes est d'aboutir au théorème de d'Alembert-Gauss et à la factorisation dans  $\mathbf{R}[X]$  et  $\mathbf{C}[X]$  de polynômes à coefficients réels. La construction de  $\mathbf{C}$  est hors programme et les acquis de la classe de terminale seront complétés. On évitera toute manipulation trop technique faisant intervenir les nombres complexes. Les résultats concernant les racines  $n$ -èmes de l'unité ne sont pas exigibles des étudiants.*

Notation algébrique d'un nombre complexe, partie réelle et partie imaginaire.  
Conjugué d'un nombre complexe.  
Notation exponentielle. Module, argument.  
Formules d'Euler et de Moivre.

On donnera l'interprétation géométrique d'un nombre complexe.

Brève révision de la trigonométrie.  
Formules donnant  $\cos(a + b)$  et  $\sin(a + b)$ .  
Les racines  $n$ -èmes de l'unité pourront être étudiées comme exemples d'utilisation de la notation exponentielle.

### 2 - Polynômes

*La construction des polynômes formels n'est pas au programme, on pourra identifier polynômes et fonctions polynomiales. Les démonstrations des résultats de ce paragraphe ne sont pas exigibles.*

Ensemble  $\mathbf{K}[X]$  des polynômes à coefficients dans  $\mathbf{K}$ .


Opérations algébriques.

Degré.


Par convention  $\deg(0) = -\infty$ .

Ensembles  $\mathbf{K}_n[X]$  des polynômes à coefficients dans  $\mathbf{K}$  de degré au plus  $n$ .

Division euclidienne.

Multiples et diviseurs. 

Racines, ordre de multiplicité d'une racine.

Cas du trinôme. 

Caractérisation de la multiplicité par factorisation d'une puissance de  $(X - a)$ .

Théorème de d'Alembert-Gauss.

Résultat admis.

Exemples simples de factorisation dans  $\mathbf{C}[X]$  et  $\mathbf{R}[X]$  de polynômes de  $\mathbf{R}[X]$ . Les méthodes devront être indiquées.

## III - Algèbre linéaire

*L'objet de ce chapitre est de mettre en place l'outil vectoriel dès le premier semestre, afin de confronter rapidement les étudiants aux notions étudiées dans le cours d'algèbre linéaire.*

Dans un premier temps, on présentera la notion de matrices et l'on familiarisera les étudiants à la manipulation de ces objets avant d'en aborder les aspects vectoriels.

L'étude de ce chapitre pourra être menée en lien avec l'algorithmique en ce qui concerne le calcul matriciel. ►

## 1 - Calcul matriciel

### a) Matrices rectangulaires

Ensemble  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{K})$  des matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes à coefficients dans  $\mathbf{K}$ .

Opérations dans  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{K})$ .

Produit matriciel.

Transposée d'une matrice.

Transposition d'un produit.

Addition, multiplication par un scalaire. ►

On pourra faire le lien entre le produit  $AB$  et le produit de  $A$  avec les colonnes de  $B$ . ►

Notation  ${}^tA$ .

### b) Cas des matrices carrées

Ensemble  $\mathcal{M}_n(\mathbf{K})$  des matrices carrées d'ordre  $n$  à coefficients dans  $\mathbf{K}$ .

Matrices triangulaires, diagonales, symétriques, antisymétriques.

Matrices inversibles, inverse d'une matrice.

Ensemble  $GL_n(\mathbf{K})$ .

Inverse d'un produit. Transposition de l'inverse.

Formule donnant l'inverse d'une matrice carrée d'ordre 2.

On admettra que pour une matrice carrée, un inverse à gauche ou à droite est l'inverse.

## 2 - Systèmes linéaires

*Tout développement théorique est hors programme.*

Définition d'un système linéaire.

Écriture matricielle d'un système linéaire.

Système homogène. Système de Cramer.

Résolution d'un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss.

La méthode sera présentée à l'aide d'exemples.

On adoptera les notations suivantes pour le codage des opérations élémentaires sur les lignes :

$L_i \leftarrow L_i + aL_j$  avec  $i \neq j$  ,  $L_i \leftarrow aL_i$  ( $a \neq 0$ ),  
 $L_j \leftrightarrow L_i, L_i \leftarrow aL_i + bL_j$  ( $a \neq 0, i \neq j$ ). ►

Calcul de l'inverse de la matrice  $A$  par la résolution du système  $AX = Y$ .

Inversibilité des matrices triangulaires, diagonales.

## 3 - Introduction aux espaces vectoriels et sous-espaces vectoriels



Cette première approche des espaces vectoriels permet d'introduire le vocabulaire et sera accompagnée de nombreux exemples.

Il sera possible, à l'occasion d'autres chapitres en analyse ou probabilité, de rappeler la structure d'espace vectoriel des ensembles les plus courants, afin de familiariser les étudiants avec le vocabulaire et les notions fondamentales, avant une étude plus approfondie des espaces vectoriels au second semestre.

Le programme se place dans le cadre des espaces vectoriels sur  $\mathbf{K}$ . Les notions de corps, d'algèbre et de groupe sont hors programme.

Structure d'espace vectoriel.  
Sous-espaces vectoriels.

Cette étude doit être accompagnée de nombreux exemples issus de l'algèbre (espaces  $\mathbf{K}^n$ , espaces de polynômes, espaces de matrices), de l'analyse (espaces de suites, de fonctions).

Combinaisons linéaires.  
Sous-espace engendré.

On ne considèrera que des combinaisons linéaires de familles finies.

Une famille finie d'un espace vectoriel  $E$  est la donnée d'une liste finie  $(x_1, \dots, x_n)$  de vecteurs de  $E$ . Le cardinal de cette famille est  $n$ .

Définition d'une famille libre, d'une famille génératrice, d'une base.

On se limitera à des familles et des bases de cardinal fini.

Exemple de la base canonique de  $\mathbf{K}^n$ .

#### IV - Suites de nombres réels

L'objectif de ce chapitre est de familiariser les étudiants dès le premier semestre avec des méthodes d'analyse. La construction de  $\mathbf{R}$  est hors programme et le théorème de la borne supérieure est admis.

##### 1 - Vocabulaire sur l'ensemble $\mathbf{R}$ des nombres réels

Valeur absolue. Inégalité triangulaire.

Majorant, minorant, maximum, minimum, borne supérieure, borne inférieure d'une partie non vide de  $\mathbf{R}$ .

Théorème de la borne supérieure.

Partie entière d'un réel.

Quand il existe, le maximum de  $A$  coïncide avec la borne supérieure de  $A$ .

Résultat admis.

Notation  $[x]$ . La notation  $E(\cdot)$  est réservée à l'espérance mathématique.

##### 2 - Exemples de suites réelles

Suites arithmético-géométriques.

Suites vérifiant une relation linéaire de récurrence d'ordre 2 à coefficients réels. Équation caractéristique.

On se ramènera au cas d'une suite géométrique.

Cette partie pourra être l'occasion d'illustrer, dans un cas concret, les notions de famille libre, génératrice et de base. Dans le cas de racines complexes conjuguées  $\alpha$  et  $\bar{\alpha}$ , on pourra introduire les suites  $(\operatorname{Re}(\alpha^n))$  et  $(\operatorname{Im}(\alpha^n))$ .  $\blacktriangleright$

##### 3 - Convergence des suites réelles - Théorèmes fondamentaux

Limite d'une suite, suites convergentes.

On dit que  $(u_n)$  converge vers  $\ell$  si tout intervalle ouvert contenant  $\ell$  contient les  $u_n$  pour tous les indices  $n$ , sauf pour un nombre fini d'entre eux. On donnera une définition quantifiée de la limite  $\ell$  (traduction en  $\varepsilon, n_0$ ) sans en faire une utilisation systématique.

Généralisation aux suites tendant vers  $\pm\infty$ .

Unicité de la limite.

Opérations algébriques sur les suites convergentes.

Compatibilité du passage à la limite avec la relation d'ordre.

Existence d'une limite par encadrement.

Suites monotones, croissantes, décroissantes, suites adjacentes.

Théorème de limite monotone.

Toute suite croissante majorée (respectivement décroissante minorée) converge, la limite étant la borne supérieure (respectivement inférieure) de l'ensemble des valeurs de la suite.

Une suite croissante non majorée (respectivement décroissante non minorée) tend vers  $+\infty$  (respectivement  $-\infty$ ).

Deux suites adjacentes convergent et ont même limite.

Rappel des croissances comparées.

Comparaisons des suites  $(n!)$ ,  $(n^a)$ ,  $(q^n)$ ,  $(\ln(n)^b)$ .

## V - Fonctions réelles d'une variable réelle

*En analyse, on évitera la recherche d'hypothèses minimales, tant dans les théorèmes que dans les exercices et problèmes, préférant des méthodes efficaces pour un ensemble assez large de fonctions usuelles.*

*Pour les résultats du cours, on se limite aux fonctions définies sur un intervalle de  $\mathbf{R}$ . Les étudiants doivent savoir étudier les situations qui s'y ramènent simplement.*

*L'analyse reposant largement sur la pratique des inégalités, on s'assurera que celle-ci est acquise à l'occasion d'exercices.*

*Aucune démonstration n'est exigible des étudiants.*

### 1 - Limite et continuité d'une fonction d'une variable en un point

Définition de la limite et de la continuité d'une fonction d'une variable en un point.

Unicité de la limite.

Limites à droite et à gauche.

Extension au cas où  $f$  est définie sur  $I \setminus \{x_0\}$ .

Extension de la notion de limite en  $\pm\infty$  et aux cas des limites infinies.

On adoptera la définition suivante :  $f$  étant une fonction définie sur  $I$ ,  $x_0$  étant un élément de  $I$  ou une extrémité de  $I$ , et  $\ell$  un élément de  $\mathbf{R}$ , on dit que  $f$  admet  $\ell$  pour limite en  $x_0$  si, pour tout nombre  $\varepsilon > 0$ , il existe un nombre  $\alpha > 0$  tel que pour tout élément  $x$  de  $I \cap [x_0 - \alpha, x_0 + \alpha]$ ,  $|f(x) - \ell| \leq \varepsilon$ ; ainsi, lorsque  $x_0$  appartient à  $I$ ,  $f$  est continue en  $x_0$ , sinon  $f$  se prolonge en une fonction continue en  $x_0$ .

Opérations algébriques sur les limites.  
Compatibilité avec la relation d'ordre.  
Existence d'une limite par encadrement.  
Prolongement par continuité en un point.

Si  $f$  admet une limite  $\ell$  en  $x_0$  et si  $(u_n)$  est une suite réelle définie sur  $I$  et tendant vers  $x_0$ , alors  $(f(u_n))$  tend vers  $\ell$ .

Limite d'une fonction composée.

La caractérisation séquentielle de la limite n'est pas au programme.

## 2 - Étude globale des fonctions d'une variable sur un intervalle

Fonctions paires, impaires, périodiques.  
Fonctions majorées, minorées, bornées, monotones.  
Théorème de limite monotone.

Toute fonction monotone sur  $]a, b[$  ( $-\infty \leq a < b \leq +\infty$ ) admet des limites finies à droite et à gauche en tout point de  $]a, b[$ .  
Comportement en  $a$  et  $b$ .

Fonctions continues sur un intervalle, opérations algébriques, composition.

Fonction continue par morceaux.

Une fonction  $f$  est continue par morceaux sur le segment  $[a, b]$  s'il existe une subdivision  $a_0 = a < a_1 < \dots < a_n = b$  telle que les restrictions de  $f$  à chaque intervalle ouvert  $]a_i, a_{i+1}[$  admettent un prolongement continu à l'intervalle fermé  $[a_i, a_{i+1}]$ .

On exclut toute étude approfondie des fonctions continues par morceaux.

Théorème des valeurs intermédiaires.


L'image d'un intervalle (respectivement un segment) par une fonction continue est un intervalle (respectivement un segment).

Théorème de la bijection.

Notations  $\max_{[a,b]} f$  et  $\min_{[a,b]} f$ .

Toute fonction continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  définit une bijection de  $I$  sur l'intervalle  $f(I)$ . Sa bijection réciproque est elle-même continue et a le même sens de variation.


On utilisera ce résultat pour l'étude des équations du type  $f(x) = k$ .

En liaison avec l'algorithmique, méthode de dichotomie. 

Représentation graphique de la fonction réciproque.

## 3 - Dérivation

Dérivées à gauche et à droite.  
Dérivée en un point.

Interprétation graphique. 

Linéarité de la dérivation, dérivée d'un produit, dérivée d'une composée. Exemples.

Fonctions dérivables sur un intervalle, fonction dérivée.

Dérivée d'un polynôme.

Dérivation des fonctions réciproques.

Théorème de Rolle.

Égalité et inégalités des accroissements finis.

Caractérisation des fonctions constantes et monotones par l'étude de la dérivée.

Définition et dérivation de la fonction Arctan.

#### 4 - Intégration sur un segment

*La construction de l'intégrale de Riemann est hors programme.*

Primitive d'une fonction continue sur un intervalle.

Toute fonction continue sur un intervalle admet une primitive sur cet intervalle.

Intégrale d'une fonction continue sur un segment.

Relation de Chasles.

Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment.

Linéarité, relation de Chasles, positivité et croissance. Cas d'une fonction continue, positive sur  $[a, b]$  et d'intégrale nulle.

Intégration par parties.

Changement de variable.

Notation  $f'$ .

(1) Si  $m \leq f' \leq M$  sur un intervalle  $I$ , alors :  
 $\forall (a, b) \in I^2, a \leq b,$

$$m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a).$$

(2) Si  $|f'| \leq k$  sur un intervalle  $I$ , alors :

$$\forall (a, b) \in I^2, |f(b) - f(a)| \leq k|b - a|.$$

Application, sur des exemples, à l'étude de suites récurrentes du type :  $u_{n+1} = f(u_n)$ . Tout exposé théorique sur les suites récurrentes générales est exclu.  $\blacktriangleright$

Si  $f$  est une fonction dérivable sur un intervalle  $I$  et si  $f' \geq 0$  sur  $I$ ,  $f'$  ne s'annulant qu'en un nombre fini de points, alors  $f$  est strictement croissante sur  $I$ .

L'étude de cette fonction se limitera strictement à ces deux points.

Résultat admis.

Si  $f$  est continue sur un intervalle  $I$ , pour tout  $(a, b) \in I^2$ , on définit l'intégrale de  $f$  de  $a$  à  $b$  par :

$$\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a),$$

où  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $I$ . Cette définition est indépendante du choix de la primitive  $F$  de  $f$  sur  $I$ .

Si  $f$  est continue sur  $[a, b]$  et  $a \leq b$ ,

$$\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt.$$

Les changements de variable non affines devront être indiqués aux candidats.

Sommes de Riemann à pas constant.

La convergence des sommes de Riemann ne sera démontrée que dans le cas d'une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Interprétation de l'intégrale en termes d'aire.



## VI - Probabilités sur un univers fini

*L'objectif de cette première approche est de mettre en place un cadre simplifié mais formalisé dans lequel on puisse mener des calculs de probabilités sans difficulté théorique majeure.*

*Dans la continuité du programme de terminale, l'étude préalable du cas fini permettra de consolider les acquis et de mettre en place, dans des situations simples, les concepts probabilistes de base, en ne faisant appel qu'aux opérations logiques et arithmétiques élémentaires. C'est pourquoi, pour le premier semestre, on se restreindra à un univers  $\Omega$  fini, muni de la tribu  $\mathcal{P}(\Omega)$ .*

*On évitera pour cette première approche un usage avancé de la combinatoire, et l'on s'attachera à utiliser le vocabulaire général des probabilités.*

### 1 - Généralités

#### a) Observation d'une expérience aléatoire - Événements

Expérience aléatoire.

Univers  $\Omega$  des résultats observables, événements. Opérations sur les événements, événements incompatibles.

Système complet d'événements fini.

On dégagera ces concepts à partir de l'étude de quelques situations simples.

On fera le lien entre ces opérations et les connecteurs logiques.

Une famille  $(A_i)_{i \in I}$ , où  $I$  est un sous-ensemble fini de  $\mathbf{N}$ , est un système complet si elle vérifie les conditions deux suivantes :

- $A_i \cap A_j = \emptyset$
- $\bigcup_{i \in I} A_i = \Omega$ .

#### b) Probabilité

Définition d'une probabilité sur  $\mathcal{P}(\Omega)$ .

Une probabilité sur  $\mathcal{P}(\Omega)$  est une application additive  $P$  à valeurs dans  $[0, 1]$  et vérifiant  $P(\Omega) = 1$ .

Cas de l'équiprobabilité.

Notion d'espace probabilisé.

Lors du premier semestre, on se restreindra à la tribu  $\mathcal{P}(\Omega)$ .

Formule de Poincaré ou du crible pour deux et trois événements.

#### c) Probabilité conditionnelle

Probabilité conditionnelle.

Notation  $P_A$ .  $P_A$  est une probabilité.  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P_A)$  est un espace probabilisé.

Formule des probabilités composées.

- Si  $P(A) \neq 0$ ,  $P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$ .
- Si  $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}) \neq 0$  alors :  
$$P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1)P_{A_1}(A_2) \dots P_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}}(A_n).$$

Formule des probabilités totales.

Si  $(A_i)_{i \in I}$  est un système complet fini, alors pour tout événement  $B$  on a :

$$P(B) = \sum_{i \in I} P(B \cap A_i).$$

Formule de Bayes.

On donnera de nombreux exemples d'utilisation de ces formules.

#### d) Indépendance en probabilité

Indépendance de deux événements.

Si  $P(A) \neq 0$ ,  $A$  et  $B$  sont indépendants si et seulement si  $P_A(B) = P(B)$ .

On remarquera que la notion d'indépendance est relative à la probabilité.

Indépendance mutuelle de  $n$  événements.

Si  $n$  événements  $A_1, \dots, A_n$  sont mutuellement indépendants, il en est de même pour les événements  $B_i$ , avec  $B_i = A_i$  ou  $\overline{A_i}$ .

## 2 - Variables aléatoires réelles

On introduit dans cette section la notion de variable aléatoire réelle définie sur un univers fini. Les variables aléatoires sont alors à valeurs dans un ensemble fini, ce qui simplifie la démonstration des formules.

Une variable aléatoire réelle sur  $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega))$  est une application de  $\Omega$  dans  $\mathbf{R}$ .

On adoptera les notations habituelles telles que  $[X \in I]$ ,  $[X = x]$ ,  $[X \leq x]$ , etc.

Système complet associé à une variable aléatoire.

Fonction de répartition d'une variable aléatoire  $X$ .

$$F_X(x) = P(X \leq x).$$

Loi de probabilité d'une variable aléatoire réelle.

La fonction de répartition caractérise la loi d'une variable aléatoire.

Variable aléatoire  $Y = g(X)$ , où  $g$  est définie sur  $X(\Omega)$ . Étude de la loi de  $Y = g(X)$ .

On se limitera à des cas simples, tels que  $g(x) = ax + b$ ,  $g(x) = x^2, \dots$

Espérance d'une variable aléatoire.

$$E(X) = \sum_{x \in X(\Omega)} xP(X = x).$$

Théorème de transfert.

$$E(g(X)) = \sum_{x \in X(\Omega)} g(x)P(X = x). \text{ Théorème admis.}$$

$$E(aX + b) = aE(X) + b.$$

Variance et écart-type d'une variable aléatoire.

Notations  $V(X)$  et  $\sigma(X)$ .

Cas particulier où  $V(X) = 0$ .

Calcul de la variance.

Formule de Koenig-Huygens :

$$V(aX + b) = a^2V(X).$$

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2.$$

Variables centrées, centrées réduites.

Notation  $X^*$  pour la variable aléatoire centrée réduite associée à  $X$ .

### 3 - Lois usuelles

Variable aléatoire certaine.

Loi de Bernoulli, espérance et variance.

Loi binomiale.

Coefficients binomiaux, notation  $\binom{n}{p}$ .

Formule du triangle de Pascal.

$$\text{Formules } \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}.$$
$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p} \text{ et } \binom{n}{p} = \frac{n}{p} \binom{n-1}{p-1}.$$

Formule du binôme de Newton donnant  $(a+b)^n$ .

Espérance et variance d'une variable de loi binomiale.

Loi uniforme sur  $\llbracket 1, n \rrbracket$ , espérance, variance.

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$ . Variable indicatrice d'un événement. Notation  $\mathbf{1}_A$ .

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p)$ .

En lien avec le programme de terminale, le nombre  $\binom{n}{p}$  sera introduit comme le nombre de chemins réalisant  $p$  succès pour  $n$  répétitions dans un arbre binaire.  $\blacktriangleright$

Lorsque  $a$  et  $b$  sont strictement positifs, on pourra faire le lien avec la loi  $\mathcal{B}(n, \frac{a}{a+b})$ .  $\blacktriangleright$

Application, à l'étude de la loi uniforme sur  $\llbracket a, b \rrbracket$ , où  $(a, b) \in \mathbf{Z}^2$ . Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket a, b \rrbracket)$ .  $\blacktriangleright$

### 4 - Compléments de combinatoire

Dénombrement des ensembles suivants :

- parties d'un ensemble à  $n$  éléments ;
- parties à  $p$  éléments d'un ensemble à  $n$  éléments ;
- $p$ -listes d'un ensemble à  $n$  éléments ;
- $p$ -listes d'éléments distincts d'un ensemble à  $n$  éléments ;
- permutations d'un ensemble à  $n$  éléments.

On fera le lien entre les parties à  $p$  éléments d'un ensemble à  $n$  éléments et le nombre de chemins d'un arbre réalisant  $p$  succès pour  $n$  répétitions. On pourra utiliser la représentation arborescente d'un ensemble de  $p$ -listes dans les problèmes de dénombrement.

## ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU SECOND SEMESTRE

### I - Algèbre linéaire

*L'objectif de ce chapitre est d'approfondir et compléter les notions vues au premier semestre.*

#### 1 - Espaces vectoriels de dimension finie

Espaces admettant une famille génératrice finie.

Existence de bases.

Si  $L$  est libre et si  $G$  est génératrice, le cardinal de  $L$  est inférieur ou égal au cardinal de  $G$ .

Dimension d'un espace vectoriel.

Caractérisation des bases.

Rang d'une famille finie de vecteurs.

Théorème de la base incomplète.

Dimension d'un sous-espace vectoriel.

Notation  $\dim(E)$ .

Dans un espace vectoriel de dimension  $n$ , une famille libre ou génératrice de cardinal  $n$  est une base.

Si  $F$  est un sous-espace vectoriel de  $E$  et si  $\dim(F) = \dim(E)$ , alors  $F = E$ .

## 2 - Compléments sur les espaces vectoriels

Somme de deux sous-espaces vectoriels.

Somme directe de deux sous-espaces vectoriels.

Sous-espaces vectoriels supplémentaires.

Somme et somme directe de  $k$  sous-espaces vectoriels.

Existence d'un supplémentaire en dimension finie.

Dimension d'une somme de deux sous-espaces vectoriels d'un espace vectoriel de dimension finie.

Dimension d'un supplémentaire.

Tout vecteur de la somme se décompose de manière unique.

Si  $F$  et  $G$  sont supplémentaires,  
$$\dim(F) + \dim(G) = \dim(E).$$

Caractérisation de  $E = F \oplus G$  par la dimension et l'intersection de  $F$  et  $G$ .

Base adaptée à une somme directe.

Dimension d'une somme directe de  $k$  espaces vectoriels.

Concaténation de bases de sous-espaces vectoriels.

Caractérisation de sommes directes par concaténation des bases.

## 3 - Applications linéaires

### a) Cas général

Définition d'une application linéaire de  $E$  dans  $F$ . Espace vectoriel  $\mathcal{L}(E, F)$  des applications linéaires d'un espace vectoriel  $E$  dans un espace vectoriel  $F$ .

Composée de deux applications linéaires.

Isomorphismes.

Endomorphismes, espace vectoriel  $\mathcal{L}(E)$  des endomorphismes de  $E$ .

Noyau et image d'une application linéaire.

Projecteurs associés à deux espaces supplémentaires.

Un  $\mathbf{K}$ -espace vectoriel est de dimension  $n$  si et seulement si il est isomorphe à  $\mathbf{K}^n$ .

Puissances d'un endomorphisme.

Caractérisation des projecteurs par la relation  $p^2 = p$ .

### b) Cas de la dimension finie



Rang d'une application linéaire.

Formule du rang.

Formes linéaires et hyperplans.

### c) Matrices et applications linéaires

Matrice d'une application linéaire dans des bases.

Vecteur colonne des coordonnées dans une base  $\mathcal{B}_E$ .

Interprétation matricielle de l'image d'un vecteur par une application linéaire.

Lien du produit matriciel avec la composition des applications linéaires.

Rang d'une matrice.

Une matrice et sa transposée ont même rang.

### d) Cas des endomorphismes et des matrices carrées

Matrice d'un endomorphisme  $f$  de  $E$  dans la base  $\mathcal{B}$ .

Formule du binôme pour deux endomorphismes ou deux matrices carrées qui commutent.

Automorphismes. Ensemble  $GL(E)$  des automorphismes de  $E$ .

Matrices inversibles, inverse d'une matrice.

Ensemble  $GL_n(\mathbf{K})$ .

Lien entre les isomorphismes de  $E$  et les matrices inversibles.

Polynôme d'endomorphisme, polynôme de matrice carrée. Polynôme annulateur.

Si  $(e_1, \dots, e_n)$  est une famille génératrice de  $E$  alors la famille  $(f(e_1), \dots, f(e_n))$  engendre  $\text{Im}(f)$ .

Lien entre recherche de l'image et résolution de système.  $\blacktriangleright$

Si  $E$  et  $F$  sont des espaces vectoriels,  $E$  étant de dimension finie, et une application linéaire  $u$  de  $E$  dans  $F$ ,

$$\dim E = \dim(\text{Ker } u) + \dim(\text{Im } u).$$

Application à la caractérisation des isomorphismes.

Si  $\mathcal{B}_E$  et  $\mathcal{B}_F$  sont des bases respectives de  $E$  et  $F$ , notation  $\text{Mat}_{\mathcal{B}_F, \mathcal{B}_E}(f)$ .

Matrices lignes et formes linéaires.

$$\text{Mat}_{\mathcal{B}_G, \mathcal{B}_E}(g \circ f) = \text{Mat}_{\mathcal{B}_G, \mathcal{B}_F}(g) \text{Mat}_{\mathcal{B}_F, \mathcal{B}_E}(f).$$

Égalité des rangs d'une application linéaire et de sa matrice dans des bases.

Résultat admis.

Notation  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(f)$ .

Lien avec les isomorphismes et avec  $GL(E)$ .

On pourra démontrer que pour le produit matriciel dans  $\mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ , l'inverse à gauche est également un inverse à droite.

Exemples de calcul d'automorphismes réciproques, d'inverses de matrices et de puissances  $k$ -ème d'une matrice par utilisation d'un polynôme annulateur.

Toute théorie générale sur les polynômes annulateurs est exclue.

## II - Compléments d'analyse

## 1 - Étude asymptotique des suites

Suite négligeable.

Notation  $u_n = o(v_n)$ .

On présentera à nouveau les croissances comparées rappelées au premier semestre.

Suites équivalentes.

Notation  $u_n \sim v_n$ .

$u_n \sim v_n \iff u_n = v_n + o(v_n)$ .

Compatibilité de l'équivalence avec le produit, le quotient et l'élevation à une puissance.

## 2 - Comparaison des fonctions d'une variable au voisinage d'un point

Fonction négligeable au voisinage de  $x_0$ .

Notation  $f = o(g)$ .

Fonctions équivalentes au voisinage de  $x_0$ .

Notation  $f \underset{x_0}{\sim} g$ .

$f \underset{x_0}{\sim} g \iff f = g + o(g)$ .

Extension au cas  $x_0 = \pm\infty$ .

Compatibilité de l'équivalence avec le produit, le quotient et l'élevation à une puissance.

Comparaison des fonctions exponentielles, puissances et logarithmes au voisinage de l'infini, des fonctions puissances et logarithmes en 0.

On présentera à nouveau les croissances comparées rappelées au premier semestre.

## 3 - Séries numériques

Série de terme général  $u_n$ .

Sommes partielles associées.

On soulignera l'intérêt de la série de terme général  $u_{n+1} - u_n$  pour l'étude de la suite  $(u_n)$ .



Convergence d'une série, somme et reste d'une série convergente.

Combinaison linéaire de séries convergentes.

Convergence des séries à termes positifs dans les cas  $u_n \leq v_n$  et  $u_n \sim v_n$ .

Définition de la convergence absolue.

Résultat admis.

La convergence absolue implique la convergence.

On remarquera que toute série absolument convergente est la différence de deux séries à termes positifs convergentes.

Convergence des séries dans le cas  $u_n = o(v_n)$  où  $(v_n)$  est une série convergente à termes positifs.

Résultat admis.

Convergence des séries de Riemann.

Convergence et formules de sommation des séries géométriques et de leurs deux premières dérivées.

Série exponentielle.

$e^x = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{k!}$ . Ce résultat pourra être démontré à l'aide de la formule de Taylor.

## 4 - Intégrales sur un intervalle quelconque

*On évitera toute technicité dans ce chapitre dont l'objectif est d'introduire les outils utiles à l'étude des variables aléatoires à densité.*

Intégration sur un intervalle semi-ouvert.  
Convergence de l'intégrale d'une fonction continue sur  $[a, b[$  ( $-\infty < a < b \leq +\infty$ ).

Règles de calcul sur les intégrales convergentes, linéarité, relation de Chasles, positivité, inégalités.

Cas d'une fonction continue, positive sur  $[a, b[$  et d'intégrale nulle.

Cas des fonctions positives.

Théorèmes de convergence pour  $f$  et  $g$  positives au voisinage de  $b$ , dans les cas où  $f \leq g$  et  $f \sim_b g$ .

Définition de la convergence absolue.

La convergence absolue implique la convergence.

Théorèmes de convergence dans le cas  $f = o(g)$  avec  $g$  positive au voisinage de  $b$ .

Extension des notions précédentes aux intégrales sur un intervalle quelconque.

Convergence des intégrales  $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$ ,  
 $\int_a^b \frac{dt}{(t-a)^\alpha}$  et  $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ .

## 5 - Dérivées successives

Fonction  $p$  fois dérivable en un point.

Fonctions de classe  $C^p$ , de classe  $C^\infty$  sur un intervalle. Opérations algébriques, formule de Leibniz. Théorème de composition.

La dérivée  $(n+1)$ -ème d'un polynôme de degré au plus  $n$  est nulle.

## 6 - Formules de Taylor

Formule de Taylor avec reste intégral.  
Inégalité de Taylor-Lagrange.

On dira que  $\int_a^b f(t) dt$  converge si  $\lim_{x \rightarrow b} \int_a^x f(t) dt$  existe et est finie.

On pose alors  $\int_a^b f(t) dt = \lim_{x \rightarrow b} \int_a^x f(t) dt$ .

Les techniques de calcul (intégration par parties, changement de variables non affine) seront pratiquées sur des intégrales sur un segment.

L'intégrale  $\int_a^b f(t) dt$  converge si et seulement si  $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$  est majorée sur  $[a, b[$ .

Théorèmes admis.

On remarquera que toute fonction continue est la différence de deux fonctions continues positives.

Théorème admis.

Brève extension aux fonctions définies et continues sur  $]a_1, a_2[ \cup ]a_2, a_3[ \cup \dots \cup ]a_{p-1}, a_p[$ .

Notation  $f^{(p)}$ .

Ces formules seront données à l'ordre  $n$  pour une fonction de classe  $C^{n+1}$ .

Application à la caractérisation de la multiplicité d'une racine  $a$  d'un polynôme  $P$  de  $\mathbf{R}[X]$  par l'étude des dérivées  $P^{(k)}(a)$ .

## 7 - Développements limités

*L'étude des développements limités ne constitue pas une fin en soi et l'on se gardera de tout excès de technicité dans ce domaine. La composition des développements limités n'est pas au programme. On se limitera, en pratique, à des développements limités au voisinage de 0.*

Définition d'un développement limité.

On fera le lien entre un développement limité à l'ordre 1 et la valeur de la dérivée.

On pourra introduire et manipuler la notation  $x^n \varepsilon(x)$  avant l'utilisation éventuelle de la notation  $o(x^n)$ .

Somme et produit de développements limités.

Formule de Taylor-Young à l'ordre  $n$  pour une fonction de classe  $C^n$ .

Résultat admis.

Application de la formule de Taylor-Young au développement limité de fonctions usuelles (exponentielle, logarithme,  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ , sinus et cosinus).

## 8 - Extremum

*Pour préparer l'introduction des notions de topologie du programme de deuxième année, on insistera sur la différence entre la recherche d'extremum sur un segment et la recherche d'extremum sur un intervalle ouvert.*

Toute fonction continue sur un segment admet des extrema globaux sur ce segment.

Dans le cas d'une fonction de classe  $C^1$  : condition nécessaire d'existence d'un extremum local sur un intervalle ouvert.

On pourra montrer que le résultat tombe en défaut lorsque l'intervalle de définition n'est pas ouvert.

Définition d'un point critique.

Condition suffisante d'existence d'un extremum local en un point critique pour une fonction de classe  $C^2$  sur un intervalle ouvert.

Ce résultat sera démontré grâce au développement limité à l'ordre 2.

## 9 - Fonctions convexes


*Tous les résultats de cette section seront admis.*

Définition des fonctions convexes, fonctions concaves.

Point d'inflexion.

Une fonction est convexe sur un intervalle  $I$  si  $\forall (x_1, x_2) \in I^2, \forall (t_1, t_2) \in [0, 1]^2$  tels que  $t_1 + t_2 = 1$ ,

$$f(t_1 x_1 + t_2 x_2) \leq t_1 f(x_1) + t_2 f(x_2).$$

Interprétation géométrique. 

Généralisation de l'inégalité de convexité.

Caractérisation des fonctions convexes de classe  $C^1$ .

Caractérisation des fonctions convexes et concaves de classe  $C^2$ .

### III - Probabilités sur un univers quelconque

Dans ce second temps de l'étude des probabilités, le vocabulaire général est adopté et complété (en particulier le vocabulaire " espace probabilisé " et la notation  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  ), mais aucune difficulté théorique ne sera soulevée sur ce cadre. L'étude des variables aléatoires et notamment celles des lois usuelles se fera en lien étroit avec la partie informatique du programme.  $\blacktriangleright$

#### 1 - Espace probabilisé

Tribu d'événements ou  $\sigma$ -algèbre d'événements. Généralisation de la notion de système complet d'événements à une famille dénombrable d'événements deux à deux incompatibles et de réunion égale à  $\Omega$ .

Une probabilité est une application  $P$  définie sur la tribu  $\mathcal{A}$  à valeurs dans  $[0, 1]$ ,  $\sigma$ -additive telle que  $P(\Omega) = 1$ .

Tribu engendrée par un système complet d'événements.

Notion d'espace probabilisé.

Propriétés vraies presque sûrement. Événement négligeable, événement presque sûr.

Théorème de la limite monotone.

Les étudiants devront savoir que si  $f$  est de classe  $C^1$ , alors  $f$  est convexe si et seulement si l'une des deux propositions est vérifiée :

- $f'$  est croissante ;
- $C_f$  est au-dessus des tangentes.

Notation  $\mathcal{A}$ .

On pourra donner quelques exemples significatifs d'événements de la forme :

$$A = \bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n \quad \text{et} \quad A = \bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n.$$

On fera le lien avec le cas des univers finis en expliquant que  $\mathcal{P}(\Omega)$  est une tribu.

On pourra introduire différentes tribus sur  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  et montrer que le choix de la tribu dépend de l'expérience que l'on cherche à modéliser.

Existence admise.

Notation  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ .

- Pour toute suite croissante  $(A_n)$  d'événements,

$$P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} P(A_n).$$

- Pour toute suite décroissante  $(A_n)$  d'événements,

$$P\left(\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} P(A_n).$$

Conséquences du théorème de la limite monotone.

Généralisation de la notion de probabilité conditionnelle.

Généralisation de la formule des probabilités composées.

Généralisation de la formule des probabilités totales.

Indépendance mutuelle d'une suite infinie d'événements.

## 2 - Généralités sur les variables aléatoires réelles

Définition.

Fonction de répartition d'une variable réelle.

Propriétés.

Loi d'une variable aléatoire.

## 3 - Variables aléatoires réelles discrètes

*On commencera cette section en expliquant comment les résultats vus précédemment se prolongent dans le cadre général et l'on insistera sur les problèmes de convergence de séries que l'on rencontre lors de l'étude de variables aléatoires infinies.*

Définition d'une variable aléatoire réelle discrète définie sur  $(\Omega, \mathcal{A})$ .

Caractérisation de la loi d'une variable aléatoire discrète par la donnée des valeurs  $P(X = x)$  pour  $x \in X(\Omega)$ .

Pour toute suite  $(A_n)$  d'événements,

$$\bullet P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} P\left(\bigcup_{k=0}^n A_k\right).$$

$$\bullet P\left(\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} P\left(\bigcap_{k=0}^n A_k\right).$$

Les démonstrations de ces formules ne sont pas exigibles.

On pourra donner comme exemple d'événement négligeable la réalisation d'une suite infinie de PILE lors d'un jeu de PILE ou FACE.

Si  $A$  vérifie  $P(A) \neq 0$ , alors  $(\Omega, \mathcal{A}, P_A)$  est un espace probabilisé.

Une variable aléatoire réelle sur  $(\Omega, \mathcal{A})$  est une application de  $\Omega$  dans  $\mathbf{R}$  telle que, pour tout réel  $x$ ,  $\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) \leq x\}$  est dans la tribu  $\mathcal{A}$ . On adoptera les notations habituelles  $[X \in I]$ ,  $[X = x]$ ,  $[X \leq x]$ , etc.

On pourra, à l'aide d'exemples, illustrer comment obtenir des événements du type  $[X = x]$  ou  $[a \leq X < b]$  à partir d'événements du type  $[X \leq x]$ .

$$\forall x \in \mathbf{R}, \quad F_X(x) = P(X \leq x).$$

$F_X$  est croissante et continue à droite en tout point,  $\lim_{-\infty} F_X = 0$ ,  $\lim_{+\infty} F_X = 1$ .

La fonction de répartition caractérise la loi d'une variable aléatoire. Résultat admis.

L'ensemble des valeurs prises par ces variables aléatoires sera indexé par une partie finie ou infinie de  $\mathbf{N}$  ou  $\mathbf{Z}$ .

Tribu engendrée par une variable aléatoire discrète.

Variable aléatoire  $Y = g(X)$ , où  $g$  est définie sur l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire  $X$ . Étude de la loi de  $Y = g(X)$ .

Espérance d'une variable aléatoire.

Théorème de transfert.

$$E(aX + b) = aE(X) + b.$$

Moment d'ordre  $r$  ( $r \in \mathbf{N}$ ).

Variance et écart-type d'une variable aléatoire discrète.

Calcul de la variance.

$$V(aX + b) = a^2V(X).$$

Cas particulier où  $V(X) = 0$ .

Variables centrées, centrées réduites.

#### 4 - Lois de variables discrètes usuelles

Lois discrètes usuelles à valeurs dans un ensemble fini sur l'espace probabilisé  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ .

Loi géométrique (rang d'apparition d'un premier succès dans un processus de Bernoulli sans mémoire).

Espérance et variance.

Loi de Poisson : définition, espérance, variance.

#### 5 - Introduction aux variables aléatoires à densité

Définition d'une variable aléatoire à densité.

Toute fonction  $f_X$  à valeurs positives, qui éventuellement ne diffère de  $F'_X$  qu'en un nombre fini de points, est une densité de  $X$ .

La tribu  $\mathcal{A}_X$  des événements liés à  $X$  est la tribu engendrée par le système complet  $([X = x])_{x \in X(\Omega)}$ . Cette tribu est aussi appelée tribu engendrée par la variable aléatoire  $X$  et constitue l'information apportée par  $X$ .

Quand  $X(\Omega)$  est infini,  $X$  admet une espérance si et seulement si la série  $\sum_{x \in X(\Omega)} xP(X = x)$  est

absolument convergente.

Quand  $X(\Omega)$  est infini,  $g(X)$  admet une espérance si et seulement si la série  $\sum_{x \in X(\Omega)} g(x)P(X = x)$  est absolu-

ment convergente, et alors  $E(g(X)) = \sum_{x \in X(\Omega)} g(x)P(X = x)$ . Théorème admis.

Notation  $m_r(X) = E(X^r)$ .

Notations  $V(X)$  et  $\sigma(X)$ .

Formule de Koenig-Huygens :

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2.$$

Notation  $X^*$  pour la variable aléatoire centrée réduite associée à  $X$ .

On généralisera les lois  $\mathcal{B}(p)$ ,  $\mathcal{B}(n, p)$  et  $\mathcal{U}([a, b])$  vues lors du premier semestre.  $\blacktriangleright$

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$ .  $\blacktriangleright$

Si  $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$ , pour tout nombre entier naturel non nul  $k$ ,

$$P(X = k) = p(1 - p)^{k-1}.$$

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$ .  $\blacktriangleright$

On dit qu'une variable aléatoire  $X$  est à densité si sa fonction de répartition  $F_X$  est continue sur  $\mathbf{R}$  et de classe  $C^1$  sur  $\mathbf{R}$  éventuellement privé d'un ensemble fini de points.

Pour tout  $x$  de  $\mathbf{R}$ ,  $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t)dt$ .

Caractérisation de la loi d'une variable aléatoire à densité par la donnée d'une densité  $f_X$ .

Toute fonction  $f$  positive, continue sur  $\mathbf{R}$  éventuellement privé d'un nombre fini de points, et telle que  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = 1$  est la densité d'une variable aléatoire.

Transformation affine d'une variable à densité.

Espérance d'une variable à densité.

Variables aléatoires centrées.

$$E(aX + b) = aE(X) + b.$$

## 6 - Lois de variables à densité usuelles

Loi uniforme sur un intervalle. Espérance.

Loi exponentielle. Caractérisation par l'absence de mémoire. Espérance.

Loi normale centrée réduite, loi normale (ou de Laplace-Gauss). Espérance.

Résultat admis.

Les étudiants devront savoir calculer la fonction de répartition et la densité de  $aX + b$  ( $a \neq 0$ ).

Une variable aléatoire  $X$  de densité  $f_X$  admet une espérance  $E(X)$  si et seulement si l'intégrale  $\int_{-\infty}^{+\infty} xf_X(x)dx$  est absolument convergente; dans ce cas,  $E(X)$  est égale à cette intégrale.

Exemples de variables aléatoires n'admettant pas d'espérance.

Notation  $X \leftrightarrow \mathcal{U}[a, b]$ .  $\blacktriangleright$

$$X \leftrightarrow \mathcal{U}[0, 1] \iff Y = a + (b - a)X \leftrightarrow \mathcal{U}[a, b].$$

Notation  $X \leftrightarrow \mathcal{E}(\lambda)$ .  $\blacktriangleright$

$$X \leftrightarrow \mathcal{E}(1) \iff Y = \frac{1}{\lambda}X \leftrightarrow \mathcal{E}(\lambda) \quad (\lambda > 0).$$

Notation  $X \leftrightarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ .  $\blacktriangleright$

$$X \leftrightarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \iff X^* = \frac{X - \mu}{\sigma} \leftrightarrow \mathcal{N}(0, 1) \text{ avec } \sigma > 0.$$

On attend des étudiants qu'ils sachent représenter graphiquement les fonctions densités des lois normales et utiliser la fonction de répartition  $\Phi$  de la loi normale centrée réduite.

## 7 - Convergences et approximations

### a) Convergence en probabilité

Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev pour les variables aléatoires discrètes.

Si  $X$  est une variable aléatoire positive admettant une espérance, alors pour tout  $\lambda > 0$  :

$$P(X \geq \lambda) \leq \frac{E(X)}{\lambda}.$$

Pour toute variable  $X$  admettant espérance et variance, pour tout  $\varepsilon > 0$  :

$$P(|X - E(X)| \geq \varepsilon) \leq \frac{V(X)}{\varepsilon^2}.$$



Convergence en probabilité : si  $(X_n)$  et  $X$  sont des variables aléatoires définies sur  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ ,  $(X_n)$  converge en probabilité vers  $X$  si, pour tout  $\varepsilon > 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - X| > \varepsilon) = 0$ .

Loi faible des grands nombres pour la loi binomiale.

## b) Convergence en loi

Définition de la convergence en loi d'une suite  $(X_n)_{n \in \mathbf{N}}$  de variables aléatoires vers  $X$ .

Cas où les  $X_n$  et  $X$  sont à valeurs dans  $\mathbf{N}$ .

Si  $(np_n)$  tend vers un réel strictement positif  $\lambda$ , convergence d'une suite de variables aléatoires suivant la loi binomiale  $\mathcal{B}(n, p_n)$  vers une variable suivant la loi de Poisson de paramètre  $\lambda$ .

Théorème limite central pour la loi binomiale et pour la loi de Poisson.

Notation  $X_n \xrightarrow{P} X$ .

Si  $(X_n)$  est une suite de variables aléatoires telle que  $X_n \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p)$ , alors  $(\frac{1}{n}X_n)$  converge en probabilité vers  $p$ .  $\blacktriangleright$

La loi faible des grands nombres permet une justification partielle, a posteriori, de la notion de probabilité d'un événement, introduite intuitivement.

Notation  $X_n \xrightarrow{\mathcal{L}} X$ .

Si  $(X_n)$  est une suite de variables aléatoires telle que  $X_n \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p)$  (respectivement  $X_n \hookrightarrow \mathcal{P}(n\lambda)$ ), alors la suite de variables aléatoires centrées réduites  $(X_n^*)$  converge en loi vers une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite. Théorème admis.  $\blacktriangleright$

# ENSEIGNEMENT ANNUEL D'INFORMATIQUE ET ALGORITHMIQUE

## I - Éléments d'informatique et d'algorithmique

L'objectif est d'initier les étudiants à l'algorithmique et à l'utilisation de l'informatique en mathématiques au travers de thèmes empruntés au programme pour comprendre, illustrer et éclairer les notions introduites. Dès qu'un calcul numérique est envisagé, dès qu'un problème incite à tester expérimentalement un résultat, dès qu'une situation aléatoire peut être modélisée avec des outils informatiques, le recours à des algorithmes et des logiciels devra devenir naturel.

Le logiciel retenu pour la programmation dans ce programme des classes économiques et commerciales est Scilab.

L'utilisation du logiciel se fait en continuité avec le cours de mathématiques et sera suivi d'une mise en œuvre sur ordinateur. Seules les notions de Scilab indiquées dans le programme sont exigibles.

### 1 - L'environnement logiciel

#### a) Constantes prédéfinies. Création de variables par affectation.

`%pi %e`                                      Approximations de  $\pi$  et  $e$ .  
Affectation : 

<code>nom = expression</code>
-------------------------------

                                      // permet de commenter une commande.  
L'expression peut être du type numérique, matricielle ou du type chaîne de caractères.

#### b) Constructions de vecteurs et de matrices numériques.

Vecteurs lignes : `[ , , ..., ]`  
Vecteurs colonnes : `[ ; ; ... ; ]`  
Matrices  $n \times p$  : `[ , ..., ; ... ; , ..., ]`

#### c) Opérations élémentaires

Opérations arithmétiques :                                      Les opérations arithmétiques de base s'appliquent aux variables numériques ou matricielles.  

<code>+</code>	<code>-</code>	<code>*</code>	<code>/</code>	<code>^</code>
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

  
Comparaisons - tests :  

<code>==</code>	<code>&gt;</code>	<code>&lt;</code>	<code>&gt;=</code>	<code>&lt;=</code>	<code>&lt;&gt;</code>
-----------------	-------------------	-------------------	--------------------	--------------------	-----------------------

  
Logiques  

<code>&amp;</code>	<code> </code>
<code>and</code>	<code>or</code>

#### d) Fonctions usuelles prédéfinies

Fonctions numériques usuelles :                                      Toutes ces fonctions peuvent s'appliquer à des variables numériques ou à des matrices élément par élément.  
`log, exp, floor, abs, sqrt, sin, cos`

Fonctions **rand**

La fonction **grand** pourra être utilisée avec les paramètres correspondant aux lois de probabilité présentes dans le programme.

Fonctions matricielles : **rank(A)**, **inv(A)**, **A'**

Extraction ou modification d'un élément, d'une ligne ou d'une colonne d'une matrice.

On pourra utiliser les fonctions **size(A)**, **find** dans le cadre de simulations.

Pratique des opérations et des fonctions matricielles dans des situations concrètes.

## 2 - Graphisme en deux dimensions

Courbes représentatives de fonctions usuelles, de densités et de fonctions de répartition.  
Tracé d'histogrammes.

On pourra utiliser les fonctions **plot**, **plot2d**, **bar**, **histplot**, la fonction **linspace(a,b,n)** et les opérations  $\boxed{./}$ ,  $\boxed{.*}$ ,  $\boxed{.^}$

## 3 - Programmation d'algorithmes et de fonctions

Les structures suivantes seront utilisées :

Structure conditionnelle :

```
if ...then ...end  
if ...then ...else ...end
```

Structures répétitives :

```
for k=...: ...end  
while ...then ...end
```

Exemples :  $n!$ ,  $\binom{n}{p}$ .

Fonctions - arguments - retour de résultats.

Saisie au clavier - message indicatif possible.

Fonction d'entrée des données **input()**

Affichage du contenu d'une variable à l'écran avec commentaire éventuel.

Fonction de sortie de résultat(s) **disp()**

## II - Liste de savoir-faire exigibles en première année

Calcul des termes d'une suite.

Exploitation graphique des résultats.

Calculs de valeurs approchées de la limite d'une suite ou de la somme d'une série.

On utilisera des structures répétitives et conditionnelles en exploitant l'étude mathématique. La détermination du rang d'arrêt du calcul résultera directement de l'étude mathématique ou d'un algorithme qui en découle.

Calcul approché de la racine d'une équation du type  $f(x) = 0$ .

On utilisera différentes méthodes dont certaines résulteront d'une étude mathématique (suites récurrentes, encadrements, dichotomie).

Calcul des valeurs approchées d'une intégrale par la méthode des rectangles.

Application au calcul de la fonction de répartition d'une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite.

Utilisation de la fonction **rand** pour simuler des expériences aléatoires élémentaires conduisant à une loi usuelle.

Loi binomiale, loi géométrique.

Simulation de phénomènes aléatoires.

Utilisation de la fonction `grand`

On pourra utiliser une simulation pour comparer expérimentalement une loi  $\mathcal{B}(n, \frac{\lambda}{n})$  ( $n$  grand) avec la loi de Poisson.

On pourra utiliser une simulation pour comparer expérimentalement une loi binomiale avec une loi normale.

Résolution de systèmes  $AX = B$ .



# Annexe 2

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **économique et commerciale**

Option : **Scientifique (ECS)**

Discipline : **Economie**

**Première et seconde années**

# **Programme d'Économie** **CPGE Économique et commerciale, voie scientifique (ECS)**

## **Objectifs généraux**

Le programme d'économie a pour objectif de doter les étudiants de la voie scientifique de connaissances qui leur permettront de mieux saisir les enjeux économiques contemporains. La maîtrise des notions et des mécanismes développés dans ce programme sera particulièrement utile aux candidats des concours d'entrée aux grandes écoles de commerce et de management et leur apportera une aide essentielle lors de la poursuite de leurs études dans ces écoles.

Le programme est structuré en quatre modules semestriels.

### **Module 1. Comprendre l'analyse économique**

1.1/ Éléments d'histoire de la pensée économique

1.2/ L'économie de marché

1.3/ La monnaie

### **Module 2. Comprendre les enjeux européens dans le cadre de la mondialisation**

2.1/ Le commerce international

2.2/ Le système monétaire et financier international

2.3/ L'intégration européenne

### **Module 3 : Comprendre la croissance et les crises**

3.1/ La croissance

3.2/ Les crises

### **Module 4 : Comprendre les politiques économiques**

4.1/ Les politiques économiques : enjeux et modalités

4.2/ Les politiques économiques en action

## **Module 1. Comprendre l'analyse économique**

### **Orientation générale**

On proposera aux étudiants une première approche du raisonnement économique en présentant des éléments d'histoire de la pensée économique, en étudiant le fonctionnement du marché et en posant les bases de l'étude de la monnaie.

#### 1.1/ Éléments d'histoire de la pensée économique

1.1.1. L'analyse libérale : quels fondements ?

1.1.2. L'analyse keynésienne : quels apports ?

1.1.3. Les approches contemporaines : quels débats ?

#### 1.2/ L'économie de marché

1.2.1. Comment le marché fonctionne-t-il ?

1.2.2. Quelles sont les limites et les défaillances du marché ?

#### 1.3/ La monnaie

1.3.1. Qui crée la monnaie ?

1.3.2. Monnaie et prix : quels liens ?

### **Commentaires**

La présentation des éléments d'histoire de la pensée économique vise à donner aux étudiants les bases permettant de différencier les courants de pensée. Cette approche, nécessairement succincte, mettra l'accent sur les grandes oppositions ou continuités et leur

traduction dans les analyses contemporaines. On s'attachera à relier cet aperçu de l'histoire de la pensée aux débats concernant les politiques économiques contemporaines.

Une première approche du fonctionnement du marché, permettra d'initier les étudiants aux concepts de base de l'analyse économique. On abordera le rôle central de l'offre et de la demande et le mécanisme de formation des prix. On présentera les limites du marché.

On montrera l'importance de la monnaie dans l'activité économique. On présentera les mécanismes de la création monétaire et on s'interrogera sur les liens entre monnaie et prix. On abordera ainsi la question des origines de l'inflation et de la déflation et la prise en compte de ces phénomènes par les politiques économiques.

## **Module 2. Comprendre les enjeux européens dans le cadre de la mondialisation**

### **Orientation générale**

On présentera les analyses de l'échange international et les principaux mécanismes monétaires et financiers internationaux. On s'interrogera sur les principaux enjeux de l'intégration européenne.

#### **2.1/ Le commerce international**

2.1.1. Pourquoi un pays échange-t-il ?

2.1.2. Pourquoi un pays est-il déficitaire ou excédentaire ?

#### **2.2/ Le système monétaire et financier international**

2.2.1. Qu'est-ce qu'un taux de change ?

2.2.2. Qu'est-ce que la globalisation financière ?

#### **2.3/ L'intégration européenne**

2.3.1. L'Europe est-elle une zone monétaire optimale ?

2.3.2. Quelles politiques économiques pour l'Europe ?

### **Commentaires**

On s'interrogera sur les déterminants principaux des échanges internationaux, en montrant l'importance des avantages comparatifs, mais en soulignant également l'apport des nouvelles théories et l'importance des stratégies des entreprises à l'échelle planétaire. On s'intéressera aux éléments explicatifs des déséquilibres commerciaux. On pourra à ce titre privilégier l'exemple français.

Sans étudier l'histoire des systèmes monétaires, on différenciera les principaux régimes de change et on présentera les déterminants des taux de change. La globalisation financière sera analysée en soulignant le rôle joué par les firmes multinationales et les marchés.

On replacera l'intégration européenne dans le cadre de la mondialisation en se demandant si l'Europe est une zone monétaire optimale. Puis on analysera les conséquences de cette intégration sur les politiques économiques menées dans le cadre européen.

## **Module 3 : Comprendre la croissance et les crises**

### **Orientation générale**

On s'interrogera sur les causes, les conséquences et la soutenabilité de la croissance. On mettra en évidence l'importance des crises, particulièrement des crises financières et on s'interrogera sur la possibilité d'une régulation financière.

#### **3.1/ La croissance**

3.1.1. Quels sont les facteurs de la croissance ?

3.1.2. Quelles sont les finalités de la croissance ?

3.2.2. La croissance est-elle durable ?

### 3.2/ Les crises

- 3.2.1. Pourquoi la croissance est-elle irrégulière?
- 3.2.2. Pourquoi les crises financières surviennent-elles ?
- 3.2.3. Quelle régulation monétaire et financière ?

#### **Commentaires**

On étudiera les sources de la croissance économique, en mettant l'accent sur le rôle des facteurs de production et en soulignant l'importance du progrès technique et des facteurs institutionnels. On réfléchira aux conséquences économiques et sociales de la croissance en s'interrogeant sur ses finalités et sur sa soutenabilité.

On montrera que la croissance est irrégulière et on s'interrogera sur l'origine des fluctuations. On étudiera particulièrement le mécanisme des crises financières en insistant sur leur récurrence, ce qui conduira à se poser la question de la régulation financière et monétaire au niveau régional et international.

## **Module 4 : Comprendre les politiques économiques**

### **Orientation générale**

On étudiera les instruments dont disposent les pouvoirs publics pour agir sur l'économie. À travers quelques exemples on présentera les politiques économiques en action.

#### 4.1/ Les politiques économiques : enjeux et modalités

- 4.1.1. Quelles sont les justifications de l'intervention économique de l'Etat ?
- 4.1.2. Quels sont les instruments de la politique économique ?
- 4.1.3. Quelles sont les contraintes de financement ?

#### 4.2/ Les politiques économiques en action

- 4.2.1. Relance ou rigueur ?
- 4.2.2. Comment agir sur l'emploi ?
- 4.2.3. Comment augmenter le potentiel de croissance ?

#### **Commentaires**

On montrera que les États peuvent chercher à répondre aux défaillances et dysfonctionnements des marchés et à réguler l'activité. On étudiera les principaux instruments à disposition des États (budget, monnaie, politiques réglementaires) en différenciant les politiques conjoncturelles des politiques structurelles. A travers l'étude du lien entre les déficits et l'endettement public, on montrera que des contraintes de financement pèsent sur les politiques publiques.

On étudiera les politiques économiques, en montrant que les objectifs poursuivis peuvent être différents selon la conjoncture. On analysera les politiques d'emploi menées depuis les années 1970 et on se demandera comment les États peuvent agir sur le potentiel de croissance, en particulier par des politiques structurelles destinées à accroître la productivité des facteurs et la compétitivité des nations et des entreprises.





# Annexe 3

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **économique et commerciale**

Option : **Scientifique (ECS)**

Discipline : **Histoire, géographie et géopolitique du monde contemporain**

**Première et seconde années**

## **Programme d'histoire, géographie et géopolitique du monde contemporain**

### **CPGE économique et commerciale École scientifique**

#### **Les orientations générales du programme.**

Le programme d'histoire, géographie et géopolitique du monde contemporain de la filière économique et commerciale, voie scientifique, est dans la continuité de celui de 2004 tout en tenant compte de la rénovation des programmes d'histoire-géographie de l'enseignement secondaire ainsi que du renouvellement des approches méthodologiques et conceptuelles intervenues depuis.

Le programme est structuré en quatre modules semestriels dont le premier a pour objectif de faciliter la transition entre l'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur. Chaque module est accompagné d'un commentaire qui précise l'esprit du programme et le cadre dans lequel il peut être traité.

L'ensemble du programme favorise l'adaptation des étudiants aux méthodes de l'enseignement supérieur. Il s'inscrit dans les modalités de parcours des études supérieures de l'espace européen, telles qu'elles sont définies par les textes en vigueur. Il prend également en compte les objectifs de formation des écoles de commerce et de gestion, notamment en favorisant une réflexion d'ensemble sur le monde contemporain. L'importance accordée à l'entreprise, la recherche d'une approche géographique globale et la part consacrée aux débats géopolitiques et géoéconomiques permettent l'acquisition de repères essentiels pour la culture des futurs acteurs de l'économie.

#### **Le programme propose de combiner les approches historique, géographique et géopolitique.**

L'enseignement de l'histoire ne se réduit pas à une simple étude chronologique des faits économiques et sociaux mais s'inscrit dans un cadre plus large, à l'écart de toute modélisation abusive. Il prend notamment en compte les aspects politiques et culturels, scientifiques et techniques.

Les orientations de la géographie expliquent la place donnée aux questions à caractère spatial, territorial et géopolitique. La préférence accordée en seconde année à la dynamique géographique des continents favorise une vision des lignes de force de l'évolution du monde actuel. S'appuyant sur une démarche multiscalaire, l'approche géodynamique continentale est privilégiée.

Articulant histoire et géographie, l'analyse géopolitique met l'accent sur les rivalités de pouvoirs et les rapports de forces dans l'espace qui structurent le monde contemporain. Elle insiste sur les jeux d'acteurs, leurs systèmes de représentation et leurs stratégies.

## **L'organisation du programme et de l'évaluation.**

La dimension synthétique du programme permet de consacrer le temps de la classe à l'acquisition de connaissances, de concepts, de méthodes et d'outils fondant une réflexion critique sur la complexité du monde contemporain. Le travail prend tout son sens quand le cours est centré sur un chapitre court, ouvert par une introduction problématisée et clos par une conclusion de mise en perspective. Cette démarche favorise l'évaluation en fin de séquence et permet de mesurer la capacité d'argumentation et de synthèse des étudiants, qualités si importantes dans les métiers auxquels ils se préparent. Le travail personnel devient ainsi davantage l'occasion d'un élargissement par l'indispensable lecture de journaux ou d'ouvrages qui complètent le cours du professeur.

La prise en compte des orientations historiques, géographiques et géopolitiques renouvelées conduit le professeur à une réflexion épistémologique indispensable à l'étude des questions abordées. Le programme constitue ainsi un outil de réflexion opératoire et contribue à une évaluation plus approfondie des situations.

Les quatre modules du programme constituent un ensemble étudié en deux années de préparation aux concours dont les conditions sont fixées dans les règlements pédagogiques des écoles de commerce et de gestion. Les modules sont des acquis capitalisables en université.

### **PROGRAMME DE PREMIERE ANNEE**

Les deux premiers modules dressent un panorama du XX<sup>e</sup> siècle et du début du XXI<sup>e</sup> siècle sous l'angle géopolitique et économique. Ils fixent les principaux repères historiques nécessaires à la compréhension du monde contemporain. Ils sont centrés sur l'analyse d'un monde en mutations, de la veille de la Première Guerre mondiale à la mondialisation contemporaine. Une place toute particulière est accordée à l'étude de la France.

#### **Module I. Les grandes mutations du monde au XX<sup>e</sup> siècle (de 1913 au début des années 1990)**

##### **I.1 Un monde entre guerres et crises (de 1913 au début des années 1990)**

I.1.1. Tableaux géopolitiques du monde en 1913, en 1939 et en 1945

I.1.2. Géopolitique de la guerre froide et de la décolonisation

I.1.3. La construction européenne et ses enjeux

##### **I.2. L'économie mondiale : croissances, ruptures et bouleversements (de 1945 au début des années 1990)**

I.2.1. Croissance et types de croissance de 1945 au début des années 1970

I.2.2. Crises et ruptures des années 1970 au début des années 1990

I.2.3. De l'internationalisation à la mondialisation des productions et des échanges

##### **I.3. La France, une puissance en mutation (de 1945 au début des années 1990)**

I.3.1. Les dynamiques économiques et sociales

I.3.2. Les transformations des territoires

I.3.3. La France dans le monde

## Commentaire

Le premier module permet de comprendre les grandes mutations de la période et d'acquies progressivement les méthodes de travail de l'enseignement supérieur. La rupture des années 1990 correspond à la fin de la guerre froide et au plein essor de la mondialisation.

Le premier volet vise à donner un panorama non exhaustif de la période qui va de la première guerre mondiale à la disparition de l'URSS. Il débute par trois tableaux géopolitiques. *Le monde en 1913* souligne le rôle d'une Europe divisée et inégalement industrialisée dans un contexte de première mondialisation et d'impérialismes. *Le monde en 1939* présente un monde instable, fracturé, fragilisé par la crise des années 1930 et la montée des totalitarismes. Après une présentation du monde en 1945, l'étude géopolitique de la guerre froide, de la décolonisation et de la construction européenne se fait dans une optique de synthèse et non de numération factuelle.

Le deuxième volet est centré sur l'analyse des mutations géoéconomiques mondiales de 1945 aux années 1990. Il met l'accent sur les grands types de croissance : occidentale, communiste et du Tiers Monde. L'étude des crises et ruptures des années 1970 aux débuts des années 1990 met en évidence trois grands facteurs : le passage d'un capitalisme ford-keynésien à un capitalisme libéral, financier et moins régulé; le blocage puis l'effondrement du système soviétique; la crise multiforme du Tiers Monde. Le basculement de l'internationalisation à la mondialisation des productions et des échanges constitue une des principales clés de lecture de la période.

La France fait l'objet d'une étude spécifique. Celle-ci permet de comprendre les profondes mutations économiques, sociales, territoriales et géopolitiques qui l'affectent.

## **Module II. La mondialisation contemporaine : rapports de force et enjeux**

### **II.1. La mondialisation : acteurs, dynamiques et espaces**

II.1.1 Les acteurs : hommes, entreprises, Etats, organisations régionales, organisations internationales, organisations non gouvernementales

II.1.2. Les systèmes productifs et les flux

II.1.3. Territoires, espaces maritimes, terrestres, immatériels et frontières dans la mondialisation

### **II. 2. La mondialisation : architectures, rivalités et interdépendances**

II.2.1. De la « Pax Americana » à un monde multipolaire

II.2.2. Tableau géopolitique du monde actuel

II.2.3. La France à l'heure de la mondialisation

### **II.3. Les défis du développement et les enjeux d'un monde durable**

II.3.1. Les défis du développement durable : démographie, inégalités, santé, alimentation, eau

II.3.2. L'énergie et les matières premières : entre abondance et rareté

II.3.3. La mondialisation en débats

## Commentaire

Le deuxième module fournit les principales clés de compréhension de l'organisation du monde depuis la fin de la guerre froide, et ce à toutes les échelles.

L'étude des acteurs permet d'appréhender la complexité de fonctionnement du système mondial. Les stratégies des entreprises organisent un monde en réseaux et forgent une nouvelle division internationale du travail. La compétition qu'elles se livrent et leurs rapports avec les autres acteurs de la mondialisation aboutissent à un monde où les logiques de partenariat et de concurrence interagissent en permanence. Dans le contexte de révolution des transports et des communications, les flux d'hommes, de marchandises, de services, de capitaux et d'informations structurent un espace mondial en profonde recomposition. La place et le rôle des grandes métropoles, la diversité des territoires . espaces terrestres, maritimes, cyberspace, territoires de la mondialisation grise . sont notamment étudiés. L'évolution du rôle et de la nature des frontières est également abordée.

La deuxième partie combine dimensions géopolitiques et géoéconomiques. Elle favorise la compréhension des jeux et rapports de puissance. Le tableau géopolitique du monde actuel prépare tout particulièrement aux modules 3 et 4. Les dynamiques d'intégration et de fragmentation s'observent à toutes les échelles. L'étude de la France, dans le prolongement du module I, s'inscrit dans cette logique.

La troisième partie est l'occasion de réfléchir à la notion de développement. Dans un monde inégalitaire, marqué par des crises multiples (économiques, sanitaires, alimentaires, énergétiques, environnementales), assurer un développement durable à une population en augmentation constitue un défi majeur. Il passe par un accès plus équitable à l'eau, aux matières premières, aux ressources énergétiques, agricoles et alimentaires dans un contexte où la hausse des besoins accroît les risques de pénurie.

Les déséquilibres géoéconomiques et géopolitiques du monde contemporain alimentent les débats sur la mondialisation : opposition protectionnisme/libre-échange, question de la gouvernance mondiale, régulations économiques et financières notamment.

### **PROGRAMME DE SECONDE ANNEE**

Les modules III et IV privilégient une approche synthétique de la géopolitique des continents. A l'exception des Etats-Unis, les pays cités ne font pas l'objet d'une étude spécifique. Ils sont abordés en tant que puissances régionales et dans leur rapport au reste du monde.

### **Module III. Géodynamique continentale de l'Europe, de l'Afrique, du Proche et du Moyen-Orient**

#### **III.1. L'Europe**

III.1.1. Identités et diversités

III.1.2. L'Union européenne : élargissements, approfondissements, mutations

III.1.3. Géopolitique de l'Europe

## **III.2. L'Afrique, le Proche et le Moyen-Orient**

III.2.1. Etats, territoires, cultures et sociétés

III.2.2. Les enjeux du développement

III.2.3. Géopolitique de l'Afrique, du Proche et du Moyen-Orient

Commentaire

Le troisième module donne des clefs de compréhension et d'analyse des spécificités et de la complexité des situations qui prévalent aujourd'hui en Europe, en Afrique et au Proche et Moyen-Orient. Dans ce but, l'histoire, la géographie et la géopolitique sont associées pour offrir une lecture synthétique qui rende compte de manière à la fois précise, nuancée et critique d'une réalité mouvante.

L'Europe se entend à l'échelle d'un continent dont la zone orientale fait partie intégrante. Son histoire, chargée de ruptures et de divisions, en montre aussi les cohérences, en particulier culturelles. L'étude de l'Union européenne met en évidence les débats et les choix opérés depuis le début des années 1990, notamment sur les articulations entre approfondissements et élargissements, les modes de gouvernance dans l'Union, la place et l'action de celle-ci dans le monde. Les mutations économiques et sociales et leurs conséquences géographiques sont posées à différentes échelles. L'analyse géopolitique interne et externe du continent précise le rôle des principales puissances européennes en y incluant celui des pays non-membres de l'Union européenne, dont la Russie.

Les dynamiques africaines, moyennes et proche-orientales demandent une réflexion sur les effets de la colonisation et de la décolonisation dans la structuration des Etats, des nations et des territoires. On tient compte de la diversité et de l'ancienneté des cultures. L'importance des ressources est posée comme un des grands enjeux géopolitiques du monde. Les Etats et les populations apparaissent comme acteurs du processus du développement sous la double contrainte de l'influence des puissances régionales . dont les plus importantes pourront utilement servir de points d'appui à l'analyse - et des interventions extérieures.

## **Module IV. Géodynamique continentale de l'Amérique et de l'Asie**

### **IV.1. Les Amériques**

IV.1.1. La construction des territoires et les grandes aires culturelles

IV.1.2. Les Etats-Unis : économie, société, puissance

IV.1.3. L'Amérique latine entre développement, indépendances et dépendances

IV.1.4. Géopolitique des Amériques

### **IV.2. L'Asie**

IV.2.1. Etats, territoires, cultures et sociétés

IV.2.2. Les espaces asiatiques dans la mondialisation

IV.2.3. Géopolitique d'un continent multipolaire, le rôle régional et mondial de la Chine, de l'Inde et du Japon

## Commentaire

L'étude du continent américain, éclairée par les héritages de la conquête, analyse la mise en valeur de l'espace, la construction des sociétés et des Etats et l'organisation des territoires. Les relations géopolitiques et géoéconomiques entre l'Amérique anglo-saxonne et l'Amérique latine sont posées ainsi que la question des intégrations régionales et continentales qui mettent en évidence le jeu des puissances en Amérique latine. Le rôle du Brésil est abordé du point de vue de son influence régionale et de ses ambitions mondiales. Les Etats-Unis font l'objet d'une approche spécifique.

L'étude du continent asiatique débute par une présentation de l'organisation des Etats et des sociétés. Le recours au temps long permet de comprendre la diversité politique et culturelle du continent.

La place montante de l'Asie dans la mondialisation, l'importance de ses métropoles et de ses façades maritimes, sont mises en valeur. Le module aborde l'étude géopolitique, interne et externe, de ce continent multipolaire et souligne la puissance régionale et mondiale de la Chine, de l'Inde et du Japon.

## Programmes de la classe préparatoire économique et commerciale, option technologique (ECT)

NOR : ESRS1306083A

arrêté du 25-3-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

---

Vu code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêtés du 23-3-1995 ; arrêté du 3-7-1995 ; arrêté du 10-6-2003 ; arrêté du 24-7-2007 ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 25-2-2013

---

Article 1 - Le programme de première année de mathématiques-informatique de la classe préparatoire économique et commerciale, option technologique (ECT), figurant en annexe 7 de l'arrêté du 10 juin 2003 susvisé, est remplacé par celui figurant en annexe 1 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes de première et seconde années d'économie, de droit, de management et gestion de l'entreprise, de la classe préparatoire économique et commerciale, option technologique (ECT), figurant respectivement aux annexes 4, 6 et 5 de l'arrêté du 24 juillet 2007 susvisé, sont remplacés par ceux figurant aux annexes 2, 3 et 4 du présent arrêté.

Article 3 - Est modifiée comme suit l'annexe 2 de l'arrêté du 24 juillet 2007 susvisé en ce qui concerne l'intitulé d'une des disciplines :

**Au lieu de :** management et gestion de l'entreprise

**Lire :** management et sciences de gestion.

Article 4 - Les programmes de première année du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2014, et ceux relatifs à la seconde année à compter de la rentrée universitaire 2015.

Article 5 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 25 mars 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur  
et de la recherche et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,  
Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

### Annexes

↳ Programmes







# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : économique et commerciale

Option : Technologique (ECT)

Discipline : Mathématiques-  
Informatique

Première année

## Table des matières

<b>INTRODUCTION</b>	<b>2</b>
<b>1 Objectifs généraux de la formation</b>	<b>2</b>
<b>2 Compétences développées</b>	<b>3</b>
<b>3 Architecture des programmes</b>	<b>3</b>
<b>ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU PREMIER SEMESTRE</b>	<b>5</b>
<b>I - Outils mathématiques</b>	<b>5</b>
1 - Raisonnement . . . . .	5
2 - Ensembles, applications . . . . .	5
a) Ensembles, parties d'un ensemble . . . . .	5
b) Applications . . . . .	6
3 - Calculs numériques et algébriques . . . . .	6
4 - Polynômes à coefficients réels . . . . .	6
<b>II - Suites réelles</b>	<b>7</b>
<b>III - Fonctions réelles d'une variable réelle</b>	<b>7</b>
1 - Généralités . . . . .	7
2 - Limites . . . . .	7
3 - Continuité . . . . .	8
4 - Dérivabilité . . . . .	8
5 - Convexité . . . . .	8
<b>IV - Probabilités sur un univers fini</b>	<b>9</b>
1 - Espaces probabilisés finis . . . . .	9
a) Observation d'une expérience aléatoire - Événements . . . . .	9
b) Probabilité . . . . .	9
c) Probabilité conditionnelle . . . . .	9
d) Indépendance en probabilité . . . . .	10
2 - Variables aléatoires réelles . . . . .	10
<b>V - Statistique univariée</b>	<b>10</b>
<b>ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU SECOND SEMESTRE</b>	<b>11</b>

<b>I - Systèmes linéaires</b>	<b>11</b>
<b>II - Compléments d'analyse</b>	<b>11</b>
1 - Fonction valeur absolue . . . . .	11
2 - Suites réelles . . . . .	11
3 - Limites de fonctions . . . . .	12
4 - Continuité sur un intervalle . . . . .	12
5 - Fonctions logarithme et exponentielle . . . . .	12
<b>III - Probabilités sur un univers fini</b>	<b>12</b>
1 - Coefficients binomiaux . . . . .	12
2 - Variables aléatoires réelles . . . . .	13
3 - Lois usuelles finies . . . . .	13
<b>IV - Intégration sur un segment</b>	<b>13</b>
1 - Définition . . . . .	13
2 - Propriétés de l'intégrale . . . . .	14
3 - Application . . . . .	14
<b>ENSEIGNEMENT ANNUEL D'INFORMATIQUE ET D'ALGORITHMIQUE</b>	<b>15</b>
<b>I - Éléments d'informatique et d'algorithmique</b>	<b>15</b>
1 - L'environnement logiciel . . . . .	15
a) Constantes prédéfinies. Création de variables par affectation. . . . .	15
b) Constructions de vecteurs et de matrices numériques . . . . .	15
c) Opérations élémentaires . . . . .	15
d) Fonctions usuelles prédéfinies . . . . .	15
2 - Graphisme en deux dimensions . . . . .	16
3 - Programmation d'algorithmes et de fonctions . . . . .	16
<b>II - Liste de savoir-faire exigibles en première année</b>	<b>16</b>

## INTRODUCTION

### 1 Objectifs généraux de la formation

Les mathématiques jouent un rôle important en sciences économiques et en gestion, dans les domaines notamment de la finance ou de la gestion d'entreprise, de la finance de marché, des sciences sociales. Les probabilités et la statistique interviennent dans tous les secteurs de l'économie et dans une grande

variété de contextes (actuariat, biologie, épidémiologie, finance quantitative, prévision économique, ...) où la modélisation de phénomènes aléatoires à partir de bases de données est indispensable.

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement des classes préparatoires économiques et commerciales et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants. Ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations.

Les limites du programme sont clairement précisées. Elles doivent être respectées aussi bien dans le cadre de l'enseignement en classe que dans l'évaluation.

L'objectif n'est pas de former des professionnels des mathématiques, mais des personnes capables d'utiliser des outils mathématiques ou d'en comprendre l'usage dans diverses situations de leur parcours académique et professionnel.

Une fonction fondamentale de l'enseignement des mathématiques dans ces classes est de structurer la pensée des étudiants et de les former à la rigueur et à la logique en insistant sur les divers types de raisonnement (par équivalence, implication, l'absurde, analyse-synthèse...).

## 2 Compétences développées

L'enseignement de mathématiques en classes préparatoires économiques et commerciales vise à développer en particulier chez les étudiants les compétences suivantes :

- **Rechercher et mettre en œuvre des stratégies adéquates** : savoir analyser un problème, émettre des conjectures notamment à partir d'exemples, choisir des concepts et des outils mathématiques pertinents.
- **Modéliser** : savoir conceptualiser des situations concrètes (phénomènes aléatoires ou déterministes) et les traduire en langage mathématique, élaborer des algorithmes.
- **Interpréter** : être en mesure d'interpréter des résultats mathématiques dans des situations concrètes, avoir un regard critique sur ces résultats.
- **Raisonner et argumenter** : savoir conduire une démonstration, confirmer ou infirmer des conjectures.
- **Maîtriser les concepts et les techniques mathématiques** : savoir employer les symboles mathématiques à bon escient, être capable de mener des calculs de manière pertinente et efficace. Utiliser avec discernement l'outil informatique.
- **Communiquer par écrit et oralement** : comprendre les énoncés mathématiques, savoir rédiger une solution rigoureuse, présenter une production mathématique.

## 3 Architecture des programmes

Le niveau de référence à l'entrée de la filière EC voie technologique est celui de l'enseignement obligatoire de la classe de terminale sciences et technologies du management et de la gestion. Le programme se situe dans le prolongement de ceux des classes de première et terminale de la filière STMG.

Il est indispensable que chaque enseignant ait une bonne connaissance des programmes du lycée, afin que ses approches pédagogiques ne soient pas en rupture avec l'enseignement qu'auront reçu les étudiants en classes de première et de terminale.

Le programme s'organise autour de quatre points qui trouveront leur prolongement dans les études futures des étudiants :

- Une approche de l'algèbre linéaire est présentée en première année par le biais des systèmes d'équations linéaires. Le calcul matriciel sera abordé en seconde année.
- L'analyse en 1ère année, vise à mettre en place l'ensemble des outils usuels autour des suites et des fonctions. L'aspect opératoire et l'interprétation graphique sont privilégiés. Aucune difficulté théorique n'est soulevée.
- Les probabilités et les statistiques s'inscrivent dans la continuité de la formation initiée dès la classe de troisième et poursuivie jusqu'en classe de terminale. Le cadre principal est celui des univers finis pour lesquels le langage abstrait des probabilités est mis en place.
- L'informatique est enseignée tout au long de l'année en lien direct avec le programme de mathématiques. Cette pratique régulière permettra aux étudiants de construire ou de reconnaître des algorithmes relevant par exemple de la simulation de lois de probabilité, de recherches de valeurs approchées en analyse.

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme. Les probabilités, par exemple, permettent d'utiliser certains résultats d'analyse (suites, séries, intégrales...) et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.

Le programme de mathématiques est organisé en deux semestres de volume sensiblement équivalent. Ce découpage en deux semestres d'enseignement doit être respecté ; en revanche, au sein de chaque semestre, aucun ordre particulier n'est imposé et chaque professeur y conduit en toute liberté l'organisation de son enseignement, bien que la présentation par blocs soit fortement déconseillée.


Dans le contenu du premier semestre, figurent les notions nécessaires et les objets de base qui serviront d'appui à la suite du cours. Ces éléments sont accessibles à tous les étudiants quelles que soient les pratiques antérieures et potentiellement variables de leurs lycées d'origine. Ces contenus vont, d'une part, permettre une approche plus approfondie et rigoureuse de concepts déjà présents mais peu explicités en classe de terminale, et d'autre part, mettre en place certaines notions et techniques de calcul et de raisonnement fondamentales pour la suite du cursus.

Le programme se présente de la manière suivante : dans la colonne de gauche figurent les contenus exigibles des étudiants ; la colonne de droite comporte des précisions sur ces contenus, des applications ou des exemples d'activités.

Les développements formels ou trop théoriques doivent être évités, ils ne correspondent pas au cœur de formation de ces classes préparatoires.

Les résultats mentionnés dans le programme seront admis ou démontrés selon les choix didactiques faits par le professeur ; pour certains résultats, marqués comme « admis », la présentation d'une démonstration en classe est déconseillée.

Les travaux dirigés sont le moment privilégié de la mise en œuvre, et de la prise en main par les étudiants des techniques usuelles et bien délimitées inscrites dans le corps du programme. Cette maîtrise s'acquiert notamment par l'étude de problèmes que les étudiants doivent *in fine* être capables de résoudre par eux-mêmes.

Le symbole  indique les parties du programme pouvant être traitées en liaison avec l'informatique. Cette partie du programme est commune à l'ensemble des filières des classes économiques. Le logiciel de référence choisi pour ce programme est Scilab.

## ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU PREMIER SEMESTRE

Le premier semestre doit permettre la consolidation des notions étudiées jusqu'en terminale tout en les approfondissant.

### I - Outils mathématiques

*Ce chapitre présente quelques points de vocabulaire, quelques notations, ainsi que des modes de raisonnements indispensables pour avoir la capacité d'argumenter rigoureusement sur un plan mathématique. Les paragraphes 1) et 2) ne doivent pas faire l'objet d'un exposé théorique, les notions seront introduites progressivement au cours du semestre, et renforcées au delà, en fonction de leur utilité.*

#### 1 - Raisonnement

*On confrontera les étudiants à divers modes de raisonnements (démontrer une implication, une équivalence, raisonnement par l'absurde, raisonnement par récurrence) à l'aide d'exemples variés issus des différents chapitres étudiés.*

Les étudiants doivent savoir :

- utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » ;
- utiliser à bon escient les quantificateurs universel, existentiel et repérer les quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ;
- distinguer, dans le cas d'une proposition conditionnelle, la proposition directe, sa réciproque, sa contraposée et sa négation ;
- utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ;
- formuler la négation d'une proposition ;
- utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;
- reconnaître et utiliser des types de raisonnement spécifiques : raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde.

Notations :  $\exists$ ,  $\forall$ .

Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.

#### 2 - Ensembles, applications

*L'objectif est d'acquérir le vocabulaire élémentaire sur les ensembles et les applications. On s'appuiera sur des représentations graphiques.*

##### a) Ensembles, parties d'un ensemble

Ensemble, élément, appartenance.  
Sous-ensemble (ou partie), inclusion. Ensemble  $\mathcal{P}(E)$  des parties de  $E$ . Réunion. Intersection. Complémentaire. Complémentaire d'une union et d'une intersection.

Lois de Morgan.  
Produit cartésien.

## b) Applications

Définition.  
Composition.  
Bijection, application réciproque.

## 3 - Calculs numériques et algébriques

*Il s'agit de rappeler les notations  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Q}$  et  $\mathbf{R}$ , les propriétés des opérations arithmétiques, les règles de calcul, le traitement des égalités et des inégalités.*

Puissances entières de 10.  
Puissances entières d'un réel.

Développement, factorisation d'expressions algébriques.  
Racine carrée d'un réel positif. Propriétés.  
Identités remarquables.

Manipulation des inégalités.  
Notion d'intervalle.  
Intervalle ouvert, fermé, semi-ouvert.  
Résolution d'équations et d'inéquations simples.

## 4 - Polynômes à coefficients réels

*Toute étude théorique sur les polynômes est exclue.*

Racines et signe d'un polynôme du premier et du second degré. Discriminant.  
Fonctions polynomiales.  
Degré.  
Somme, produit.  
Factorisation d'un polynôme par  $(x - a)$  si  $a$  est racine de ce polynôme.  
Application à l'étude d'équations et d'inéquations.

On fera le lien entre les opérations ensemblistes et les connecteurs logiques usuels (« et », « ou »).  
Le complémentaire d'une partie  $A$  de  $E$  est noté  $\bar{A}$ .


On introduira les notations  $\mathbf{R}^2$  et  $\mathbf{R}^n$ .


Ces notions seront introduites sur des exemples simples.

On attend en particulier la maîtrise des formules  $(xy)^n = x^n y^n$ ,  $x^{n+m} = x^n x^m \dots$   
On manipulera également des quotients.

Les attendus se limitent aux formules suivantes :  
 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$  ;  
 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .

Il s'agit d'une reprise des types d'équations et d'inéquations abordées dans les classes antérieures et pratiquées en gestion.

Illustration graphique.   
Factorisation d'un trinôme du second degré.  
On identifie polynôme et fonction polynomiale.

Pratique, sur des exemples, de la division euclidienne. 




## II - Suites réelles

On présentera des exemples de suites issus du monde économique (capital et taux d'intérêt, emprunt à annuités constantes).

Les notions de comportement et de limite ne seront abordées qu'au second semestre.

Ce chapitre fournira l'occasion d'illustrer le raisonnement par récurrence.

Suites arithmétiques, suites géométriques.

Calcul du  $n$ -ième terme. 

Application aux suites arithmético-géométriques.


On se ramènera au cas d'une suite géométrique.



Somme des  $n$  premiers nombres entiers naturels et somme des  $n$  premiers termes de la suite  $(q^k)$ .

Calculs de sommes portant sur les suites arithmétiques et géométriques. Transformation de

Notation  $\sum$ .

$\sum_{i=1}^n au_i$  et  $\sum_{i=1}^n (u_i + v_i)$ . 

## III - Fonctions réelles d'une variable réelle

Les fonctions logarithme et exponentielle étant étudiées au second semestre, il convient donc ici d'utiliser des fonctions qui se déduisent simplement des fonctions polynomiales, rationnelles ou racine carrée. Des représentations graphiques accompagneront la présentation de ce chapitre.

### 1 - Généralités

Vocabulaire : ensemble de définition, image, antécédent, représentation graphique d'une fonction.

Illustration avec les fonctions usuelles connues : carré, cube, inverse, racine carrée.

Fonctions paires, impaires.

Fonctions monotones, strictement monotones.

Fonctions majorées, minorées, bornées.

Somme, produit, quotient de fonctions, composée de fonctions.

Introduction de la notion de fonction bijective, fonction réciproque.

Lien avec l'équation  $f(x) = c$ .

### 2 - Limites

La définition formelle d'une limite est hors programme. Toute étude théorique sur les limites est exclue. Les résultats seront énoncés sans démonstration et illustrés par des représentations graphiques.

Limite d'une fonction en un point.



Limite à droite, limite à gauche.

Extension de la notion de limite en  $+\infty$  ou en  $-\infty$ .

Notion de limite infinie en un point, en  $+\infty$  ou en  $-\infty$ .

Opérations algébriques sur les limites.

Limite d'une fonction composée.

Limites des fonctions polynomiales et rationnelles en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .

Les limites sont données par les limites des monômes de plus haut degré ou leur quotient.

Interprétation graphique des limites : courbes asymptotes, asymptotes parallèles aux axes, directions asymptotiques.



### 3 - Continuité

Continuité d'une fonction en un point.  
Continuité de la somme, du produit, du quotient de deux fonctions continues. Composition de deux fonctions continues.

Une fonction  $f$  est continue en  $a$  si et seulement si  $f(x)$  admet pour limite  $f(a)$  quand  $x$  tend vers  $a$ .

Le prolongement par continuité est hors programme.

### 4 - Dérivabilité

Dérivabilité d'une fonction en un point, nombre dérivé, approximation affine au voisinage d'un point.

Nombre dérivé à gauche et à droite.

Fonction dérivée.

Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une fonction composée.

Caractérisation des fonctions constantes et monotones par le signe de la dérivée.

Tableau de variation.

Extremum local d'une fonction dérivable.

Dérivées successives, notation  $f^{(p)}$ .

Interprétation graphique.

Notation  $f'$ .

Résultat admis.

Si  $f$  est une fonction dérivable sur un intervalle  $I$  et si  $f' \geq 0$  sur  $I$ , ne s'annulant qu'en un nombre fini de points, alors  $f$  est strictement croissante sur  $I$ .

Sur des exemples, application à l'étude d'équations et d'inéquations, à l'obtention de majorations et de minorations.

Une fonction  $f$ , dérivable sur un intervalle ouvert  $I$ , admet un extremum local en un point de  $I$  si sa dérivée s'annule en changeant de signe en ce point.

La notion de fonction de classe  $C^p$  ou  $C^\infty$  est hors programme.

### 5 - Convexité

Tous les résultats de ce paragraphe seront admis. L'inégalité de la convexité n'est pas un attendu de 1ère année.

Définition d'une fonction convexe.

Une fonction est convexe (respectivement concave) si la courbe est au-dessous (respectivement au-dessus) des cordes.

Position d'une courbe par rapport aux tangentes dans le cas où la fonction est convexe et dérivable.



Caractérisation des fonctions convexes deux fois dérivables.

Caractérisation d'un point d'inflexion si  $f$  est deux fois dérivable.



#### IV - Probabilités sur un univers fini

L'objectif est de mettre en place dans le cas fini, un cadre dans lequel on puisse énoncer des résultats généraux et mener des calculs de probabilités sans difficulté théorique. On fera le lien avec l'emploi des arbres pondérés préconisé durant le cycle terminal du lycée.

##### 1 - Espaces probabilisés finis

###### a) Observation d'une expérience aléatoire - Événements

Expérience aléatoire.

Univers  $\Omega$  des résultats observables, événements. Opérations sur les événements, événements incompatibles, événements contraires.

Système complet d'événements finis.

On dégagera ces concepts à partir de l'étude de quelques situations simples.

On se limitera aux systèmes complets d'événements de type  $A_1, \dots, A_n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) où les  $A_i$  sont des parties deux à deux disjointes et de réunion égale à  $\Omega$ .

###### b) Probabilité

Une probabilité est une application  $P$  définie sur  $\mathcal{P}(\Omega)$  et à valeurs dans  $[0, 1]$  vérifiant  $P(\Omega) = 1$  et pour tous  $A$  et  $B$  incompatibles de  $\mathcal{P}(\Omega)$ ,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

Formule de Poincaré ou du crible pour deux, trois et quatre événements.

Cas de l'équiprobabilité.

###### c) Probabilité conditionnelle

Probabilité conditionnelle.

Si  $P(A) \neq 0$ ,  $P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$ .

Formule des probabilités composées.

Notation  $P_A$ .

Si  $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}) \neq 0$  alors :

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1)P_{A_1}(A_2) \dots P_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}}(A_n)$$

Formule des probabilités totales.

Si  $A_1, \dots, A_n$  est un système complet, alors pour tout événement  $B$  on a :

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B \cap A_i)$$

On pourra appliquer la formule des probabilités totales à l'étude de chaînes de Markov simples.

Formule de Bayes.

## d) Indépendance en probabilité

Indépendance de deux événements.

Si  $P(A) \neq 0$ ,  $A$  et  $B$  sont indépendants si et seulement si  $P_A(B) = P(B)$ .

Indépendance mutuelle de  $n$  événements.

Si  $n$  événements  $A_i$  sont mutuellement indépendants, il en est de même pour les événements  $B_i$ , avec  $B_i = A_i$  ou  $\overline{A_i}$ .

## 2 - Variables aléatoires réelles

*On rappelle que l'univers  $\Omega$  considéré est fini. Toutes les définitions qui suivent concernent ce seul cas.*

Une variable aléatoire est une application de  $\Omega$  dans  $\mathbf{R}$ .

On adoptera les notations habituelles telles que  $[X = x]$ ,  $[X \leq x]$ , etc.

Système complet associé à une variable aléatoire

Fonction de répartition d'une variable aléatoire  $X$ .

$$F_X(x) = P(X \leq x).$$

Loi de probabilité d'une variable aléatoire.

La fonction de répartition caractérise la loi d'une variable aléatoire.

Espérance d'une variable aléatoire finie.

$$E(aX + b) = aE(X) + b.$$

$$E(X) = \sum_i x_i P[X = x_i].$$

## V - Statistique univariée

*Les notions de ce chapitre ont été abordées dans les classes antérieures. Il s'agit de préciser le vocabulaire, de rappeler quelques techniques de description statistique, de montrer sur des exemples concrets issus de situations réelles l'intérêt et les limites des résumés statistiques introduits.*

Notions de population, d'individus et d'échantillon observé.


Un échantillon est une liste d'individus de la population. Si la liste est exhaustive, on l'identifie à la population.

Notion de caractère : caractère qualitatif, caractère quantitatif. Série statistique associée à un échantillon.


Un caractère est encore appelé variable statistique.

Description d'une série statistique : effectifs, fréquences, fréquences cumulées.

Représentations graphiques.

Diagrammes en bâtons, histogrammes. 

Analyse d'un caractère quantitatif : caractéristiques de position (moyenne, médiane); mode(s); caractéristiques de dispersion (variance et écart-type empiriques, quartiles, déciles).

On notera bien que les paramètres empiriques sont calculés à partir de l'échantillon observé. On montrera sur des exemples les avantages et les inconvénients des caractéristiques liées à la structure euclidienne (moyenne et écart-type) et ceux qui sont liés à la structure d'ordre (quantiles). 

## ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES DU SECOND SEMESTRE

### I - Systèmes linéaires

*L'étude des systèmes linéaires à coefficients réels prépare la mise en place, en deuxième année, du calcul matriciel. Tout développement théorique est hors programme.*

Résolution.

Méthode du pivot de Gauss.

On présentera la méthode du pivot de Gauss à l'aide d'exemples numériques.

On prendra les notations suivantes pour le codage des opérations élémentaires sur les lignes :

$L_i \leftrightarrow L_j$  ;  $L_i \leftarrow L_i + \beta L_j$  avec  $i \neq j$  ;

$L_i \leftarrow \alpha L_i$  avec  $\alpha \neq 0$  ;  $L_i \leftarrow \alpha L_i + \beta L_j$  avec  $i \neq j$  et  $\alpha \neq 0$ .

### II - Compléments d'analyse

*En analyse, on évitera la recherche d'hypothèses minimales, tant dans les théorèmes que dans les exercices et problèmes, préférant des méthodes efficaces pour un ensemble assez large de fonctions usuelles.*

*Pour les résultats du cours, on se limite aux fonctions définies sur un intervalle de  $\mathbf{R}$ . Les étudiants doivent pouvoir traiter les situations qui s'y ramènent.*

*Toute étude théorique sur les limites (suites ou fonctions) est exclue. Les résultats seront énoncés sans démonstration.*

#### 1 - Fonction valeur absolue

Définition, notation, propriétés, représentation graphique.

Lien avec la distance dans  $\mathbf{R}$ .

#### 2 - Suites réelles

Suite monotone, minorée, majorée, bornée.

Limite d'une suite, définition des suites convergentes.

Généralisation aux limites infinies.

$(u_n)_{n \in \mathbf{N}}$  converge vers  $\ell \in \mathbf{R}$  si tout intervalle ouvert contenant  $\ell$  contient les  $u_n$  pour tous les indices  $n$  sauf pour un nombre fini d'entre eux.



Unicité de la limite.

Opérations sur les limites.

Compatibilité du passage à la limite avec la relation d'ordre.

Existence d'une limite par encadrement.

Théorème de la limite monotone.

Toute suite croissante (resp. décroissante) et majorée (resp. minorée) converge.

Toute suite croissante (resp. décroissante) non majorée (resp. non minorée) tend vers  $+\infty$  (resp.  $-\infty$ ).

### 3 - Limites de fonctions

Compatibilité du passage à la limite avec la relation d'ordre.

Existence d'une limite par encadrement.  
Théorème de la limite monotone.

Si  $f$  est croissante et majorée (resp. minorée) sur l'intervalle  $]a, b[$ , alors  $f$  admet une limite finie en  $b$  (resp. en  $a$ ).

Si  $f$  est croissante et non majorée (resp. non minorée) sur l'intervalle  $]a, b[$ , alors  $f$  admet pour limite  $+\infty$  en  $b$  (resp.  $-\infty$  en  $a$ ).

Cas analogues pour  $f$  décroissante.

Extension aux cas où  $a$  ou  $b$  sont infinis.


### 4 - Continuité sur un intervalle

Théorème des valeurs intermédiaires : l'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.

L'image d'un segment par une fonction continue est un segment.

Fonction continue strictement monotone sur un intervalle. Caractère bijectif. Continuité et sens de variation de la fonction réciproque. Représentation graphique de la fonction réciproque.

Ces énoncés seront admis.

On utilisera ce résultat pour étudier des équations du type  $f(x) = k$ . 

### 5 - Fonctions logarithme et exponentielle

*Les fonctions hyperboliques sont hors programme.*

Fonction logarithme népérien.  
Dérivée, limites, représentation graphique

La fonction logarithme est introduite comme primitive de la fonction inverse sur  $\mathbf{R}_+^*$ .  
 $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ .

Fonction exponentielle.  
Dérivée, limites, représentation graphique.

La fonction exponentielle est introduite comme réciproque de la fonction logarithme.  
 $\exp(a+b) = \exp(a) \exp(b)$ .

Fonctions puissances (exposant réel).

Comparaison des fonctions exponentielle, puissances et logarithme au voisinage de l'infini et au voisinage de 0.


Pour  $\alpha > 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^\alpha}$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^\alpha \ln x)$ .

## III - Probabilités sur un univers fini

### 1 - Coefficients binomiaux

On donne dans ce paragraphe l'interprétation combinatoire de ces coefficients mais on évitera toute technicité dans les exercices.

Factorielle, notation  $n!$ .

Interprétation de  $n!$  en tant que nombre de permutations d'un ensemble à  $n$  éléments. 

Parties à  $k$  éléments d'un ensemble à  $n$  éléments.

Coefficients binomiaux, notation  $\binom{n}{k}$ .

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Relation  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ .

Formule du triangle de Pascal :

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

On fera le lien entre les parties à  $k$  éléments d'un ensemble à  $n$  éléments et le nombre de chemins d'un arbre réalisant  $k$  succès pour  $n$  répétitions. Ces relations pourront faire l'objet de manipulations sur la notation factorielle.

La formule de Pascal fournit un algorithme de calcul pour le calcul numérique des coefficients.  $\blacktriangleright$

## 2 - Variables aléatoires réelles

Les variables aléatoires étudiées sont encore définies sur un univers fini.

Variable aléatoire  $Y = g(X)$  lorsque  $g$  est une fonction à valeurs réelles.

Théorème de transfert.

$$E(g(X)) = \sum_i g(x_i)P[X = x_i]. \text{ Théorème admis}$$

Notations  $V(X)$ ,  $\sigma(X)$ .

Variance d'une variable aléatoire. Écart-type.

$$V(aX + b) = a^2V(X)$$

Formule de Koenig-Huygens.

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

Variables centrées, centrées réduites.

Notation  $X^*$  pour la variable aléatoire centrée réduite associée à  $X$ .

## 3 - Loix usuelles finies

Les étudiants devront connaître l'espérance et la variance des loix usuelles.

Loi certaine.

Loi uniforme sur  $\llbracket 1, n \rrbracket$ .

Loi de Bernoulli.

Loi binomiale.

Application : formule du binôme de Newton.

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket 1, n \rrbracket)$ .  $\blacktriangleright$

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$ .

Notation  $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p)$ .  $\blacktriangleright$

Lorsque  $a$  et  $b$  sont strictement positifs, lien avec la loi  $\mathcal{B}(n, p)$  pour  $p = \frac{a}{a+b}$ . La formule du binôme de Newton dans le cas général pourra être démontrée par récurrence.

## IV - Intégration sur un segment

Pour le calcul d'intégrales à partir des primitives, on se limitera à des exemples simples. Les changements de variable sont hors programme.

### 1 - Définition

Aire sous la courbe d'une fonction positive.

Dans le cas où  $f$  est affine positive, on constatera que cette fonction « aire sous la courbe » admet  $f$  pour dérivée.

Primitive d'une fonction continue sur un intervalle.

Toute fonction  $f$  continue sur un intervalle  $I$  admet au moins une primitive  $F$ .

Intégrale d'une fonction continue sur un segment.

Relation de Chasles.

## 2 - Propriétés de l'intégrale

Linéarité de l'intégrale. Intégration par parties.

Positivité de l'intégrale. Comparaison d'intégrales.

Interprétation géométrique de l'intégrale d'une fonction continue positive.

## 3 - Application

Introduction de la notion de variable aléatoire à densité : exemple de la loi uniforme sur un segment.

Admis.

Sur un intervalle si  $F$  est une primitive de  $f$  alors toute autre primitive est de la forme  $F + c$  où  $c$  est une constante.

Définition :  $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ , où  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $I$ . Cette définition est indépendante du choix de la primitive  $F$  de  $f$  sur  $I$ .

Sur des exemples, on pourra mettre en œuvre la méthode des rectangles pour le calcul approché d'une intégrale. ▶

Simulation. ▶



# ENSEIGNEMENT ANNUEL D'INFORMATIQUE ET D'ALGORITHMIQUE

## I - Éléments d'informatique et d'algorithmique

L'objectif est d'initier les étudiants à l'algorithmique et à l'utilisation de l'informatique en mathématiques au travers de thèmes empruntés au programme pour comprendre, illustrer et éclairer les notions introduites. Dès qu'un calcul numérique est envisagé, dès qu'un problème incite à tester expérimentalement un résultat, dès qu'une situation aléatoire peut être modélisée avec des outils informatiques, le recours à des algorithmes et des logiciels devra devenir naturel.

Le logiciel retenu pour la programmation dans ce programme des classes économiques et commerciales est Scilab.

L'utilisation du logiciel se fait en continuité avec le cours de mathématiques et sera suivi d'une mise en œuvre sur ordinateur. Seules les notions de Scilab indiquées dans le programme sont exigibles.

### 1 - L'environnement logiciel

#### a) Constantes prédéfinies. Création de variables par affectation.

`%pi %e` Approximations de  $\pi$  et  $e$ .  
Affectation : `[nom = expression]` // permet de commenter une commande.  
L'expression peut être du type numérique, matricielle ou du type chaîne de caractères.

#### b) Constructions de vecteurs et de matrices numériques

Vecteurs lignes : `[ , , ..., ]`  
Vecteurs colonnes : `[ ; ; ... ; ]`  
Matrices  $n \times p$  : `[ , ..., ; ... ; , ..., ]`

#### c) Opérations élémentaires

Opérations arithmétiques : Les opérations arithmétiques de base s'appliquent aux variables numériques ou matricielles.  
`+ - * / ^`  
Comparaisons - tests :  
`== > < >= <= <>`  
Logiques :  

<code>&amp;</code>	<code> </code>
<code>and</code>	<code>or</code>

#### d) Fonctions usuelles prédéfinies

Fonctions numériques usuelles : Toutes ces fonctions peuvent s'appliquer à des variables numériques ou à des matrices élément par élément.  
`log, exp, floor, abs, sqrt`

Fonction rand

La fonction `rand` pourra être utilisée avec les paramètres correspondant aux lois de probabilité présentes dans le programme.

Transposée d'une matrice : `A'`

Extraction ou modification d'un élément, d'une ligne ou d'une colonne d'une matrice.

On pourra utiliser les fonctions `size(A)`, `find` dans le cadre de simulations.

Les opérations matricielles (+ - \*) n'interviendront que lorsqu'elles faciliteront le traitement des données.

## 2 - Graphisme en deux dimensions

Courbes représentatives de fonctions usuelles, de densités et de fonctions de répartition.

Tracé d'histogrammes.

On pourra utiliser les fonctions `plot`, `plot2d`, `bar`, `histplot`, la fonction `linspace(a,b,n)` et les opérations `./`, `.*`, `.^`

## 3 - Programmation d'algorithmes et de fonctions

Les structures suivantes seront utilisées :

Structure conditionnelle :

```
if ...then ...end
```

```
if ...then ...else ...end
```

Structures répétitives :

```
for k=...: :...end
```

```
while ...then ...end
```

Fonctions - arguments - retour de résultats.

Fonction d'entrée des données `input()`

Fonction de sortie de résultat(s) `disp()`

Exemples :  $n!$ ,  $\binom{n}{p}$ .

Saisie au clavier - message indicatif possible.

Affichage du contenu d'une variable à l'écran avec commentaire éventuel.

## II - Liste de savoir-faire exigibles en première année

Calcul des termes d'une suite.

Exploitation graphique des résultats.

Calculs de valeurs approchées de la limite d'une suite.

On utilisera des structures répétitives et conditionnelles en exploitant l'étude mathématique. La détermination du rang d'arrêt du calcul résultera directement de l'étude mathématique ou d'un algorithme qui en découle.

Calcul approché de la racine d'une équation du type  $f(x) = 0$ .

On utilisera différentes méthodes dont certaines résulteront d'une étude mathématique (suites récurrentes, encadrements, dichotomie).

Calcul des valeurs approchées d'une intégrale par la méthode des rectangles.

Utilisation de la fonction `rand` pour simuler des expériences aléatoires élémentaires conduisant à une loi usuelle.

Loi uniforme, loi binomiale.

Simulation de phénomènes aléatoires.

Utilisation de la fonction `rand`



# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

**Filière : économique et commerciale**

**Option : Technologique (ECT)**

**Discipline : Economie**

**Première et seconde années**

# **Programme d'Économie**

## **CPGE Économique et commerciale, option technologique (ECT)**

### **1) Les orientations générales**

Dans l'option technologique, l'enseignement de l'économie vise l'acquisition de connaissances et la maîtrise d'outils méthodologiques destinés à permettre aux étudiants de développer une réflexion structurée sur les problèmes économiques contemporains abordés dans le cadre du programme.

Prenant appui sur les connaissances et les compétences acquises dans le cycle terminal de la série sciences et technologies du management et de la gestion, le programme d'économie poursuit deux objectifs principaux :

- apporter les références théoriques nécessaires au développement d'une culture générale dans le domaine économique permettant de comprendre les grandes questions économiques contemporaines ;
- développer des compétences d'argumentation, d'analyse et de synthèse dans leur traitement.

**L'enseignement d'économie apporte à l'étudiant :**

- une culture et une formation générale l'amenant à s'interroger sur les enjeux économiques majeurs et à mieux les comprendre, afin d'exercer une réflexion critique sur certaines des grandes questions économiques actuelles ;
- des méthodes spécifiques qui développent le sens de l'observation et la capacité d'analyse des phénomènes économiques, avec un souci de rigueur et d'objectivité ;
- une contribution à l'exercice de sa citoyenneté, en l'amenant à construire un discours argumenté et à développer un esprit critique ;
- une compréhension de la diversité des approches explicatives.

En recevant un enseignement qui lui permet de comprendre et d'exploiter une documentation économique diversifiée, il développe des capacités à analyser, interpréter et hiérarchiser l'information.

L'étude de chacun des thèmes du programme mobilise des sources théoriques, des analyses et des faits économiques, dans une démarche d'intégration destinée à montrer la diversité des approches d'une même question.

L'usage des TIC (technologies de l'information et de la communication) est privilégié, tant en cours par le professeur que pour les travaux des étudiants (exposés, restitution de veille, etc.) ainsi que dans la communication dans et hors de la classe. Le premier semestre qui vise à faciliter l'adaptation des étudiants en classe préparatoire par un accompagnement renforcé, constitue le moment privilégié pour les préparer aux acquisitions méthodologiques indispensables à l'étude de l'économie.

Structuré en quatre modules, le programme s'inscrit dans une démarche de semestrialisation. Il constitue la base de la préparation aux concours dont les conditions et modalités sont fixées dans les règlements pédagogiques des écoles supérieures de commerce et de management. Il permet l'inscription de cet enseignement dans le cadre du schéma européen de l'enseignement supérieur.

## 2) Le programme

### Module I : Introduction au fonctionnement de l'économie

Ce module propose aux étudiants une vision globale et dynamique des principaux flux du système économique contemporain. La présentation globale des marchés conduit à en analyser le fonctionnement général en insistant notamment sur le rôle du système des prix. L'étude des différentes formes de concurrence sur les marchés justifie l'analyse des propriétés d'une économie concurrentielle au regard desquelles la présentation des structures de marché et des stratégies industrielles des firmes prend tout son sens. Le fonctionnement de l'économie de marché rencontre toutefois des limites dues notamment à certains comportements anticoncurrentiels et aux déficiences et imperfections de marché.

#### 1.1. Les composants et les relations du système économique : les acteurs, les flux

##### 1.1.1. Les agents économiques et leurs fonctions principales

##### 1.1.2. Les grands équilibres macroéconomiques : l'équilibre emplois-ressources sur biens et services, l'égalité épargne-investissement

#### 1.2 Le fonctionnement de l'économie de marché

##### 1.2.1. Les comportements d'offre et de demande

##### 1.2.2. La formation et le rôle du prix de marché

##### 1.2.3. Les structures de marché et les stratégies des firmes

##### 1.2.4. Les déficiences de marché

### Commentaires

La présentation des agents est l'occasion de décrire leurs fonctions économiques principales : l'arbitrage entre consommation et épargne pour les ménages, la production de biens et services et l'investissement pour les entreprises, le crédit pour les banques, la production de services non marchands et les opérations de redistribution du revenu et des richesses nationales pour l'État. Face à la rareté des ressources, les agents économiques se spécialisent et doivent se coordonner.

Le constat que les agents entrent dans des relations d'échanges sur des marchés donne l'occasion d'en établir une typologie simple selon leurs caractéristiques propres. La présentation des principaux équilibres entre les différents agrégats permet de montrer la complémentarité des flux de production, de revenus et de dépenses. L'approche par le circuit peut être mobilisée dans ce cadre. L'importance de l'ouverture économique et financière d'une économie comme celle de la France doit être illustrée à partir de données statistiques.

Le marché est décrit comme un lieu de rencontre entre les intérêts des offreurs et les intérêts des demandeurs sur lequel se forme une solution d'équilibre satisfaisant les parties à l'échange. Les comportements d'offre et de demande sont susceptibles de changements rapides et importants dont on étudiera les causes et les effets. La loi de l'offre et de la demande peut être illustrée par de nombreux exemples tirés de marchés réels.

L'étude du fonctionnement d'une économie concurrentielle doit amener à raisonner sur ses principes (coordination entre les différents projets individuels, allocation optimale des ressources entre les différents emplois possibles) et ses limites. Elle doit être analysée comme un processus dynamique de découvertes mutuelles. La présentation des structures de marché permet de mettre en relation le nombre d'acteurs et la taille minimale requise sur les différents marchés.

Les déficiences de marché sont l'occasion de caractériser les différentes causes de la mise en échec du système des prix pour guider correctement les agents dans leurs décisions

économiques. Les effets externes positifs et négatifs, les biens collectifs, le cas des activités de production à rendements à l'échelle croissants (monopole naturel) sont analysés au travers d'exemples. Les problèmes causés par les situations d'échange en information imparfaite sont vus de façon concrète et appliquée au fonctionnement des principaux marchés.

Les stratégies anticoncurrentielles des firmes sont illustrées à partir d'exemples réels d'ententes illicites et d'abus de position dominante afin de permettre l'analyse de leur coût en termes de bien-être.

## **Module II : Conditions et finalités de la croissance**

Ce module aborde les caractéristiques des facteurs de production mobilisés pour produire et présente leurs propriétés principales. Il poursuit par une analyse de l'origine de la formation de richesses, du financement de l'activité économique, pour poser la question des finalités de la croissance.

### **2.1. Les facteurs de production**

**2.1.1. Le facteur travail, l'évolution de la population active et des qualifications**

**2.1.2. Le capital et l'investissement : formes et déterminants**

**2.1.3. Le progrès technique**

**2.1.4. Les propriétés des facteurs : substituabilité, productivité**

### **2.2. L'analyse de la croissance**

**2.2.1. La quantification, le caractère cyclique de la croissance économique**

**2.2.2. Les déterminants conjoncturels de la croissance**

**2.2.3. Les déterminants à long terme de la croissance ; la croissance potentielle**

### **2.3. Le financement de la croissance**

**2.3.1. Le financement indirect de l'économie par les établissements de crédit**

**2.3.2. Le financement direct de l'économie par le marché financier**

### **2.4. Les finalités de la croissance**

**2.4.1. La croissance et le développement économique**

**2.4.2. La croissance et le développement durable**

## **Commentaires**

La formation de la valeur produite est le résultat d'une offre de facteurs et de leur combinaison plus ou moins efficiente. Les différents facteurs mobilisés sont étudiés sous leurs aspects quantitatifs et qualitatifs, mais aussi dynamiques, notamment pour l'accumulation du capital dont on étudie les principaux déterminants. L'analyse du choix de la combinaison de facteurs permet d'identifier leur propriété de substituabilité plus ou moins parfaite et de mesurer les résultats obtenus à travers la notion de productivité.

L'étude de la croissance justifie une analyse de l'évaluation de la valeur produite par des agrégats comme le produit intérieur brut, mesuré au niveau d'un pays ou rapporté à la population ou par tête. Il sera pertinent de la compléter par l'interprétation de séries temporelles de données chiffrées concernant divers pays dont la France, qui n'est qu'une référence privilégiée parmi d'autres.

L'analyse des déterminants de la croissance est réalisée à deux niveaux complémentaires. À court terme, la croissance est soutenue par les facteurs de demande (intérieure et extérieure).

Il est possible de raisonner à partir des analyses produites par les conjoncturistes et du tableau emplois et ressources de l'économie nationale. À long terme, la croissance repose sur les facteurs d'offre. À ce stade de l'analyse, on privilégie l'étude empirique des déterminants de la croissance pour mettre en évidence le fait que, selon les pays et les périodes, la croissance s'avère plus ou moins économe en facteurs. La mise en évidence du rôle prépondérant du progrès technique, notamment dans la croissance des pays développés, conduit à s'interroger sur son origine, endogène ou exogène.

Dans une économie dynamique, l'autofinancement ne suffit généralement pas pour atteindre le niveau d'activité anticipé par les agents. Ces derniers doivent donc opter pour un financement sur le marché du crédit bancaire ou pour un financement sur les marchés financiers. Le crédit bancaire est l'occasion de présenter le rôle des banques et le fonctionnement du marché du crédit. Le marché financier est présenté ici comme le marché sur lequel sont émis et échangés des titres (actions, obligations). L'objectif est de montrer la capacité du système de financement à remplir sa fonction d'allocation des ressources entre les investisseurs et les prêteurs.

L'étude de la formation et du rôle des prix sur les marchés financiers (cours et taux) est l'occasion d'aborder l'origine des fluctuations et des crises boursières. On mettra notamment en évidence le rôle déterminant des anticipations.

Enfin, ce module doit permettre aux étudiants d'analyser les effets de la croissance sur le bien-être, individuel et collectif, présent et futur et de raisonner sur des perspectives de développement durable.

### **Module III : Internationalisation des économies**

Ce module aborde l'étude du cadre général de la mondialisation commerciale et financière. Il présente les grandes caractéristiques des échanges internationaux de biens et services ainsi que la diversité des arrangements commerciaux entre pays. L'étude de la mobilité internationale du capital permet de décrire les formes et les motivations de l'internationalisation du système productif et de montrer le rôle du système financier international dans le financement de l'activité. Il mobilise la notion de biens publics mondiaux comme concept transversal qui implique une réflexion sur les modes de coopération des pays (ou leur absence), donc questionne la gouvernance mondiale de l'économie, ses insuffisances et les risques engendrés.

#### **3.1. Le développement des échanges internationaux de biens et services**

#### **3.2. L'organisation des échanges internationaux de biens et de services**

##### **3.2.1. Les biens publics mondiaux et la gouvernance de l'économie mondiale**

##### **3.2.2. Un cadre multilatéral de négociations : l'OMC (organisation mondiale du commerce), ses missions, son fonctionnement, ses résultats, ses limites**

##### **3.2.3. D'autres formes d'organisation des échanges (accords commerciaux régionaux, accords bilatéraux)**

#### **3.3. La mobilité internationale du capital**

##### **3.3.1. Les stratégies d'internationalisation des firmes**

##### **3.3.2. La stabilité financière et la gouvernance**

#### **3.4. Les effets de la mondialisation sur les économies**

#### **3.5. L'UE (union européenne) : une union économique au sein de l'économie mondiale, sa construction et son fonctionnement**

## Commentaires

L'évolution des flux commerciaux est abordée pour mettre en valeur leur dynamisme, leur orientation sectorielle et géographique. Les tendances contemporaines pourront être illustrées avec des sources documentaires multiples.

Le libre-échange s'est développé en même temps que les demandes de protection et le recours à des formes diverses de barrières aux échanges. La réalité des pratiques protectionnistes et les arguments théoriques en faveur ou critiques du libre-échange sont confrontés et analysés. Les déterminants de la spécialisation sont étudiés et les approches contemporaines de la division internationale du processus productif sont mobilisées.

Le commerce international perçu comme un bien public mondial, s'est développé de pair avec les accords (GATT : *general agreement on tariffs and trade*/OMC : organisation mondiale du commerce) qui ont permis de définir des principes, d'organiser la coopération, de fixer les règles, et de veiller à leur application (gouvernance mondiale). Les règles du commerce international prévoient des dérogations, notamment celles qui régissent les accords bilatéraux et régionaux. Leur étude conduit à poser la question de la compatibilité de ces arrangements régionaux avec le principe du multilatéralisme défendu par l'OMC.

Les stratégies d'internationalisation des firmes prennent des formes diverses : exportations, IDE (investissement direct à l'étranger), délocalisations, accords de coopération et de sous-traitance. Elles sont motivées par de nombreux facteurs qu'il convient de présenter dans leur interdépendance.

Les déséquilibres commerciaux et financiers seront intégrés à l'étude de ce module, en s'appuyant notamment sur la balance des paiements.

Le financement de l'activité économique est aujourd'hui mondialisé. La stabilité financière, bien public mondial, pose la question de sa gouvernance. Les effets de la mondialisation sur les pays de niveaux de développement divers sont analysés. L'intégration européenne fait l'objet d'une analyse spécifique centrée d'une part, sur ses objectifs, ses réalisations, mais aussi ses freins, et, d'autre part, sur les dispositifs institutionnels originaux qui en permettent le fonctionnement.

## Module IV : Déséquilibres économiques et politique économique

Ce module aborde l'étude de l'action publique dans une économie de marché. Il en présente les moyens, les formes et les effets en mettant en évidence les raisons qui fondent l'intervention publique. Les différents acteurs des politiques publiques et leurs rôles y sont caractérisés : institutions européennes, état central, administrations de sécurité sociale, collectivités locales, autorités de régulation et de concurrence.

### 4.1. L'intervention des autorités publiques dans l'allocation des ressources

#### 4.1.1. L'intervention dans le système productif

#### 4.1.2. La production et le financement de biens collectifs

#### 4.1.3. La gestion des externalités

### 4.2 L'intervention des autorités publiques dans la redistribution des richesses

#### 4.2.1. La protection sociale : objectifs, résultats

#### 4.2.2. La correction des inégalités

### 4.3 L'intervention des autorités publiques dans la régulation

#### 4.3.1. L'objectif de stabilité des prix

#### 4.3.2. Le chômage et la politique de l'emploi

#### 4.3.3. Les politiques de croissance



## Commentaires

Il s'agit de mettre en évidence l'origine des moyens de l'action publique et les finalités principales de leur utilisation : la correction des inefficacités de marché dans l'allocation des ressources, la redistribution des revenus et enfin la régulation de l'activité économique.

Le rôle des autorités publiques dans l'organisation de la concurrence, les divers niveaux d'intervention dans l'allocation des ressources doivent être étudiés. Les fondements théoriques de l'intervention de l'État ou de son rejet sont mobilisés et contextualisés, dans un cadre international.

Il convient de mettre en valeur le rôle des pouvoirs publics dans les situations où les choix des acteurs créent des effets externes positifs ou négatifs sur la collectivité, ignorés ou insuffisamment pris en compte par le système des prix, avec des illustrations tirées de l'actualité : nuisances en termes de pollution, effets positifs sur le niveau général de formation, etc. L'intervention de l'État peut prendre plusieurs formes : l'action réglementaire et fiscale, le recours à des autorités de régulation indépendantes ou encore la création de nouveaux marchés, comme par exemple celui des permis de polluer.

Les politiques de redistribution et de protection sociale font intervenir des considérations de justice et de solidarité sociales dont les finalités peuvent être débattues. L'étude de ce thème ne suppose pas une revue exhaustive des dispositifs actuels : elle peut être menée au travers d'exemples chiffrés issus des budgets des administrations publiques et conduit à la question de la réforme de l'organisation et du financement de la protection sociale.

Les objectifs de la régulation macroéconomique sont abordés séparément de façon à les étudier en relation avec les instruments de politique économique les plus efficaces pour les atteindre. L'analyse met en valeur l'horizon des actions de politique économique et insiste sur leur dimension de régulation conjoncturelle ou structurelle.

L'analyse détaillée de la répartition des compétences en matière de politique économique est exclue du programme. Toutefois, dans les pays de la zone euro et en particulier aujourd'hui en France, les leviers de la politique économique sont désormais détenus par de nombreuses institutions tant locales, nationales qu'européennes. L'étude détaillée des divers points de ce module doit prendre appui sur des exemples concrets mettant en valeur les rôles respectifs des différents acteurs.



# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

**Filière : économique et commerciale**

**Option : Technologique (ECT)**

**Discipline : Droit**

**Première et seconde années**

# PROGRAMME DE DROIT

## CPGE Économique et commerciale, option technologique (ECT)

### 1. Les orientations générales

L'enseignement de droit est centré sur la maîtrise des mécanismes juridiques fondamentaux et l'analyse de situations juridiques d'entreprises s'inscrivant dans les limites du programme. Il prend appui sur les acquis de l'enseignement juridique reçu dans le cadre du cycle terminal de la série sciences et technologies du management et de la gestion.

La composition du programme répond à trois orientations principales.

**Première orientation :** étudier des notions juridiques fondamentales composant le droit français, quelle que soit la nature des sources de droit.

*Il s'agit d'acquérir la culture juridique nécessaire à la compréhension du rôle et de la place du droit face aux enjeux et aux évolutions de notre société. L'étude de la doctrine juridique peut être convoquée à cet effet, notamment à l'occasion de l'activité de veille juridique.*

**Seconde orientation :** appliquer ces notions à partir de l'analyse de situations juridiques simplifiées dans le cadre de l'entreprise.

*Il s'agit d'envisager la dimension instrumentale du droit, tout à la fois outil d'organisation, d'action et de protection.*

**Troisième orientation :** mettre en œuvre les différentes méthodologies liées au domaine juridique.

*Il s'agit de maîtriser les activités intellectuelles de qualification juridique, d'argumentation juridique, de recherche et d'exploitation d'une documentation juridique.*

L'objectif visé est la consolidation des connaissances et des compétences acquises au cours du cycle terminal, afin de constituer un socle pour les enseignements juridiques plus spécialisés, intégrés dans les cursus des grandes écoles de commerce et de management ou de l'université.

Le programme constitue la base de la préparation aux concours dont les conditions et modalités sont fixées dans les règlements pédagogiques des écoles supérieures de commerce et de management. Il permet l'inscription de l'enseignement du droit de la classe ECT dans le cadre du schéma européen de l'enseignement supérieur.

### 2. L'organisation du programme

Le programme comporte deux parties :

- des modules qui détaillent les contenus notionnels et les compétences associées ;
- un thème, défini chaque année, destiné à servir de cadre à une activité de veille juridique.

#### 2.1. Les modules

Structurée en quatre modules, la première partie du programme s'inscrit dans le cadre d'une progression par semestre.

Le premier module est destiné à faciliter l'intégration des étudiants et leur appropriation des exigences et méthodes de travail en classe préparatoire.

Pour chaque module, au regard des notions, sont mentionnées les compétences auxquelles elles se rapportent plus particulièrement. Il peut s'agir de compétences juridiques propres à la maîtrise du raisonnement juridique ou de compétences plus générales. Les compétences juridiques mobilisées ne sont pas exclusives des points de programme auxquels elles sont associées ; elles peuvent également être utilisées à l'occasion de l'étude d'autres points du programme.

### Module 1 - Introduction générale au droit [semestre 1]

Points de programme	Compétences
1.1 La notion de droit <ul style="list-style-type: none"> <li>• les finalités et spécificités de la règle de droit</li> <li>• les sources du droit</li> </ul>	Identifier la règle de droit applicable à une situation donnée
1.2 Le règlement des litiges <ul style="list-style-type: none"> <li>• les différentes juridictions</li> <li>• les principes de l'organisation judiciaire</li> <li>• les voies de recours : appel et pourvoi en cassation</li> </ul>	Analyser l'apport jurisprudentiel d'une décision de la Cour de cassation

#### Commentaires

Ce module constitue une introduction générale à l'ensemble du programme. À ce titre, son étude trouve naturellement sa place au premier semestre, avant même de commencer l'activité de veille sur le thème. Les deux compétences associées à ce module sont des compétences très transversales qui peuvent être mobilisées pour tout point des autres modules.

Avant de préciser les principales caractéristiques de la règle de droit, ses finalités sont étudiées sous deux aspects : collectif et individuel.

Les différentes sources de droit sont abordées à l'aide de plusieurs critères : sources nationales / sources internationales ; sources directes / sources indirectes. Leurs rapports de hiérarchie et de complémentarité sont examinés.

Les principaux caractères structurants de l'organisation juridictionnelle nationale sont évoqués. L'organisation judiciaire fait l'objet d'une étude plus approfondie. Au niveau de l'Union Européenne, on présente les domaines de compétence des juridictions européennes, ainsi que les principales actions recevables et leurs titulaires. Cette étude permet de rappeler les grands principes qui régissent l'organisation judiciaire.

### Module 2 - Droit civil [semestre 2]

Points de programme	Compétences
2.1 La personnalité juridique et la diversité des droits <ul style="list-style-type: none"> <li>• la personnalité juridique et ses différentes formes</li> <li>• les sources des droits subjectifs : actes et faits juridiques</li> <li>• la preuve des droits subjectifs : objet, charge et modes</li> </ul>	Argumenter sur l'attribution de la personnalité morale à un groupement donné

<ul style="list-style-type: none"> <li>les principales classifications : droits patrimoniaux / droits extrapatrimoniaux, droits réels / droits personnels / droits intellectuels</li> </ul> <p>2.2 Le contrat</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>le contrat, notion et fonctions</li> <li>principes et mécanismes contractuels encadrant la formation du contrat : liberté contractuelle, conditions de formation et nullités</li> <li>les principales classifications : contrat unilatéral / contrat synallagmatique, contrat à titre onéreux / contrat à titre gratuit, contrat commutatif / contrat aléatoire, contrat nommé / contrat innommé, contrat consensuel / contrat réel / contrat solennel</li> <li>l'exécution du contrat : effet obligatoire et effet relatif</li> <li>l'inexécution du contrat : exécution forcée, résolution du contrat et dommages et intérêts, responsabilité contractuelle, exception d'inexécution, exécution par un tiers aux frais du débiteur</li> </ul> <p>2.3 La responsabilité civile délictuelle</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>les fondements de la responsabilité civile et leurs évolutions</li> <li>les conditions de mise en jeu de la responsabilité : dommage, fait générateur et lien de causalité</li> <li>la réparation du dommage</li> </ul>	<p>Qualifier un droit subjectif dans une situation donnée et en apprécier les conséquences au niveau du régime juridique et probatoire</p> <p>Analyser la validité d'un contrat</p> <p>Argumenter sur la mise en jeu de la responsabilité contractuelle dans une situation donnée</p> <p>Identifier les solutions juridiques en cas d'inexécution propres à certains contrats ou communes à tous les contrats</p> <p>Analyser le respect des conditions de validité d'une clause contractuelle donnée Analyser l'intérêt que présente une clause contractuelle donnée pour les parties</p> <p>Apprécier le respect des conditions de mise en jeu de la responsabilité dans une situation donnée</p> <p>Identifier les caractéristiques du dommage réparable dans une situation juridique donnée.</p> <p>Dans une situation juridique donnée, identifier les actions en responsabilité et les hiérarchiser dans l'intérêt de la victime.</p>
---	---

### Commentaires

Une partie des points de programme appartenant à ce module sert de fondement à des dispositions spécifiques du droit de l'entreprise.

L'étude de la personnalité porte sur les personnes physiques et les personnes morales. Cette étude permet notamment d'illustrer la diversité des sujets de droit qualifiés de personne morale.

L'étude du contrat prend appui tant sur celle de ses fonctions que sur celle des grands principes du droit national des contrats.

Les principaux régimes de responsabilité civile sont abordés : la responsabilité du fait personnel, du fait d'autrui (essentiellement la responsabilité des commettants du fait de leurs préposés), du fait des choses et du fait des produits défectueux. L'étude de la responsabilité civile contractuelle inclut le régime juridique des clauses contractuelles pouvant aménager le droit à réparation.

### Module 3 – L'entreprise, sa protection et le droit du marché [semestre 3]

Points de programme	Compétences
<p>3.1 L'entreprise commerciale et le droit</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• l'entreprise individuelle et les sociétés commerciales</li> <li>• le contrat de société</li> <li>• l'environnement juridique de l'entreprise commerciale : libertés économiques et ordre public</li> </ul>	<p>Identifier les conditions d'attribution de la commercialité</p> <p>Analyser le régime juridique de la formation du contrat de société : conditions générales de validité et conditions particulières</p> <p>Identifier et articuler les normes nationales et communautaires applicables à une entreprise commerciale donnée</p>
<p>3.2 La protection de l'entreprise</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• le mécanisme de la propriété industrielle, le brevet, la marque</li> <li>• l'action en concurrence déloyale</li> <li>• les pratiques restrictives de concurrence : déséquilibre significatif dans les relations commerciales établies, rupture abusive d'une relation commerciale établie</li> </ul>	<p>Argumenter sur la mise en jeu de la responsabilité pour concurrence déloyale</p> <p>Analyser l'articulation entre l'action en contrefaçon et l'action en concurrence déloyale.</p> <p>Qualifier la pratique restrictive et déterminer le régime juridique associé</p>
<p>3.3 La protection du marché</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• les ententes, l'abus de position dominante, l'abus de dépendance économique</li> <li>• les exemptions et les sanctions,</li> <li>• le contrôle des concentrations</li> </ul>	<p>Qualifier la pratique anticoncurrentielle et déterminer le régime juridique associé</p>

#### Commentaires

L'étude des sociétés commerciales est limitée à une présentation succincte des principales sociétés (contrat de société, statuts, sans entrer dans le détail du fonctionnement des sociétés commerciales).

L'entreprise fait l'objet d'une protection juridique dans le cadre de son activité. Le droit a pour fonction de limiter les atteintes aux marchés en régulant les pratiques anticoncurrentielles.

L'étude des sanctions des pratiques restrictives est limitée aux aspects civils.

La propriété industrielle est abordée aux niveaux national, communautaire, européen et international.

La qualification et les sanctions des pratiques anticoncurrentielles sont étudiées tant en droit français qu'en droit de l'Union Européenne. L'étude de la procédure de saisine en matière de pratiques anticoncurrentielles est exclue.

#### Module 4 : L'entreprise et l'ordre public de protection [semestre 4]

Points de programme	Compétences
<p>4.1 Le cadre juridique des relations individuelles de travail</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• le contrat de travail : notion et typologies</li> <li>• la formation du contrat de travail</li> <li>• la modification du contrat de travail et la modification des conditions de travail</li> <li>• la rupture du contrat de travail : licenciement pour motif personnel, licenciement pour motif économique, démission, rupture conventionnelle, prise d'acte de la rupture</li> </ul>	<p>identifier le type de contrat de travail adapté à une situation donnée</p> <p>Qualifier et analyser la licéité d'une rupture de contrat de travail dans une situation juridique donnée Argumenter sur le choix d'une modalité de rupture dans une situation juridique donnée</p>
<p>4.2 La protection du consommateur</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• la notion de consommateur et de non professionnel</li> <li>• l'information du consommateur : obligations et sanctions</li> <li>• la protection du consommateur dans le cadre contractuel : interdiction des clauses abusives, garanties légales (de conformité et vices cachés, garantie d'éviction) ; obligations de sécurité.</li> <li>• les associations de consommateurs</li> </ul>	<p>Qualifier une personne de consommateur ou de non professionnel dans une situation juridique donnée</p> <p>Qualifier une clause d'abusives et en analyser les conséquences juridiques</p> <p>Analyser les possibilités d'actions judiciaires des associations de consommateurs</p> <p>Analyser l'articulation du droit commun des contrats, du droit de la vente et du droit spécifique de la consommation</p>

#### Commentaires

Les différentes compétences associées au module 2 peuvent être appliquées à ce module. Ainsi, « l'analyse de la validité d'un contrat » concerne également un contrat de travail ou un contrat conclu entre un professionnel et un consommateur.

L'ordre public de protection protège les parties faibles dans les contrats formés avec les entreprises.

L'étude des relations individuelles de travail s'étend de la phase précontractuelle à la phase post-contractuelle.

L'étude des modalités de rupture du contrat de travail inclut le régime juridique de la prise d'acte de la rupture. La mise en perspective du régime juridique de la rupture conventionnelle et de celui la rupture amiable, modalité de rupture commune à tout contrat, permet de comprendre les enjeux de ce premier mode de rupture spécifique au contrat de travail. Les principaux aspects de la procédure de licenciement ainsi que les mesures d'accompagnement sont abordés selon le type de licenciement. On distingue ainsi, pour les licenciements pour motif économique, la procédure selon le nombre de salariés concernés, l'effectif de l'entreprise et les dispositifs de représentation du personnel. Les dispositions spécifiques de la protection du consommateur permettent de mettre en valeur les enjeux de l'articulation du droit commun des contrats, du droit de la vente et du droit spécial de la consommation.

## **2.2 Le thème**

La seconde partie du programme est constituée par un thème fixé annuellement par arrêté du Ministre chargé de l'enseignement supérieur et de la recherche. Ce thème unique est destiné à servir de support à une activité de veille juridique durant l'année civile qui précède celle de la session du concours. Il s'inscrit dans le cadre des contenus présentés dans la première partie du programme.

Dans le cadre de l'enseignement de droit, l'objectif de cette veille juridique consiste à permettre à l'étudiant de prendre conscience du caractère évolutif du droit et des liens qu'il entretient avec les autres dimensions de la vie sociale et économique. A cette occasion, sont mobilisées et enrichies les capacités de l'étudiant(e) à analyser, hiérarchiser les éléments de la veille afin de les réinvestir dans un raisonnement juridique.





# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

**Filière : économique et commerciale**

**Option : Technologique (ECT)**

**Discipline : Management et sciences de gestion**

**Première et seconde années**

# Programme de management et sciences de gestion

## CPGE Économique et commerciale, option technologique (ECT)

### 1) Orientations générales

L'enseignement de « management et sciences de gestion » intègre des approches disciplinaires que les élèves ont abordées, mais de manière distincte, au cours du cycle terminal préparatoire au baccalauréat. Cette intégration est conforme aux objectifs généraux de la classe préparatoire qui visent en priorité la consolidation et l'approfondissement des éléments de culture de gestion acquis par les élèves, sans anticiper sur les contenus abordés ultérieurement dans les écoles. Toute démarche de gestion doit référer à une décision managériale bien identifiée, dans un contexte organisationnel explicité. C'est cette double exigence, de mise en relation de concepts managériaux et de techniques de gestion dans le traitement de questions opérationnelles, que traduit précisément le programme.

Circonscrit aux entreprises du secteur marchand, il prend appui sur les contenus que les élèves ont étudiés en première (management et sciences de gestion) et en terminale (management et enseignement de spécialité). Il est conçu pour valoriser les acquis des bacheliers, quelle que soit la spécialité qu'ils ont pu choisir au baccalauréat (ressources humaines et communication, gestion et finance, marketing, systèmes d'information de gestion). Sa mise en œuvre prend appui sur les principes de la démarche technologique, découverte au lycée et qui sera approfondie en classe préparatoire.

Les contextes stratégiques présentés permettent de mettre en évidence les facteurs de contingence qui agissent sur la définition d'une stratégie et sa mise en œuvre. Les aspects opérationnels sont ainsi étudiés dans le cadre d'une problématique de gestion et non pas *ex nihilo*. Les outils de gestion étudiés sont mobilisés dans le traitement de questions de gestion référant à un contexte stratégique particulier. L'étudiant est davantage placé dans une posture d'analyste qu'en situation de décision.

L'apport d'auteurs de référence en management et sciences de gestion doit être favorisé pour approfondir certains points du programme ou pour appuyer une argumentation lors de l'étude de contextes d'entreprises.

L'approche du cadre stratégique et organisationnel peut s'effectuer au gré du traitement des autres thèmes figurant au programme, facilitant ainsi la mise en relation du management stratégique et du management opérationnel. L'approche des systèmes d'information peut être envisagée sur le même mode. Les investigations informationnelles, la mesure des opérations et des résultats, les extractions et le traitement des données prennent appui sur les ressources produites par le système d'information (tableaux de bord, documents de synthèse, outils de *reporting*, espaces collaboratifs, etc.) à partir desquels les étudiants doivent sélectionner, construire ou encore calculer des indicateurs pertinents.

Sauf précision complémentaire, les outils quantitatifs mobilisés sont ceux retenus dans les programmes de terminale.

## 2) Organisation du programme

Le programme est composé de huit thèmes dont la numérotation ne détermine pas l'ordonnement linéaire de la progression pédagogique.

À titre indicatif, un exemple de progression, compatible avec une organisation semestrielle, est proposé en annexe. Conçu pour faciliter l'intégration des étudiants et leur appropriation des exigences et méthodes de travail en classe préparatoire, le premier semestre de la première année voit la part du programme correspondante volontairement allégée.

Thème	Capacités
1. Organisation et stratégie de l'entreprise	Identifier les différentes parties prenantes, leurs objectifs et les compromis qui en découlent dans les décisions de gestion Repérer les composantes de la structure d'une entreprise Décrire le processus de décision stratégique Repérer et analyser les objectifs stratégiques Identifier les domaines d'activités stratégiques Analyser l'environnement de l'entreprise pour en dégager les opportunités et les menaces Identifier les facteurs clés de succès d'un secteur d'activité Analyser les ressources et compétences de l'entreprise en mettant en évidence ses forces et faiblesses Identifier les sources de l'avantage concurrentiel Discuter la pertinence des choix stratégiques dans un contexte donné

### Commentaires

La structure est analysée comme un moyen d'assurer la coordination et le contrôle des activités. Les composantes de la structure (spécialisation des activités, degré de centralisation, degré de formalisation, mécanismes de coordination) sont présentées, sans entrer dans le détail des différentes configurations structurelles. Les nouvelles formes d'organisation (organisation en réseau, organisation par projet, gestion plus transversale des activités sur la base de processus...) sont évoquées et reliées aux évolutions internes et externes qui en sont la cause.

L'analyse du cadre stratégique conduit à identifier les finalités et les objectifs stratégiques de l'entreprise, ainsi que leur incompatibilité éventuelle. L'analyse de l'environnement et de la capacité stratégique de l'entreprise s'appuie sur les outils et modèles usuels du diagnostic stratégique, par exemple le modèle LCAG (Learned, Christensen, Andrews et Guth), les forces concurrentielles, la chaîne de valeur, l'analyse du portefeuille d'activités, l'approche par les ressources.

L'analyse des sources de l'avantage concurrentiel implique la mise en relation des ressources et des compétences détenues avec les facteurs clés de succès du secteur

d'activité que l'entreprise cherche à maîtriser. Les enjeux stratégiques liés au système d'information peuvent être étudiés dans ce cadre.

Les choix stratégiques étudiés correspondent aux stratégies globales (diversification / spécialisation / recentrage, intégration / externalisation), aux stratégies de domaines (domination par les coûts / différenciation / focalisation) ainsi qu'aux modalités de croissance (croissance interne, externe, conjointe), dans une dimension nationale et/ou internationale.

Thème	Capacités
2. Applications et évolutions du système d'information (SI) de l'entreprise	Caractériser le rôle de l'information en gestion et les enjeux de sa maîtrise pour l'entreprise Identifier les fonctions de base du SI (SI fonctionnels et fonction support du SI) Situer les acteurs du SI et leurs domaines de compétences Sur un processus donné, identifier les données, les services numériques mobilisés et les acteurs sollicités dans le cadre de la mise en œuvre d'un PGI Repérer et analyser l'impact des choix liés au SI sur l'organisation et la coordination des activités Apprécier la cohérence entre le système d'information (SI) et la stratégie Construire et maintenir un tableau de bord, proposer et justifier des indicateurs pertinents pour la gestion

### Commentaires

Le SI est vu comme l'ensemble des éléments humains, organisationnels et technologiques participant à la collecte, au stockage, au traitement et à la diffusion de l'information au sein de l'entreprise. L'évaluation de la cohérence entre le SI et la stratégie de l'entreprise peut prendre appui sur la notion d'alignement stratégique. Elle permet de mettre en évidence l'importance du SI comme source d'avantage concurrentiel ainsi que comme outil de décision (système d'information décisionnel) et de pilotage de l'entreprise.

L'étude des grandes fonctions du SI permet de présenter la grande diversité de ses usages. Les services rendus par le SI aux différents métiers de l'entreprise sont étudiés (par exemple : système d'information marketing, système d'information des ressources humaines, système d'information comptable).

L'analyse de l'impact sur l'entreprise des choix liés au SI implique notamment d'en étudier les apports et les conséquences organisationnelles. L'implantation d'un progiciel de gestion intégré est particulièrement observée du point de vue de l'intégration des données et des modules, de l'impact sur les processus de gestion et la gestion des flux de travail (*workflow*), de ses apports sur le suivi des activités.

Les applications et usages des technologies de l'information et de la communication, à la fois en interne (travail collaboratif, gestion des connaissances) et dans les relations que l'entreprise entretient avec son environnement (échange de données informatisé, veille informationnelle, problématiques liées aux réseaux sociaux...) sont autant de situations à partir desquelles on analyse les enjeux et les modalités de mise en place.

Les coûts engendrés par les technologies sont calculés pour les rapprocher des gains qui peuvent y être associés.

L'étude des tableaux de bord de gestion est par nature transversale, chaque problématique de gestion et chaque fonction de l'entreprise étant concernées. La construction et la maintenance d'un tableau de bord peut conduire à une analyse critique des indicateurs utilisés et à la formulation de propositions alternatives, à l'expression de critères de sélection, de regroupement des données constitutives du tableau de bord, à la problématique de leur mise à jour, à la simulation d'alternatives.

Les éléments techniques liés aux composantes d'un réseau sont exclus du programme. La compréhension du rôle d'une base de données est nécessaire, ainsi que la détermination des informations utiles à la résolution d'un problème. L'étude du modèle relationnel et du langage d'interrogation et de modification d'une base est exclue.

Thème	Capacités
3. Démarche et exploitation de l'analyse du marché	Repérer, traiter et synthétiser les informations pertinentes d'une étude de marché Analyser les éléments constitutifs du comportement du consommateur

#### Commentaires

L'analyse du marché porte sur l'offre (produits, offreurs, réseaux de distribution...) et la demande, dans leurs aspects quantitatifs (structure, évolution, prévision) et qualitatifs (besoins, motivations, freins, attitudes, processus d'achat...). Elle s'appuie sur des résultats d'études, qu'il s'agit d'interpréter, de synthétiser et de relier à une problématique managériale.

Thème	Capacités
4. Conception et mise en œuvre de la stratégie marketing	Identifier et analyser la stratégie marketing : segmentation, ciblage, positionnement Analyser les composantes du <i>marketing mix</i> (marchéage) et apprécier leur cohérence Discuter les apports du <i>e-marketing</i> dans l'évolution de la stratégie marketing et de sa mise en œuvre

#### Commentaires

L'analyse de la stratégie marketing de l'entreprise doit permettre à la fois de distinguer et de comprendre le lien entre le marketing stratégique (segmentation / ciblage / positionnement) et le marketing opérationnel (le plan de marchéage). Le positionnement est un élément clé de l'analyse, car il donne sa cohérence aux différentes variables du mix.

Le produit est analysé en étudiant ses composantes matérielles (caractéristiques techniques, conditionnement, politique de gamme, etc.) et immatérielles (marque, labels, normes, etc.).

L'étude de la politique de prix s'appuie sur l'analyse des déterminants internes et externes de la fixation d'un prix et la maîtrise d'outils pertinents. Elle doit permettre d'identifier les différentes politiques de prix possibles.

La politique de distribution implique d'analyser les canaux et réseaux envisageables. Les choix de distribution sont analysés au regard de leur pertinence avec la stratégie et des résultats attendus ou obtenus.

L'analyse de la politique de communication commerciale suppose d'identifier les objectifs, les cibles et les moyens disponibles, sans entrer dans l'analyse des différents supports envisageables ni dans les études quantitatives spécifiques à la communication. Les problématiques liées à la gestion de l'image de l'entreprise et leur traitement seront abordés.

Thème	Capacités
5. Analyse de l'activité et des équilibres financiers	Sélectionner et interpréter les documents de synthèse Mesurer et analyser la performance de l'activité à partir de ratios pertinents Mesurer et analyser la rentabilité économique et financière Analyser la structure financière Analyser les choix de financement et leurs conséquences Analyser les déterminants de la variation de la trésorerie Justifier un choix d'investissement à l'aide de critères pertinents

### Commentaires

L'interprétation des documents de synthèse (bilan et compte de résultat, auxquels peut être ajoutée l'annexe) nécessite la compréhension du système d'information comptable et des principes qui le sous-tendent. L'enregistrement comptable des transactions n'est pas un objectif de formation.

La mesure et l'analyse de la performance de l'activité de l'entreprise nécessitent de calculer les soldes intermédiaires de gestion, de mesurer les ressources créées par l'entreprise (y compris la capacité d'autofinancement) et de calculer des ratios de profitabilité. La mesure et l'analyse de la rentabilité s'appuient elles aussi sur des ratios. La comparaison entre la rentabilité économique et la rentabilité financière permet d'aboutir à la mise en évidence d'un effet de levier.

L'analyse de la structure financière s'appuie sur l'étude des cycles fonctionnels de l'entreprise (exploitation, investissement et financement). Elle implique la construction et l'interprétation d'un bilan fonctionnel et de ratios (de structure, de rotation) et conduit à la rédaction d'un diagnostic financier. Les déterminants de la variation de la trésorerie sont présentés et permettent d'analyser les causes des difficultés de trésorerie. L'établissement de tableaux de flux de trésorerie et le calcul de l'excédent de trésorerie d'exploitation sont exclus.

Les choix d'investissement sont reliés au contexte stratégique. Les flux de trésorerie potentiels générés par un investissement sont donnés et la rentabilité financière du projet est mesurée grâce aux critères de la valeur actuelle nette et du taux interne de rentabilité. Les déterminants du choix du taux d'actualisation et les enjeux liés sont mis en évidence.

Les moyens de financement de l'investissement sont présentés (augmentation de capital, endettement, subventions...), mais seule l'étude de l'emprunt indivis auprès d'un établissement financier est abordée en détail. Le financement de l'exploitation peut être évoqué lors de l'analyse d'un bilan, mais ne fait l'objet d'aucun approfondissement.

Thème	Capacités
6. Analyse des coûts et mesure des risques	<p>Analyser la structure de coûts</p> <p>Procéder au calcul des coûts complets par la méthode des centres d'analyse et la méthode des coûts à base d'activités</p> <p>Analyser les intérêts et les limites des méthodes utilisées</p> <p>Déterminer, interpréter et exploiter le seuil de rentabilité</p> <p>Analyser le risque d'exploitation</p>

#### Commentaires

L'analyse de la structure de coût de l'entreprise conduit à distinguer : coûts directs et coûts indirects, coûts fixes et coûts variables, coût moyen et coût marginal.

Le calcul du coût complet est restreint à la mise œuvre de la méthode des centres d'analyse et de la méthode des coûts à base d'activités. Cette étude ne se limite pas à un simple calcul de coût, mais s'inscrit dans le cadre de la stratégie de l'entreprise. Les intérêts et les limites de chacune des méthodes (en particulier au niveau du choix des unités d'œuvre et des inducteurs) sont mis en évidence.

La distinction coûts fixes / coûts variables conduit au calcul du seuil de rentabilité et à la mise en évidence du risque d'exploitation (levier d'exploitation, indice et marge de sécurité...), y compris en intégrant le calcul probabiliste.

Thème	Capacités
7. La gestion des compétences	<p>Analyser l'effectif de l'entreprise</p> <p>Evaluer les besoins en compétences</p> <p>Proposer et justifier des moyens permettant de favoriser l'adéquation entre besoins et ressources</p> <p>Calculer la masse salariale et analyser les déterminants de son évolution</p>

#### Commentaires

L'analyse de l'effectif s'appuie sur l'étude d'indicateurs sociaux (issus par exemple du bilan social ou du tableau de bord social). L'évaluation des besoins en compétences est située dans le cadre de la GPEC (Gestion prévisionnelle des emplois et des compétences). Les

moyens favorisant l'adéquation entre besoins et ressources humaines (recrutement, formation, mobilité, organisation du travail...) sont étudiés sans entrer dans les détails techniques de leur mise œuvre.

Les déterminants de l'évolution de la masse salariale sont présentés, sans entrer dans le calcul des effets en masse, en niveau, etc.

Thème	Capacités
8. Les déterminants de la motivation et du climat social	<p>Analyser le partage de la valeur ajoutée dans l'entreprise et les enjeux liés</p> <p>Repérer et analyser les composantes d'une politique de rémunération et ses conséquences sur la motivation et le climat social</p> <p>Repérer les autres déterminants de la motivation</p> <p>Analyser les déterminants du climat social en s'appuyant sur la construction et le calcul d'indicateurs</p>

### Commentaires

L'analyse du partage de la valeur ajoutée s'appuie sur la construction et l'interprétation de ratios et est effectuée à la lumière des orientations stratégiques.

L'analyse de la politique de rémunération suppose de repérer ses composantes (individuelle, collective, fixe, variable), de mesurer les conséquences et les limites des choix effectués.

L'étude de la motivation conduit à distinguer les facteurs internes (par exemple le contenu du travail) et les facteurs externes (par exemple l'environnement de travail) de motivation et à analyser les dispositifs mis en œuvre par les entreprises pour mobiliser les ressources humaines. Le rôle de la communication interne est étudié dans ce cadre.

L'analyse du climat social s'appuie sur l'étude d'indicateurs sociaux extraits du tableau de bord social et/ou du bilan social de l'entreprise. Elle peut aboutir à la mise en évidence des causes de conflits.



## Annexe

### Exemple de progression pédagogique sur quatre semestres

*L'exemple de progression pédagogique proposé respecte les principes de transversalité posés dans le préambule : chaque semestre intègre des capacités extraites de plusieurs thèmes du programme. Les semestres trois et quatre ont la même visée principale, ce qui laisse toute latitude aux enseignants dans l'organisation détaillée de leur progression pédagogique. Le semestre quatre pourra inclure des révisions et des approfondissements.*

#### **Semestre 1 : Réaliser le diagnostic stratégique de l'entreprise (Semestre introductif)**

Repérer et analyser les objectifs stratégiques (T1)  
Identifier les domaines d'activités stratégiques (T1)  
Analyser l'environnement de l'entreprise pour en dégager les opportunités et les menaces (T1)  
Identifier les facteurs clés de succès d'un secteur d'activité (T1)  
Analyser les ressources et compétences de l'entreprise en mettant en évidence ses forces et faiblesses (T1)  
Identifier les sources de l'avantage concurrentiel (T1)  
Identifier les fonctions de base du SI (SI fonctionnels et fonction support du SI) (T2)  
Caractériser le rôle de l'information en gestion et les enjeux de sa maîtrise pour l'entreprise (T2)  
Repérer, traiter et synthétiser les informations pertinentes d'une étude de marché (T3)  
Analyser les éléments constitutifs du comportement du consommateur (T3)

#### **Semestre 2 : Analyser les ressources, leur organisation et leur utilisation dans l'entreprise**

Identifier les différentes parties prenantes, leurs objectifs et les compromis qui en découlent dans les décisions de gestion (T1)  
Repérer les composantes de la structure d'une entreprise (T1)  
Situer les acteurs du SI et leurs domaines de compétences (T2)  
Sur un processus donné, identifier les données, les services numériques mobilisés et les acteurs sollicités dans le cadre de la mise en œuvre d'un PGI (T2)  
Sélectionner et interpréter les documents de synthèse (T5)  
Analyser la structure financière (T5)  
Analyser les déterminants de la variation de la trésorerie (T5)  
Analyser la structure de coûts (T6)  
Procéder au calcul des coûts complets par la méthode des centres d'analyse et la méthode des coûts à base d'activités (T6)  
Analyser les intérêts et les limites des méthodes utilisées (T6)  
Analyser l'effectif de l'entreprise (T7)  
Analyser le partage de la valeur ajoutée dans l'entreprise et les enjeux liés (T8)

#### **Semestre 3 : Analyser et justifier les décisions stratégiques et opérationnelles de l'entreprise (I)**

Décrire le processus de décision stratégique (T1)  
Discuter la pertinence des choix stratégiques dans un contexte donné (T1)  
Apprécier la cohérence entre le système d'information (SI) et la stratégie (T2)  
Repérer et analyser l'impact des choix liés au SI sur l'organisation et la coordination des activités (T2)

Justifier un choix d'investissement à l'aide de critères pertinents (T5)  
Analyser les choix de financement et leurs conséquences (T5)  
Evaluer les besoins en compétences (T7)  
Calculer la masse salariale et analyser les déterminants de son évolution (T7)  
Proposer et justifier des moyens permettant de favoriser l'adéquation entre besoins et ressources (T7)  
Repérer et analyser les composantes d'une politique de rémunération et ses conséquences sur la motivation et le climat social (T8)  
Repérer les autres déterminants de la motivation (T8)

**Semestre 4 : Analyser et justifier les décisions stratégiques et opérationnelles de l'entreprise (II)**

Construire et maintenir un tableau de bord, proposer et justifier des indicateurs pertinents pour la gestion (T2)  
Identifier et analyser la stratégie marketing de l'entreprise : segmentation, ciblage, positionnement (T4)  
Analyser les composantes du marketing mix (marchéage) et apprécier leur cohérence (T4)  
Discuter les apports du e-marketing dans l'évolution de la stratégie marketing et de sa mise en œuvre (T4)  
Mesurer et analyser la performance de l'activité de l'entreprise à partir de ratios pertinents (T5)  
Mesurer et analyser la rentabilité économique et financière (T5)  
Déterminer, interpréter et exploiter le seuil de rentabilité (T6)  
Analyser le risque d'exploitation (T6)  
Analyser les déterminants du climat social en s'appuyant sur la construction et le calcul d'indicateurs (T8)

**Programme d'informatique des classes préparatoires scientifiques  
Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI), Physique, chimie  
et sciences de l'ingénieur (PCSI), Physique, technologie et sciences de  
l'ingénieur (PTSI), Technologie et sciences industrielles (TSI), Technologie,  
physique et chimie (TPC), Mathématiques et physique (MP), Physique et  
chimie (PC), Physique et sciences de l'ingénieur (PSI), Physique et technologie  
(PT)**

NOR : ESRS1306084A

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêté du 10-2-1995 ;  
arrêtés du 3-7-1995 ; avis du ministre de la défense du 29-3-2013 ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser  
du 25-2-2013

**Article 1 - Le programme d'informatique :**

- des classes préparatoires scientifiques Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI),  
Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI), Physique, technologie et sciences de l'ingénieur  
(PTSI), Technologie et sciences industrielles (TSI), Technologie, physique et chimie (TPC), figurant  
respectivement aux annexes 5, 5, 5, 6, et 4 des arrêtés du 3 juillet 1995 susvisés ;

- des classes préparatoires scientifiques Mathématiques et physique (MP), Physique et chimie (PC),  
Physique et sciences de l'ingénieur (PSI), Physique et technologie (PT), Technologie et sciences  
industrielles (TSI), Technologie, physique et chimie (TPC), figurant respectivement aux annexes 5a, 4,  
5, 5, 6 et 4 des arrêtés du 20 juin 1996 susvisés, est remplacé par celui annexé au présent arrêté.

**Article 2 - À l'annexe 1 de l'arrêté du 10 février 1995 susvisé, au lieu de :**

« 1ère année : classes de "Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur", "Physique, chimie et  
sciences de l'ingénieur", "Physique, technologie et sciences de l'ingénieur"

Disciplines	Classes														
	Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur			Physique, chimie et sciences de l'ingénieur									Physique, technologie et sciences de l'ingénieur		
	Enseignements communs														
1ère période	Cours	TD	TP				Cours	TD	TP				Cours	TD	TP
Informatique	-	1	-				-	1	-				-	1	-
Total	22	5	2				21	6,5	5,5				19	8,5	4,5
2ème période				Option physique et chimie			Engagements communs			Option physique et sciences de l'ingénieur					
	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP	Cours	TC	TP	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP
Informatique	1heure d'enseignement incluse dans les horaires des disciplines scientifiques et technologiques (c)														

<b>Total</b>	<b>22</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>0,5</b>	<b>1,5</b>	<b>18</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>19</b>	<b>9,5</b>	<b>4,5</b>
--------------	-----------	----------	----------	----------	------------	------------	-----------	----------	----------	----------	----------	----------	-----------	------------	------------

»

**Lire :**

« 1ère année : classes de "Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur", "Physique, chimie et sciences de l'ingénieur", "Physique, technologie et sciences de l'ingénieur"

Disciplines	Classes														
	Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur			Physique, chimie et sciences de l'ingénieur						Physique, technologie et sciences de l'ingénieur					
				Enseignements communs											
1ère période	Cours	TD	TP				Cours	TD	TP				Cours	TD	TP
Informatique	1		1				1		1				1		1
<b>Total</b>	<b>23</b>	<b>4</b>	<b>3</b>				<b>22</b>	<b>5,5</b>	<b>6,5</b>				<b>20</b>	<b>7,5</b>	<b>5,5</b>
2ème période				Option physique et chimie			Engagements communs			Option physique et sciences de l'ingénieur					
	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP	Cours	TC	TP	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP
Informatique (c)	1		1				1		1				1		1
<b>Total</b>	<b>23</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>0,5</b>	<b>1,5</b>	<b>19</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>20</b>	<b>9,5</b>	<b>5,5</b>

»

Article 3 - À l'annexe 1 (suite) de l'arrêté du 10 février 1995 susvisé, **au lieu de :**

« 2ème année : classes de "Mathématiques et physique", "Physique et chimie", "Physique et sciences de l'ingénieur", "Physique et technologie", affectées ou non d'une étoile (\*)

Disciplines	Classes											
	Mathématiques et physique			Physique et chimie			Physique et sciences de l'ingénieur			Physique et technologie		
	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP
Informatique	1 heure d'enseignement incluse dans les horaires des disciplines scientifiques et technologiques (b)											
<b>Total</b>	<b>23</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>20,5</b>	<b>5,5</b>	<b>5</b>	<b>20,5</b>	<b>6,5</b>	<b>5</b>	<b>18</b>	<b>9,5</b>	<b>5,5</b>

b) : Plus 1 heure de cours et 1 heure de travaux dirigés pour les étudiants de la classe de "Mathématiques et physique" suivant l'option Informatique »

**Lire :**

« 2ème année : classes de "Mathématiques et physique", "Physique et chimie", "Physique et sciences de l'ingénieur", "Physique et technologie", affectées ou non d'une étoile (\*)

Disciplines	Classes											
	Mathématiques et physique			Physique et chimie			Physique et sciences de l'ingénieur			Physique et technologie		
	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP
Informatique (b)	1h (c)	1h (c)		1h (c)	1h (c)		1h (c)	1h (c)		1h (c)	1h (c)	
Total	24 (d)	7 (d)	2	21,5 (d)	6,5 (d)	5	21,5 (d)	7,5 (d)	5	19 (d)	10,5 (d)	5,5

b) : Plus 1 heure de cours et 1 heure de travaux dirigés sur l'ensemble de l'année pour les étudiants de la classe de "Mathématiques et physique" suivant l'option Informatique

c) : horaire limité à la première période de la seconde année

d) : horaire diminué d'une heure en deuxième période »

Article 4 - À l'annexe 2 de l'arrêté du 10 février 1995 susvisé, **au lieu de :**

« Horaire hebdomadaire des classes de "Technologie et sciences industrielles"

Disciplines	1ère année			2ème année		
	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP
Informatique	-	1 (e)	-	(g)		
Total	18	9 (h)	6 (i)	18	9	6

e) : 1 heure au premier trimestre ; cet horaire est ensuite inclus dans celui des disciplines scientifiques et technologiques

g) : 1 heure d'enseignement au total est consacrée à l'informatique ; cet horaire est inclus dans celui des disciplines scientifiques et technologiques

h) : 8 heures au premier trimestre, plus trois heures de mise à niveau

i) : 5 heures au premier trimestre »

**Lire :**

«

Disciplines	1ère année			2ème année		
	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP
Informatique	1h		1h	1h (e)	1h (e)	
Total	19	8	7 (g)	19 (h)	10 (h)	6

e) : horaire limité à la première période de la seconde année

g) : 6 heures en première période

h) : horaire diminué d'une heure en deuxième période »

Article 5 - À l'annexe 3 de l'arrêté du 10 février 1995 susvisé, **au lieu de :**  
« Horaire hebdomadaire des classes de "Technologie, physique et chimie" »

Disciplines	1ère année			2ème année		
	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP
Informatique	-	1(a)	-	(c)		
Total	19,5	8(d)	5,5 (e)	20	7	5,5

a) : 1 heure au premier trimestre ; cet horaire est ensuite inclus dans celui des disciplines scientifiques et technologiques

c) : 1 heure d'enseignement au total est consacrée à l'informatique ; cet horaire est inclus dans celui des disciplines scientifiques et technologiques

d) : 7 heures au premier trimestre

e) : 4,5 heures au premier trimestre »

**Lire :**

«

Disciplines	1ère année			2ème année		
	Cours	TD	TP	Cours	TD	TP
Informatique	1h		1h	1h (a)	1h (a)	
Total	20,5	8 (d)	6,5 (c)	21 (e)	8 (e)	5,5

a) : horaire limité à la première période de la seconde année

c) : 5,5 heures en première période

d) : horaire diminué d'une heure en première période

e) : horaire diminué d'une heure en deuxième période »

Article 6 - Dans les tableaux figurant aux annexes 8 et 8 (suite) de l'arrêté du 10 février 1995 susvisé est supprimée la colonne « Informatique ».

Article 7 - Le présent arrêté entre en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013 en ce qui concerne la première année et à compter de la rentrée 2014 en ce qui concerne la seconde année.

Article 8 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 4 avril 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,  
Le directeur général de l'enseignement scolaire,

Jean-Paul Delahaye

**Annexe**

↳ *Programme*



# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voies :

**Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI)**

**Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI)**

**Physique, technologie et sciences de l'ingénieur (PTSI)**

**Technologie, sciences de l'ingénieur (TSI)**

**Technologie, physique, chimie (TPC)**

**Mathématiques et physique (MP)**

**Physique et chimie (PC)**

**Physique et technologie (PT)**

**Physique et sciences de l'ingénieur (PSI)**

Discipline : **Informatique**

**Première et seconde années**



# Informatique

Voies : TSI, MP, PC, PT, TPC, PSI

## I Objectifs de formation

### 1 Généralités

L'informatique, omniprésente dans les différentes sphères de l'entreprise, de la recherche, des services, de la culture et des loisirs, repose sur des mécanismes fondamentaux devant être maîtrisés par les futurs ingénieurs, enseignants et chercheurs qui auront à s'en servir pour agir en connaissance de cause dans leur vie professionnelle.

La rapide évolution des outils informatiques et des sciences du numérique dans tous les secteurs de l'ingénierie (industrielle, logicielle et des services) et de la recherche rend indispensable un enseignement de l'informatique spécifiquement conçu pour l'étudiant de CPGE scientifiques. Celui-ci devra pouvoir dans sa vie professionnelle communiquer avec les informaticiens de son entreprise ou de son laboratoire, participer aux prises de décision en matière de systèmes d'information, posséder des connaissances de base nécessaires à la compréhension des défaillances et des risques informatiques, ainsi que des solutions permettant d'y remédier, et exploiter à bon escient les résultats de calculs numériques. Pour ce faire, il devra comprendre des concepts tels que la précision numérique, la faisabilité, l'efficacité, la qualité et les limites de solutions informatiques, ce qui requiert une certaine familiarité avec les architectures matérielles et logicielles, les systèmes d'exploitation, le stockage des données et les réseaux. Cette diversité d'exigences impose une formation à la fois fondamentale et appliquée.

Au niveau fondamental, on se fixe pour objectif la maîtrise d'un certain nombre de concepts de base, et avant tout, la conception rigoureuse d'algorithmes et le choix de représentations appropriées des données. Ceci impose une expérience pratique de la programmation et de la manipulation informatique de données, notamment d'origine expérimentale ou industrielle, et parfois disponibles en ligne.

Au niveau des applications, la rapidité d'évolution des technologies logicielles et matérielles renforce l'intérêt de présenter des concepts fondamentaux pérennes sans s'attacher outre mesure à la description de technologies, protocoles ou normes actuels. En revanche, la formation s'attachera à contextualiser le plus souvent possible les activités pratiques en s'appuyant sur les autres disciplines scientifiques : chimie, physique, mathématiques, sciences technologiques et de l'ingénieur.

## 2 Compétences visées

Cet enseignement doit permettre de développer les compétences suivantes :

<b>Analyser et modéliser</b>	un problème, une situation ;
<b>Imaginer et concevoir</b>	une solution algorithmique modulaire, utilisant des méthodes de programmation, des structures de données appropriées pour le problème étudié ;
<b>Traduire</b>	un algorithme dans un langage de programmation moderne et généraliste ;
<b>Spécifier</b>	rigoureusement les modules ou fonctions ;
<b>Évaluer, contrôler, valider</b>	des algorithmes et des programmes ;
<b>Communiquer</b>	à l'écrit ou à l'oral, une problématique, une solution ou un algorithme, une documentation.

L'étude et la maîtrise de quelques algorithmes fondamentaux, l'utilisation de structures de données adaptées et l'apprentissage de la syntaxe du langage de programmation choisi permettent de développer des méthodes (ou paradigmes) de programmation appropriés, fiables et efficaces : programmation impérative, approche descendante, programmation structurée, utilisation de bibliothèques logicielles, notions élémentaires de complexité en temps ou en mémoire, documentation des programmes en vue de leur réutilisation et possibles modifications ultérieures.

La pratique régulière de la résolution de problèmes par une approche algorithmique et des activités de programmation qui en résultent constitue un aspect essentiel de l'apprentissage de l'informatique. Il est éminemment souhaitable que les exemples choisis ainsi que certains exercices d'application soient directement inspirés par les enseignements de physique et chimie, de mathématiques, et de sciences industrielles et de l'ingénieur. Enfin, les compétences acquises en informatique ont vocation à participer pleinement à l'élaboration des travaux d'initiative personnelle encadrée (T.I.P.E.) et à être réutilisées au sein des autres enseignements scientifiques.

# II Programme

## 1. Introduction

Première partie du semestre 1

### 1.a/ Présentation du système informatique utilisé et éléments d'architecture des ordinateurs

Une ou deux séances introductives seront consacrées à présenter et à familiariser les étudiants

- aux principaux composants d'une machine numérique telle que l'ordinateur personnel, une tablette, etc : sources d'énergie, mémoire vive, mémoire de masse, unité centrale, périphériques d'entrée-sortie, ports de communication avec d'autres composants numériques (aucune connaissance particulière des composants cités n'est cependant exigible),
- à la manipulation d'un système d'exploitation (gestion des ressources, essentiellement : organisation des fichiers, arborescence, droits d'accès, de modification, entrées/sorties),
- à la manipulation d'un environnement de développement.

La principale capacité développée dans cette partie de la formation est :

- manipuler en mode « utilisateur » les principales fonctions d'un système d'exploitation et d'un environnement de développement.

### 1.b/ Représentation des nombres et conséquences

Il s'agit de familiariser les étudiants avec les problèmes liés à la représentation finie des nombres et à la discrétisation des modèles numériques. Les calculatrices peuvent servir de support d'étude de ces questions.

Contenus	Précisions et commentaires
Principe de la représentation des nombres entiers en mémoire.	On introduit ou rappelle brièvement le principe de la représentation binaire ainsi que ses limites.
Principe de la représentation des nombres réels en mémoire.	On se limite à la définition de l'écriture en virgule flottante normalisée et on explique le codage d'un nombre réel en général sans

	entrer dans les cas particuliers comme les non-nombres « not a number » ou les infinis.
Conséquences de la représentation limitée des nombres réels en machine.	On illustre, sur des exemples simples, pouvant être illustrés au moyen d'une calculatrice, les phénomènes de dépassement de capacité (ou « overflow ») de séquences de calculs conduisant à des résultats faux et erreurs d'arrondis. On illustre aussi le problème de la comparaison à zéro, par exemple dans une équation du second degré.

**Les principales capacités** développées dans cette partie de la formation sont :

- appréhender les limitations intrinsèques à la manipulation informatique des nombres,
- initier un sens critique au sujet de la qualité et de la précision des résultats de calculs numériques sur ordinateur.

## 2. Algorithmique et programmation I

Seconde partie du semestre 1

### 2.a/ Outils employés

Au premier semestre, l'enseignement se fonde sur un environnement de programmation (langage et bibliothèques) basé sur un langage interprété largement répandu et à source libre. Au moment de la conception de ce programme, l'environnement sélectionné est Python.

Les travaux pratiques conduiront à éditer et manipuler fréquemment des codes sources et des fichiers ; c'est pourquoi un environnement de développement efficace doit être choisi et utilisé. Les étudiants doivent être familiarisés avec les tâches de création d'un fichier source, d'édition d'un programme, de gestion des fichiers, d'exécution et d'arrêt forcé d'un programme.

Avant la fin du premier trimestre, un environnement de calcul scientifique est présenté et utilisé en lien avec l'étude des problèmes de simulation. Afin d'en permettre rapidement une utilisation dans d'autres enseignements, une séance de présentation de cet environnement sera prévue en fin de premier trimestre. Au moment de la conception de ce programme, l'environnement sélectionné est Scilab.

L'étude approfondie de ces divers outils et environnements n'est pas une fin en soi et n'est pas un attendu du programme.

Des textes réglementaires ultérieurs pourront mettre à jour ces choix d'outils et d'environnements en fonction des évolutions et des besoins.

## 2.b/Algorithmique

Les compétences en matière d'algorithmique et de programmation étant profondément liées, il est souhaitable que ces deux sujets soient abordés de concert, même si pour des raisons de clarté d'exposition ils sont ici séparés.

L'introduction à l'algorithmique contribue à apprendre à l'étudiant à analyser, à spécifier et à modéliser de manière rigoureuse une situation ou un problème. Cette démarche algorithmique procède par décomposition en sous-problèmes et par affinements successifs. L'accent étant porté sur le développement raisonné d'algorithmes, leur implantation dans un langage de programmation n'intervient qu'après une présentation organisée de la solution algorithmique, indépendante du langage choisi.

Les invariants de boucles sont introduits pour s'assurer de la correction des segments itératifs. Une attention particulière doit être apportée au choix de structures de données appropriées.

La notion de complexité d'algorithmes (en distinguant la complexité en mémoire, la complexité en temps dans le meilleur et dans le pire des cas) est introduite sur des exemples simples.

Pour faire mieux comprendre la notion d'algorithme et sa portée universelle, on s'appuie sur un petit nombre d'algorithmes simples, classiques et d'usage universel, que les étudiants doivent savoir expliquer et programmer, voire modifier selon les besoins et contraintes des problèmes étudiés.

Contenus	Précisions et commentaires
Recherche dans une liste, recherche du maximum dans une liste de nombres, calcul de la moyenne et de la variance.	
Recherche par dichotomie dans un tableau trié. Recherche par dichotomie du zéro d'une fonction continue et monotone.	Les questions de précision du calcul sont en lien avec la partie 1.b.
Méthodes des rectangles et des trapèzes pour le calcul approché d'une intégrale sur un segment.	Les questions de précision du calcul sont en lien avec la partie 1.b.
Recherche d'un mot dans une chaîne de caractères.	On se limite ici à l'algorithme « naïf », en estimant sa complexité.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :

- comprendre un algorithme et expliquer ce qu'il fait,
- modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat différent,
- concevoir un algorithme répondant à un problème précisément posé,
- expliquer le fonctionnement d'un algorithme,
- écrire des instructions conditionnelles avec alternatives, éventuellement imbriquées,
- justifier qu'une itération (ou boucle) produit l'effet attendu au moyen d'un invariant,
- démontrer qu'une boucle se termine effectivement,
- s'interroger sur l'efficacité algorithmique temporelle d'un algorithme.

Les étudiants devront être capables de programmer dans le langage de programmation indiqué ci-dessus les différents algorithmes étudiés.

## 2.c/ Programmation

On insistera sur une organisation modulaire des programmes ainsi que sur la nécessité d'une programmation structurée et parfaitement documentée.

Contenus	Précisions et commentaires
<b>Variables</b> : notion de type et de valeur d'une variable, types simples.	Les types simples présentés sont les entiers, flottants, booléens et chaînes de caractères.
<b>Expressions et instructions</b> simples : affectation, opérateurs usuels, distinction entre expression et instruction.	Les expressions considérées sont à valeurs numériques, booléennes ou de type chaîne de caractères.
<b>Instructions conditionnelles</b> : expressions booléennes et opérateurs logiques simples, instruction <b>if</b> . Variantes avec alternative ( <b>else</b> ).	Les étudiants devront être capables de structurer et comprendre plusieurs niveaux d'alternatives implantées par des instructions conditionnelles imbriquées.
<b>Instructions itératives</b> : boucles <b>for</b> , boucles conditionnelles <b>while</b> .	Les sorties de boucle (instruction <b>break</b> ) peuvent être présentées et se justifient uniquement lorsqu'elles contribuent à simplifier notablement la programmation sans réelle perte de lisibilité des conditions d'arrêt.
<b>Fonctions</b> : notion de fonction (au sens informatique), définition dans le langage utilisé, paramètres (ou arguments) et résultats, portée des variables.	On distingue les variables locales des variables globales et on décourage l'utilisation des variables globales autant que possible. La récursivité sera présentée plus tard.
<b>Manipulation de quelques structures de données</b> : chaînes de caractères (création,	On met en évidence le fait que certaines opérations d'apparence simple cachent un

accès à un caractère, concaténation), listes (création, ajout d'un élément, suppression d'un élément, accès à un élément, extraction d'une partie de liste), tableaux à une ou plusieurs dimensions.	important travail pour le processeur. On met à profit la structure de tableau d'entiers à deux dimensions pour introduire la notion d'image ponctuelle (« bitmap »). Les algorithmes de traitement d'image seront abordés plus tard.
<b>Fichiers</b> : notion de chemin d'accès, lecture et écriture de données numériques ou de type chaîne de caractères depuis ou vers un fichier.	On encourage l'utilisation de fichiers en tant que supports de données ou de résultats avant divers traitements, par exemple graphiques. L'utilisation de bases de données sera étudiée plus tard.

Les exemples de programmation ne se limitent pas à la traduction des algorithmes introduits en partie 2-b.

**Les principales capacités** développées dans cette partie sont les suivantes :

- choisir un type de données en fonction d'un problème à résoudre,
- concevoir l'en-tête (ou la spécification) d'une fonction, puis la fonction elle-même,
- traduire un algorithme dans un langage de programmation,
- gérer efficacement un ensemble de fichiers correspondant à des versions successives d'un fichier source,
- rechercher une information au sein d'une documentation en ligne, analyser des exemples fournis dans cette documentation,
- documenter une fonction, un programme plus complexe.

## 3. Ingénierie numérique et simulation

Première partie du semestre 2

### 3.a/ Objectifs et organisation de cet enseignement

Dans cette partie de programme, on étudie le développement d'algorithmes numériques sur des problèmes scientifiques étudiés et mis en équation dans les autres disciplines. La pédagogie par projets est encouragée.

### 3.b/ Outils employés

L'objectif est de familiariser les étudiants avec un environnement de simulation numérique. Cet environnement doit permettre d'utiliser des bibliothèques de calcul numérique et leur documentation pour développer et exécuter des programmes numériques. On veillera à faire aussi programmer par les étudiants les algorithmes étudiés. Aucune connaissance des fonctions des bibliothèques n'est exigible des étudiants. Au moment de l'élaboration de ces programmes d'enseignement, l'atelier logiciel Scilab ou le langage de programmation Python, avec les bibliothèques Numpy/Scipy, sont les environnements choisis.

### 3.c/ Simulation numérique

Il s'agit d'apprendre aux étudiants à utiliser des algorithmes numériques simples et/ou à utiliser des bibliothèques pour résoudre des problèmes étudiés et mis en équation dans les autres disciplines. Le problème d'origine doit être exposé mais la modélisation (et la mise en équations) n'est pas un objectif de ce programme.

Dans cette partie, on n'aborde pas les aspects théoriques qui relèvent des autres enseignements scientifiques. Seules la mise en œuvre constructive des algorithmes et l'analyse empirique des résultats sont concernées. On s'attache à comparer la solution numérique à une solution analytique quand elle existe, à des résultats expérimentaux, aux solutions obtenues en utilisant les fonctions de la bibliothèque de l'environnement de travail choisi. On illustre ainsi les performances de différents algorithmes pour la résolution des problèmes. On met l'accent sur les aspects pratiques comme l'impact des erreurs d'arrondi sur les résultats, les conditions d'arrêt, la complexité en temps de calcul ou le stockage en mémoire.

Contenus	Précisions et commentaires
<b>Bibliothèques logicielles</b> : utilisation de quelques fonctions d'une bibliothèque et de leur documentation en ligne.	On met en évidence l'intérêt de faire appel aux bibliothèques, évitant de devoir réinventer des solutions à des problèmes bien connus. La recherche des spécifications des bibliothèques joue un rôle essentiel pour le développement de solutions fiables aux problèmes posés.
Problème stationnaire à une dimension, linéaire ou non conduisant à la résolution approchée d'une équation algébrique ou transcendante. Méthode de dichotomie, méthode de Newton.	On souligne les différences du comportement informatique des deux algorithmes en termes de rapidité. On illustre à nouveau le problème du test d'arrêt (inadéquation de la comparaison à zéro).
Problème dynamique à une dimension, linéaire ou non, conduisant à la résolution approchée d'une équation différentielle ordinaire par la méthode d'Euler.	On compare les résultats obtenus avec les fonctions de résolution approchée fournies par une bibliothèque numérique. On met en évidence l'impact du pas de discrétisation et du nombre d'itérations sur la qualité des résultats et sur le temps de calcul.
Problème discret multidimensionnel, linéaire, conduisant à la résolution d'un système linéaire inversible (ou de Cramer) par la méthode de Gauss avec recherche partielle du pivot.	La méthode de Gauss étant introduite dans le cours de mathématiques, il est nécessaire de se coordonner avec le professeur de mathématiques pour traiter cette question. Il ne s'agit pas de présenter cet algorithme mais de l'exécuter pour étudier sa mise en



	œuvre et les problèmes que pose cette démarche. On souligne la complexité de l'algorithme en fonction de la taille des matrices et son impact sur le temps de calcul.
--	---

**Les principales capacités** développées dans cette partie de la formation sont :

- réaliser un programme complet structuré allant de la prise en compte de données expérimentales à la mise en forme des résultats permettant de résoudre un problème scientifique donné,
- étudier l'effet d'une variation des paramètres sur le temps de calcul, sur la précision des résultats, sur la forme des solutions pour des programmes d'ingénierie numérique choisis, tout en contextualisant l'observation du temps de calcul par rapport à la complexité algorithmique de ces programmes,
- utiliser les bibliothèques de calcul standard pour résoudre un problème scientifique mis en équation lors des enseignements de chimie, physique, mathématiques, sciences industrielles et de l'ingénieur,
- utiliser les bibliothèques standard pour afficher les résultats sous forme graphique,
- tenir compte des aspects pratiques comme l'impact des erreurs d'arrondi sur les résultats, le temps de calcul ou le stockage en mémoire.

## 4. Initiation aux bases de données

Seconde partie du semestre 2

### 4.a/ Objectifs de l'enseignement

L'objectif de cette partie de la formation vise à développer les savoir-faire suivants :

- recourir aux concepts des bases de données relationnelles ;
- traduire les questions posées dans un langage de requête en respectant sa syntaxe ;
- prototyper et créer une base de données simple, à l'aide d'un outil interactif ;
- consulter une base de données à travers des requêtes de type SQL ;
- comprendre et décrire les rôles des différents éléments d'une architecture trois-tiers.

La formation doit mettre en évidence la nécessité d'un niveau d'abstraction suffisant dans la conception d'outils permettant la gestion de bases de données de taille importante, là où des algorithmes de recherche simples sur des structures « plates », orientées tableaux, deviennent inopérants : les schémas relationnels sont une réponse à ce problème.

## 4.b/ Contenu

Contenus	Précisions et commentaires
Vocabulaire des bases de données : relation, attribut, domaine, schéma de relation ; notion de clé primaire.	Ces concepts sont présentés dans une perspective applicative, à partir d'exemples.
Opérateurs usuels sur les ensembles dans un contexte de bases de données : union, intersection, différence. Opérateurs spécifiques de l'algèbre relationnelle : projection, sélection (ou restriction), renommage, jointure, produit et division cartésiennes ; fonctions d'agrégation : min, max, somme, moyenne, comptage.	Ces concepts sont présentés dans une perspective applicative. Les seules jointures présentées seront les jointures symétriques, simples (utilisant JOIN ... ON ...=...).
Concept de client-serveur. Brève extension au cas de l'architecture trois-tiers.	On se limite à présenter ce concept dans la perspective applicative d'utilisation de bases de données.

La liste suivante énumère un choix non exhaustif d'exercices pratiques. Les bases de données utilisées à des fins d'illustration concerneront de préférence des questions choisies au sein des autres disciplines scientifiques et technologiques.

- utiliser une application de création et de manipulation de données, offrant une interface graphique, notamment pour créer une base de données simple, ne comportant pas plus de trois tables ayant chacune un nombre limité de colonnes. L'installation et l'exploitation d'un serveur SQL ne fait pas partie des attendus ;
- lancer des requêtes sur une base de données de taille plus importante, comportant plusieurs tables, que les étudiants n'auront pas eu à construire, à l'aide d'une application offrant une interface graphique ;
- enchaîner une requête sur une base de données et un traitement des réponses enregistrées dans un fichier.

**Les principales capacités** développées dans cette partie de la formation sont :

- utiliser une application offrant une interface graphique pour créer une base de données et l'alimenter,
- utiliser une application offrant une interface graphique pour lancer des requêtes sur une base de données,
- distinguer les rôles respectifs des machines client, serveur, et éventuellement serveur de données,
- traduire dans le langage de l'algèbre relationnelle des requêtes écrites en langage courant,

- concevoir une base constituée de plusieurs tables, et utiliser les jointures symétriques pour effectuer des requêtes croisées.

## 5. Algorithmique et programmation II

Seconde année

### 5.a/ Objectifs de l'enseignement

Le but de cette partie de la formation est de dépasser la vision des algorithmes qui a été introduite en semestre 1 et de donner accès à un petit nombre d'autres méthodes et structures, permettant d'envisager des applications à des domaines très variés. En combinaison avec les apports du semestre 2, les compétences acquises dans cette partie seront immédiatement utiles pour le développement des T.I.P.E. que les étudiants auront à réaliser.

### 5.b/ Contenu

Contenus	Précisions et commentaires
<b>Piles.</b>	Algorithmes de manipulation : fonctions « push » et « pop ». On utilise des listes (ou tableaux à 1 dimension) pour leur implantation.
<b>Récurtivité.</b>	On en présente les avantages et les inconvénients.
<b>Tris</b> d'un tableau à une dimension de valeurs numériques : tri par insertion, tri rapide (ou « quicksort »), tri par fusion. Application à la recherche de la médiane d'une liste de nombres.	On étudie et on compare ces algorithmes de tri du point de vue des complexités temporelles dans le meilleur et dans le pire cas.

Les compétences en algorithmique et en programmation s'acquièrent par la pratique. Afin de développer des capacités opérationnelles en matière d'algorithmique et de programmation, il est nécessaire que la formation comprenne un volet de mise en pratique sur une variété de problèmes.

La liste suivante énumère un choix non exhaustif d'exercices pratiques dont un sous-ensemble pourra être étudié. Par la présentation succincte de leurs contextes, ces exercices seront aussi l'occasion d'introduire très brièvement et d'illustrer différents champs de l'informatique auprès des étudiants. Aucune connaissance de ces champs ni des algorithmes ci-dessous n'est cependant exigible.

- Traitement des images. Représentation des couleurs par une liste de trois valeurs, d'une image en couleurs par une matrice de pixels. Exemples de traitements d'images : augmentation du contraste, floutage, changement de résolution, recherche de contours. Les images pourront être chargées en mémoire à partir de fichiers au moyen des fonctions de bibliothèque. Aucune connaissance sur les différents formats de fichier d'image n'est exigible ;
- Codages, algorithmes de chiffrement et de cryptographie élémentaires. Algorithmes élémentaires comme par exemple l'algorithme de Vigenère ;
- Transmission fiable de données. Sommes de contrôle (« checksum ») : exemples simples. Codes correcteurs : par exemple, le code de Hamming [7,4]. Ces questions permettent de faire le lien avec le codage binaire des nombres entiers ;
- Éléments de base de l'algorithmique des graphes pour la recherche opérationnelle et les réseaux (on représente les graphes pondérés par des matrices d'adjacence). Algorithme de Dijkstra de recherche du plus court chemin dans un graphe pondéré à poids positifs ;
- Programmation orientée objet et interfaces graphiques. Découverte de la programmation orientée objet au travers de l'observation de l'implantation d'interfaces graphiques existants.

**Les principales capacités** développées dans cette partie de la formation sont :

- comprendre un algorithme et expliquer ce qu'il fait,
- programmer un algorithme dans un langage de programmation moderne et général,
- modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat différent,
- concevoir un algorithme répondant à un problème précisément posé,
- expliquer le fonctionnement d'un algorithme,
- comprendre le fonctionnement d'un algorithme récursif et l'utilisation de la mémoire lors de son exécution,
- comprendre les avantages et défauts respectifs des approches récursive et itérative,
- s'interroger sur l'efficacité algorithmique temporelle d'un algorithme,
- distinguer par leurs complexités deux algorithmes résolvant un même problème.

## Programme de l'option informatique de la classe préparatoire scientifique Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI) et Mathématiques et physique (MP)

NOR : ESRS1306085A

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

---

Vu code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 3-7-1995 ; arrêté du 12-3-2004 ; avis du ministre de la défense du 29-3-2013 ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 25-2-2013

---

Article 1 - Le programme de l'option informatique de la classe préparatoire scientifique Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI) et de la classe Mathématiques et physique (MP), figurant à l'annexe 7 de l'arrêté du 12 mars 2004 susvisé, est remplacé par le programme annexé au présent arrêté.

Article 2 - Le présent arrêté entre en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013 pour la classe Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI) et à compter de la rentrée universitaire 2014 pour la classe Mathématiques et physique (MP).

Article 3 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 4 avril 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale et par délégation

Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

### Annexe

↳ *Programme*



# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI) – Mathématiques et physique (MP)**

Discipline : **Option Informatique**

**Première et seconde années**

# Option informatique

## Objectifs de formation

L'enseignement de l'informatique en classes préparatoires MPSI, MP ou MP\* a pour objectif la formation de futurs chercheurs et ingénieurs. L'informatique est un secteur marqué à la fois par une forte croissance de la recherche et développement mais aussi par une obsolescence rapide des technologies.

C'est pourquoi ce programme met l'accent sur les méthodes générales et l'ingénierie logicielle qui seront utilisées dans une démarche de résolution de problème. Cette formation doit permettre de développer les compétences suivantes :

- analyser et modéliser un problème, une situation, en lien avec les autres disciplines scientifiques ;
- concevoir une solution modulaire, utilisant les méthodes de programmation et les structures de données appropriées ;
- traduire un algorithme dans un langage de programmation ;
- spécifier rigoureusement les modules ou fonctions ;
- développer des processus d'évaluation, de contrôle et de validation ;
- communiquer à l'écrit ou à l'oral, une problématique, une solution.

Le programme se veut ambitieux, cohérent, sans toutefois aborder des concepts trop difficiles, et en restant dans un cadre pratique. Les étudiants doivent mettre en œuvre les outils conceptuels étudiés, en programmant dans un langage de programmation, sous la forme de programmes clairs, courts et précis.

Une note de service précisera la liste des langages recommandés.

La virtuosité dans l'écriture de programmes ou une connaissance exhaustive des bibliothèques de programmation ne sont pas des objectifs de la formation.

# Programme de première année

## Méthodes de programmation

On présente la méthode d'analyse descendante (par raffinements successifs). Même si on ne prouve pas systématiquement tous les algorithmes, il faut dégager l'idée qu'un algorithme doit se prouver.

On étudie la complexité des algorithmes du programme ainsi que le lien entre complexité et structures de données : on présente des exemples de complexité logarithmique, linéaire, quadratique, polynomiale, exponentielle, en ne s'attachant qu'à l'étude du cas le pire. On s'intéresse également aux questions d'occupation de la mémoire. Les récurrences usuelles :  $T(n)=T(n-1)+a$ ,  $T(n)=a T(n/2)+b$ , ou  $T(n)=2 T(n/2)+f(n)$  seront introduites au fur et à mesure de l'étude de la complexité des différents algorithmes rencontrés.

On s'attache à obtenir des étudiants une documentation aussi complète que possible de leurs algorithmes (condition d'entrée, de sortie, invariants dans les boucles ou les appels récursifs). Toutes ces notions sont dégagées à partir des algorithmes étudiés sans aucune théorie générale sur les prédicats ou les invariants de boucles.

### Itération

Boucles conditionnelles et boucles inconditionnelles.

### Récursivité

On mettra l'accent sur la gestion au niveau de la machine, en terme d'occupation mémoire, de pile d'exécution, et de temps de calcul, en évoquant les questions de sauvegarde et restauration du contexte.

On évitera de se limiter à des exemples informatiquement peu pertinents (factorielle, suite de Fibonacci...).

Toute théorie générale de la dérécursification est hors programme.

Contenus	Commentaires
Lien avec le principe de récurrence, exemples tirés des mathématiques. Récursivité simple, récursivité croisée.	On se limite à une présentation pratique de la récursivité.
Lien avec les relations d'ordre ; exemples de récursions fondées sur des relations d'ordre sur des parties de $\mathbf{N}$ ou de $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$ .	Il faut insister sur l'importance de la preuve de terminaison de l'algorithme.

### Diviser pour régner

L'objectif poursuivi ici est de parvenir à ce que les étudiants puissent par eux-mêmes, dans une situation donnée, mettre en œuvre la stratégie « diviser pour régner ».

Contenus	Commentaires
Principe général de la méthode.	Exemples d'application : tri par partition-fusion (merge sort), comptage du nombre d'inversions dans une liste, multiplication des entiers (algorithme de Karatsuba), calcul des



	deux points les plus proches dans un nuage de points du plan.
--	---

### Programmation dynamique

On attend des étudiants qu'ils sachent reconnaître, dans les cas simples, les situations où la programmation dynamique peut être utilisée, puis qu'ils l'utilisent effectivement, de façon autonome. Les cas plus complexes seront guidés.

On utilise la programmation dynamique dans différents algorithmes du programme des deux années (par exemple, l'algorithme de Floyd-Warshall sur les graphes).

Contenus	Commentaires
Principe général de la méthode : choix d'une valeur caractérisant une solution optimale, définition récursive associée, calcul par mémoïsation, reconstruction d'une solution optimale à partir de l'information calculée.	Exemples d'application : ordonnancement de tâches pondérées (weighted interval scheduling), alignement de séquences (distance d'édition).

### Structures de données et algorithmes

Il s'agit de montrer l'intérêt et l'influence des structures de données sur les algorithmes et les méthodes de programmation.

On insiste sur la distinction entre structure de données abstraite (un type muni d'opérations, ou encore : une interface) et une structure de données concrètes (une implémentation). On montre l'intérêt d'une structure de données abstraite en termes de modularité : plusieurs réalisations concrètes sont interchangeable.

On distingue les structures de données persistantes (ou immuables) des impératives (ou modifiables). L'accès à des mémoires de taille toujours croissante permet aujourd'hui de reconsidérer l'intérêt des structures de données persistantes : on peut ainsi par exemple assurer une gestion d'historique d'une base de données, à l'instar de ce que permet Wikipedia.

Les algorithmes sont présentés au tableau, en étudiant, dans la mesure du possible, leur complexité. On limitera les calculs de complexité au cas le pire.

Certains de ces algorithmes font l'objet d'une programmation effective : les programmes correspondants doivent rester clairs, courts et précis.

Aucune connaissance sur les bibliothèques de l'environnement de programmation n'est exigible.

## Structures de données

Contenus	Commentaires
Définition d'une structure de données abstraite comme un type muni d'opérations. Spécification en termes de modèle. Distinction entre structure de données persistante (immuable) et impérative (modifiable).	On montre l'intérêt d'une structure de données abstraite en termes de modularité (plusieurs réalisations concrètes sont interchangeables). Grâce aux bibliothèques de l'environnement de programmation, on peut utiliser des structures de données avant d'avoir programmé leur réalisation concrète.
Piles, files, dictionnaires, files de priorité. Utilisation d'une structure de données.	Applications : évaluation d'une expression arithmétique postfixée à l'aide d'une pile ; si une file de priorité offre des opérations d'ajout et de retrait de coûts logarithmiques (ce qui sera réalisé plus loin), alors on en déduit un tri en $O(N \log N)$ .

## Tableaux et listes

Contenus	Commentaires
Définition récursive du type liste. Réalisation de la structure de pile à l'aide d'une liste.	On ne parle pas de tableau redimensionnable.
Réalisation de la structure persistante de file à l'aide de deux listes. Réalisation de la structure impérative de file à l'aide d'un tableau.	Pour la structure de file réalisée dans un tableau, on se fixe une taille maximale.
Réalisation de la structure impérative de dictionnaire à l'aide d'un tableau.	On pourra aussi présenter une réalisation à l'aide d'une table de hachage.

## Arbres

Contenus	Commentaires
Définition récursive du type arbre binaire. Vocabulaire : nœuds, feuilles, hauteur. Relation entre le nombre de nœuds et le nombre de feuilles.	On se limite aux arbres immuables.

# Programme de deuxième année

## Structures de données et algorithmes

### Arbres

Les arbres permettent la réalisation de structures de données : structure persistante de dictionnaire, structure persistante de file de priorité. Ils permettent aussi de représenter des expressions arithmétiques ou des formules logiques.

Contenus	Commentaires
Arbre binaire de recherche.	On ne cherchera pas à équilibrer les arbres.
Réalisation de la structure persistante de dictionnaire à l'aide d'un arbre binaire de recherche. Structure de tas.	Les arbres AVL, 2-3, 2-3-4, bicolores, ... sont hors programme.
Réalisation de la structure persistante de file de priorité à l'aide d'un arbre binaire ayant la structure de tas ; réalisation de la structure impérative de file de priorité à l'aide d'un tas stocké dans un tableau. Représentation d'une formule de la logique propositionnelle par un arbre. Application : satisfiabilité d'une formule logique.	

## Notions de logique

Le but de cette partie est de familiariser progressivement les étudiants avec la différence entre syntaxe et sémantique, à travers l'étude des expressions logiques et arithmétiques. L'étude du calcul des prédicats et les théorèmes généraux de la logique du premier ordre sont hors programme.

### Calcul propositionnel

Contenus	Commentaires
Variables propositionnelles. Connecteurs et formules logiques. Tables de vérité, tautologies, satisfiabilité.	Il s'agit d'insister sur l'interprétation d'une formule logique et sur les manipulations logiques élémentaires. On mettra en évidence la difficulté du problème de la satisfiabilité d'une formule.

## Exemples de manipulation formelle de termes et de formules sans quantificateurs

Contenus	Commentaires
Différence entre syntaxe abstraite (ou arborescente) et valeur d'une expression de la logique propositionnelle, d'une expression arithmétique. Évaluation et interprétation.	On illustre la différence entre syntaxe et sémantique, expression formelle et interprétation. On utilise les arbres pour représenter les formules.

## Graphes

Il s'agit de définir le modèle des graphes, leurs représentations, leurs manipulations, et les algorithmes de parcours les plus fondamentaux.

On s'efforce de mettre en avant des applications importantes et si possible modernes : carte routière, métro, graphe du web, bio-informatique. On précise autant que possible la taille typique de tels graphes.

Une attention toute particulière est portée sur le choix judicieux du mode de représentation en fonction de l'application et du problème considéré.

On étudie en conséquence l'impact de la représentation sur la conception d'un algorithme et sur sa complexité (en temps et en espace).

### Vocabulaire des graphes

Contenus	Commentaires
Sommet (ou nœud), arête (ou arc), orienté/non-orienté, graphe pondéré, degré, et pour le cas orienté degré entrant/sortant.	On n'évoque pas les multi-arêtes, ni les arêtes qui bouclent sur le même sommet.
Pour les graphes orientés et non-orientés, notions de chemins, de composantes connexes, et fortement connexes dans le cas orienté.	

### Représentation des graphes

Contenus	Commentaires
On présente, compare et implémente les deux représentations naturelles : par matrice d'adjacence, ou par listes d'adjacence.	On commente l'impact du choix de la représentation (matrice ou listes d'adjacence) du graphe sur l'espace mémoire.
Opérations élémentaires de manipulation de graphes : construction d'un graphe, ajout/suppression d'une arête, ajout/suppression d'un sommet.	La manipulation de graphes non-orientés est délicate car il faut préserver la non-orientation. On explique comment rendre non-orienté un graphe orienté.

## Algorithmes sur les graphes

Contenus	Commentaires
Notion de parcours (sans contrainte). Parcours en largeur (BFS), parcours en profondeur (DFS).	On implémente ces parcours à l'aide d'une représentation du graphe en listes d'adjacence. On fait le lien avec la recherche d'un plus court chemin pour les graphes non pondérés.  On justifie le choix d'un parcours en largeur (plus court chemin) ou en profondeur (existence d'un chemin, connexité) en fonction des applications. On compare les implémentations de ces deux parcours et leurs complexités en temps et en espace.
Recherche des composantes connexes d'un graphe non orienté.	
Pour les graphes pondérés, algorithmes de Floyd-Warshall et Dijkstra.	On justifie le choix entre l'utilisation de l'algorithme de Floyd-Warshall et celui de Dijkstra en fonction des applications.  On implémente l'algorithme de Floyd-Warshall avec la représentation des graphes par matrice d'adjacence. On implémente l'algorithme de Dijkstra avec la représentation des graphes par listes d'adjacence et une file de priorité.

## Motifs, automates et expressions

La recherche de motifs est une pratique récurrente dans de nombreux secteurs du numérique : on peut par exemple citer la biotechnologie (et tout particulièrement la recherche de certains facteurs génétiques ou bien de repliements de code) ou encore l'analyse du langage naturel et les bases de données textuelles.

L'objectif est, à partir du problème simple de la recherche de motifs, d'introduire les expressions rationnelles comme formalisme dénotationnel pour spécifier les motifs, et les automates finis comme formalisme opérationnel efficace pour la recherche de motifs.

On souligne l'intérêt de l'approche modulaire qui consiste à spécifier le motif dans un formalisme haut niveau, traduire efficacement ces expressions rationnelles dans le formalisme bas niveau, pour finalement exécuter l'automate déterministe sur le texte afin de trouver toutes les occurrences du motif cherché.

On étudie la complexité dans le cas le pire, en temps et en espace, des algorithmes et on privilégie les algorithmes efficaces pouvant être utilisés en pratique pour la recherche de motifs dans les compilateurs, les traitements de textes...

### Recherche de motifs

On introduit les motifs au moyen d'exemples en dimension 2 (une croix, un chiffre, un flashcode) et en dimension 1 (un code barre, une adresse mail, un identificateur dans un programme).

Un motif définit un ensemble d'objets. Ainsi, les croix dans une image peuvent avoir différentes largeurs, hauteurs, épaisseurs, couleurs...

Dans la suite, on se concentre sur les motifs en dimension 1 qui définissent donc des ensembles de mots.

On insiste sur la nécessité d'avoir un formalisme pour définir les motifs.

Les algorithmes naïfs de recherche d'un motif permettent de faire pressentir la notion d'état.

Contenus	Commentaires
Recherche de motifs dans un texte.	L'objectif est l'étude d'algorithmes génériques permettant la recherche d'un motif définissant un ensemble de mots et pas l'étude d'algorithmes spécialisés dans la recherche d'un unique mot (Knuth-Morris-Pratt, Boyer-Moore...)
Algorithmes naïfs sur des exemples.	Par exemple : entiers divisibles par 3 et codés en binaire, mots dont les voyelles apparaissent la première fois dans l'ordre alphabétique (bateau mais pas binaire)...

### Expressions rationnelles

Contenus	Commentaires
Expressions rationnelles (ou régulières) standards (union, concaténation, itération). Langage dénoté par une expression. Expressions rationnelles étendues (intersection, différence).	Introduction des expressions rationnelles comme formalisme dénotationnel pour les motifs. Motivation de l'extension par des exemples : phrases contenant à la fois les 3 mots fils, fille, mère mais pas le mot père...
Langages locaux.	Un langage local est défini par la donnée des préfixes de longueur 1, des suffixes de longueur 1 et des facteurs de longueur 2 interdits. Les propriétés de clôture des langages locaux ne sont pas exigibles.
Expressions rationnelles linéaires (chaque lettre apparaît au plus une fois dans l'expression). Le langage d'une expression rationnelle linéaire est local.	La partie sur les expressions rationnelles linéaires prépare à la transformation efficace d'une expression en automate.
Passage d'une expression rationnelle standard à une expression linéaire par marquage.	On donne les algorithmes permettant de calculer les ensembles $P$ (préfixes), $S$ (suffixes) et $F$ (facteurs) définissant le langage local associé à une expression linéaire. On précise la complexité de ces algorithmes. On remarque qu'il y a des langages locaux qui ne sont pas linéaires.

## Automates

Contenus	Commentaires
Automates finis déterministes. Automate local. Construction de l'automate local associé à un langage local. Complexité.	Un automate local est un automate déterministe (en général non complet) tel que pour chaque lettre $a$ , toutes les transitions étiquetées par $a$ arrivent dans un même état. Il est standard si aucune transition n'arrive sur l'état initial.
Automates finis non-déterministes	Les automates avec $\varepsilon$ -transitions ne sont pas au programme.
Construction de l'automate de Glushkov associé à une expression rationnelle standard. Complexité.	L'automate de Glushkov s'obtient par linéarisation de l'expression, calcul des ensembles définissant le langage local, construction de l'automate local, suppression des marques utilisées pour la linéarisation. (Cette procédure est aussi connue sous le nom d'algorithme de Berry-Sethi.)
Déterminisation. Clôture par intersection et complémentaire.	On applique la déterminisation à l'automate de Glushkov d'une expression. La réciproque du théorème de Kleene (passage d'un automate à une expression) n'est pas exigible.

## Programme de langues vivantes étrangères des classes préparatoires économiques et commerciales, option scientifique (ECS), option économique (ECE) et option technologique (ECT)

NOR : ESRS1306086A

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 2-5-2013

ESR - DGESIP A2

---

Vu code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêtés du 23-3-1995 ; arrêtés du 3-7-1995 ; avis du ministre de la défense du 29-3-2013 ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 25-2-2013

---

Article 1 - Le programme de langues vivantes étrangères des classes préparatoires économiques et commerciales, option scientifique (ECS), option économique (ECE) et option technologique (ECT), figurant aux annexes 3 des arrêtés du 3 juillet 1995 susvisés, est remplacé par le programme annexé au présent arrêté.

Article 2 - Le programme de première année du présent arrêté entre en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013 et celui relatif à la seconde année à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 3 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 4 avril 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale et par délégation  
Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

### **Annexe**

↳ *Programme*





# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

**Filière : économique et commerciale**

**Options :**  
**Technologique (ECT)**  
**Economique (ECE)**  
**Scientifique (ECS)**

**Discipline : Langues vivantes étrangères**

**Première et seconde années**

## **Objectifs de formation en langues vivantes étrangères pour les CPGE économiques et commerciales, options scientifique, économique et technologique (ECS, ECE, ECT)**

### **Objectifs de formation**

L'enseignement des langues vivantes en CPGE économiques et commerciales constitue un volet essentiel de la formation générale. La raison en est claire : les carrières auxquelles se destinent les étudiants des écoles de management ont désormais une dimension internationale et interculturelle.

Dans cette perspective, et selon les préconisations européennes, l'enseignement obligatoire de deux langues vivantes est proposé aux étudiants, afin qu'ils puissent acquérir les compétences linguistiques et les connaissances culturelles nécessaires à leur insertion professionnelle et à leur ouverture au monde.

Pendant les deux années de formation, on veillera à développer chez les étudiants les compétences suivantes :

- comprendre le sens précis de textes d'origine et de nature variées, relativement longs et complexes, portant plutôt sur des questions contemporaines, notamment dans le domaine des institutions et des réalités politiques, économiques et sociales, en lien direct avec la langue étudiée. En comprendre le contenu, la structure et la fonction (informative, argumentative, explicative, etc.), en percevoir les enjeux dans une perspective propre à l'aire linguistique concernée, en saisir le sens explicite ou implicite et les connotations culturelles (humour, politesse, registre de langue, etc.). Pour favoriser cette compréhension fine, on veillera à diversifier les types d'exercices : commentaire, confrontation de points de vue, synthèse, analyse, traductions ;
- comprendre un locuteur natif s'exprimant clairement à une allure normale et poursuivant une argumentation, même complexe, sur un sujet général en lien avec l'aire linguistique concernée. On veillera pour l'entraînement à cette compréhension, à avoir recours à des documents authentiques (vidéos, podcasts, émissions de télévision, de radio) ;
- s'exprimer dans une langue correcte (maîtrise grammaticale, phonologie) et riche (lexique pertinent et nuancé), avec fluidité et authenticité (en respectant les codes et registres spécifiques de la langue orale), de façon claire et efficace, pour développer un point de vue de façon nuancée. Se montrer capable d'auto-correction ;
- participer à une conversation avec un locuteur natif, dans une langue correcte, avec aisance et spontanéité, en adoptant un registre pertinent, un lexique varié et en obéissant aux codes sociolinguistiques appropriés à la situation de communication ;
- rédiger un rapport ou un essai dans une langue correcte, de manière claire, détaillée et structurée, sur une grande gamme de sujets, pour développer un point de vue, exposer une argumentation et donner une opinion, en respectant les codes et registres spécifiques de la langue écrite.

On proposera, le cas échéant, des thématiques croisées avec d'autres disciplines. Il convient de rappeler que si ces compétences sont distinguées par commodité pour en décrire le niveau attendu, elles doivent toujours être travaillées et évaluées conjointement.

Il convient de rappeler que, bien que prenant place dans ce cadre général, le premier semestre de la première année aura une fonction bien particulière, dont l'objectif essentiel est l'homogénéisation du niveau des étudiants. Pour cela, les premiers mois devront être axés sur :

- l'accès à une compréhension fine et non seulement globale, à l'écrit comme à l'oral,
- l'acquisition d'une expression maîtrisée et adéquate,
- l'acquisition d'une méthode solide pour chaque exercice proposé.

**Programme de langues vivantes étrangères des classes préparatoires scientifiques Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur, Physique, chimie et sciences de l'ingénieur, Physique, technologie et sciences de l'ingénieur, Technologie et sciences industrielles, Technologie, physique et chimie, Mathématiques et physique, Physique et chimie, Physique et sciences de l'ingénieur, Physique et technologie, Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre et Technologie et biologie**

NOR : ESRS1306087A

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

---

Vu le code de l'éducation ; décret n°94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêtés du 3 juillet ; arrêtés du 20-6-1996 ; arrêté du 3-5-2005 ; avis du ministre de la défense en date du 29-3-2013 ; avis du ministre de l'agriculture, de l'agroalimentaire et de la forêt du 27-3-2013 ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 25-2-2013

---

Article 1 - Le programme de langues vivantes étrangères :

- des classes préparatoires scientifiques Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI), Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI), Physique, technologie et sciences de l'ingénieur (PTSI), Technologie et sciences industrielles (TSI), Technologie, physique et chimie (TPC) et Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST), figurant respectivement aux annexes 7, 7, 7, 8, 6 et 7 des arrêtés du 3 juillet 1995 susvisés ;

- des classes préparatoires scientifiques Mathématiques et physique (MP), Physique et chimie (PC), Physique et sciences de l'ingénieur (PSI), Physique et technologie (PT), Technologie et sciences industrielles (TSI) et Technologie, physique et chimie (TPC), figurant respectivement aux annexes 7, 6, 7, 7, 8 et 6 des arrêtés du 20 juin 1996 susvisés ;

- des classes préparatoires scientifiques Technologie et biologie (TB), figurant à l'annexe 7 de l'arrêté du 3 juillet 1995 susvisé, relatif aux objectifs de formation et au programme de première et seconde années de la classe préparatoire de Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST), en application de l'article 2 de l'arrêté du 3 mai 2005 susvisé, est remplacé par le programme figurant en annexe du présent arrêté.

Article 2 - Le programme de première année du présent arrêté entre en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013, et celui relatif à la seconde année à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 3 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 4 avril 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,

Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

**Annexe**

↳ *Programme*



# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

## Filière : scientifique

### Voies :

**Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI)**  
**Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI)**  
**Physique, technologie et sciences de l'ingénieur (PTSI)**  
**Technologie, sciences de l'ingénieur (TSI)**  
**Technologie, physique, chimie (TPC)**  
**Physique et chimie (PC)**  
**Mathématiques et physique (MP)**  
**Physique et technologie (PT)**  
**Physique et sciences de l'ingénieur (PSI)**  
**Biologie, chimie, physique et sciences de la terre (BCPST)**  
**Technologie et biologie (TB)**

## Discipline : Langues vivantes étrangères

**Première et seconde années**

## **Objectifs de formation en langues vivantes étrangères pour les filières scientifiques**

L'enseignement des langues vivantes en CPGE constitue un volet essentiel de la formation générale. La raison en est claire : les échanges et relations auxquels sont appelés les ingénieurs, cadres, enseignants et chercheurs ont désormais une dimension internationale et interculturelle.

Dans cette perspective, et selon les préconisations européennes, en plus de l'enseignement obligatoire de première langue, un enseignement optionnel de seconde langue vivante étrangère est proposé aux étudiants, afin qu'ils puissent préserver et même développer leurs acquis du secondaire, se préparer aux enseignements dispensés dans les grandes écoles et demeurer ouverts au multilinguisme du monde d'aujourd'hui.

### **Objectifs de formation**

L'étude des langues vivantes étrangères dans toutes les classes préparatoires scientifiques, quelle que soit la filière choisie par l'étudiant (MPSI-MP, PCSI-PC, PTSI-PT, PSI, BCPST, TB, TPC, TSI), a comme objectifs :

- d'affermir les compétences de l'enseignement du second degré sur le double plan linguistique et culturel ;
- de conduire les étudiants à acquérir un niveau plus élevé de compréhension et d'expression, tant à l'écrit qu'à l'oral, et à consolider une méthodologie pour un apprentissage de la langue en profondeur ;
- d'assurer la mise en place des repères culturels indispensables à la connaissance de la civilisation et de la culture des pays étrangers, de façon à éclairer les situations contemporaines.

Pendant les années de formation, on veillera à développer chez les étudiants les compétences suivantes :

- comprendre le sens précis de textes d'origine et de nature variées, relativement longs et complexes, portant plutôt sur des questions contemporaines en lien direct avec la langue étudiée, en comprendre le contenu, la structure et la fonction (informative, argumentative, explicative, etc.), en percevoir les enjeux dans une perspective propre à l'aire linguistique concernée, en saisir le sens explicite ou implicite et les connotations culturelles (humour, politesse, registre de langues, etc.). Pour favoriser cette compréhension fine, on veillera à diversifier les types d'exercices : commentaire, confrontation de points de vue, synthèse, traduction ;
- comprendre un locuteur natif s'exprimant clairement à un débit normal et poursuivant une argumentation, même complexe, sur un sujet général en lien direct avec l'aire linguistique concernée. On veillera pour l'entraînement à cette compréhension, à avoir recours à des documents authentiques (enregistrements audios ou vidéos sur toutes formes de supports) ;
- s'exprimer dans une langue correcte, avec fluidité et authenticité (en respectant les codes et registres spécifiques de la langue orale), de façon claire et efficace, pour développer un point de vue nuancé. Se montrer capable d'auto-correction ;
- participer à une conversation avec aisance et spontanéité, en adoptant un registre et en obéissant aux codes sociolinguistiques appropriés à la situation de communication ;

- rédiger un rapport ou un essai dans une langue correcte, de manière claire, détaillée et structurée, sur une grande gamme de sujets, pour développer un point de vue, exposer une argumentation et donner une opinion, en respectant les codes et registres spécifiques de la langue écrite.

Il convient de rappeler que, bien que prenant place dans ce cadre général, le premier semestre de la première année aura une fonction bien particulière, dont l'objectif essentiel est l'homogénéisation du niveau des étudiants. Pour cela, les premiers mois devront être axés sur :

- l'accès à une compréhension fine et non seulement globale, à l'écrit comme à l'oral,
- l'acquisition d'une expression maîtrisée et adéquate,
- l'acquisition d'une méthode solide pour chaque exercice proposé.



## Objectifs de formation des classes préparatoires littéraires aux grandes écoles

NOR : ESRS1306088A

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

---

Vu code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêté du 27-6-1995 modifié ; arrêté du 21-8-2007 ; avis du ministre de la défense du 29-3-2013 ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 25-2-2013

---

Article 1 - Les objectifs de formation de la première année des classes préparatoires de lettres relatifs aux principes généraux, aux langues et culture de l'Antiquité, au français, à la philosophie, à l'histoire et à la géographie, figurant respectivement aux annexes 1, 2, 3, 4, 5 et 6 de l'arrêté du 21 août 2007 susvisé, sont remplacés par ceux figurant aux annexes 1, 2, 3, 4, 5 et 6 du présent arrêté.

Article 2 - Les objectifs de formation des première et seconde années des classes préparatoires littéraires relatifs aux langues vivantes étrangères et figurant à l'annexe 7 de l'arrêté du 21 août 2007 susvisé sont remplacés par ceux figurant à l'annexe 7 du présent arrêté.

Article 3 - Le présent arrêté entre en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013 pour les objectifs de formation de première année et de la rentrée universitaire 2014 pour ceux de seconde année.

Article 4 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 4 avril 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,  
Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

### Annexes

↳ Programmes



# Annexe 1

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **littéraire**

Voie : **A/L**

### **Objectifs de formation**

**Première année**

## **Objectifs de formation de la première année des classes préparatoires de lettres (A/L)**

Situées entre la classe terminale des lycées et l'entrée dans les écoles normales supérieures (ENS), d'autres grandes écoles ou les universités, les classes de lettres de première et seconde années constituent un parcours de haut niveau et s'inscrivent dans le cadre de l'architecture européenne des études au sein de celles qui conduisent à la licence.

En conformité avec le principe d'interdisciplinarité qui caractérise la formation en classe de lettres première année, les enseignements dans chaque discipline dispensent une formation générale qui ne préjuge pas des parcours ultérieurs des étudiants. Les compétences acquises au cours des études dans les classes de lettres première et seconde année leur permettent en effet de se porter candidats à l'entrée dans de nombreuses grandes écoles et formations d'enseignement supérieur, parties prenantes de l'accord qui fait des épreuves écrites des ENS, réunies dans la Banque d'Épreuves Littéraires (BEL), une composante majeure de l'admissibilité aux épreuves orales de leurs concours spécifiques.

La formation dispensée s'enracine dans des connaissances, appelant nécessairement la définition de contenus. Dans la mesure où le programme est fortement corrélé à celui des épreuves des concours d'entrée dans les grandes écoles, les objectifs de formation dans chaque discipline s'ordonnent autour d'exemples de problématiques ou de notions. Si elles définissent un certain nombre d'obligations, les propositions développées dans les annexes II à VII permettent à chaque professeur, qui demeure responsable de son cours, d'exercer pleinement ses responsabilités pédagogiques, dans le cadre d'une organisation de l'année en deux semestres.

### **Le premier semestre**

La découverte par les étudiants des exigences de haut niveau qui sont celles des classes préparatoires, tant pour ce qui est des connaissances et des capacités à acquérir que des attitudes à adopter, fait du premier semestre de la classe de lettres première année, à savoir les 18 à 20 semaines entre la rentrée début septembre et la fin du mois de janvier, une période cruciale à traiter avec un soin particulier. Alors que les classes accueillent des étudiants aux parcours antérieurs diversifiés, parcours qui leur ont permis d'atteindre des niveaux de connaissances et de compétences variés, le premier semestre a pour fonction d'assurer une transition efficace entre l'enseignement scolaire et l'enseignement supérieur, d'éclairer les choix à venir en termes d'orientation, d'engager l'étudiant dans un rythme de travail plus soutenu et d'assurer la cohésion de chaque division. À ces fins, le premier semestre doit assurer les mises à niveau nécessaires et permettre d'acquérir les méthodes de travail et d'organisation ainsi que les capacités d'initiative indispensables aux études supérieures. Il se traduit par un suivi personnalisé des étudiants qui doivent se sentir accompagnés et soutenus par l'équipe pédagogique : l'information sur les parcours de formation et les perspectives qu'ils ouvrent les aide à donner un sens concret aux études dans lesquelles ils s'engagent et renforce leur motivation ; la mise en évidence des relations culturelles, intellectuelles et méthodologiques entre les disciplines, et l'initiation aux démarches de documentation et de recherche contribuent à les faire entrer dans une dynamique de formation ; l'attention portée à leurs éventuelles difficultés et à leurs progrès permet d'accompagner aux mieux leur effort et de leur donner confiance en eux-mêmes. Pour assurer cet accompagnement individualisé, les heures d'interrogations orales peuvent également être mises à profit et faire l'objet, en tant que de besoin, d'une répartition appropriée.

C'est à ces conditions que les étudiants pourront s'engager dans un parcours de réussite et exprimer leur véritable potentiel, qui peut se révéler, dès la fin du premier semestre, assez sensiblement différent de celui qui a été mesuré à l'issue des études secondaires.

## **Les objectifs de la formation**

Les objectifs généraux de la formation en classe de lettres première année, à l'atteinte desquels contribuent toutes les disciplines, obéissent notamment aux principes suivants :

- assurer aux étudiants une culture générale solide dans les disciplines du champ des lettres, des langues et des sciences humaines ;
- faire lire des textes de référence ;
- améliorer les compétences d'expression écrite et orale ;
- faire prendre conscience des liens entre les disciplines ;
- faire acquérir des méthodes de travail rigoureuses et efficaces ;
- développer l'aptitude à rechercher, à traiter et à utiliser de manière pertinente l'information, et à se servir des instruments et des ressources numériques dans une perspective de construction, d'appropriation et de partage des connaissances ;
- développer l'autonomie intellectuelle des étudiants ;
- permettre aux étudiants de mener des recherches personnelles et collectives en exerçant leur esprit critique ;
- stimuler chez eux la curiosité intellectuelle et éveiller le plaisir de l'étude.



# Annexe 2

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **littéraire**

Voie : **A/L**

Discipline : **Langues et culture de l'Antiquité**

**Première année**

## Langues et culture de l'Antiquité

### Objectifs de formation

L'enseignement des langues et culture de l'Antiquité en classe préparatoire de lettres première année a pour objectif de donner accès à un ensemble de références à travers la lecture de textes anciens et de légitimer le rôle mémoriel, culturel, fédérateur des langues anciennes pour les pratiquer, les décrire et les inscrire dans le présent de notre culture. L'enjeu est de faire en sorte que les étudiants s'approprient une culture qui ne doit pas être réservée à des spécialistes. Le premier semestre, en particulier, doit permettre la découverte de ce champ nouveau. Cela suppose :

- de répondre au souci d'une culture large et exigeante, à la fois contemporaine et consciente de ses racines ;
- de conduire les étudiants à acquérir un ensemble de savoirs, de méthodes et de compétences, indispensable à la poursuite des études envisagées.

### Méthodes et compétences

Dans son principe, l'enseignement visera à favoriser la connaissance et l'analyse des concepts fondamentaux propres à la littérature et à la culture de l'Antiquité. Cela implique d'opérer, à travers une connaissance minimale de mécanismes linguistiques différents, un retour sur sa propre langue afin de mieux la maîtriser, notamment par :

- la pratique de la traduction, en lui restituant sa dimension interculturelle. Traduire sera une expérience de découverte, une activité formatrice et un exercice critique qui ouvrira sur l'interprétation des textes et de l'écriture ;
- la comparaison de traductions différentes d'un même texte qui permettra de faire apparaître ce qui dans un texte original demande une interprétation et ouvre le débat ;
- la pratique du commentaire. Elle suppose la prise en compte de démarches nouvelles dans le cadre d'une approche pluridisciplinaire (littéraire, historique, anthropologique, philologique, philosophique...). Cet enseignement qui ressortit naturellement au champ des lettres, suppose la prise en compte d'une approche fortement interdisciplinaire, ouvrant par ailleurs à la démarche de recherche. Cet espace de convergences disciplinaires doit donc mettre en synergie l'histoire, la philosophie et la langue avec la littérature.

À cet enseignement peuvent s'ajouter, selon le souhait des étudiants, des enseignements de spécialité en latin et en grec (niveau confirmé ou débutant).

Dans le cadre de la définition des programmes de langues et culture de l'Antiquité en classe de lettres première année non déterminante, il importe que la problématique mise au programme permette d'aborder la façon dont la culture antique a contribué à la construction de la culture moderne.

Les notions juridiques, institutionnelles, politiques, religieuses, littéraires, particulièrement celles qui ressortissent au champ de la poétique et de la rhétorique, seront principalement analysées lors de l'étude des textes, donnés à titre indicatif et liés aux problématiques mises au programme. Il apparaît souhaitable de rattacher, quand cela est possible, l'étude des notions à la présentation de genres littéraires correspondants et d'opérer les rapprochements qui s'imposent entre le domaine grec et le domaine latin. Enfin, des rapprochements avec la littérature française sont également recommandés. Il convient aussi, pour enrichir les parcours à travers les textes, d'amener les étudiants à se familiariser avec les représentations figurées des grands mythes et des personnages, liées à la problématique retenue, qu'elles relèvent de l'art ou de l'artisanat.

## **Organisation annuelle et semestrialisation**

L'enseignant établira une progression annuelle organisée en deux semestres.

Le premier semestre est conçu pour aider les étudiants, dans leur diversité, à réussir la transition entre le lycée et les études supérieures.

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- Pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes favorise cette mise en activité ;
- Didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective avec les autres disciplines est régulièrement sollicitée.



# Annexe 3

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

---

Filière : **littéraire**

Voie : **A/L**

---

Discipline : **Français**

**Première année**



## Français

### Objectifs de formation

L'enseignement du français en classe de lettres supérieures a pour objectif d'étendre, de consolider et de structurer les connaissances acquises dans les classes secondaires afin de constituer, par l'intensification des lectures et la pratique systématique des exercices de l'explication, du commentaire et de la dissertation, une culture littéraire fondamentale pour les étudiants, quelle que soit leur spécialisation ultérieure. L'étude des lettres, par son objet et ses méthodes, a donc d'abord un sens culturel : elle permet d'asseoir et d'éclairer, par le travail sur les textes et les œuvres, les références littéraires majeures du patrimoine, de faire prendre conscience de leur historicité, de faire réfléchir aux constantes et aux variations esthétiques et génériques des représentations.

### Méthodes et compétences

La première année, et particulièrement le premier semestre, doivent également favoriser l'acquisition de méthodes de travail nécessaires pour aborder la formation ultérieure, en particulier la préparation des concours. Le souci d'apprentissage méthodologique vise à faire acquérir la maîtrise des différents exercices types, écrits et oraux, ainsi que la capacité à consolider un savoir dans la durée. Le professeur veille à développer tout particulièrement l'acquisition des compétences d'analyse et d'interprétation des textes littéraires et la capacité à construire une argumentation écrite.

Les professeurs restent libres, en première année, de leur programme et de leurs démarches. On peut cependant souligner qu'en tant que discipline, l'enseignement des lettres obéit à une logique historique et à une logique générique en fonction d'un projet annuel décliné en deux semestres.

- Dans la mesure où il s'agit de permettre aux étudiants de construire une culture littéraire ordonnée et d'enrichir par la lecture leur connaissance du monde et de l'homme, il apparaît nécessaire de prendre en compte dans cet enseignement des éléments d'histoire littéraire et d'histoire des idées. L'étude des œuvres comme représentations, la mise en évidence des continuités et des ruptures esthétiques, les notions de mouvement littéraire et culturel, de filiation et d'influence, les formes de l'intertextualité, la production et la réception des textes s'inscrivent dans cette mise en perspective historique qui est partie prenante de l'enseignement des lettres et qui invite à la création de relations avec les autres disciplines. Ainsi peut se développer chez les étudiants le sens de l'unité intellectuelle des démarches et des connaissances, indispensable à une spécialisation ultérieure fertile.

- L'enseignement du français en classe de lettres première année vise également à cultiver et à informer la lecture des œuvres en faisant acquérir aux étudiants les connaissances indispensables en matière de poétique des genres et de stylistique. Il s'agit d'approfondir la conscience qu'ils peuvent avoir des caractéristiques et des problèmes spécifiques du roman, du théâtre, de la poésie et de l'essai, afin qu'une étude approfondie des œuvres puisse leur permettre de mesurer la singularité, l'écart ou le jeu qui marquent l'écriture de tel écrivain ou de telle école. Ces connaissances acquises en matière de poétique et de stylistique doivent permettre aux étudiants de parvenir à une lecture problématisée des textes, à une interprétation résultant d'un questionnement pertinent et fondé sur une analyse à la fois cohérente, précise et consciente de ses enjeux.

Cette problématisation unifie les exercices pratiqués en lettres, à l'écrit ou à l'oral, dans ces classes :

- l'explication de texte ;
- le commentaire composé ;
- la dissertation, portant sur une œuvre particulière ou sur une question de littérature générale.

Ces diverses formes de travail ont en effet pour objet de permettre aux étudiants de s'approprier la culture qu'ils acquièrent et de cultiver les qualités de rigueur, de précision et de réflexion qu'ils auront à mettre en œuvre dans la suite de leurs études, quelles qu'elles soient.

### **Organisation annuelle et semestrialisation**

L'enseignant établira une progression annuelle organisée en deux semestres.

Le premier semestre est conçu pour aider les étudiants, dans leur diversité, à réussir la transition entre le lycée et les études supérieures.

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- Pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes favorise cette mise en activité ;
- Didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective avec les autres disciplines est régulièrement sollicitée.



# Annexe 4

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **littéraire**

Voie : **A/L**

Discipline : **Philosophie**

**Première année**

# Philosophie

## Objectifs de formation

Le cours de lettres première année permet de consolider le travail commencé en classe terminale, dont le double objectif a conduit à favoriser l'exercice réfléchi du jugement et l'acquisition d'une culture philosophique initiale. Il s'agit donc de poursuivre l'effort de réflexion et de lecture, et d'affermir la maîtrise des exercices de dissertation et d'explication de textes inaugurés l'année précédente. Les élèves seront ainsi en mesure d'accéder au bon usage de l'abstraction, à la position rigoureuse de problèmes précis et à leur traitement argumenté, progressif et cohérent.

## Méthodes et compétences

En classe de lettres première année, se familiariser avec la démarche philosophique ne suffit plus. Il faut :

- entrer plus avant dans la philosophie effective par un travail approfondi sur les concepts et par l'étude de quelques œuvres majeures de la tradition ;
- permettre aux étudiants l'acquisition d'une connaissance claire des enjeux, des grandes interrogations, et de textes fondateurs correspondant aux divers domaines structurant le programme selon les deux axes de la connaissance et de l'action.

Les travaux fondamentaux qui regroupent en effet de manière synthétique, s'ils sont réussis, des compétences essentielles et variées que l'on peut expliciter, et qui témoignent directement du travail de lecture et de réflexion entrepris par leurs auteurs, demeurent :

- la dissertation ;
- l'explication de texte ;
- les exercices oraux qui leur correspondent.

Les étudiants doivent donc être capables de faire une dissertation et une explication de texte en satisfaisant aux critères suivants, qui constituent de véritables compétences disciplinaires :

- respect rigoureux des sujets et des thématiques proposés ;
- position d'un problème précis, cernant exactement le sujet, et exposition des modalités de sa résolution ;
- construction d'une progression dialectique cohérente ;
- analyses argumentées et précises, sans contradiction interne, et articulées les unes aux autres ;
- utilisation pertinente des concepts ;
- capacité spéculative et rigueur démonstrative ;
- mobilisation adéquate des références philosophiques et culturelles pour faire avancer la réflexion ;
- réflexion philosophique d'une certaine ampleur sur des documents ou matériaux non philosophiques ; les étudiants doivent s'intéresser au réel dans sa diversité tout en refusant la pure description.

S'agissant plus particulièrement de l'étude et de l'explication des textes, on valorisera :

- la capacité de mettre le texte en perspective afin d'en dégager tout l'intérêt spécifique ;
- le refus de la paraphrase et du catalogue doxographique ;
- l'acquisition du goût pour la lecture des textes philosophiques, et la pratique de la lecture lente et active, seul moyen de faire des progrès dans la discipline et de s'y intéresser durablement ;
- l'attention systématique portée aux conditions de formulation et aux conséquences logiques de toutes les thèses examinées.

Cette formation repose à l'évidence sur des connaissances, ce qui rend indispensable la définition de contenus. Plutôt que d'arrêter un "programme" *stricto sensu*, il convient de fixer un cahier des charges. Afin d'atteindre les objectifs pédagogiques précédemment définis et de préparer la seconde année de la classe de lettres, les élèves de première année étudieront, sous la conduite de leur professeur :

- des notions, questions ou problèmes respectivement liés aux six domaines de la métaphysique, de la science, de la politique et du droit, de la morale, des sciences humaines : homme, langage, société, de l'art et de la technique (les deux premiers se situant dans l'axe de la connaissance, les quatre autres dans celui de l'action) ;
- deux œuvres dans leur continuité, l'une de philosophie ancienne ou médiévale, l'autre de philosophie moderne ou contemporaine.

### **Organisation annuelle et semestrialisation**

L'enseignant établira une progression annuelle organisée en deux semestres.

Le premier semestre est conçu pour aider les étudiants, dans leur diversité, à réussir la transition entre le lycée et les études supérieures.

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- Pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes favorise cette mise en activité ;
- Didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective avec les autres disciplines est régulièrement sollicitée.



# Annexe 5

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

---

Filière : **littéraire**

Voie : **A/L**

---

Discipline : **Histoire**

**Première année**

## Histoire

### Objectifs de formation

L'enseignement de l'histoire en classe préparatoire de lettres première année a pour objectif de permettre aux étudiants d'acquérir les bases d'une culture générale historique solide. Cette acquisition suppose que l'intérêt des étudiants et leur curiosité pour l'histoire soient stimulés. L'histoire doit leur apparaître comme une discipline vivante, suscitant leur curiosité intellectuelle, leur goût pour la lecture d'œuvres historiques et leur offrant le plaisir sans cesse renouvelé de la découverte.

### Méthodes et compétences

Cette acquisition implique également la maîtrise de capacités inhérentes à cette discipline. Son enseignement doit :

- donner aux étudiants l'occasion d'exercer leur esprit critique ;
- favoriser leur ouverture d'esprit, notamment en dégagant, chaque fois que possible, des perspectives culturelles et en établissant, si nécessaire, des liens avec d'autres disciplines ;
- leur donner des éclairages sur la façon dont on écrit l'histoire, notamment en leur présentant des exemples de débats historiographiques et en les initiant à ce qu'est la recherche historique ;
- leur permettre de maîtriser l'exercice de la dissertation historique ;
- être l'occasion de se familiariser avec différents types de documents historiques ;
- permettre aux étudiants d'améliorer leur expression orale ;
- renforcer leur autonomie et leur capacité à mener des recherches personnelles et collectives.

Les professeurs doivent prendre en compte ces différents objectifs dans leurs pratiques et leurs évaluations. Le premier semestre est conçu pour aider les étudiants, dans leur diversité, à réussir la transition lycée/enseignement supérieur.

Les étudiants doivent être initiés dès la classe préparatoire de lettres première année à différents champs de l'histoire (économique et social, politique, religieux et culturel). L'acquisition d'une culture générale historique se fera donc à travers l'étude de grandes questions formatrices puisées dans différentes périodes. Il convient d'aborder, au cours de l'année, des questions concernant au moins trois des quatre périodes historiques (ancienne, médiévale, moderne et contemporaine). Ces questions pourront être traitées selon des modalités pédagogiques diverses : une des questions pourrait faire l'objet de travaux de recherche encadrés par le professeur, débouchant sur l'élaboration d'un court mémoire écrit pouvant donner lieu à une présentation orale.

### Organisation annuelle et semestrialisation

L'enseignant établira une progression annuelle organisée en deux semestres.

Le premier semestre est conçu pour aider les étudiants, dans leur diversité, à réussir la transition entre le lycée et les études supérieures.

La programmation peut accorder un horaire d'enseignement variable aux différentes questions. Au terme des deux années d'études en classes préparatoires de lettres première année et seconde année, les étudiants qui se destinent à des études d'histoire doivent avoir traité des questions concernant les quatre périodes historiques.

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- Pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes favorise cette mise en activité ;
- Didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective avec les autres disciplines est régulièrement sollicitée.





# Annexe 6

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **littéraire**

Voie : **A/L**

Discipline : **Géographie**

**Première année**

# Géographie

## Objectifs de formation

L'enseignement de la géographie en classe préparatoire de lettres première année a pour objectif de permettre aux étudiants d'acquérir les bases d'une culture générale géographique solide et, pour les optionnaires, de se préparer aussi à la poursuite d'études universitaires. L'acquisition de cette culture géographique suppose que l'intérêt des étudiants et leur curiosité pour la géographie soient stimulés. La géographie doit être enseignée comme une discipline vivante permettant de décrypter les enjeux du monde actuel et l'organisation spatiale produite par les sociétés.

## Méthodes et compétences

Cette acquisition d'une culture géographique solide implique également la maîtrise de capacités inhérentes à cette discipline. L'enseignement de la géographie doit :

- préciser les objets et méthodes de la géographie ;
- amener les étudiants à cerner la spécificité de l'analyse géographique et ses liens avec les autres disciplines ;
- les former à raisonner en termes d'interaction et d'approche systémique, et à prendre en compte les différentes échelles de l'organisation des territoires ;
- favoriser l'acquisition d'outils conceptuels et l'exercice de l'esprit critique ;
- leur donner des éclairages sur la façon dont on écrit la géographie, notamment en leur donnant de grands repères épistémologiques et en les initiant à la recherche dans la discipline ;
- être l'occasion de les familiariser avec les différents types de documents utilisés en géographie ;
- favoriser l'usage des outils et des ressources numériques ;
- permettre de maîtriser les exercices fondamentaux de la discipline : analyse de documents et de dossiers documentaires, rédaction de dissertations, production de représentations graphiques et cartographiques ;
- permettre aux étudiants d'améliorer leur expression orale ;
- renforcer leur autonomie et leur capacité à mener des recherches personnelles et collectives.

Les professeurs doivent prendre en compte ces différents objectifs dans leurs pratiques et leurs évaluations. Le premier semestre est conçu pour aider les étudiants, dans leur diversité, à réussir la transition lycée/enseignement supérieur.

Les étudiants doivent être initiés dès la classe préparatoire de lettres première année aux différents champs de la géographie (environnementaux, économiques, sociaux, culturels, géopolitiques...) à partir d'exemples territoriaux et d'études de cas à différentes échelles, du local au mondial. L'acquisition d'une culture générale géographique se fera à travers l'étude de grandes questions formatrices puisées dans différents domaines géographiques où une part significative sera réservée à l'étude de territoires français à différentes échelles (y compris l'outre-mer). Ces questions pourront être traitées selon des modalités pédagogiques diverses. Leur enseignement s'appuiera sur l'analyse et la production de documents variés, en particulier cartographiques.

## **Organisation annuelle et semestrialisation**

L'enseignant établira une progression annuelle organisée en deux semestres.

Le premier semestre est conçu pour aider les étudiants, dans leur diversité, à réussir la transition entre le lycée et les études supérieures.

La programmation peut accorder un horaire d'enseignement variable aux différentes questions. En option, la formation privilégiera un approfondissement de l'apprentissage des concepts et des démarches de la géographie. Elle les préparera au commentaire de dossiers documentaires, et plus particulièrement de cartes. Au terme des deux années d'étude en classes préparatoires de lettres première année et seconde année, les étudiants qui se destinent à des études de géographie doivent avoir traité des questions leur donnant les bases cognitives, conceptuelles et méthodologiques indispensables à une poursuite d'études universitaires.

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- Pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes favorise cette mise en activité ;
- Didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective avec les autres disciplines est régulièrement sollicitée.



# Annexe 7

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **littéraire**

Voie : **A/L**

Discipline : **Langues vivantes A et B**

**Première et seconde années**

## Langues vivantes A et B

### Objectifs de formation

Les deux années de formation en CPGE littéraire permettent aux étudiants - dans la continuité de la formation qui leur a été dispensée jusqu'au baccalauréat - de poursuivre et d'approfondir leur exploration de deux aires linguistiques et culturelles différentes. Dans ces deux langues étrangères, les étudiants consolident non seulement leur capacité à utiliser la langue à des fins de communication mais également et surtout leur maîtrise des références indispensables à la compréhension des actes d'expression (parole, texte, image, œuvre d'art, etc.)

L'enseignement des langues vivantes et cultures étrangères poursuit un double objectif dont les deux volets sont indissociables :

- faire acquérir aux étudiants, tant à l'écrit qu'à l'oral, un niveau élevé de compréhension et d'expression dans les langues qu'ils étudient ;
- leur donner une connaissance assurée des réalités culturelles étrangères correspondantes.

### Méthodes et compétences

Pour atteindre ce double objectif, l'enseignement s'appuie de façon privilégiée sur la lecture et l'étude de textes.

L'axe fondamental de la formation est celui de la parole et de l'écriture. L'enseignement doit donner à tous une compétence d'expression claire, structurée et conforme à un modèle reconnu dans le ou les pays où la langue est naturelle.

- À l'oral, le développement de la compétence de prise de parole en continu en langue étrangère fait l'objet d'une attention particulière et d'un entraînement spécifique ;
- à l'écrit, l'effort porte sur la fluidité et l'articulation du propos.

Contribuant toutes au renforcement et à l'élargissement des compétences linguistiques des étudiants, les activités pratiquées sont diverses. De façon équilibrée et selon un ordre de priorité que le professeur détermine en fonction des besoins des étudiants qui lui sont confiés, ces activités font alterner ou combinent des exercices relevant de la typologie suivante, non limitative :

- lecture de textes, en vue de leur analyse orale ou écrite, ces textes pouvant être extraits d'œuvres littéraires, philosophiques, historiques, sociologiques ou issus des grands médias ;
- traduction (elle aussi orale ou écrite) de textes, cette pratique de la traduction ne se réduisant pas à la vérification de la compréhension immédiate ou globale de ces textes mais mettant en œuvre une perception fine et une analyse contrastive des énoncés dans l'une et l'autre langue ;
- recherche et recueil sélectif, en vue de leur présentation ordonnée (orale ou écrite), d'informations dont les sources, la nature et la fiabilité font l'objet, de la part de l'étudiant, d'une appréciation critique ;
- écoute, en vue de leur restitution (orale ou écrite) structurée et commentée, de documents sonores ou audiovisuels.

Pour ce qui est du corpus sur lequel la compréhension, la réflexion et, partant, la parole et l'écriture des étudiants s'exercent, deux axes sont poursuivis parallèlement :

- celui d'une investigation synchronique (connaissance du monde actuel) ;
- celui d'une investigation diachronique (données historiques et culturelles fondamentales, mondes imaginaires et virtuels, tels qu'ils sont représentés dans les œuvres littéraires).

### **Organisation annuelle et semestrialisation**

L'enseignant établira une progression annuelle organisée en deux semestres.

Le premier semestre est conçu pour aider les étudiants, dans leur diversité, à réussir la transition entre le lycée et les études supérieures. Il aura une fonction bien particulière, dont l'objectif essentiel est la prise en charge individualisée et l'homogénéisation du niveau des étudiants, en tenant compte, pour le compenser le cas échéant, de leur historique de formation dans chacune des deux langues étudiées.

Pour cela, les premiers mois devront être axés sur :

- l'accès à une compréhension fine et non seulement globale, à l'écrit comme à l'oral,
- l'acquisition d'une expression maîtrisée et adéquate,
- l'acquisition d'une méthode solide pour chaque exercice proposé.

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- o Pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes favorise cette mise en activité ;
- o Didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective avec les autres disciplines est régulièrement sollicitée.

## Objectifs de formation des classes préparatoires littéraires aux grandes écoles, Lettres et sciences sociales

NOR : ESRS1306089A

arrêté du 25-3-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

---

Vu code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêté du 27-6-1995 modifié ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 25-2-2013

---

Article 1 - Les objectifs de formation et les programmes de première et seconde années des classes préparatoires littéraires Lettres et sciences sociales figurent en annexe du présent arrêté.

Article 2 - Le présent arrêté entre en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013 pour les objectifs de formation de première année et de la rentrée universitaire 2014 pour ceux de seconde année.

Article 3 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 25 mars 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,  
Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

### Annexe

↳ Programmes



# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **littéraire**

Voie : **B/L**

## Objectifs de formation

### Première et seconde années



## **Objectifs de formation des première et seconde années des classes préparatoires de lettres et sciences sociales (B/L)**

Situées entre la classe terminale des lycées et l'entrée dans les écoles normales supérieures (ENS), d'autres grandes écoles ou les universités, les classes de lettres et sciences sociales de première et seconde années constituent un parcours de haut niveau et s'inscrivent dans le cadre de l'architecture européenne des études au sein de celles qui conduisent à la licence.

En conformité avec le principe d'interdisciplinarité qui caractérise la formation en classe de lettres et sciences sociales première année, les enseignements dans chaque discipline dispensent une formation générale qui ne préjuge pas des parcours ultérieurs des étudiants. Les compétences acquises au cours des études dans les classes de lettres et sciences sociales de première et seconde années leur permettent en effet de se porter candidats à l'entrée dans de nombreuses grandes écoles et formations d'enseignement supérieur.

La formation dispensée s'enracine dans des connaissances, appelant nécessairement la définition de contenus. Ils sont déterminés par les programmes du concours d'admission à l'École normale supérieure, groupe Sciences sociales (B/L) de la section des Lettres.

### **Le premier semestre**

La découverte par les étudiants des exigences de haut niveau qui sont celles des classes préparatoires, tant pour ce qui est des connaissances et des capacités à acquérir que des attitudes à adopter, fait du premier semestre de la classe de lettres première année, à savoir les 18 à 20 semaines entre la rentrée début septembre et la fin du mois de janvier, une période cruciale à traiter avec un soin particulier. Alors que les classes accueillent des étudiants aux parcours antérieurs diversifiés, parcours qui leur ont permis d'atteindre des niveaux de connaissances et de compétences variés, le premier semestre a pour fonction d'assurer une transition efficace entre l'enseignement scolaire et l'enseignement supérieur, d'éclairer les choix à venir en termes d'orientation, d'engager l'étudiant dans un rythme de travail plus soutenu et d'assurer la cohésion de chaque division. À ces fins, le premier semestre doit assurer les mises à niveau nécessaires et permettre d'acquérir les méthodes de travail et d'organisation ainsi que les capacités d'initiative indispensables aux études supérieures. Il se traduit par un suivi personnalisé des étudiants qui doivent se sentir accompagnés et soutenus par l'équipe pédagogique : l'information sur les parcours de formation et les perspectives qu'ils ouvrent les aide à donner un sens concret aux études dans lesquelles ils s'engagent et renforce leur motivation ; la mise en évidence des relations culturelles, intellectuelles et méthodologiques entre les disciplines, et l'initiation aux démarches de documentation et de recherche contribuent à les faire entrer dans une dynamique de formation ; l'attention portée à leurs éventuelles difficultés et à leurs progrès permet d'accompagner au mieux leur effort et de leur donner confiance en eux-mêmes. Pour assurer cet accompagnement individualisé, les heures d'interrogations orales peuvent également être mises à profit et faire l'objet, en tant que de besoin, d'une répartition appropriée.

C'est à ces conditions que les étudiants pourront s'engager dans un parcours de réussite et exprimer leur véritable potentiel, qui peut se révéler, dès la fin du premier semestre, assez sensiblement différent de celui qui a été mesuré à l'issue des études secondaires.

## **Les objectifs de la formation**

Les programmes des ENS sont traités sur les deux années sans distinction de ce qui doit être traité en première et en deuxième année. Chaque professeur établit en fonction de ses choix pédagogiques une progression annuelle organisée en deux semestres. Il y a deux grands objectifs de formation :

- Préparer les étudiants aux concours des Grandes Écoles recrutant directement sur le programme de la filière : ENS Ulm, ENS Cachan, ENS Lyon, ENSAE, ENSAI, Écoles de la BCE, Écoles du groupe ÉCRICOME, ENSIM, Ismapp ;
- Donner aux étudiants une formation pluridisciplinaire de haut niveau associant les mathématiques, les Sciences sociales, l'histoire contemporaine, la littérature, la philosophie, une langue vivante et une discipline optionnelle (langue ancienne, géographie ou LV2). Le but recherché est de former des étudiants généralistes, possédant une solide culture littéraire et historique et maîtrisant, d'une part, la rigueur du raisonnement et les outils mathématiques, et d'autre part, les méthodes d'analyse propres aux Sciences économiques et sociales. Cela de manière à être capable d'analyser, de comprendre et de mettre en perspective les problèmes contemporains, en combinant les différentes grilles de lecture et méthodes d'analyse de chacune de ces disciplines.

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- Pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative, l'esprit critique et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes favorise cette mise en activité ;
- Didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective avec les autres disciplines est régulièrement sollicitée.

## **Les objectifs et programmes par disciplines**

### **Français**

#### *Objectifs*

- Construction d'une culture littéraire fondamentale en se fondant sur les grandes œuvres ;
- Étude des trois grands genres (poésie, théâtre, roman) ;
- Maîtrise des exercices de dissertation (écrit) et d'explication de texte (oral).

#### *Programme*

Les épreuves écrites (composition française) et orales (explication d'un texte français) ne comportent pas de programme.

### **Philosophie**

#### *Objectifs*

- Acquisition d'une culture philosophique initiale par une lecture des grands textes classiques organisée autour d'un lieu fondamental de la réflexion philosophique ;
- Maîtrise des exercices de dissertation et d'explication de textes.

#### *Programme*

Programme de philosophie du baccalauréat.

## Histoire

### Objectifs

- Acquisition d'une solide culture historique et des méthodes de dissertation et d'oral.

### Programme

- La France, de 1870 au début des années 1990 ;

- Le monde de 1918 au début des années 1990 : relations internationales, grandes évolutions économiques, sociales, politiques et culturelles.

L'approche de la deuxième partie du programme est globale : les sujets proposés à la réflexion des candidats, tant à l'écrit qu'à l'oral, leur laisseront la liberté du choix de leurs exemples. Aucun sujet ne portera exclusivement sur un pays pris isolément.

## Mathématiques

### Objectifs

- Acquisition des outils fondamentaux de l'algèbre, de l'analyse et des probabilités.

### Programme

Le programme, défini pour l'ensemble de la formation de deux ans, est le suivant :

### 1. ALGÈBRE LINÉAIRE

*Les définitions d'un groupe et d'un corps (au sens de corps commutatif) seront données, à l'exclusion de toute théorie relative à ces notions. Le corps de base est  $R$  ou  $C$ .*

*Les nombres complexes ne figurent pas dans ce programme pour eux-mêmes, mais comme outils. Sont à connaître les règles élémentaires de calcul, les notations  $Re(z)$ ,  $Im(z)$ , le module et l'argument d'un produit, l'inégalité triangulaire, la résolution de l'équation du second degré à coefficients réels et de l'équation  $z^2 = a$ , l'affixe d'un point et d'un vecteur.*

#### A) Espaces vectoriels et applications linéaires

*Espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels. Applications linéaires, noyau, image ; isomorphisme.*

*Espaces vectoriels de dimension finie ; bases, rang d'une application linéaire ; somme directe de sous-espaces, sous-espaces supplémentaires.*

#### B) Calcul matriciel

*Matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes ; opérations sur les matrices ; matrice transposée. Matrices carrées d'ordre  $n$  ; groupe des matrices inversibles.*

*Matrice d'une application linéaire ; effet d'un changement de base(  $s$ ), matrices équivalentes, matrices semblables.*

#### C) Systèmes d'équations linéaires

*Les déterminants ne sont pas au programme.*

*Systèmes de Cramer, lien avec le calcul de l'inverse d'une matrice carrée.*

*Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice carrée. Méthode du pivot de Gauss appliquée aux questions suivantes : recherche d'une forme triangulaire, de l'inverse d'une matrice carrée, résolution d'un système de  $n$  équations linéaires à  $p$  inconnues.*

#### D) Valeurs propres et vecteurs propres

Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres d'un endomorphisme (ou d'une matrice carrée).

Toute somme de sous-espaces propres est directe. Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si l'espace est somme directe des sous-espaces propres.

La notion de polynôme caractéristique n'est pas au programme ; la réduction des matrices à la forme triangulaire n'est pas au programme.

## **2. ANALYSE**

#### A) Suites et séries de nombres réels

Énoncé des propriétés de  $\mathbb{R}$  (admissibles).

Suites de nombres réels. Suites monotones. Suites définies par une relation de récurrence  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

Convergence d'une série. Somme. Séries à termes positifs, comparaison de deux séries.

Séries à termes réels.

Convergence absolue.

#### B) Continuité et dérivation

a) Fonctions numériques d'une variable réelle.

Notion de limite. Théorèmes sur les limites.

Continuité d'une fonction. Énoncé des propriétés des fonctions continues sur un intervalle (sans démonstration).

Fonctions monotones. Fonction réciproque d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle.

b) Notion de dérivée.

Calcul des dérivées, dérivée d'une fonction composée, d'une fonction réciproque. Fonction dérivée, dérivées d'ordre supérieur.

c) Théorème des accroissements finis. Sens de variation d'une fonction dérivable. Graphe.

#### C) Fonctions usuelles

Fonctions polynômes, fonctions rationnelles.

La construction formelle des polynômes et fractions rationnelles n'est pas au programme, pas plus que les

notions de PGCD, PPCM, polynômes premiers entre eux. Le théorème de d'Alembert est admis. Aucun résultat sur la décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples n'est à connaître.

Degré. Définition de la division euclidienne (résultats admis). Zéros (ou racines) d'un polynôme, divisibilité par  $(x - a)$ .

Ordre de multiplicité d'un zéro. Décomposition d'un polynôme réel sur  $\mathbb{C}$  et sur  $\mathbb{R}$  (existence et unicité admises).

Fonctions circulaires et circulaires réciproques.

En dehors des formules  $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ ,  $\sin x = \cos(\pi/2 - x)$ ,  $\tan x = \sin x / \cos x$ , aucune formule de trigonométrie autre que celles résultant des symétries des fonctions  $\cos$ ,  $\sin$ ,  $\tan$  n'est à mémoriser.

Fonctions logarithmiques et exponentielles.

Fonctions puissances. Fonctions  $e^{it}$ , formules de Moivre et d'Euler.

Comparaison, pour  $x$  tendant vers l'infini, des fonctions  $x^a$ ,  $a^x$ ,  $\ln x$ .

#### D) Intégration

- a) Définition et propriétés de l'intégrale d'une fonction continue, lien avec les primitives (la présentation n'est pas imposée ; on peut admettre qu'une fonction continue possède une primitive). Inégalité de la moyenne.
- b) Intégration d'une fonction continue sur un intervalle non compact ; convergence, convergence absolue.
- c) Calcul de primitives et d'intégrales. Changement de variables. Intégration par parties. Exemples. Exercices simples d'intégration de fonctions (par exemple fonctions rationnelles, produit d'une exponentielle par un polynôme).

#### E) Méthodes d'approximation

- a) Approximation locale des fonctions. Formule de Taylor-Young. Développements limités. Application à la recherche de limites.
- b) Comparaison d'une série et d'une intégrale. Séries de Riemann.

#### F) Fonctions de plusieurs variables

Fonctions numériques de plusieurs variables ; dérivées partielles (d'ordres un et deux) ; théorème de Schwarz.  
Différentielle. Fonctions homogènes ; théorème d'Euler. Conditions nécessaires (du premier ordre) pour un extremum libre. Extrema liés dans le cas d'une contrainte linéaire.

### **3. PROBABILITÉS ET STATISTIQUES**

Dans tout ce paragraphe, on mettra l'accent sur la correspondance entre le vocabulaire et les notions intuitives (probabilités, événements, variables aléatoires, indépendance), les exemples, les techniques de calcul et non sur la justification théorique des résultats.

#### A) Fondements des probabilités

On introduira le vocabulaire indispensable relatif aux ensembles : réunion, intersection, complémentaire, partition.

Aucun exercice ou problème ne portera exclusivement sur ces notions.

##### a) Analyse combinatoire.

Permutations, arrangements et combinaisons (sans répétition). Formule du binôme de Newton et triangle de Pascal.

##### b) Probabilités discrètes

Epreuve, ensemble des résultats de l'épreuve (univers), tribu (ou sous-algèbre) des événements ; définition d'une probabilité, additivité.

On se limitera au cas où les événements sont les parties de l'univers et l'on procédera par addition des

probabilités des événements élémentaires.

##### c) Probabilité conditionnelle

Définition, propriétés, formule  $P(B) = \sum P(A_i) P_{A_i}(B)$ , formule de Bayes.

Indépendance de 2, de  $n$  événements.

#### B) Variables aléatoires

On n'insistera pas sur les aspects théoriques, l'important étant la maîtrise intuitive et opératoire du concept.

a) Variables aléatoires discrètes.

On se limitera au cas où l'ensemble des valeurs est fini ou inclus dans  $Z$ .

Loi de probabilité, fonction de répartition, définie par  $F(x) = P(X \leq x)$ .

Exemples : variable certaine, loi de Bernoulli, loi binomiale, loi géométrique, loi de Poisson.

b) Variables aléatoires à densité.

Densité de probabilité, fonction de répartition.

On se limitera au cas où la fonction de répartition est continue sur  $R$  et admet, sauf peut-être en un nombre fini de points, une dérivée continue. On étendra au cas des variables aléatoires à densité le langage et les résultats des paragraphes A - b) et A - c).

Loi uniforme sur un segment, loi exponentielle, loi normale.

L'égalité : intégrale de moins l'infini à plus l'infini de l'exponentielle de  $-t^2/2 =$  racine de deux  $\pi$

doit être connue des candidats, sans qu'ils aient à la justifier.

c) Paramètres de position et de dispersion.

Espérance, variance, écart type.

d) Couples de variables aléatoires discrètes.

Loi d'un couple ; lois marginales, lois conditionnelles. Covariance. Couple de variables aléatoires indépendantes, variance de leur somme ; extension à  $n$  variables.

### C) Statistique descriptive et statistique inférentielle

a) Statistique descriptive élémentaire.

Echantillon de  $n$  observations d'une variable numérique. Description de la répartition des valeurs : diagrammes en bâtons, histogrammes. Paramètres de position : moyenne, médiane, quantiles. Paramètres de dispersion : variance, écart type, écarts interquantiles.

b) Statistique inférentielle.

Estimation ponctuelle de la moyenne et de la variance. Notion d'estimateur : biais et variance d'un estimateur.

Énoncé (sans démonstration) de la loi faible des grands nombres et du théorème de la limite centrée.

Notion d'intervalle de confiance sur une moyenne et une proportion.

## **Sciences sociales**

### *Objectifs*

- Acquisition des savoirs fondamentaux en économie, sociologie et sciences politiques ;
- Maîtrise des outils d'analyse des données empiriques et des méthodes de la dissertation et de l'expression orale.

L'ensemble du programme est orienté vers la confrontation et l'articulation des disciplines enseignées en vue de l'analyse des sociétés contemporaines.

. En économie

Les bases et outils fondamentaux de l'analyse économique : comptabilité nationale, monnaie et financement, analyse microéconomique.

. En sociologie

Les bases et outils fondamentaux de l'analyse sociologique : grands paradigmes, stratification et mobilité sociales, culture et socialisation.

. En sciences politiques

Les bases et outils fondamentaux de l'analyse en sciences politiques : pouvoir, domination, participation politique.

## *Programme*

Le programme, défini pour l'ensemble de la formation de deux ans, est le suivant :

*Programme pour les épreuves écrites d'admissibilité : composition de sciences sociales*

### **1. PREMIERE COMPOSANTE : SOCIOLOGIE**

#### A. La diversité des cultures (dans le temps et dans l'espace)

- a) Culture et cultures (exemples) ;
- b) Culture matérielle, culture symbolique ;
- c) Culture savante, culture populaire.

#### B. Socialisation, interactions et construction du monde social

- a) Socialisations familiale, scolaire, professionnelle ; socialisation par les pairs ;
- b) Traditions d'étude de la socialisation : intégration et anomie, habitus et stratégie, civilisation et individuation ;
- c) Normes, règles, coutumes ; déviances ;
- d) Action individuelle et ordre social ; interactions et ordre social.

#### C. Classes, stratification et mobilité sociales

- a) Classe ; statut ; groupe d'appartenance, groupe de référence ;
- b) Les grands principes de classification : sexe et genre, âge et génération, ethnicité, religion, diplôme, profession, revenu et patrimoine, localisation ;
- c) Les nomenclatures socioprofessionnelles ;
- d) Les enquêtes de mobilité sociale et professionnelle.

#### D. Pouvoir, domination, participation politique

- a) Pouvoir et autorité ; types de domination ;
- b) Action collective, mobilisation, conflits et mouvements sociaux, régulation sociale.

### **2. DEUXIEME COMPOSANTE : ECONOMIE**

#### A. Théorie microéconomique du consommateur

*Fonction d'utilité, contrainte budgétaire, effet de revenu et de substitution, courbe de demande.*

#### B. Théorie microéconomique du producteur

*Fonctions de production (Cobb-Douglas, CES), rendements, courbes de coût, offre en concurrence parfaite et imparfaite (monopole, duopole, concurrence monopolistique).*

#### C. Marchés et équilibres

- a) Equilibre partiel (existence et stabilité de l'équilibre) ;
- b) Equilibre général : présentation des hypothèses et du cadre d'analyse, la boîte d'Edgeworth, l'optimum de Pareto, les deux théorèmes de l'économie du bien-être.

D. Eléments de comptabilité nationale, monnaie et institutions financières

- a) Eléments de comptabilité nationale, TES, TEE ;
- b) Masse monétaire, agrégats monétaires, base monétaire et multiplicateur de base monétaire ;
- c) Système bancaire et financier, le marché monétaire ;
- d) Analyse de la balance des paiements.

**Nota** - Théories et modèles de financement ne sont pas au programme.

E. L'équilibre macro-économique

- a) Les grandes fonctions macro-économiques : consommation, épargne, investissement ;
- b) L'offre et la demande de monnaie (pour celle-ci : motifs de transaction, de précaution, de spéculation : lien avec le marché des titres) ; l'équilibre sur les marchés de la monnaie et des titres ;
- c) Le modèle IS-LM en économie fermée ;
- d) Le modèle quasi-offre/quasi-demande globales.

**3. TROISIEME COMPOSANTE : OBJETS COMMUNS AUX SCIENCES SOCIALES**

A. Institutions et organisations : Etat, marchés, entreprises

- a) La variété sociale des formes de l'échange : don, échange marchand, redistribution ;
- b) Bureaucratie et organisations ;
- c) Marché et organisation : introduction aux nouvelles théories de l'entreprise (Coase, Williamson).

B. Travail, emploi, chômage

- a) Démographie de l'emploi et du chômage ;
- b) Construction sociale des marchés du travail et rapport salarial :
  - division sociale, division technique (OST, transformations actuelles de l'organisation du travail) ;
  - genèse de la catégorie « chômeur » ;
  - travail marchand, travail non marchand ;
  - rapport salarial, segmentation ;
- c) Marché du travail :
  - salaire nominal et salaire réel ;
  - offre et demande de travail ;
  - chômage classique et chômage keynésien : courbe de Phillips et détermination conjoncturelle des salaires ; le taux de chômage naturel.

**Nota** - Les taux de chômage feront l'objet de comparaisons internationales.

C. Rationalité, anticipation, croyances

- a) Introduction à la théorie des choix incertains ;
- b) Théorie des anticipations rationnelles ;
- c) Rationalité limitée ;
- d) Rationalité et croyances.



#### D. Déséquilibres, inégalités et politiques publiques

- a) *Eléments de politiques publiques (acteurs, « agenda », mise en oeuvre, évaluation...)* ;
- b) *Politiques de stabilisation macro-économique :*
  - *objectifs intermédiaires, objectifs finaux : politiques conjoncturelles, politiques structurelles, politiques monétaires et politiques budgétaires ;*
  - *débat sur l'efficacité des politiques de stabilisation macro-économique ;*
- c) *Politiques de lutte contre le chômage ;*
- d) *Politiques de lutte contre les inégalités et politiques de redistribution.*

*Programme pour les épreuves orales d'admission : épreuve de sciences sociales*

### **1. SOCIOLOGIE**

#### A. L'institutionnalisation de la sociologie

- a) *Sociologie et réformes sociales ;*
- b) *La sociologie et les autres disciplines ;*
- c) *La construction des institutions d'enseignement, de recherche et le développement de la discipline.*

**Nota** - *Ces points seront traités notamment en prenant appui sur des oeuvres fondamentales.*

#### B. Le processus d'acculturation

#### C. Reproductions sociales, transformations sociales

#### D. Opinions et comportements politiques ; comportements électoraux

### **2. ECONOMIE**

#### A. Introduction à l'histoire de la pensée économique : valeur, prix, répartition

- a) *Les physiocrates et Turgot ;*
- b) *Les classiques : Smith, Ricardo, Say, Malthus ;*
- c) *Marx ;*
- d) *Les « révolutions marginalistes » : Walras, Jevons, Menger ; Marshall et Pareto.*

**Nota** - *Les auteurs ne sont pas étudiés pour eux-mêmes, mais en relation avec le thème : valeur, prix, répartition.*

#### B. Théorie micro-économique du consommateur : applications

- a) *L'offre de travail (arbitrage travail/loisir) ;*
- b) *Choix intertemporel : consommation/épargne (cycle de vie : revenu permanent).*

C. Théorie micro-économique du producteur : application aux choix d'investissement

D. La place de Keynes dans l'histoire de la pensée économique

### **3. OBJETS COMMUNS AUX SCIENCES SOCIALES**

#### A. Institutions et organisations

- a) *Eléments d'économie publique : fonctions d'utilité publique : externalités, biens publics ;*
- b) *Contrats et conventions.*

#### B. Consommation et modes de vie

- a) *Analyse transversale et dynamique des comportements de consommation (Duesenberry, Brown) ;*
- b) *Dimension symbolique de la consommation ;*
- c) *Les budgets familiaux.*

### **Épreuve à option, au choix du candidat**

#### **Latin ou Grec ancien**

##### *Objectifs*

- Construction d'une culture classique au moyen de l'étude et de la traduction de textes tirés de grandes œuvres.

##### *Programme*

Les épreuves écrites et orales ne portent sur aucun programme spécifique.

#### **Langue vivante étrangère**

Les deux années de formation en CPGE littéraire BL offrent aux étudiants la possibilité - dans la continuité de la formation qui leur a été dispensée jusqu'au baccalauréat - de poursuivre et d'approfondir leur exploration de deux aires linguistiques et culturelles différentes.

##### *Objectifs de formation*

Pendant ces deux années de préparation, on s'attachera à :

- faire acquérir aux étudiants, tant à l'écrit qu'à l'oral, un niveau élevé de compréhension : développer une compréhension fine et précise de documents de nature et d'origine variées, de prises de parole authentiques, en comprendre le contenu, la structure et la fonction, en saisir le sens explicite ou implicite et les connotations culturelles ;
- consolider, à l'écrit comme à l'oral, la maîtrise d'une langue correcte (maîtrise grammaticale, phonologie) et riche (lexique pertinent et nuancé), claire et efficace pour développer une argumentation complexe ;
- leur donner une connaissance assurée des réalités culturelles étrangères correspondant à chaque langue à partir de sources primaires et de documents d'actualité. On apportera aux étudiants une connaissance des grands traits spécifiques de la civilisation de l'aire linguistique concernée, et on développera chez eux une capacité à mener une réflexion et à construire une problématique adaptée à l'aide d'outils méthodologiques qu'ils auront appris à maîtriser ;
- faire acquérir aux étudiants la méthode de la composition, de l'analyse et du commentaire de documents, de la version, exercices présents aux différents concours qui leur sont ouverts ;

- développer leur capacité à prendre la parole en continu en langue étrangère grâce à un entraînement spécifique.

#### *Programme*

Les épreuves écrites (composition en langue étrangère à partir d'un dossier de documents relatifs à la civilisation de l'aire linguistique concernée, traductions) et orales (analyse et commentaire d'un document écrit ou oral) ne portent sur aucun programme spécifique mais sur les grands traits caractéristiques des civilisations concernées. On veillera à éviter toute accumulation de savoirs encyclopédiques au profit de connaissances synthétiques et hiérarchisées.

#### *Semestrialisation*

Dans le cadre de sa responsabilité pédagogique, l'enseignant établira une progression annuelle calée sur deux semestres. Il convient de rappeler que le premier semestre de la première année aura une fonction bien particulière dont l'objectif essentiel est l'homogénéisation du niveau des étudiants en tenant compte, pour le compenser le cas échéant, de leur historique de formation dans chacune des deux langues étudiées.

## **Géographie**

#### *Objectifs*

- Acquisition des bases d'une culture générale géographique solide ;
- Étude des différents champs de la géographie : environnementaux, sociaux, géopolitiques... ;
- Etude des territoires français à différentes échelles (y compris l'outre-mer).

#### *Programme*

Une question définie par arrêté ministériel, renouvelée chaque année, et portant une année sur deux sur la France.

## Programmes de la classe préparatoire scientifique Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI) et programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe préparatoire scientifique Mathématiques et physique (MP)

NOR : ESRS1306090A

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

---

Article 1 - Le programme de première année de mathématiques de la classe préparatoire scientifique Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI), figurant à l'annexe 1 de l'arrêté du 10 juin 2003 susvisé, est remplacé par celui figurant à l'annexe 1 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes de première année de physique et de chimie de la classe préparatoire scientifique Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI), figurant aux annexes 8 et 9 de l'arrêté du 10 juin 2003 susvisé, sont remplacés par ceux figurant à l'annexe 2 du présent arrêté.

Article 3 - Les programmes de première et seconde années de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe préparatoire scientifique Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI) et de la classe Mathématiques et physique (MP), figurant respectivement à l'annexe 1 de l'arrêté du 1er juillet 2003 susvisé et à l'annexe 1 de l'arrêté du 10 juin 2004 susvisé, sont remplacés par ceux figurant à l'annexe 3 du présent arrêté.

Article 4 - Les programmes de première année du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013, et celui relatif à la seconde année à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 5 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 4 avril 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,  
Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

### Annexes

↳ Programmes



# Annexe 1

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI)**

Discipline : **Mathématiques**

**Première année**

# Classe préparatoire MPSI

## Programme de mathématiques

### Table des matières

<b>Objectifs de formation</b>	<b>2</b>
Description et prise en compte des compétences . . . . .	2
Unité de la formation scientifique . . . . .	3
Architecture et contenu du programme . . . . .	4
Organisation du texte . . . . .	4
Usage de la liberté pédagogique . . . . .	5
 <b>Premier semestre</b>	 <b>6</b>
Raisonnement et vocabulaire ensembliste . . . . .	6
Calculs algébriques . . . . .	7
Nombres complexes et trigonométrie . . . . .	8
Techniques fondamentales de calcul en analyse . . . . .	9
A - Inégalités dans $\mathbb{R}$ . . . . .	9
B - Fonctions de la variable réelle à valeurs réelles ou complexes . . . . .	10
C - Primitives et équations différentielles linéaires . . . . .	11
Nombres réels et suites numériques . . . . .	12
Limites, continuité, dérivabilité . . . . .	14
A - Limites et continuité . . . . .	14
B - Dérivabilité . . . . .	15
Analyse asymptotique . . . . .	16
Arithmétique dans l'ensemble des entiers relatifs . . . . .	17
Structures algébriques usuelles . . . . .	18
Polynômes et fractions rationnelles . . . . .	19
 <b>Deuxième semestre</b>	 <b>21</b>
Espaces vectoriels et applications linéaires . . . . .	21
A - Espaces vectoriels . . . . .	21
B - Espaces de dimension finie . . . . .	22
C - Applications linéaires . . . . .	23
D - Sous-espaces affines d'un espace vectoriel . . . . .	24
Matrices . . . . .	24
A - Calcul matriciel . . . . .	24
B - Matrices et applications linéaires . . . . .	25
C - Changements de bases, équivalence et similitude . . . . .	26
D - Opérations élémentaires et systèmes linéaires . . . . .	26
Groupe symétrique et déterminants . . . . .	27
A - Groupe symétrique . . . . .	27
B - Déterminants . . . . .	27
Espaces préhilbertiens réels . . . . .	28
Intégration . . . . .	30
Séries numériques . . . . .	31
Dénombrément . . . . .	32
Probabilités . . . . .	33
A - Probabilités sur un univers fini . . . . .	33
B - Variables aléatoires sur un espace probabilisé fini . . . . .	34

Le programme de mathématiques de MPSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Le programme du premier semestre est conçu de façon à viser trois objectifs majeurs :

- assurer la progressivité du passage aux études supérieures, en tenant compte des nouveaux programmes du cycle terminal de la filière S, dont il consolide et élargit les acquis ;
- consolider la formation des étudiants dans les domaines de la logique, du raisonnement et des techniques de calcul, qui sont des outils indispensables tant aux mathématiques qu'aux autres disciplines scientifiques ;
- présenter des notions nouvelles riches, de manière à susciter l'intérêt des étudiants.

## Objectifs de formation

La formation mathématique en classe préparatoire scientifique vise deux objectifs :

- l'acquisition d'un solide bagage de connaissances et de méthodes permettant notamment de passer de la perception intuitive de certaines notions à leur appropriation, afin de pouvoir les utiliser à un niveau supérieur, en mathématiques et dans les autres disciplines. Ce degré d'appropriation suppose la maîtrise du cours, c'est-à-dire des définitions, énoncés et démonstration des théorèmes figurant au programme ;
- le développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Pour répondre à cette double exigence, et en continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires définissent un corpus de connaissances et de capacités, et explicitent six grandes compétences qu'une activité mathématique bien conçue permet de développer :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main où à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

## Description et prise en compte des compétences

### S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation, TIPE) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

### Modéliser

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités.

La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

### **Représenter**

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

### **Raisonner, argumenter**

La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

### **Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique**

Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent. Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

### **Communiquer à l'écrit et à l'oral**

La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

## **Unité de la formation scientifique**

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les probabilités utilisent le vocabulaire ensembliste et illustrent certains résultats d'analyse.

Selon Galilée, fondateur de la science expérimentale, le grand livre de la nature est écrit en langage mathématique. Il n'est donc pas surprenant que les mathématiques interagissent avec des champs de connaissances partagés par d'autres disciplines. La globalité et la complexité du réel exigent le croisement des regards disciplinaires. Aussi le programme valorise-t-il l'interprétation des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques ou chimiques (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure de grandeurs, incertitudes...)



La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions. Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

## Architecture et contenu du programme

L'année est découpée en deux semestres. À l'intérieur de chaque semestre, un équilibre est réalisé entre les différents champs du programme : analyse, algèbre, géométrie. S'y ajoute, au deuxième semestre, une introduction limitée d'un enseignement de probabilités visant à consolider les notions figurant dans le programme de Terminale S et à préparer celles qui seront ultérieurement introduites dans les grandes écoles ou les universités.

L'étude de chaque domaine permet de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, d'établir des liens avec les autres disciplines, et de nourrir les thèmes susceptibles d'être abordés lors des TIPE.

En cohérence avec l'introduction d'un enseignement d'algorithmique au lycée, le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants. Ceux-ci doivent également savoir utiliser les fonctionnalités graphiques des calculatrices et des logiciels.

Afin de contribuer au développement des compétences de modélisation et de représentation, le programme préconise le recours à des figures géométriques pour aborder l'algèbre linéaire, les espaces euclidiens, les fonctions de variable réelle. Les notions de géométrie affine et euclidienne étudiées au lycée sont reprises dans un cadre plus général.

Le programme d'algèbre comprend deux volets. Le premier est l'étude de l'arithmétique des entiers relatifs et des polynômes à une indéterminée. Le second, nettement plus volumineux, est consacré aux notions de base de l'algèbre linéaire, pour laquelle un équilibre est réalisé entre les points de vue géométrique et numérique. Il importe de souligner le caractère général des méthodes linéaires, notamment à travers leurs interventions en analyse et en géométrie.

Le programme d'analyse est centré autour des concepts fondamentaux de fonction et de suite. Les interactions entre les aspects discret et continu sont mises en valeur. Le programme d'analyse combine l'étude de problèmes qualitatifs et quantitatifs, il développe conjointement l'étude du comportement global de suite ou de fonction avec celle de leur comportement local ou asymptotique. À ce titre, les méthodes de l'analyse asymptotique font l'objet d'un chapitre spécifique, qui est exploité ultérieurement dans l'étude des séries. Pour l'étude des solutions des équations, le programme allie les problèmes d'existence et d'unicité, les méthodes de calcul exact et les méthodes d'approximation.

La pratique de calculs simples permet aux étudiants de s'approprier de manière effective les notions du programme. Le choix a donc été fait d'introduire très tôt un module substantiel visant à consolider les pratiques de calcul (dérivation des fonctions, calcul de primitives, résolution de certains types d'équations différentielles). Les théories sous-jacentes sont étudiées ultérieurement, ce qui doit en faciliter l'assimilation.

Les étudiants doivent savoir mettre en œuvre directement (c'est-à-dire sans recourir à un instrument de calcul), sur des exemples simples, un certain nombre de méthodes de calcul, mais aussi connaître leur cadre d'application et la forme des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

L'enseignement des probabilités se place dans le cadre des univers finis. Il a vocation à interagir avec le reste du programme. La notion de variable aléatoire permet d'aborder des situations réelles nécessitant une modélisation probabiliste.

Le volume global du programme a été conçu pour libérer des temps dédiés à une mise en activité effective des étudiants, quel que soit le contexte proposé (cours, travaux dirigés, TIPE).

## Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement que des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours. À l'intérieur de chaque semestre, le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. À l'intérieur de chaque semestre, le professeur conduit en toute liberté, dans le respect de la cohérence de la formation globale, l'organisation de son enseignement et le choix de ses méthodes. En particulier, la chronologie retenue dans la présentation des différents chapitres de chaque semestre ne doit pas être interprétée comme un modèle de progression. Cependant, la progression retenue au cours du premier semestre doit respecter les

objectifs de l'enseignement dispensé au cours de cette période. Ces objectifs sont détaillés dans le bandeau qui suit le titre « Premier semestre ».

Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes...) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

- celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
- celles qui sont indiquées dans les bandeaux ou dans la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
- celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit en particulier des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme.

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole  $\Leftrightarrow$  PC pour la physique et la chimie,  $\Leftrightarrow$  SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et  $\Leftrightarrow$  I pour l'informatique.

On pourra aussi se reporter à l'appendice aux programmes *Outils mathématiques pour la physique-chimie*.

### Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes de résolution favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

## Premier semestre

Le premier semestre vise deux objectifs majeurs :

- aménager un passage progressif de la classe de Terminale à l'enseignement supérieur en commençant par renforcer et approfondir les connaissances des bacheliers. À ce titre, le chapitre « Raisonnement et vocabulaire ensembliste » regroupe des notions de logique et d'algèbre générale dont la plupart ont été mises en place au lycée. Il s'agit de les consolider et de les structurer afin qu'elles soient maîtrisées par les étudiants à la fin du premier semestre. Ce chapitre n'a pas vocation à être enseigné d'un seul tenant et en tout début de semestre. Le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse » est axé sur la pratique des techniques de l'analyse réelle, basée sur l'application de théorèmes qui sont admis à ce stade ;
- susciter la curiosité et l'intérêt des étudiants en leur présentant un spectre suffisamment large de problématiques et de champs nouveaux. Les chapitres « Nombres réels et suites numériques », et « Limites, continuité, dérivabilité » instaurent les fondements de l'analyse réelle. Y sont en particulier démontrés les théorèmes qui justifient les techniques présentées dans le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse ». Par la possibilité qu'il offre de combiner beaucoup d'idées et de techniques étudiées au cours du premier semestre, le chapitre « Polynômes et fractions rationnelles » peut constituer un objet d'étude pertinent pour la fin du semestre.

Les ensembles de nombres usuels  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  sont supposés connus.

### Raisonnement et vocabulaire ensembliste

*Ce chapitre regroupe les différents points de vocabulaire, notations et raisonnement nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'une démonstration mathématique. Ces notions doivent être introduites de manière progressive en vue d'être acquises en fin de premier semestre.*

*Le programme se limite strictement aux notions de base figurant ci-dessous. Toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est hors programme.*

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
<b>a) Rudiments de logique</b>	
Quantificateurs.	L'emploi de quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.
Implication, contraposition, équivalence.	Les étudiants doivent savoir formuler la négation d'une proposition.
Modes de raisonnement : par récurrence (faible et forte), par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse.	On pourra relier le raisonnement par récurrence au fait que toute partie non vide de $\mathbb{N}$ possède un plus petit élément. Toute construction et toute axiomatique de $\mathbb{N}$ sont hors programme. Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et condition suffisante.
<b>b) Ensembles</b>	
Ensemble, appartenance, inclusion. Sous-ensemble (ou partie).	Ensemble vide.
Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, différence, passage au complémentaire.	Notation $A \setminus B$ pour la différence et $E \setminus A$ , $\overline{A}$ et $\complement_E^A$ pour le complémentaire.
Produit cartésien d'un nombre fini d'ensembles.	
Ensemble des parties d'un ensemble.	Notation $\mathcal{P}(E)$ .
<b>c) Applications et relations</b>	
Application d'un ensemble dans un ensemble. Graphe d'une application.	Le point de vue est intuitif : une application de $E$ dans $F$ associe à tout élément de $E$ un unique élément de $F$ . Le programme ne distingue pas les notions de fonction et d'application. Notations $\mathcal{F}(E, F)$ et $F^E$ .
Famille d'éléments d'un ensemble.	
Fonction indicatrice d'une partie d'un ensemble.	Notation $\mathbb{1}_A$ .
Restriction et prolongement.	Notation $f _A$ .
Image directe.	Notation $f(A)$ .

Image réciproque.

Composition.

Injection, surjection. Composée de deux injections, de deux surjections.

Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.

Relation binaire sur un ensemble.

Relation d'équivalence, classes d'équivalence.

Relations de congruence modulo un réel sur  $\mathbb{R}$ , modulo un entier sur  $\mathbb{Z}$ .

Relation d'ordre. Ordre partiel, total.

Notation  $f^{-1}(B)$ . Cette notation pouvant prêter à confusion, on peut provisoirement en utiliser une autre.

Compatibilité de la notation  $f^{-1}$  avec la notation d'une image réciproque.

La notion d'ensemble quotient est hors programme.

## Calculs algébriques

*Ce chapitre a pour but de présenter quelques notations et techniques fondamentales de calcul algébrique.*

### a) Sommes et produits

Somme et produit d'une famille finie de nombres complexes.

Notations  $\sum_{i \in I} a_i, \sum_{i=1}^n a_i, \prod_{i \in I} a_i, \prod_{i=1}^n a_i$ .

Sommes et produits télescopiques, exemples de changements d'indices et de regroupements de termes.

Expressions simplifiées de  $\sum_{k=1}^n k, \sum_{k=1}^n k^2, \sum_{k=0}^n x^k$ .

Factorisation de  $a^n - b^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Sommes doubles. Produit de deux sommes finies, sommes triangulaires.

### b) Coefficients binomiaux et formule du binôme

Factorielle. Coefficients binomiaux.

Notation  $\binom{n}{p}$ .

Relation  $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$ .

Formule et triangle de Pascal.

Lien avec la méthode d'obtention des coefficients binomiaux utilisée en Première (dénombrement de chemins).

Formule du binôme dans  $\mathbb{C}$ .

### c) Systèmes linéaires

Système linéaire de  $n$  équations à  $p$  inconnues à coefficients dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

$\Leftrightarrow$  PC et SI dans le cas  $n = p = 2$ .

Interprétation géométrique : intersection de droites dans  $\mathbb{R}^2$ , de plans dans  $\mathbb{R}^3$ .

Système homogène associé. Structure de l'ensemble des solutions.

Opérations élémentaires.

Algorithme du pivot.

Notations  $L_i \leftrightarrow L_j, L_i \leftarrow \lambda L_i (\lambda \neq 0), L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$ .

$\Leftrightarrow$  I : pour des systèmes de taille  $n > 3$  ou  $p > 3$ , on utilise l'outil informatique.

## Nombres complexes et trigonométrie

L'objectif de ce chapitre est de consolider et d'approfondir les notions sur les nombres complexes acquises en classe de Terminale. Le programme combine les aspects suivants :

- l'étude algébrique du corps  $\mathbb{C}$ , équations algébriques (équations du second degré, racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe) ;
- l'interprétation géométrique des nombres complexes et l'utilisation des nombres complexes en géométrie plane ;
- l'exponentielle complexe et ses applications à la trigonométrie.

Il est recommandé d'illustrer le cours par de nombreuses figures.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Nombres complexes

Parties réelle et imaginaire. Opérations sur les nombres complexes. Conjugaison, compatibilité avec les opérations. Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point, affixe d'un vecteur.	La construction de $\mathbb{C}$ n'est pas exigible.  On identifie $\mathbb{C}$ au plan usuel muni d'un repère orthonormé direct.
--	--

#### b) Module

Module. Relation $ z ^2 = z\bar{z}$ , module d'un produit, d'un quotient. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.	Interprétation géométrique de $ z - z' $ , cercles et disques.
--	--

#### c) Nombres complexes de module 1 et trigonométrie

Cercle trigonométrique. Paramétrisation par les fonctions circulaires.	Notation $U$ . Les étudiants doivent savoir retrouver les formules du type $\cos(\pi - x) = -\cos x$ et résoudre des équations et inéquations trigonométriques en s'aidant du cercle trigonométrique.
Définition de $e^{it}$ pour $t \in \mathbb{R}$ . Exponentielle d'une somme. Formules de trigonométrie exigibles : $\cos(a \pm b)$ , $\sin(a \pm b)$ , $\cos(2a)$ , $\sin(2a)$ , $\cos a \cos b$ , $\sin a \cos b$ , $\sin a \sin b$ . Fonction tangente.	Les étudiants doivent savoir factoriser des expressions du type $\cos(p) + \cos(q)$ . La fonction tangente n'a pas été introduite au lycée. Notation $\tan$ .
Formule exigible : $\tan(a \pm b)$ .	
Formules d'Euler.	Linéarisation, calcul de $\sum_{k=0}^n \cos(kt)$ , de $\sum_{k=0}^n \sin(kt)$ .
Formule de Moivre.	Les étudiants doivent savoir retrouver les expressions de $\cos(nt)$ et $\sin(nt)$ en fonction de $\cos t$ et $\sin t$ .

#### d) Formes trigonométriques

Forme trigonométrique $re^{i\theta}$ avec $r > 0$ d'un nombre complexe non nul. Arguments. Arguments d'un produit, d'un quotient. Factorisation de $1 \pm e^{it}$ . Transformation de $a \cos t + b \sin t$ en $A \cos(t - \varphi)$ .	Relation de congruence modulo $2\pi$ sur $\mathbb{R}$ .  $\Leftrightarrow$ PC et SI : amplitude et phase.
--	---

#### e) Équations du second degré

Résolution des équations du second degré dans $\mathbb{C}$ .  Somme et produit des racines.	Calcul des racines carrées d'un nombre complexe donné sous forme algébrique.
---	--

#### f) Racines $n$ -ièmes

Description des racines $n$ -ièmes de l'unité, d'un nombre complexe non nul donné sous forme trigonométrique.	Notation $\mathbb{U}_n$ . Représentation géométrique.
---	--

**g) Exponentielle complexe**

Définition de  $e^z$  pour  $z$  complexe :  $e^z = e^{\operatorname{Re}(z)} e^{i \operatorname{Im}(z)}$ .

Notations  $\exp(z)$ ,  $e^z$ .

$\Leftrightarrow$  PC et SI : définition d'une impédance complexe en régime sinusoïdal.

Exponentielle d'une somme.

Pour tous  $z$  et  $z'$  dans  $\mathbb{C}$ ,  $\exp(z) = \exp(z')$  si et seulement si  $z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$ .

Résolution de l'équation  $\exp(z) = a$ .

**h) Interprétation géométrique des nombres complexes**

Interprétation géométrique du module et de l'argument

Traduction de l'alignement, de l'orthogonalité.

de  $\frac{c-b}{c-a}$ .

Interprétation géométrique des applications  $z \mapsto az + b$ .

Similitudes directes. Cas particuliers : translations, homothéties, rotations.

Interprétation géométrique de la conjugaison.

L'étude générale des similitudes indirectes est hors programme.

**Techniques fondamentales de calcul en analyse**

*Le point de vue adopté dans ce chapitre est principalement pratique : il s'agit, en prenant appui sur les acquis du lycée, de mettre en œuvre des techniques de l'analyse, en particulier celles de majoration. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul différentiel ou intégral utilisées sont différées à un chapitre ultérieur. Cette appropriation en deux temps est destinée à faciliter les apprentissages.*

*Les objectifs de formation sont les suivants :*

- une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités ;
- l'introduction de fonctions pour établir des inégalités ;
- la manipulation des fonctions classiques dont le corpus est étendu ;
- le calcul de dérivées et de primitives ;
- la mise en pratique, sur des exemples simples, de l'intégration par parties et du changement de variable ;
- l'application des deux points précédents aux équations différentielles.

*Les étudiants doivent connaître les principales techniques de calcul et savoir les mettre en pratique sur des cas simples. Le cours sur les équations différentielles est illustré par des exemples issus des autres disciplines scientifiques.*

**A - Inégalités dans  $\mathbb{R}$** 

Relation d'ordre sur  $\mathbb{R}$ . Compatibilité avec les opérations.

Exemples de majoration et de minoration de sommes, de produits et de quotients.

Parties positive et négative d'un réel. Valeur absolue. Inégalité triangulaire.

Notations  $x^+$ ,  $x^-$ .

Intervalles de  $\mathbb{R}$ .

Interprétation sur la droite réelle d'inégalités du type  $|x - a| \leq b$ .

Parties majorées, minorées, bornées.

Majorant, minorant ; maximum, minimum.

## B - Fonctions de la variable réelle à valeurs réelles ou complexes

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Généralités sur les fonctions

Ensemble de définition.

Représentation graphique d'une fonction  $f$  à valeurs réelles.

Graphes des fonctions  $x \mapsto f(x) + a$ ,  $x \mapsto f(x + a)$ ,  
 $x \mapsto f(a - x)$ ,  $x \mapsto f(ax)$ ,  $x \mapsto af(x)$ .

Résolution graphique d'équations et d'inéquations du type  $f(x) = \lambda$  et  $f(x) \geq \lambda$ .

Interprétation géométrique de ces propriétés.

Parité, imparité, périodicité.

Somme, produit, composée.

Monotonie (large et stricte).

Fonctions majorées, minorées, bornées.

Traduction géométrique de ces propriétés.

Une fonction  $f$  est bornée si et seulement si  $|f|$  est majorée.

#### b) Dérivation

Équation de la tangente en un point.

Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée.

Ces résultats sont admis à ce stade.

$\Leftrightarrow$  SI : étude cinématique.

$\Leftrightarrow$  PC : exemples de calculs de dérivées partielles.

À ce stade, toute théorie sur les fonctions de plusieurs variables est hors programme.

Caractérisation des fonctions dérivables constantes, monotones, strictement monotones sur un intervalle.

Résultats admis à ce stade. Les étudiants doivent savoir introduire des fonctions pour établir des inégalités.

Tableau de variation.

Graphe d'une réciproque.

Dérivée d'une réciproque.

Interprétation géométrique de la dérivabilité et du calcul de la dérivée d'une bijection réciproque.

Dérivées d'ordre supérieur.

#### c) Étude d'une fonction

Détermination des symétries et des périodicités afin de réduire le domaine d'étude, tableau de variations, asymptotes verticales et horizontales, tracé du graphe.

Application à la recherche d'extremums et à l'obtention d'inégalités.

#### d) Fonctions usuelles

Fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances.

Dérivée, variation et graphe.

Les fonctions puissances sont définies sur  $\mathbb{R}_+^*$  et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur  $\mathbb{R}_+^*$ .

$\Leftrightarrow$  SI : logarithme décimal pour la représentation des diagrammes de Bode.

Relations  $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$ ,  $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$ ,  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$ .

Croissances comparées des fonctions logarithme, puissances et exponentielle.

Fonctions sinus, cosinus, tangente.

$\Leftrightarrow$  PC et SI.

Fonctions circulaires réciproques.

Notations Arcsin, Arccos, Arctan.

Fonctions hyperboliques.

Notations sh, ch, th.

Seule relation de trigonométrie hyperbolique exigible :  $\text{ch}^2 x - \text{sh}^2 x = 1$ .

Les fonctions hyperboliques réciproques sont hors programme.

#### e) Dérivation d'une fonction complexe d'une variable réelle

Dérivée d'une fonction à valeurs complexes.

La dérivée est définie par ses parties réelle et imaginaire.

Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient.  
Dérivée de  $\exp(\varphi)$  où  $\varphi$  est une fonction dérivable à valeurs complexes.

Brève extension des résultats sur les fonctions à valeurs réelles.  
 $\Leftrightarrow$  PC et SI : électrocinétique.

## C - Primitives et équations différentielles linéaires

### a) Calcul de primitives

Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes.

Description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'entre elles.

Les étudiants doivent savoir utiliser les primitives de  $x \mapsto e^{\lambda x}$  pour calculer celles de  $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$  et  $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$ .

$\Leftrightarrow$  PC et SI : cinématique.

Primitives des fonctions puissances, trigonométriques et hyperboliques, exponentielle, logarithme,

Les étudiants doivent savoir calculer les primitives de fonctions du type

$$x \mapsto \frac{1}{1+x^2}, \quad x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$$

et reconnaître les dérivées de fonctions composées.

Dérivée de  $x \mapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$  où  $f$  est continue.

Résultat admis à ce stade.

Toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives.

Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive.

Intégration par parties pour des fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ .

On définit à cette occasion la classe  $\mathcal{C}^1$ . Application au calcul de primitives.

Changement de variable : si  $\varphi$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $I$  et si  $f$  est continue sur  $\varphi(I)$ , alors pour tous  $a$  et  $b$  dans  $I$

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x) dx = \int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t) dt.$$

### b) Équations différentielles linéaires du premier ordre

Notion d'équation différentielle linéaire du premier ordre :

$$y' + a(x)y = b(x)$$

Équation homogène associée.

Cas particulier où la fonction  $a$  est constante.

où  $a$  et  $b$  sont des fonctions continues définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  à valeurs réelles ou complexes.

Résolution d'une équation homogène.

Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.

$\Leftrightarrow$  PC : régime libre, régime forcé ; régime transitoire, régime établi.

Principe de superposition.

Méthode de la variation de la constante.

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : modélisation de circuits électriques RC, RL ou de systèmes mécaniques linéaires.



**c) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants**

Notion d'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants :

$$y'' + ay' + by = f(x)$$

où  $a$  et  $b$  sont des scalaires et  $f$  est une application continue à valeurs dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

Résolution de l'équation homogène.

Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.

Principe de superposition.

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Équation homogène associée.

Si  $a$  et  $b$  sont réels, description des solutions réelles.

Les étudiants doivent savoir déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme  $x \mapsto Ae^{\lambda x}$  avec  $(A, \lambda) \in \mathbb{C}^2$ ,  $x \mapsto B \cos(\omega x)$  et  $x \mapsto B \sin(\omega x)$  avec  $(B, \omega) \in \mathbb{R}^2$ .

$\Leftrightarrow$  PC : régime libre, régime forcé ; régime transitoire, régime établi.

La démonstration de ce résultat est hors programme.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : modélisation des circuits électriques LC, RLC et de systèmes mécaniques linéaires.

**Nombres réels et suites numériques**

*L'objectif de ce chapitre est de fonder rigoureusement le cours d'analyse relatif aux propriétés des nombres réels. Il convient d'insister sur l'aspect fondateur de la propriété de la borne supérieure.*

*Dans l'étude des suites, on distingue les aspects qualitatifs (monotonie, convergence, divergence) des aspects quantitatifs (majoration, encadrement, vitesse de convergence ou de divergence).*

*Il convient de souligner l'intérêt des suites, tant du point de vue pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximation de nombres réels).*

**a) Ensembles de nombres usuels**

Entiers naturels, relatifs, nombres décimaux, rationnels, réels, irrationnels.

Partie entière.

Approximations décimales d'un réel.

Tout intervalle ouvert non vide rencontre  $\mathbb{Q}$  et  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ .

Droite achevée  $\overline{\mathbb{R}}$ .

La construction de  $\mathbb{R}$  est hors programme.

Notation  $\lfloor x \rfloor$ .

Valeurs décimales approchées à la précision  $10^{-n}$  par défaut et par excès.

$\Leftrightarrow$  I : représentation des réels en machine.

**b) Propriété de la borne supérieure**

Borne supérieure (resp. inférieure) d'une partie non vide majorée (resp. minorée) de  $\mathbb{R}$ .

Une partie  $X$  de  $\mathbb{R}$  est un intervalle si et seulement si pour tous  $a, b \in X$  tels que  $a \leq b$ ,  $[a, b] \subset X$ .

**c) Généralités sur les suites réelles**

Suite majorée, minorée, bornée. Suite stationnaire, monotone, strictement monotone.

Une suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est bornée si et seulement si  $(|u_n|)_{n \in \mathbb{N}}$  est majorée.

**d) Limite d'une suite réelle**

Limite finie ou infinie d'une suite.

Pour  $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$ , notation  $u_n \rightarrow \ell$ .

Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Lien avec la définition vue en Terminale.

Unicité de la limite.  
 Suite convergente, divergente.  
 Toute suite convergente est bornée.  
 Opérations sur les limites : combinaison linéaire, produit, quotient.  
 Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.  
 Si  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge vers  $\ell > 0$ , alors  $u_n > 0$  à partir d'un certain rang.  
 Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.

Notation  $\lim u_n$ .

Produit d'une suite bornée et d'une suite de limite nulle.

### e) Suites monotones

Théorème de la limite monotone : toute suite monotone possède une limite.  
 Théorème des suites adjacentes.

Toute suite croissante majorée converge, toute suite croissante non majorée tend vers  $+\infty$ .

### f) Suites extraites

Suite extraite.  
 Si une suite possède une limite, toutes ses suites extraites possèdent la même limite.  
 Théorème de Bolzano-Weierstrass.

Utilisation pour montrer la divergence d'une suite.  
 Si  $(u_{2n})$  et  $(u_{2n+1})$  tendent vers  $\ell$ , alors  $(u_n)$  tend vers  $\ell$ .  
 Les étudiants doivent connaître le principe de la démonstration par dichotomie, mais la formalisation précise n'est pas exigible.  
 La notion de valeur d'adhérence est hors programme.

### g) Traduction séquentielle de certaines propriétés

Partie dense de  $\mathbb{R}$ .

Une partie de  $\mathbb{R}$  est dense dans  $\mathbb{R}$  si elle rencontre tout intervalle ouvert non vide.

Densité de l'ensemble des décimaux, des rationnels, des irrationnels.

Caractérisation séquentielle de la densité.  
 Si  $X$  est une partie non vide majorée (resp. non majorée) de  $\mathbb{R}$ , il existe une suite d'éléments de  $X$  de limite sup  $X$  (resp.  $+\infty$ ).

### h) Suites complexes

Brève extension des définitions et résultats précédents.

Caractérisation de la limite en termes de parties réelle et imaginaire.

Théorème de Bolzano-Weierstrass.

La démonstration n'est pas exigible.

### i) Suites particulières

Suite arithmétique, géométrique. Suite arithmético-géométrique. Suite récurrente linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants.

Les étudiants doivent savoir déterminer une expression du terme général de ces suites.

Exemples de suites définies par une relation de récurrence  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

Seul résultat exigible : si  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge vers  $\ell$  et si  $f$  est continue en  $\ell$ , alors  $f(\ell) = \ell$ .

## Limites, continuité, dérivabilité

Ce chapitre est divisé en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde.

Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.

Les fonctions sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  non vide et non réduit à un point et, sauf dans les paragraphes A-e) et B-f), sont à valeurs réelles.

Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction  $f$  définie sur  $I$  est vraie au voisinage de  $a$  si elle est vraie sur l'intersection de  $I$  avec un intervalle ouvert centré sur  $a$  si  $a$  est réel, avec un intervalle  $[A, +\infty[$  si  $a = +\infty$ , avec un intervalle  $] -\infty, A]$  si  $a = -\infty$ .

### A - Limites et continuité

Le paragraphe a) consiste largement en des adaptations au cas continu de notions déjà abordées pour les suites. Afin d'éviter des répétitions, le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.

Pour la pratique du calcul de limites, on se borne à ce stade à des calculs très simples, en attendant de pouvoir disposer d'outils efficaces (développements limités).

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Limite d'une fonction en un point

Étant donné un point  $a$  de  $\overline{\mathbb{R}}$  appartenant à  $I$  ou extrémité de  $I$ , limite finie ou infinie d'une fonction en  $a$ .

Unicité de la limite.

Si  $f$  est définie en  $a$  et possède une limite en  $a$ , alors  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

Si  $f$  possède une limite finie en  $a$ ,  $f$  est bornée au voisinage de  $a$ .

Limite à droite, limite à gauche.

Extension de la notion de limite en  $a$  lorsque  $f$  est définie sur  $I \setminus \{a\}$ .

Caractérisation séquentielle de la limite (finie ou infinie).

Opérations sur les limites : combinaison linéaire, produit, quotient, composition.

Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.

Théorèmes d'encadrement (limite finie), de minoration (limite  $+\infty$ ), de majoration (limite  $-\infty$ ).

Théorème de la limite monotone.

Notations  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$ .

Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges.

Notations  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ .

Notations  $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x)$  ou  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ .

#### b) Continuité

Continuité, prolongement par continuité en un point.

Continuité à gauche, à droite.

Caractérisation séquentielle de la continuité en un point.

Opérations sur les fonctions continues en un point : combinaison linéaire, produit, quotient, composition.

Continuité sur un intervalle.

#### c) Image d'un intervalle par une fonction continue

Théorème des valeurs intermédiaires.

Cas d'une fonction strictement monotone.

$\Leftrightarrow$  I : application de l'algorithme de dichotomie à la recherche d'un zéro d'une fonction continue.

L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.

#### d) Image d'un segment par une fonction continue

Toute fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

La démonstration n'est pas exigible.

L'image d'un segment par une fonction continue est un segment.

### e) Continuité et injectivité

Toute fonction continue injective sur un intervalle est strictement monotone.

La démonstration n'est pas exigible.

La réciproque d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle est continue.

### f) Fonctions complexes

Brève extension des définitions et résultats précédents.

Caractérisation de la limite et de la continuité à l'aide de parties réelle et imaginaire.

## B - Dérivabilité

### a) Nombre dérivé, fonction dérivée

Dérivabilité en un point, nombre dérivé.

Développement limité à l'ordre 1.

Interprétation géométrique.  $\Leftrightarrow$  SI : identification d'un modèle de comportement au voisinage d'un point de fonctionnement.

$\Leftrightarrow$  SI : représentation graphique de la fonction sinus cardinal au voisinage de 0.

$\Leftrightarrow$  I : méthode de Newton.

La dérivabilité entraîne la continuité.

Dérivabilité à gauche, à droite.

Dérivabilité et dérivée sur un intervalle.

Opérations sur les fonctions dérivables et les dérivées : combinaison linéaire, produit, quotient, composition, réciproque.

Tangente au graphe d'une réciproque.

### b) Extremum local et point critique

Extremum local.

Condition nécessaire en un point intérieur

Un point critique est un zéro de la dérivée.

### c) Théorèmes de Rolle et des accroissements finis

Théorème de Rolle.

Utilisation pour établir l'existence de zéros d'une fonction.

Égalité des accroissements finis.

Interprétations géométrique et cinématique.

Inégalité des accroissements finis : si  $f$  est dérivable et si  $|f'|$  est majorée par  $K$ , alors  $f$  est  $K$ -lipschitzienne.

La notion de fonction lipschitzienne est introduite à cette occasion.

Application à l'étude des suites définies par une relation de récurrence  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

Caractérisation des fonctions dérivables constantes, monotones, strictement monotones sur un intervalle.

Théorème de la limite de la dérivée : si  $f$  est continue sur  $I$ , dérivable sur  $I \setminus \{a\}$  et si  $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x \neq a}} f'(x) = \ell \in \overline{\mathbb{R}}$ , alors

Interprétation géométrique.

Si  $\ell \in \mathbb{R}$ , alors  $f$  est dérivable en  $a$  et  $f'$  est continue en  $a$ .

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \ell.$$

**d) Fonctions de classe  $C^k$** 

Pour  $k \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ , fonction de classe  $\mathcal{C}^k$ .

Opérations sur les fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$  : combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composition, réciproque.

Théorème de classe  $\mathcal{C}^k$  par prolongement : si  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^k$  sur  $I \setminus \{a\}$  et si  $f^{(i)}(x)$  possède une limite finie lorsque  $x$  tend vers  $a$  pour tout  $i \in \{0, \dots, k\}$ , alors  $f$  admet un prolongement de classe  $\mathcal{C}^k$  sur  $I$ .

Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.

**e) Fonctions complexes**

Brève extension des définitions et résultats précédents.

Inégalité des accroissements finis pour une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Caractérisation de la dérivabilité en termes de parties réelle et imaginaire.

Le résultat, admis à ce stade, sera justifié dans le chapitre « Intégration ».

**Analyse asymptotique**

*L'objectif de ce chapitre est de familiariser les étudiants avec les techniques asymptotiques de base, dans les cadres discret et continu. Les suites et les fonctions y sont à valeurs réelles ou complexes, le cas réel jouant un rôle prépondérant.*

*On donne la priorité à la pratique d'exercices plutôt qu'à la vérification de propriétés élémentaires relatives aux relations de comparaison.*

*Les étudiants doivent connaître les développements limités usuels et savoir rapidement mener à bien des calculs asymptotiques simples. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils logiciels.*

**a) Relations de comparaison : cas des suites**

Relations de domination, de négligeabilité, d'équivalence.

Liens entre les relations de comparaison.  
Opérations sur les équivalents : produit, quotient, puissances.  
Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.

Notations  $u_n = O(v_n)$ ,  $u_n = o(v_n)$ ,  $u_n \sim v_n$ .  
On définit ces relations à partir du quotient  $\frac{u_n}{v_n}$  sous l'hypothèse que la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ne s'annule pas à partir d'un certain rang.  
Traduction à l'aide du symbole  $o$  des croissances comparées des suites de termes généraux  $\ln^\beta(n)$ ,  $n^\alpha$ ,  $e^{\gamma n}$ .  
Équivalence des relations  $u_n \sim v_n$  et  $u_n - v_n = o(v_n)$ .

**b) Relations de comparaison : cas des fonctions**

Adaptation aux fonctions des définitions et résultats précédents.

**c) Développements limités**

Développement limité, unicité des coefficients, troncature.

Forme normalisée d'un développement limité :

$$f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{=} h^p (a_0 + a_1 h + \dots + a_n h^n + o(h^n)) \quad \text{avec } a_0 \neq 0.$$

Développement limité en 0 d'une fonction paire, impaire.

Équivalence  $f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{\sim} a_0 h^p$  ; signe de  $f$  au voisinage de  $a$ .

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit, quotient.

Utilisation de la forme normalisée pour prévoir l'ordre d'un développement.

Les étudiants doivent savoir déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une composée, mais aucun résultat général n'est exigible.

La division selon les puissances croissantes est hors programme.

Primitivation d'un développement limité.

Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre  $n$  en un point d'une fonction de classe  $\mathcal{C}^n$ .

La formule de Taylor-Young peut être admise à ce stade et justifiée dans le chapitre « Intégration ».

Développement limité à tout ordre en 0 de exp, sin, cos, sh, ch,  $x \mapsto \ln(1+x)$ ,  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ , Arctan, et de tan à l'ordre 3.

Utilisation des développements limités pour préciser l'allure d'une courbe au voisinage d'un point.

Condition nécessaire, condition suffisante à l'ordre 2 pour un extremum local.

**d) Exemples de développements asymptotiques**

Formule de Stirling.

La notion de développement asymptotique est présentée sur des exemples simples.

La notion d'échelle de comparaison est hors programme.

La démonstration n'est pas exigible.

**Arithmétique dans l'ensemble des entiers relatifs**

*L'objectif de ce chapitre est d'étudier les propriétés de la divisibilité des entiers et des congruences.*

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

**a) Divisibilité et division euclidienne**

Divisibilité dans  $\mathbb{Z}$ , diviseurs, multiples.  
Théorème de la division euclidienne.

Caractérisation des couples d'entiers associés.

**b) PGCD et algorithme d'Euclide**

PGCD de deux entiers naturels dont l'un au moins est non nul.

Le PGCD de  $a$  et  $b$  est défini comme étant le plus grand élément (pour l'ordre naturel dans  $\mathbb{N}$ ) de l'ensemble des diviseurs communs à  $a$  et  $b$ .

Notation  $a \wedge b$ .

Algorithme d'Euclide.

L'ensemble des diviseurs communs à  $a$  et  $b$  est égal à l'ensemble des diviseurs de  $a \wedge b$ .

$a \wedge b$  est le plus grand élément (au sens de la divisibilité) de l'ensemble des diviseurs communs à  $a$  et  $b$ .

Extension au cas de deux entiers relatifs.

L'algorithme d'Euclide fournit une relation de Bézout.

Relation de Bézout.

$\Leftrightarrow$  I : algorithme d'Euclide étendu.

L'étude des idéaux de  $\mathbb{Z}$  est hors programme.

PPCM.

Notation  $a \vee b$ .

Lien avec le PGCD.

**c) Entiers premiers entre eux**

Couple d'entiers premiers entre eux.

Forme irréductible d'un rationnel.

Théorème de Bézout.

Lemme de Gauss.

PGCD d'un nombre fini d'entiers, relation de Bézout. Entiers premiers entre eux dans leur ensemble, premiers entre eux deux à deux.

#### d) Nombres premiers

Nombre premier.	$\Leftrightarrow$ I : crible d'Eratosthène.
L'ensemble des nombres premiers est infini.	
Existence et unicité de la décomposition d'un entier naturel non nul en produit de nombres premiers.	
Pour $p$ premier, valuation $p$ -adique.	Notation $v_p(n)$ . Caractérisation de la divisibilité en termes de valuations $p$ -adiques. Expressions du PGCD et du PPCM à l'aide des valuations $p$ -adiques.

#### e) Congruences

Relation de congruence modulo un entier sur $\mathbb{Z}$ .	Notation $a \equiv b [n]$ .
Opérations sur les congruences : somme, produit.	Les anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ sont hors programme.
Petit théorème de Fermat.	

### Structures algébriques usuelles

*Le programme, strictement limité au vocabulaire décrit ci-dessous, a pour objectif de permettre une présentation unifiée des exemples usuels. En particulier, l'étude de lois artificielles est exclue.*

*La notion de sous-groupe figure dans ce chapitre par commodité. Le professeur a la liberté de l'introduire plus tard.*

#### a) Lois de composition internes

Loi de composition interne.	
Associativité, commutativité, élément neutre, inversibilité, distributivité.	Inversibilité et inverse du produit de deux éléments inversibles.
Partie stable.	

#### b) Structure de groupe

Groupe.	Notation $x^n$ dans un groupe multiplicatif, $nx$ dans un groupe additif. Exemples usuels : groupes additifs $\mathbb{Z}$ , $\mathbb{Q}$ , $\mathbb{R}$ , $\mathbb{C}$ , groupes multiplicatifs $\mathbb{Q}^*$ , $\mathbb{Q}_+^*$ , $\mathbb{R}^*$ , $\mathbb{R}_+^*$ , $\mathbb{C}^*$ , $\mathbb{U}$ , $\mathbb{U}_n$ .
Groupe des permutations d'un ensemble.	Notation $S_X$ .
Sous-groupe : définition, caractérisation.	

#### c) Structures d'anneau et de corps

Anneau, corps.	Tout anneau est unitaire, tout corps est commutatif. Exemples usuels : $\mathbb{Z}$ , $\mathbb{Q}$ , $\mathbb{R}$ , $\mathbb{C}$ .
Calcul dans un anneau.	Relation $a^n - b^n$ et formule du binôme si $a$ et $b$ commutent.
Groupe des inversibles d'un anneau.	

## Polynômes et fractions rationnelles

L'objectif de ce chapitre est d'étudier les propriétés de base de ces objets formels et de les exploiter pour la résolution de problèmes portant sur les équations algébriques et les fonctions numériques.

L'arithmétique de  $\mathbb{K}[X]$  est développée selon le plan déjà utilisé pour l'arithmétique de  $\mathbb{Z}$ , ce qui autorise un exposé allégé. D'autre part, le programme se limite au cas où le corps de base  $\mathbb{K}$  est  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Anneau des polynômes à une indéterminée

Anneau  $\mathbb{K}[X]$ .

La construction de  $\mathbb{K}[X]$  n'est pas exigible.

Notations  $\sum_{i=0}^d a_i X^i$ ,  $\sum_{i=0}^{+\infty} a_i X^i$ .

Degré, coefficient dominant, polynôme unitaire.

Le degré du polynôme nul est  $-\infty$ .

Ensemble  $\mathbb{K}_n[X]$  des polynômes de degré au plus  $n$ .

Degré d'une somme, d'un produit.

Le produit de deux polynômes non nuls est non nul.

Composition.

$\Leftrightarrow$  I : représentation informatique d'un polynôme ; somme, produit.

#### b) Divisibilité et division euclidienne

Divisibilité dans  $\mathbb{K}[X]$ , diviseurs, multiples.

Caractérisation des couples de polynômes associés.

Théorème de la division euclidienne.

$\Leftrightarrow$  I : algorithme de la division euclidienne.

#### c) Fonctions polynomiales et racines

Fonction polynomiale associée à un polynôme.

Racine (ou zéro) d'un polynôme, caractérisation en termes de divisibilité.

Le nombre de racines d'un polynôme non nul est majoré par son degré.

Détermination d'un polynôme par la fonction polynomiale associée.

Multiplicité d'une racine.

Si  $P(\lambda) \neq 0$ ,  $\lambda$  est racine de  $P$  de multiplicité 0.

Polynôme scindé. Relations entre coefficients et racines.

Aucune connaissance spécifique sur le calcul des fonctions symétriques des racines n'est exigible.

#### d) Dérivation

Dérivée formelle d'un polynôme.

Pour  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ , lien avec la dérivée de la fonction polynomiale associée.

Opérations sur les polynômes dérivés : combinaison linéaire, produit. Formule de Leibniz.

Formule de Taylor polynomiale.

Caractérisation de la multiplicité d'une racine par les polynômes dérivés successifs.

#### e) Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$

PGCD de deux polynômes dont l'un au moins est non nul.

Tout diviseur commun à  $A$  et  $B$  de degré maximal est appelé un PGCD de  $A$  et  $B$ .

Algorithme d'Euclide.

L'ensemble des diviseurs communs à  $A$  et  $B$  est égal à l'ensemble des diviseurs d'un de leurs PGCD. Tous les PGCD de  $A$  et  $B$  sont associés ; un seul est unitaire. On le note  $A \wedge B$ .

Relation de Bézout.

L'algorithme d'Euclide fournit une relation de Bézout.

$\Leftrightarrow$  I : algorithme d'Euclide étendu.

PPCM.

L'étude des idéaux de  $\mathbb{K}[X]$  est hors programme.

Notation  $A \vee B$ .

Lien avec le PGCD.

Couple de polynômes premiers entre eux. Théorème de Bézout. Lemme de Gauss.



PGCD d'un nombre fini de polynômes, relation de Bézout. Polynômes premiers entre eux dans leur ensemble, premiers entre eux deux à deux.

---

### f) Polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$

Théorème de d'Alembert-Gauss.

Polynômes irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$ . Théorème de décomposition en facteurs irréductibles dans  $\mathbb{C}[X]$ .

Polynômes irréductibles de  $\mathbb{R}[X]$ . Théorème de décomposition en facteurs irréductibles dans  $\mathbb{R}[X]$ .

La démonstration est hors programme.

Caractérisation de la divisibilité dans  $\mathbb{C}[X]$  à l'aide des racines et des multiplicités.

Factorisation de  $X^n - 1$  dans  $\mathbb{C}[X]$ .

---

### g) Formule d'interpolation de Lagrange

Si  $x_1, \dots, x_n$  sont des éléments distincts de  $\mathbb{K}$  et  $y_1, \dots, y_n$  des éléments de  $\mathbb{K}$ , il existe un et un seul  $P \in \mathbb{K}_{n-1}[X]$  tel que pour tout  $i$  :  $P(x_i) = y_i$ .

Expression de  $P$ .

Description des polynômes  $Q$  tels que pour tout  $i$  :  $Q(x_i) = y_i$ .

---

### h) Fractions rationnelles

Corps  $\mathbb{K}(X)$ .

Forme irréductible d'une fraction rationnelle. Fonction rationnelle.

Degré, partie entière, zéros et pôles, multiplicités.

La construction de  $\mathbb{K}(X)$  n'est pas exigible.

---

### i) Décomposition en éléments simples sur $\mathbb{C}$ et sur $\mathbb{R}$

Existence et unicité de la décomposition en éléments simples sur  $\mathbb{C}$  et sur  $\mathbb{R}$ .

La démonstration est hors programme.

On évitera toute technicité excessive.

La division selon les puissances croissantes est hors programme.

Si  $\lambda$  est un pôle simple, coefficient de  $\frac{1}{X - \lambda}$ .

Décomposition en éléments simples de  $\frac{P'}{P}$ .

---

## Deuxième semestre

Le programme du deuxième semestre est organisé autour de trois objectifs :

- introduire les notions fondamentales relatives à l'algèbre linéaire et aux espaces préhilbertiens ;
- prolonger les chapitres d'analyse du premier semestre par l'étude de l'intégration sur un segment et des séries numériques, et achever ainsi la justification des résultats admis dans le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse » ;
- consolider les notions relatives aux probabilités sur un univers fini introduites au lycée et enrichir le corpus des connaissances sur les variables aléatoires définies sur un tel univers.

Le professeur a la liberté d'organiser l'enseignement du semestre de la manière qui lui semble la mieux adaptée.

### Espaces vectoriels et applications linéaires

Dans tout le cours d'algèbre linéaire, le corps  $\mathbb{K}$  est égal à  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

Le programme d'algèbre linéaire est divisé en deux chapitres d'importance comparable, intitulés « Algèbre linéaire I » et « Algèbre linéaire II ». Le premier privilégie les objets géométriques : espaces, sous-espaces, applications linéaires. Le second est consacré aux matrices. Cette séparation est une commodité de rédaction. Le professeur a la liberté d'organiser l'enseignement de l'algèbre linéaire de la manière qu'il estime la mieux adaptée.

Les objectifs du chapitre « Espaces vectoriels et applications linéaires » sont les suivants :

- acquérir les notions de base relatives aux espaces vectoriels et à l'indépendance linéaire ;
- reconnaître les problèmes linéaires et les modéliser à l'aide des notions d'espace vectoriel et d'application linéaire ;
- définir la notion de dimension, qui interprète le nombre de degrés de liberté d'un problème linéaire ; il convient d'insister sur les méthodes de calcul de dimension, de faire apparaître que ces méthodes reposent sur deux types de représentations : paramétrisation linéaire d'un sous-espace, description d'un sous-espace par équations linéaires ;
- présenter un certain nombre de notions de géométrie affine, de manière à consolider et enrichir les acquis relatifs à la partie affine de la géométrie classique du plan et de l'espace.

Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à la dimension quelconque.

#### A - Espaces vectoriels

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
<b>a) Espaces vectoriels</b>	
Structure de $\mathbb{K}$ espace vectoriel.	Espaces $\mathbb{K}^n$ , $\mathbb{K}[X]$ .
Produit d'un nombre fini d'espaces vectoriels.	
Espace vectoriel des fonctions d'un ensemble dans un espace vectoriel.	Espace $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$ des suites d'éléments de $\mathbb{K}$ .
Famille presque nulle (ou à support fini) de scalaires, combinaison linéaire d'une famille de vecteurs.	On commence par la notion de combinaison linéaire d'une famille finie de vecteurs.
<b>b) Sous-espaces vectoriels</b>	
Sous-espace vectoriel : définition, caractérisation.	Sous-espace nul. Droites vectorielles de $\mathbb{R}^2$ , droites et plans vectoriels de $\mathbb{R}^3$ . Sous-espaces $\mathbb{K}_n[X]$ de $\mathbb{K}[X]$ .
Intersection d'une famille de sous-espaces vectoriels.	
Sous-espace vectoriel engendré par une partie $X$ .	Notations $\text{Vect}(X)$ , $\text{Vect}(x_i)_{i \in I}$ . Tout sous-espace contenant $X$ contient $\text{Vect}(X)$ .
<b>c) Familles de vecteurs</b>	
Familles et parties génératrices.	
Familles et parties libres, liées.	
Base, coordonnées.	Bases canoniques de $\mathbb{K}^n$ , $\mathbb{K}_n[X]$ , $\mathbb{K}[X]$ .
<b>d) Somme d'un nombre fini de sous-espaces</b>	
Somme de deux sous-espaces.	
Somme directe de deux sous-espaces. Caractérisation par l'intersection.	La somme $F + G$ est directe si la décomposition de tout vecteur de $F + G$ comme somme d'un élément de $F$ et d'un élément de $G$ est unique.

Sous-espaces supplémentaires.  
Somme d'un nombre fini de sous-espaces.  
Somme directe d'un nombre fini de sous-espaces. Caractérisation par l'unicité de la décomposition du vecteur nul.

La somme  $F_1 + \dots + F_p$  est directe si la décomposition de tout vecteur de  $F_1 + \dots + F_p$  sous la forme  $x_1 + \dots + x_p$  avec  $x_i \in F_i$  est unique.

## B - Espaces de dimension finie

### a) Existence de bases

Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il possède une famille génératrice finie.

Si  $(x_i)_{1 \leq i \leq n}$  engendre  $E$  et si  $(x_i)_{i \in I}$  est libre pour une certaine partie  $I$  de  $\{1, \dots, n\}$ , alors il existe une partie  $J$  de  $\{1, \dots, n\}$  contenant  $I$  pour laquelle  $(x_j)_{j \in J}$  est une base de  $E$ .

Existence de bases en dimension finie.  
Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice on peut extraire une base.  
Théorème de la base incomplète : toute famille libre peut être complétée en une base.

### b) Dimension d'un espace de dimension finie

Dans un espace engendré par  $n$  vecteurs, toute famille de  $n + 1$  vecteurs est liée.  
Dimension d'un espace de dimension finie.

Dimensions de  $\mathbb{K}^n$ , de  $\mathbb{K}_n[X]$ , de l'espace des solutions d'une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 1, de l'espace des solutions d'une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants, de l'espace des suites vérifiant une relation de récurrence linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants.

En dimension  $n$ , une famille de  $n$  vecteurs est une base si et seulement si elle est libre, si et seulement si elle est génératrice.

Dimension d'un produit fini d'espaces vectoriels de dimension finie.

Rang d'une famille finie de vecteurs.

Notation  $\text{rg}(x_1, \dots, x_n)$ .

### c) Sous-espaces et dimension

Dimension d'un sous-espace d'un espace de dimension finie, cas d'égalité.

Sous-espaces de  $\mathbb{R}^2$  et  $\mathbb{R}^3$ .

Tout sous-espace d'un espace de dimension finie possède un supplémentaire.

Dimension commune des supplémentaires.

Base adaptée à un sous-espace, à une décomposition en somme directe d'un nombre fini de sous-espaces.

Dimension d'une somme de deux sous-espaces; formule de Grassmann. Caractérisation des couples de sous-espaces supplémentaires.

Si  $F_1, \dots, F_p$  sont des sous-espaces de dimension finie, alors :  $\dim \sum_{i=1}^p F_i \leq \sum_{i=1}^p \dim F_i$ , avec égalité si et seulement si la somme est directe.

**a) Généralités**

Application linéaire.

Opérations sur les applications linéaires : combinaison linéaire, composition, réciproque. Isomorphismes.

Image et image réciproque d'un sous-espace par une application linéaire. Image d'une application linéaire.

Noyau d'une application linéaire. Caractérisation de l'injectivité.

Si  $(x_i)_{i \in I}$  est une famille génératrice de  $E$  et si  $u \in \mathcal{L}(E, F)$ , alors  $\text{Im } u = \text{Vect}(u(x_i), i \in I)$ .

Image d'une base par un isomorphisme.

Application linéaire de rang fini, rang. Invariance par composition par un isomorphisme.

L'ensemble  $\mathcal{L}(E, F)$  est un espace vectoriel.  
Bilinéarité de la composition.

Notation  $\text{rg}(u)$ .

**b) Endomorphismes**

Identité, homothéties.

Anneau  $(\mathcal{L}(E), +, \circ)$ .

Projection ou projecteur, symétrie : définition géométrique, caractérisation des endomorphismes vérifiant  $p^2 = p$  et  $s^2 = \text{Id}$ .

Automorphismes. Groupe linéaire.

Notation  $\text{Id}_E$ .

Non commutativité si  $\dim E \geq 2$ .

Notation  $vu$  pour la composée  $v \circ u$ .

Notation  $\text{GL}(E)$ .

**c) Détermination d'une application linéaire**

Si  $(e_i)_{i \in I}$  est une base de  $E$  et  $(f_i)_{i \in I}$  une famille de vecteurs de  $F$ , alors il existe une et une seule application  $u \in \mathcal{L}(E, F)$  telle que pour tout  $i \in I$  :  $u(e_i) = f_i$ .

Classification, à isomorphisme près, des espaces de dimension finie par leur dimension.

Une application linéaire entre deux espaces de même dimension finie est bijective si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.

Un endomorphisme d'un espace de dimension finie est inversible à gauche si et seulement s'il est inversible à droite.

Dimension de  $\mathcal{L}(E, F)$  si  $E$  et  $F$  sont de dimension finie.

Si  $E_1, \dots, E_p$  sont des sous-espaces de  $E$  tels que  $E = \bigoplus_{i=1}^p E_i$

et si  $u_i \in \mathcal{L}(E_i, F)$  pour tout  $i$ , alors il existe une et une seule application  $u \in \mathcal{L}(E, F)$  telle que  $u|_{E_i} = u_i$  pour tout  $i$ .

Caractérisation de l'injectivité, de la surjectivité, de la bijectivité de  $u$ .

**d) Théorème du rang**

Si  $u \in \mathcal{L}(E, F)$  et si  $S$  est un supplémentaire de  $\text{Ker } u$  dans  $E$ , alors  $u$  induit un isomorphisme de  $S$  sur  $\text{Im } u$ .

Théorème du rang :  $\dim E = \dim \text{Ker } u + \text{rg}(u)$ .

**e) Formes linéaires et hyperplans**

Forme linéaire.

Hyperplan.

Formes coordonnées relativement à une base.

Un hyperplan est le noyau d'une forme linéaire non nulle.  
Équations d'un hyperplan dans une base en dimension finie.

Si  $H$  est un hyperplan de  $E$ , alors pour toute droite  $D$  non contenue dans  $H$  :  $E = H \oplus D$ . Réciproquement, tout supplémentaire d'une droite est un hyperplan.  
 Comparaison de deux équations d'un même hyperplan.  
 Si  $E$  est un espace de dimension finie  $n$ , l'intersection de  $m$  hyperplans est de dimension au moins  $n - m$ . Réciproquement, tout sous-espace de  $E$  de dimension  $n - m$  est l'intersection de  $m$  hyperplans.

En dimension  $n$ , les hyperplans sont exactement les sous-espaces de dimension  $n - 1$ .

Droites vectorielles de  $\mathbb{R}^2$ , droites et plans vectoriels de  $\mathbb{R}^3$ .

L'étude de la dualité est hors programme.

## D - Sous-espaces affines d'un espace vectoriel

Le but de cette partie est double :

- montrer comment l'algèbre linéaire permet d'étendre les notions de géométrie affine étudiées au collège et au lycée et d'utiliser l'intuition géométrique dans un cadre élargi.
- modéliser un problème affine par une équation  $u(x) = a$  où  $u$  est une application linéaire, et unifier plusieurs situations de ce type déjà rencontrées.

Cette partie du cours doit être illustrée par de nombreuses figures.

Présentation informelle de la structure affine d'un espace vectoriel : points et vecteurs.

Translation.

Sous-espace affine d'un espace vectoriel, direction. Hyperplan affine.

Intersection de sous-espaces affines.

Si  $u \in \mathcal{L}(E, F)$ , l'ensemble des solutions de l'équation  $u(x) = a$  d'inconnue  $x$  est soit l'ensemble vide, soit un sous-espace affine dirigé par  $\text{Ker } u$ .

Repère affine, coordonnées.

L'écriture  $B = A + \vec{u}$  est équivalente à la relation  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ .

Sous-espaces affines de  $\mathbb{R}^2$  et  $\mathbb{R}^3$ .

Retour sur les systèmes linéaires, les équations différentielles linéaires d'ordres 1 et 2 et la recherche de polynômes interpolateurs.

La notion d'application affine est hors programme.

## Matrices

Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :

- introduire les matrices et le calcul matriciel ;
- présenter les liens entre applications linéaires et matrices, de manière à exploiter les changements de registres (géométrique, numérique, formel) ;
- étudier l'effet d'un changement de bases sur la représentation matricielle d'une application linéaire et la relation d'équivalence qui s'en déduit sur  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$  ;
- introduire brièvement la relation de similitude sur  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  ;
- étudier les opérations élémentaires et les systèmes linéaires.

### A - Calcul matriciel

#### a) Espaces de matrices

Espace vectoriel  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$  des matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes à coefficients dans  $\mathbb{K}$ .

Base canonique de  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Dimension de  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

#### b) Produit matriciel

Bilinéarité, associativité.

Produit d'une matrice de la base canonique de  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$   
par une matrice de la base canonique de  $\mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K})$ .  
Anneau  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .

Formule du binôme.  
Matrice inversible, inverse. Groupe linéaire.  
Produit de matrices diagonales, de matrices triangulaires  
supérieures, inférieures.

Non commutativité si  $n \geq 2$ . Exemples de diviseurs de  
zéro et de matrices nilpotentes.  
Application au calcul de puissances.  
Notation  $GL_n(\mathbb{K})$ .

---

### c) Transposition

Transposée d'une matrice.  
Opérations sur les transposées : combinaison linéaire,  
produit, inverse.

Notations  ${}^tA$ ,  $A^T$ .

---

## B - Matrices et applications linéaires

---

### a) Matrice d'une application linéaire dans des bases

Matrice d'une famille de vecteurs dans une base, d'une  
application linéaire dans un couple de bases.  
Coordonnées de l'image d'un vecteur par une application  
linéaire.  
Matrice d'une composée d'applications linéaires. Lien  
entre matrices inversibles et isomorphismes.

Notation  $\text{Mat}_{e,f}(u)$ .  
Isomorphisme  $u \mapsto \text{Mat}_{e,f}(u)$ .

Cas particulier des endomorphismes.

---

### b) Application linéaire canoniquement associée à une matrice

Noyau, image et rang d'une matrice.

Les colonnes engendrent l'image, les lignes donnent un  
système d'équations du noyau.  
Une matrice carrée est inversible si et seulement si son  
noyau est réduit au sous-espace nul.

Condition d'inversibilité d'une matrice triangulaire. L'in-  
verse d'une matrice triangulaire est une matrice triangu-  
laire.

---

### d) Blocs

Matrice par blocs.  
Théorème du produit par blocs.

Interprétation géométrique.  
La démonstration n'est pas exigible.

## C - Changements de bases, équivalence et similitude

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Changements de bases

Matrice de passage d'une base à une autre.

La matrice de passage  $P_e^{e'}$  de  $e$  à  $e'$  est la matrice de la famille  $e'$  dans la base  $e$ .

Inversibilité et inverse de  $P_e^{e'}$ .

Effet d'un changement de base sur les coordonnées d'un vecteur, sur la matrice d'une application linéaire.

#### b) Matrices équivalentes et rang

Si  $u \in \mathcal{L}(E, F)$  est de rang  $r$ , il existe une base  $e$  de  $E$  et une base  $f$  de  $F$  telles que :  $\text{Mat}_{e,f}(u) = J_r$ .

Matrices équivalentes.

Une matrice est de rang  $r$  si et seulement si elle est équivalente à  $J_r$ .

Invariance du rang par transposition.

Rang d'une matrice extraite. Caractérisation du rang par les matrices carrées extraites.

La matrice  $J_r$  a tous ses coefficients nuls à l'exception des  $r$  premiers coefficients diagonaux, égaux à 1.

Interprétation géométrique.

Classification des matrices équivalentes par le rang.

#### c) Matrices semblables et trace

Matrices semblables.

Trace d'une matrice carrée.

Linéarité de la trace, relation  $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$ , invariance par similitude.

Trace d'un endomorphisme d'un espace de dimension finie. Linéarité, relation  $\text{tr}(uv) = \text{tr}(vu)$ .

Interprétation géométrique.

Notations  $\text{tr}(A)$ ,  $\text{Tr}(A)$ .

Notations  $\text{tr}(u)$ ,  $\text{Tr}(u)$ .

Trace d'un projecteur.

## D - Opérations élémentaires et systèmes linéaires

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Opérations élémentaires

Interprétation en termes de produit matriciel.

Les opérations élémentaires sont décrites dans le paragraphe « Systèmes linéaires » du chapitre « Calculs algébriques ».

Les opérations élémentaires sur les colonnes (resp. lignes) conservent l'image (resp. le noyau). Les opérations élémentaires conservent le rang.

Application au calcul du rang et à l'inversion de matrices.

#### b) Systèmes linéaires

Écriture matricielle d'un système linéaire.

Interprétation géométrique : intersection d'hyperplans affines.

Système homogène associé. Rang, dimension de l'espace des solutions.

Compatibilité d'un système linéaire. Structure affine de l'espace des solutions.

Le système carré  $Ax = b$  d'inconnue  $x$  possède une et une seule solution si et seulement si  $A$  est inversible. Système de Cramer.

Le théorème de Rouché-Fontené et les matrices bordantes sont hors programme.

§ Algorithme du pivot de Gauss.

# Groupe symétrique et déterminants

## A - Groupe symétrique

Le groupe symétrique est introduit exclusivement en vue de l'étude des déterminants.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

### a) Généralités

Groupe des permutations de l'ensemble  $\{1, \dots, n\}$ .  
Cycle, transposition.  
Décomposition d'une permutation en produit de cycles à supports disjoints : existence et unicité.

Notation  $S_n$ .  
Notation  $(a_1 a_2 \dots a_p)$ .  
La démonstration n'est pas exigible, mais les étudiants doivent savoir décomposer une permutation.  
Commutativité de la décomposition.

### b) Signature d'une permutation

Tout élément de  $S_n$  est un produit de transpositions.  
Signature : il existe une et une seule application  $\varepsilon$  de  $S_n$  dans  $\{-1, 1\}$  telle que  $\varepsilon(\tau) = -1$  pour toute transposition  $\tau$  et  $\varepsilon(\sigma\sigma') = \varepsilon(\sigma)\varepsilon(\sigma')$  pour toutes permutations  $\sigma$  et  $\sigma'$ .

La démonstration n'est pas exigible.

## B - Déterminants

Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :

- introduire la notion de déterminant d'une famille de vecteurs, en motivant sa construction par la géométrie ;
- établir les principales propriétés des déterminants des matrices carrées et des endomorphismes ;
- indiquer quelques méthodes simples de calcul de déterminants.

Dans tout ce chapitre,  $E$  désigne un espace vectoriel de dimension finie  $n \geq 1$ .

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

### a) Formes $n$ -linéaires alternées

Forme  $n$ -linéaire alternée.  
Antisymétrie, effet d'une permutation.

La définition est motivée par les notions intuitives d'aire et de volume algébriques, en s'appuyant sur des figures.  
Si  $f$  est une forme  $n$ -linéaire alternée et si  $(x_1, \dots, x_n)$  est une famille liée, alors  $f(x_1, \dots, x_n) = 0$ .

### b) Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base

Si  $e$  est une base, il existe une et une seule forme  $n$ -linéaire alternée  $f$  pour laquelle  $f(e) = 1$ . Toute forme  $n$ -linéaire alternée est un multiple de  $\det_e$ .  
Expression du déterminant dans une base en fonction des coordonnées.

Notation  $\det_e$ .  
La démonstration de l'existence n'est pas exigible.

Comparaison, si  $e$  et  $e'$  sont deux bases, de  $\det_e$  et  $\det_{e'}$ .  
La famille  $(x_1, \dots, x_n)$  est une base si et seulement si  $\det_e(x_1, \dots, x_n) \neq 0$ .  
Orientation d'un espace vectoriel réel de dimension finie.

Dans  $\mathbb{R}^2$  (resp.  $\mathbb{R}^3$ ), interprétation du déterminant dans la base canonique comme aire orientée (resp. volume orienté) d'un parallélogramme (resp. parallélépipède).

$\Leftrightarrow$  PC : orientation d'un espace de dimension 3.

### c) Déterminant d'un endomorphisme

Déterminant d'un endomorphisme.  
Déterminant d'une composée.

Caractérisation des automorphismes.

### d) Déterminant d'une matrice carrée

Déterminant d'une matrice carrée.  
Déterminant d'un produit.

Relation  $\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A)$ .  
Caractérisation des matrices inversibles.



Déterminant d'une transposée.

### e) Calcul des déterminants

Effet des opérations élémentaires.

Cofacteur. Développement par rapport à une ligne ou une colonne.

Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs, d'une matrice triangulaire.

Déterminant de Vandermonde.

### f) Comatrice

Comatrice.

Relation  $A {}^t\text{Com}(A) = {}^t\text{Com}(A)A = \det(A)I_n$ .

Notation  $\text{Com}(A)$ .

Expression de l'inverse d'une matrice inversible.

## Espaces préhilbertiens réels

La notion de produit scalaire a été étudiée d'un point de vue élémentaire dans l'enseignement secondaire. Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :

- généraliser cette notion et exploiter, principalement à travers l'étude des projections orthogonales, l'intuition acquise dans des situations géométriques en dimension 2 ou 3 pour traiter des problèmes posés dans un contexte plus abstrait ;
- approfondir l'étude de la géométrie euclidienne du plan, notamment à travers l'étude des isométries vectorielles.

Le cours doit être illustré par de nombreuses figures. Dans toute la suite,  $E$  est un espace vectoriel réel.

### a) Produit scalaire

Produit scalaire.

Espace préhilbertien, espace euclidien.

Produit scalaire canonique sur  $\mathbb{R}^n$ ,

produit scalaire  $(f|g) = \int_a^b fg$  sur  $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{R})$ .

Notations  $\langle x, y \rangle$ ,  $(x|y)$ ,  $x \cdot y$ .

### b) Norme associée à un produit scalaire

Norme associée à un produit scalaire, distance.

Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité.

Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

Formule de polarisation :

$$2\langle x, y \rangle = \|x + y\|^2 - \|x\|^2 - \|y\|^2.$$

Exemples : sommes finies, intégrales.

### c) Orthogonalité

Vecteurs orthogonaux, orthogonal d'une partie.

Famille orthogonale, orthonormale (ou orthonormée).

Toute famille orthogonale de vecteurs non nuls est libre.

Théorème de Pythagore.

Algorithme d'orthonormalisation de Schmidt.

Notation  $X^\perp$ .

L'orthogonal d'une partie est un sous-espace.

### d) Bases orthonormales

Existence de bases orthonormales dans un espace euclidien. Théorème de la base orthonormale incomplète.

Coordonnées dans une base orthonormale, expressions du produit scalaire et de la norme.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : mécanique et électricité.

Produit mixte dans un espace euclidien orienté.

Notation  $[x_1, \dots, x_n]$ .

Interprétation géométrique en termes de volume orienté, effet d'une application linéaire.

### e) Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie

Supplémentaire orthogonal d'un sous-espace de dimension finie.

En dimension finie, dimension de l'orthogonal.

Projection orthogonale. Expression du projeté orthogonal dans une base orthonormale.

Distance d'un vecteur à un sous-espace. Le projeté orthogonal de  $x$  sur  $V$  est l'unique élément de  $V$  qui minimise la distance de  $x$  à  $V$ .

Notation  $d(x, V)$ .

### f) Hyperplans affines d'un espace euclidien

Vecteur normal à un hyperplan affine d'un espace euclidien. Si l'espace est orienté, orientation d'un hyperplan par un vecteur normal.

Lignes de niveau de  $M \mapsto \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n}$ .

Équations d'un hyperplan affine dans un repère orthonormal.

Cas particuliers de  $\mathbb{R}^2$  et  $\mathbb{R}^3$ .

Distance à un hyperplan affine défini par un point  $A$  et un vecteur normal unitaire  $\vec{n}$  :  $|\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n}|$ .

Cas particuliers de  $\mathbb{R}^2$  et  $\mathbb{R}^3$ .

### g) Isométries vectorielles d'un espace euclidien

Isométrie vectorielle (ou automorphisme orthogonal) : définition par la linéarité et la conservation des normes, caractérisation par la conservation du produit scalaire, caractérisation par l'image d'une base orthonormale.

Symétrie orthogonale, réflexion.

Groupe orthogonal.

Notation  $O(E)$ .

### h) Matrices orthogonales

Matrice orthogonale : définition  ${}^tAA = I_n$ , caractérisation par le caractère orthonormal de la famille des colonnes, des lignes.

Groupe orthogonal.

Notations  $O_n(\mathbb{R})$ ,  $O(n)$ .

Lien entre les notions de base orthonormale, isométrie et matrice orthogonale.

Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie. Matrice orthogonale positive, négative ; isométrie positive, négative.

Groupe spécial orthogonal.

Notations  $SO(E)$ ,  $SO_n(\mathbb{R})$ ,  $SO(n)$ .

### i) Isométries vectorielles en dimension 2

Description des matrices orthogonales et orthogonales positives de taille 2.

Rotation vectorielle d'un plan euclidien orienté.

Lien entre les éléments de  $SO_2(\mathbb{R})$  et les nombres complexes de module 1.

On introduira à cette occasion, sans soulever de difficulté sur la notion d'angle, la notion de mesure d'un angle orienté de vecteurs.

$\Leftrightarrow$  SI : mécanique.

Classification des isométries d'un plan euclidien orienté.

## Intégration

L'objectif majeur de ce chapitre est de définir l'intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment à valeurs réelles ou complexes et d'en établir les propriétés élémentaires, notamment le lien entre intégration et primitivation. On achève ainsi la justification des propriétés présentées dans le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse ». Ce chapitre permet de consolider la pratique des techniques usuelles de calcul intégral. Il peut également offrir l'occasion de revenir sur l'étude des équations différentielles rencontrées au premier semestre.

La notion de continuité uniforme est introduite uniquement en vue de la construction de l'intégrale. L'étude systématique des fonctions uniformément continues est exclue.

Dans tout le chapitre,  $\mathbb{K}$  désigne  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Continuité uniforme

Continuité uniforme.  
Théorème de Heine.

La démonstration n'est pas exigible.

#### b) Fonctions continues par morceaux

Subdivision d'un segment, pas d'une subdivision.  
Fonction en escalier.  
Fonction continue par morceaux sur un segment, sur un intervalle.

Une fonction est continue par morceaux sur un intervalle  $I$  si sa restriction à tout segment inclus dans  $I$  est continue par morceaux.

#### c) Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment

Intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment.

Le programme n'impose pas de construction particulière. Interprétation géométrique.  
 $\Leftrightarrow$  PC et SI : valeur moyenne.  
Aucune difficulté théorique relative à la notion d'aire ne doit être soulevée.

Notations  $\int_{[a,b]} f$ ,  $\int_a^b f$ ,  $\int_a^b f(t) dt$ .

Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale.

Les étudiants doivent savoir majorer et minorer des intégrales.

Inégalité :  $\left| \int_{[a,b]} f \right| \leq \int_{[a,b]} |f|$ .

Relation de Chasles.

Extension de la notation  $\int_a^b f(t) dt$  au cas où  $b \leq a$ . Propriétés correspondantes.

L'intégrale sur un segment d'une fonction continue de signe constant est nulle si et seulement si la fonction est nulle.

#### d) Sommes de Riemann

Si  $f$  est une fonction continue par morceaux sur le segment  $[a, b]$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ , alors

$$\frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \int_a^b f(t) dt.$$

Interprétation géométrique.  
Démonstration dans le cas où  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^1$ .  
 $\Leftrightarrow$  I : méthodes des rectangles, des trapèzes.

#### e) Intégrale fonction de sa borne supérieure

Dérivation de  $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$  pour  $f$  continue. Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive. Toute fonction continue sur un intervalle possède des primitives.  
Intégration par parties, changement de variable.

**f) Calcul de primitives**

Primitives usuelles.	Sont exigibles les seules primitives mentionnées dans le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse ».
Calcul de primitives par intégration par parties, par changement de variable.	
Utilisation de la décomposition en éléments simples pour calculer les primitives d'une fraction rationnelle.	On évitera tout excès de technicité.

**g) Formules de Taylor**

Pour une fonction $f$ de classe $\mathcal{C}^{n+1}$ , formule de Taylor avec reste intégral au point $a$ à l'ordre $n$ .	
Inégalité de Taylor-Lagrange pour une fonction de classe $\mathcal{C}^{n+1}$ .	L'égalité de Taylor-Lagrange est hors programme.
	On soulignera la différence de nature entre la formule de Taylor-Young (locale) et les formules de Taylor globales (reste intégral et inégalité de Taylor-Lagrange).

**Séries numériques**

*L'étude des séries prolonge celle des suites. Elle permet d'illustrer le chapitre « Analyse asymptotique » et, à travers la notion de développement décimal de mieux appréhender les nombres réels.*

*L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue ; tout excès de technicité est exclu.*

**a) Généralités**

Sommes partielles. Convergence, divergence. Somme et restes d'une série convergente.	La série est notée $\sum u_n$ . En cas de convergence, sa somme est notée $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ .
Linéarité de la somme.	
Le terme général d'une série convergente tend vers 0.	Divergence grossière.
Séries géométriques : condition nécessaire et suffisante de convergence, somme.	
Lien suite-série.	La suite $(u_n)$ et la série $\sum (u_{n+1} - u_n)$ ont même nature.

**b) Séries à termes positifs**

Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.  
 Si  $0 \leq u_n \leq v_n$  pour tout  $n$ , la convergence de  $\sum v_n$  implique celle de  $\sum u_n$ .  
 Si  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sont positives et si  $u_n \sim v_n$ , les séries  $\sum u_n$  et  $\sum v_n$  ont même nature.

**c) Comparaison série-intégrale dans le cas monotone**

Si $f$ est monotone, encadrement des sommes partielles de $\sum f(n)$ à l'aide de la méthode des rectangles. Séries de Riemann.	Application à l'étude de sommes partielles et de restes.
--	--

**d) Séries absolument convergentes**

Convergence absolue.

La convergence absolue implique la convergence.

Le critère de Cauchy est hors programme. La convergence de la série absolument convergente  $\sum u_n$  est établie à partir de celles de  $\sum u_n^+$  et  $\sum u_n^-$ .

Si  $(u_n)$  est une suite complexe, si  $(v_n)$  est une suite d'éléments de  $\mathbb{R}^+$ , si  $u_n = O(v_n)$  et si  $\sum v_n$  converge, alors  $\sum u_n$  est absolument convergente donc convergente.

### e) Représentation décimale des réels

Existence et unicité du développement décimal propre d'un réel.

La démonstration n'est pas exigible.

## Dénombrément

*Ce chapitre est introduit essentiellement en vue de son utilisation en probabilités ; rattaché aux mathématiques discrètes, le dénombrement interagit également avec l'algèbre et l'informatique. Il permet de modéliser certaines situations combinatoires et offre un nouveau cadre à la représentation de certaines égalités.*

*Toute formalisation excessive est exclue. En particulier :*

- parmi les propriétés du paragraphe a), les plus intuitives sont admises sans démonstration ;
- l'utilisation systématique de bijections dans les problèmes de dénombrement n'est pas un attendu du programme.

### a) Cardinal d'un ensemble fini

Cardinal d'un ensemble fini.

Notations  $|A|$ ,  $\text{Card}(A)$ ,  $\#A$ .

Tout fondement théorique des notions d'entier naturel et de cardinal est hors programme.

Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité.

Une application entre deux ensembles finis de même cardinal est bijective si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.

Cardinal d'un produit fini d'ensembles finis.

Cardinal de la réunion de deux ensembles finis.

La formule du crible est hors programme.

Cardinal de l'ensemble des applications d'un ensemble fini dans un autre.

Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.

### b) Listes et combinaisons

Nombre de  $p$ -listes (ou  $p$ -uplets) d'éléments distincts d'un ensemble de cardinal  $n$ , nombre d'applications injectives d'un ensemble de cardinal  $p$  dans un ensemble de cardinal  $n$ , nombre de permutations d'un ensemble de cardinal  $n$ .

Nombre de parties à  $p$  éléments (ou  $p$ -combinaisons) d'un ensemble de cardinal  $n$ .

Démonstration combinatoire des formules de Pascal et du binôme.

## Probabilités

Ce chapitre a pour objectif de consolider les connaissances relatives aux probabilités sur un univers fini et aux variables aléatoires définies sur un tel univers présentées dans les classes antérieures. Il s'appuie sur le chapitre consacré au dénombrement.

Ce chapitre a vocation à interagir avec l'ensemble du programme. Il se prête également à des activités de modélisation de situations issues de la vie courante ou d'autres disciplines.

### A - Probabilités sur un univers fini

Les définitions sont motivées par la notion d'expérience aléatoire. La modélisation de situations aléatoires simples fait partie des capacités attendues des étudiants.

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Expérience aléatoire et univers

L'ensemble des issues (ou résultats possibles ou réalisations) d'une expérience aléatoire est appelé univers. Événement, événement élémentaire (singleton), événement contraire, événement «  $A$  et  $B$  », événement «  $A$  ou  $B$  », événement impossible, événements incompatibles, système complet d'événements.

On se limite au cas où cet univers est fini.

#### b) Espaces probabilisés finis

Une probabilité sur un univers fini  $\Omega$  est une application  $P$  de  $\mathcal{P}(\Omega)$  dans  $[0, 1]$  telle que  $P(\Omega) = 1$  et, pour toutes parties disjointes  $A$  et  $B$ ,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ . Détermination d'une probabilité par les images des singletons. Probabilité uniforme. Propriétés des probabilités : probabilité de la réunion de deux événements, probabilité de l'événement contraire, croissance.

Un espace probabilisé fini est un couple  $(\Omega, P)$  où  $\Omega$  est un univers fini et  $P$  une probabilité sur  $\Omega$ .

#### c) Probabilités conditionnelles

Si  $P(B) > 0$ , la probabilité conditionnelle de  $A$  sachant  $B$  est définie par :  $P(A|B) = P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ .

On justifiera cette définition par une approche heuristique fréquentiste. L'application  $P_B$  est une probabilité.

Formule des probabilités composées.

Formule des probabilités totales.

Formules de Bayes :

1. si  $A$  et  $B$  sont deux événements tels que  $P(A) > 0$  et  $P(B) > 0$ , alors

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

2. si  $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$  est un système complet d'événements de probabilités non nulles et si  $B$  est un événement de probabilité non nulle, alors

$$P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j)P(A_j)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)}$$

On donnera plusieurs applications issues de la vie courante.

#### d) Événements indépendants

Couple d'événements indépendants.

Si  $P(B) > 0$ , l'indépendance de  $A$  et  $B$  s'écrit  $P(A|B) = P(A)$ .

Famille finie d'événements mutuellement indépendants.

L'indépendance deux à deux des événements  $A_1, \dots, A_n$  n'implique pas l'indépendance mutuelle si  $n \geq 3$ .

**B - Variables aléatoires sur un espace probabilisé fini**

L'utilisation de variables aléatoires pour modéliser des situations aléatoires simples fait partie des capacités attendues des étudiants.

**a) Variables aléatoires**

Une variable aléatoire est une application définie sur l'univers  $\Omega$  à valeurs dans un ensemble  $E$ . Lorsque  $E \subset \mathbb{R}$ , la variable aléatoire est dite réelle.

Loi  $P_X$  de la variable aléatoire  $X$ .

Image d'une variable aléatoire par une fonction, loi associée.

Si  $X$  est une variable aléatoire et si  $A$  est une partie de  $E$ , notation  $\{X \in A\}$  ou  $(X \in A)$  pour l'événement  $X^{-1}(A)$ .

Notations  $P(X \in A)$ ,  $P(X = x)$ ,  $P(X \leq x)$ .

L'application  $P_X$  est définie par la donnée des  $P(X = x)$  pour  $x$  dans  $X(\Omega)$ .

**b) Lois usuelles**

Loi uniforme.

Loi de Bernoulli de paramètre  $p \in [0, 1]$ .

Loi binomiale de paramètres  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $p \in [0, 1]$ .

La reconnaissance de situations modélisées par les lois classiques de ce paragraphe est une capacité attendue des étudiants.

Notation  $\mathcal{B}(p)$ .

Interprétation : succès d'une expérience.

Lien entre variable aléatoire de Bernoulli et indicatrice d'un événement.

Notation  $\mathcal{B}(n, p)$ .

Interprétation : nombre de succès lors de la répétition de  $n$  expériences de Bernoulli indépendantes, ou tirages avec remise dans un modèle d'urnes.

**c) Couples de variables aléatoires**

Couple de variables aléatoires.

Loi conjointe, lois marginales d'un couple de variables aléatoires.

Loi conditionnelle de  $Y$  sachant  $(X = x)$ .

Extension aux  $n$ -uplets de variables aléatoires.

La loi conjointe de  $X$  et  $Y$  est la loi de  $(X, Y)$ , les lois marginales de  $(X, Y)$  sont les lois de  $X$  et de  $Y$ .

Les lois marginales ne déterminent pas la loi conjointe.

**d) Variables aléatoires indépendantes**

Couple de variables aléatoires indépendantes.

Si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes :

$$P((X, Y) \in A \times B) = P(X \in A) P(Y \in B).$$

Variables aléatoires mutuellement indépendantes.

Si  $X_1, \dots, X_n$  sont des variables aléatoires mutuellement indépendantes, alors quel que soit

$(A_1, \dots, A_n) \in \prod_{i=1}^n \mathcal{P}(X_i(\Omega))$ , les événements  $(X_i \in A_i)$  sont

mutuellement indépendants.

Si  $X_1, \dots, X_n$  sont mutuellement indépendantes de loi  $\mathcal{B}(p)$ , alors  $X_1 + \dots + X_n$  suit la loi  $\mathcal{B}(n, p)$ .

Modélisation de  $n$  expériences aléatoires indépendantes par une suite finie  $(X_i)_{1 \leq i \leq n}$  de variables aléatoires indépendantes.

Si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes, les variables aléatoires  $f(X)$  et  $g(Y)$  le sont aussi.

### e) Espérance

Espérance d'une variable aléatoire réelle.

Interprétation en terme de moyenne pondérée.

Une variable aléatoire centrée est une variable aléatoire d'espérance nulle.

$$\text{Relation : } E(X) = \sum_{\omega \in \Omega} P(\{\omega\})X(\omega).$$

Propriétés de l'espérance : linéarité, positivité, croissance.  
Espérance d'une variable aléatoire constante, de Bernoulli, binomiale.

Formule de transfert : Si  $X$  est une variable aléatoire définie sur  $\Omega$  à valeurs dans  $E$  et  $f$  une fonction définie sur  $X(\Omega)$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ , alors

$$E(f(X)) = \sum_{x \in X(\Omega)} P(X = x)f(x).$$

L'espérance de  $f(X)$  est déterminée par la loi de  $X$ .

Inégalité de Markov.

Si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes :  $E(XY) = E(X)E(Y)$ .

La réciproque est fautive en général.

### f) Variance, écart type et covariance

Moments.

Le moment d'ordre  $k$  de  $X$  est  $E(X^k)$ .

Variance, écart type.

La variance et l'écart type sont des indicateurs de dispersion. Une variable aléatoire réduite est une variable aléatoire de variance 1.

$$\text{Relation } V(X) = E(X^2) - E(X)^2.$$

$$\text{Relation } V(aX + b) = a^2V(X).$$

Si  $\sigma(X) > 0$ , la variable aléatoire  $\frac{X - E(X)}{\sigma(X)}$  est centrée réduite.

Variance d'une variable aléatoire de Bernoulli, d'une variable aléatoire binomiale.

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Covariance de deux variables aléatoires.

Relation  $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$ . Cas de variables indépendantes.

Variance d'une somme, cas de variables deux à deux indépendantes.

Application à la variance d'une variable aléatoire binomiale.





# Annexe 2

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

**Filière : scientifique**

**Voie : Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI)**

**Discipline : Physique-chimie**

**Première année**

## Programme de Physique – Chimie de la voie MPSI

Le programme de physique-chimie de la classe de MPSI s'inscrit entre deux continuités : en amont, avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

A travers l'enseignement de la physique et de la chimie, il s'agit de renforcer chez l'étudiant les compétences inhérentes à la pratique de la démarche scientifique et de ses grandes étapes : observer et mesurer, comprendre et modéliser, agir pour créer, pour produire, pour appliquer ces sciences aux réalisations humaines. Ces compétences ne sauraient être opérationnelles sans connaissances, ni savoir-faire ou capacités. C'est pourquoi ce programme définit un socle de connaissances et de capacités, conçu pour être accessible à tous les étudiants, en organisant de façon progressive leur introduction au cours de la première année. L'acquisition de ce socle par les étudiants constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Parce que la physique et la chimie sont avant tout des sciences expérimentales, parce que l'expérience intervient dans chacune des étapes de la démarche scientifique, parce qu'une démarche scientifique rigoureuse développe l'observation, l'investigation, la créativité et l'analyse critique, l'expérience est mise au cœur de l'enseignement de la discipline, en cours et lors des séances de travaux pratiques. Les activités expérimentales répondent à la nécessité de se confronter au réel, nécessité que l'ingénieur, le chercheur, le scientifique auront inévitablement à prendre en compte dans l'exercice de leur activité.

Pour acquérir sa validité, l'expérience nécessite le support d'un modèle. La notion même de modèle est centrale pour la discipline. Par conséquent modéliser est une compétence essentielle développée en MPSI. Pour apprendre à l'étudiant à modéliser de façon autonome, il convient de lui faire découvrir les différentes facettes de la physique-chimie, qui toutes peuvent le guider dans l'interprétation et la compréhension des phénomènes. Ainsi le professeur doit rechercher un point d'équilibre entre des approches apparemment opposées, voire contradictoires, mais souvent complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

La construction d'un modèle passe par l'utilisation nécessaire des mathématiques, symboles et méthodes, dont le fondateur de la physique expérimentale, Galilée, énonçait déjà qu'elles sont le langage dans lequel est écrit le monde. Si les mathématiques sont un outil puissant de modélisation, que l'étudiant doit maîtriser, elles sont parfois plus contraignantes lorsqu'il s'agit d'en extraire une solution. L'évolution des techniques permet désormais d'utiliser aussi l'approche numérique afin de faire porter prioritairement l'attention des étudiants sur l'interprétation et la discussion des résultats plutôt que sur une technique d'obtention. Cette approche permet en outre une modélisation plus fine du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est aussi l'occasion pour l'étudiant d'exploiter les compétences acquises en informatique. C'est enfin l'opportunité de mener avec le professeur de mathématiques d'éventuelles démarches collaboratives.

Enfin l'autonomie de l'étudiant et la prise d'initiative sont développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à un questionnement ou atteindre un but.

Le programme est organisé en trois parties :

1. dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problèmes. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
2. dans la deuxième partie, intitulée « **formation expérimentale** », sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.
3. dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux **contenus disciplinaires**. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est organisée sur deux semestres. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.  
La progression dans les contenus disciplinaires est organisée en deux semestres. Pour faciliter la progressivité des acquisitions, au premier semestre les grandeurs physiques introduites sont essentiellement des grandeurs scalaires dépendant du temps et éventuellement d'une variable d'espace ; et on utilise les grandeurs physiques vectorielles au deuxième semestre.  
Certains items de cette troisième partie, **identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.

Deux appendices sont consacrés aux types de matériel et aux outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique-chimie en fin de l'année de MPSI.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. Comme le rappellent les programmes du lycée, la liberté pédagogique de l'enseignant est le pendant de la liberté scientifique du chercheur. Dans le cadre de cette liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant peut aussi avoir intérêt à mettre son enseignement « en culture » si cela rend sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.

- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique, sciences industrielles.

## Démarche scientifique

### 1. Démarche expérimentale

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux parties de la démarche scientifique s'enrichissent mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.

C'est la raison pour laquelle ce programme fait une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat...) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique (impédance, facteur de qualité, lois de modulation pour ne citer que quelques exemples).
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée, et chaque fois que cela est possible transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la quantification des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

### Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

Compétence	Exemples de capacités associées
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale</li> <li>- énoncer une problématique d'approche expérimentale</li> <li>- définir les objectifs correspondants</li> </ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- formuler et échanger des hypothèses</li> <li>- proposer une stratégie pour répondre à la problématique</li> <li>- proposer un modèle associé</li> <li>- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental</li> <li>- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en œuvre un protocole</li> <li>- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel</li> <li>- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates</li> <li>- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes</li> <li>- confronter un modèle à des résultats expérimentaux</li> <li>- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information</li> <li>- analyser les résultats de manière critique</li> <li>- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- à l'écrit comme à l'oral :               <ul style="list-style-type: none"> <li>o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible</li> <li>o utiliser un vocabulaire scientifique adapté</li> <li>o s'appuyer sur des schémas, des graphes</li> </ul> </li> <li>- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue</li> </ul>
<b>Être autonome, faire preuve d'initiative</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- travailler seul ou en équipe</li> <li>- solliciter une aide de manière pertinente</li> <li>- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper</li> </ul>

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

## 2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ....
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. .....
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue. ...
Communiquer.	Présenter la solution ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats. ...

### 3. Approches documentaires

Dans un monde où le volume d'informations disponibles rend en pratique difficile l'accès raisonné à la connaissance, il importe de continuer le travail commencé au collège et au lycée sur la recherche, l'extraction et l'organisation de l'information afin de permettre l'accès à la connaissance en toute autonomie avec la prise de conscience de l'existence d'un continuum de niveaux de compétence sur un domaine donné, de la méconnaissance (et donc la découverte) à la maîtrise totale.

Le programme de physique-chimie prévoit qu'un certain nombre de rubriques, identifiées dans la colonne capacités exigibles relèvent d'une « **approche documentaire** ». L'objectif est double ; il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver différemment en utilisant des documents au support varié (texte, vidéo, photo...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (grandes idées, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs) dans les domaines de la physique et de la chimie du XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècle et de leurs applications.

Ces approches documentaires sont aussi l'occasion d'apporter des éléments de compréhension de la construction du "savoir scientifique" (histoire des sciences, débats d'idées, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...). Elles doivent permettre de développer des compétences d'analyse et de synthèse. Sans que cette liste de pratiques soit exhaustive on pourra, par exemple, travailler sur un document extrait directement d'un article de revue scientifique, sur une vidéo, une photo ou sur un document produit par le professeur ; il est également envisageable de demander aux élèves de chercher eux-mêmes des informations sur un thème donné ; ce travail pourra se faire sous forme d'analyse de documents dont les résultats seront présentés aussi bien à l'écrit qu'à l'oral. Quelle que soit la façon d'aborder ces approches documentaires, le rôle du professeur est de travailler à un niveau adapté à sa classe et d'assurer une synthèse de ce qu'il convient de retenir. Elles doivent être en cohérence avec le socle du programme. Elles peuvent être l'occasion d'acquérir de nouvelles connaissances ou d'approcher de nouveaux modèles mais il faut proscrire toute dérive en particulier calculatoire.

## Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la formation expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans le reste du programme – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie.

D'une part, elle précise les connaissances et savoir-faire qui doivent être acquis dans le domaine de la **mesure** et de l'évaluation des **incertitudes**, dans la continuité de la nouvelle épreuve d'Évaluation des Compétences Expérimentales (ECE) de Terminale S, avec cependant un niveau d'exigence plus élevé qui correspond à celui des deux premières années d'enseignement supérieur.

D'autre part, elle présente de façon détaillée l'ensemble des **capacités expérimentales** qui doivent être acquises et pratiquées en autonomie par les étudiants à l'issue de leur première année de CPGE.

Une liste de matériel, que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice succincte, figure en outre en appendice du présent programme.

### 1. Mesures et incertitudes

L'importance de la composante expérimentale de la formation des étudiants des CPGE scientifiques est réaffirmée. Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les élèves doivent

posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure..., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières S, STI2D et STL du lycée. Les objectifs sont identiques, certains aspects sont approfondis : utilisation du vocabulaire de base de la métrologie, connaissance de la loi des incertitudes composées, ... ; une première approche sur la validation d'une loi physique est proposée. Les capacités identifiées sont abordées dès la première année et doivent être maîtrisées à l'issue des deux années de formation. Les activités expérimentales permettent de les introduire et de les acquérir de manière progressive et authentique. Elles doivent régulièrement faire l'objet d'un apprentissage intégré et d'une évaluation.

Les élèves doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.  Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.
Notion d'incertitude, incertitude-type.  Évaluation d'une incertitude-type.  Incertitude-type composée.  Incertitude élargie.	Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.  Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).  Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie...).  Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes dans les cas simples d'une expression de la valeur mesurée sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient ou bien à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel.  Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.  Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.



<p>Présentation d'un résultat expérimental.</p> <p>Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure).</p>	<p>Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.</p> <p>Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence.</p> <p>Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.</p>
<p>Vérification d'une loi physique ou validation d'un modèle ; ajustement de données expérimentales à l'aide d'une fonction de référence modélisant le phénomène.</p>	<p>Utiliser un logiciel de régression linéaire.</p> <p>Expliquer en quoi le coefficient de corrélation n'est pas un outil adapté pour juger de la validité d'un modèle linéaire.</p> <p>Juger qualitativement si des données expérimentales avec incertitudes sont en accord avec un modèle linéaire.</p> <p>Extraire à l'aide d'un logiciel les incertitudes sur la pente et sur l'ordonnée à l'origine dans le cas de données en accord avec un modèle linéaire.</p>

## 2. Mesures et capacités expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les élèves doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes - repérés en gras dans le corps du programme de formation disciplinaire - peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel : par exemple, toutes les capacités mises en œuvre autour de l'oscilloscope ne sauraient être l'objectif d'une séance unique, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaine, les deux premiers étant davantage transversaux. Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine. La capacité à former une image de bonne qualité, par exemple, peut être mobilisée au cours d'une expérience de mécanique ou de thermodynamique, cette transversalité de la formation devant être un moyen, entre d'autres, de favoriser l'autonomie et la prise d'initiative décrites plus haut dans la partie « Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales ».

Le matériel nécessaire à l'acquisition de l'ensemble des compétences ci-dessous figure en **appendice 1** du programme.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
<p><b>1. Mesures de longueurs, d'angles, de volumes et de masses</b></p> <p>Longueurs : sur un banc d'optique.</p> <p>Longueurs : à partir d'une photo ou d'une vidéo.</p> <p>Angles : avec un goniomètre.</p> <p>Longueurs d'onde.</p> <p>Volume : avec une pipette, éprouvette, fiole, burette. Verrerie jaugée et graduée.</p> <p>Masse : avec une balance de précision.</p>	<p>Mettre en œuvre une mesure de longueur par déplacement du viseur entre deux positions.</p> <p>Pouvoir évaluer avec une précision donnée, par comparaison à un étalon, une longueur (ou les coordonnées d'une position) sur une image numérique.</p> <p>Utiliser un viseur à frontale fixe, une lunette auto-collimatrice.</p> <p>Utiliser des vis micrométriques et un réticule pour tirer parti de la précision affichée de l'appareil utilisé.</p> <p>Étudier un spectre à l'aide d'un spectromètre à fibre optique.</p> <p>Mesurer une longueur d'onde optique à l'aide d'un goniomètre à réseau.</p> <p>Mesurer une longueur d'onde acoustique à l'aide d'un support gradué et d'un oscilloscope bicourbe.</p> <p>Sélectionner et utiliser le matériel adapté à la précision requise.</p> <p>Préparer une solution aqueuse de concentration donnée à partir d'un solide ou d'une solution de concentration molaire connue.</p>
<p><b>2. Mesures de temps et de fréquences</b></p> <p>Fréquence ou période : mesure directe au fréquencemètre numérique, à l'oscilloscope ou <i>via</i> une carte d'acquisition.</p> <p>Analyse spectrale.</p> <p>Décalage temporel/Déphasage à l'aide d'un oscilloscope numérique.</p>	<p>Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition.</p> <p>Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.</p> <p>Reconnaître une avance ou un retard.</p> <p>Passer d'un décalage temporel à un déphasage et inversement.</p> <p>Repérer précisément le passage par un déphasage de 0 ou <math>\pi</math> en mode XY.</p>

<p><b>3. Électricité</b></p> <p>Mesurer une tension :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique.</li> </ul> <p>Mesurer un courant :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ampèremètre numérique ;</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée.</li> </ul> <p>Mesurer une résistance ou une impédance :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ohmmètre/capacimètre ;</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope ou au voltmètre sur un diviseur de tension.</li> </ul> <p>Caractériser un dipôle quelconque.</p> <p>Élaborer un signal électrique analogique périodique simple à l'aide d'un GBF.</p> <p>Agir sur un signal électrique à l'aide des fonctions simples suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- isolation, amplification, filtrage ;</li> <li>- sommation, intégration ;</li> </ul> <p>- numérisation.</p>	<p>Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- préciser la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage et ses limites (bande passante, résistance d'entrée) ;</li> <li>- définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête,...).</li> </ul> <p>Visualiser la caractéristique d'un capteur à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.</p> <p>Obtenir un signal de valeur moyenne, de forme, d'amplitude et de fréquence données.</p> <p>Gérer, dans un circuit électronique, les contraintes liées à la liaison entre les masses. Mettre en œuvre les fonctions de base de l'électronique réalisées par des blocs dont la structure ne fait pas l'objet d'une étude spécifique. Associer ces fonctions de base pour réaliser une fonction complexe en gérant les contraintes liées aux impédances d'entrée et/ou de sortie des blocs.</p> <p>Élaborer un protocole permettant de déterminer le nombre de bits d'une conversion A/N et N/A.</p>
<p><b>4. Optique</b></p> <p>Former une image.</p> <p>Créer ou repérer une direction de référence.</p> <p>Analyser une lumière.</p>	<p>Éclairer un objet de manière adaptée. Choisir une ou plusieurs lentilles en fonction des contraintes expérimentales, et choisir leur focale de façon raisonnée. Optimiser la qualité d'une image (alignement, limitation des aberrations...).</p> <p>Estimer l'ordre de grandeur d'une distance focale.</p> <p>Régler et mettre en œuvre une lunette auto-collimatrice et un collimateur.</p> <p>Obtenir et analyser quantitativement un spectre à l'aide d'un réseau.</p>
<p><b>5. Mécanique</b></p> <p>Mesurer une masse, un moment d'inertie.</p>	<p>Utiliser une balance de précision. Repérer la position d'un centre de masse et mesurer un moment d'inertie à partir d'une période</p>

Visualiser et décomposer un mouvement.	et de l'application de la loi d'Huygens fournie.
Mesurer une accélération.	Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie. Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.
Quantifier une action.	Mettre en œuvre un accéléromètre.
<b>6. Thermodynamique</b>	Utiliser un dynamomètre.
Mesurer une pression.	Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu.
Mesurer une température.	Mettre en œuvre un capteur de température : thermomètre, thermistance, ou capteur infrarouge.
Effectuer des bilans d'énergie.	Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.
<b>7. Mesures de pH, de conductance, d'absorbance</b>	
pH.	Utiliser les appareils de mesure (pH, conductance, tension, absorbance) en s'aidant d'une notice.
Conductance et conductivité.	Étalonner une chaîne de mesure si nécessaire.
Absorbance.	
<b>8. Analyses chimiques qualitatives et quantitatives</b>	
- <b>Caractérisation d'un composé</b> Tests de reconnaissance ; témoin.	Proposer à partir d'une banque de données et mettre en œuvre un test de reconnaissance pour identifier une espèce chimique présente (ou susceptible de l'être) dans un système.
- <b>Dosages par étalonnage</b> Conductimétrie. Spectrophotométrie.	Déterminer une concentration en exploitant la mesure de grandeurs physiques caractéristiques du composé ou en construisant et en utilisant une courbe d'étalonnage.
- <b>Dosages par titrage</b>	Pratiquer une démarche expérimentale pour déterminer une concentration ou une quantité de matière par spectrophotométrie UV-Visible.
Titrages directs, indirects. Équivalence. Titrages simples, successifs, simultanés.	Identifier et exploiter la réaction support du titrage (recenser les espèces présentes dans le milieu au cours du titrage, repérer l'équivalence, justifier qualitativement l'allure de la courbe ou le changement de couleur observé). Justifier le protocole d'un titrage à l'aide de données fournies ou à rechercher.

<p>Méthodes expérimentales de suivi d'un titrage : pH-métrie, potentiométrie à intensité nulle, indicateurs colorés de fin de titrage.</p> <p>Méthodes d'exploitation des courbes expérimentales.</p> <p><b>- Suivi cinétique de transformations chimiques</b></p> <p>Suivi en continu d'une grandeur physique. Rôle de la température.</p>	<p>Mettre en œuvre un protocole expérimental correspondant à un titrage direct ou indirect. Choisir et utiliser un indicateur coloré de fin de titrage. Exploiter une courbe de titrage pour déterminer la concentration d'une espèce dosée. Exploiter une courbe de titrage pour déterminer une valeur expérimentale d'une constante thermodynamique d'équilibre. Utiliser un logiciel de simulation pour déterminer des courbes de distribution et confronter la courbe de titrage simulée à la courbe expérimentale.</p> <p>Justifier la nécessité de faire un titrage indirect.</p> <p>Distinguer l'équivalence et le virage d'un indicateur coloré de fin de titrage.</p> <p>Mettre en œuvre une méthode de suivi temporel. Exploiter les résultats d'un suivi temporel de concentration pour déterminer les caractéristiques cinétiques d'une réaction. Proposer et mettre en œuvre des conditions expérimentales permettant la simplification de la loi de vitesse. Déterminer la valeur d'une énergie d'activation.</p>
---	---

## Prévention des risques au laboratoire

Les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité chimique, électrique et optique leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>1. Prévention des risques</b></p> <p><b>- chimique</b> Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Phrases H et P.</p> <p><b>- électrique</b></p> <p><b>- optique</b></p>	<p>Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques. Développer une attitude autonome dans la prévention des risques.</p> <p>Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation d'appareils électriques.</p> <p>Utiliser les sources laser de manière adaptée.</p>
<p><b>2. Impact environnemental</b> Traitement et rejet des espèces chimiques.</p>	<p>Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.</p>

## Utilisation de l'outil informatique

L'outil informatique sera utilisé :

- dans le domaine de la simulation : pour interpréter et anticiper des résultats ou des phénomènes, pour comparer des résultats obtenus expérimentalement à ceux fournis par un modèle et pour visualiser, notamment dans les domaines de la cristallographie, de la modélisation moléculaire, et plus généralement dans les situations exigeant une représentation tridimensionnelle.
- pour l'acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l'ordinateur.
- pour la saisie et le traitement de données à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel dédié.

## Formation disciplinaire

### A. Premier semestre

#### 1. Signaux Physiques

##### Présentation

Cette partie doit être traitée en totalité avant d'aborder les autres parties du programme. Elle porte sur l'étude des signaux physiques, et plus particulièrement sur celle des signaux sinusoïdaux, qui jouent un rôle central dans les systèmes linéaires. Cette première partie s'appuie sur un spectre large de concepts qui ont été abordés au lycée :

- en classe de seconde : signal périodique et spectre ;
- en classe de première scientifique : énergie électrique, loi d'Ohm, loi de Joule, lentilles minces, longueur d'onde dans le visible, spectres de sources lumineuses ;
- en classe de terminale scientifique : signaux numériques, ondes progressives, diffraction, interférences, effet Doppler, lois de Newton, énergie mécanique, oscillateur amorti.

La familiarité des étudiants avec la plupart des notions abordées dans cette partie doit faciliter la transition vers une physique plus quantitative qu'au lycée, ce qui nécessite une acquisition progressive d'outils nécessaires à la formalisation mathématique des lois de la physique. Les thèmes abordés dans cette partie ont été retenus pour leur caractère motivant ou formateur. Il convient d'introduire progressivement le formalisme en soulignant la richesse des conclusions auxquelles il permet d'accéder. Dans toute cette partie, on ne s'intéresse qu'à des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace.

L'enseignement de cette partie doit faire très largement appel à la démarche expérimentale, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou de travaux pratiques. Il convient à cet égard d'être conscient que la pratique des circuits électriques ne figure que très peu dans les programmes du lycée.

##### Objectifs généraux de formation

Cette première partie de programme « Signaux physiques » s'inscrit dans la continuité du programme de Terminale S, tout en amorçant une nécessaire transition vers une formalisation plus approfondie des lois de la physique. À travers les contenus et les capacités exigibles sont développées des compétences qui seront par la suite valorisées, parmi lesquelles :

- comprendre le rôle joué par une équation différentielle dans l'étude de l'évolution temporelle d'un système physique ;

- comprendre la représentation des solutions dans un portrait de phase ;
- relier linéarité et superposition ;
- interpréter physiquement et savoir reconnaître la forme analytique d'un signal qui se propage ;
- relier conditions aux limites et quantification, conditions aux limites et décomposition en ondes stationnaires ;
- dégager les similitudes de comportement entre systèmes analogues par une mise en équation pertinente utilisant variables réduites et paramètres caractéristiques adimensionnés ;
- réaliser des constructions graphiques claires et précises pour appuyer un raisonnement ou un calcul.

À l'issue de cette première partie de programme, ces compétences ne sauraient être complètement acquises ; il convient donc de les travailler chaque fois que l'occasion s'en présente dans la suite de la formation.

Le **bloc 1** s'articule autour d'un système simple connu, l'oscillateur harmonique non amorti en mécanique. Ce système permet d'introduire le concept fondamental d'équation différentielle modèle de l'évolution temporelle, dans un contexte où la mise en équations ne pose pas de difficulté majeure, et d'introduire un vocabulaire précis qui sera réinvesti par la suite.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Oscillateur harmonique</b>	
Mouvement horizontal sans frottement d'une masse accrochée à un ressort linéaire sans masse. Position d'équilibre.	<p>Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique. La résoudre compte tenu des conditions initiales.</p> <p>Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.</p> <p>Contrôler la cohérence de la solution obtenue avec la conservation de l'énergie mécanique, l'expression de l'énergie potentielle élastique étant ici affirmée.</p>

Le **bloc 2** est consacré à la propagation du signal. Il est ici indispensable de s'appuyer sur l'approche expérimentale ou sur des logiciels de simulation pour permettre aux étudiants de faire le lien entre l'observation de signaux qui se propagent et la traduction mathématique de cette propagation, sans qu'aucune référence ne soit faite ici à une équation d'ondes. L'étude de la somme de deux signaux sinusoïdaux de même fréquence et du phénomène d'interférences associé permet de mettre en évidence le rôle essentiel joué par le déphasage entre les deux signaux dans le signal résultant. Les ondes stationnaires permettent d'illustrer le rôle des conditions aux limites dans l'apparition de modes propres et de préparer à la quantification de l'énergie en mécanique quantique. La diffraction est abordée de manière purement descriptive et expérimentale, et est envisagée comme une propriété universelle des ondes ; l'objectif est ici d'introduire l'approximation de l'optique géométrique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Propagation d'un signal</b>	
Exemples de signaux, spectre.	<p>Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.</p> <p><b>Réaliser l'analyse spectrale d'un signal ou sa synthèse.</b></p> <p>Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.</p>
Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive. Célérité, retard temporel.	<p>Écrire les signaux sous la forme <math>f(x-ct)</math> ou <math>g(x+ct)</math>.  Écrire les signaux sous la forme <math>f(t-x/c)</math> ou <math>g(t+x/c)</math>.  Prévoir dans le cas d'une onde progressive pure l'évolution temporelle à position fixée, et prévoir la forme à différents instants.</p>
Onde progressive sinusoïdale : déphasage, double périodicité spatiale et temporelle.	<p>Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.</p> <p><b>Mesurer la célérité, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.</b></p>
Interférences entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence.	<p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour visualiser le phénomène d'interférences de deux ondes.</b></p> <p>Utiliser la représentation de Fresnel pour déterminer l'amplitude de l'onde résultante en un point en fonction du déphasage.</p> <p>Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives.</p>
Ondes stationnaires mécaniques.	<p><b>Décrire une onde stationnaire observée par stroboscopie sur la corde de Melde.</b></p> <p>Caractériser une onde stationnaire par l'existence de nœuds et de ventres.</p> <p>Exprimer les fréquences des modes propres connaissant la célérité et la longueur de la corde.</p> <p>Savoir qu'une vibration quelconque d'une corde accrochée entre deux extrémités fixes se décompose en modes propres.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant d'analyser le spectre du signal acoustique produit par une corde vibrante.</b></p>
<b>Diffraction à l'infini.</b>	<p>Utiliser la relation <math>\sin\theta \approx \lambda/d</math> entre l'échelle angulaire du phénomène de diffraction et la taille caractéristique de l'ouverture.</p>



**Choisir les conditions expérimentales permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction en optique ou en mécanique.**

Le **bloc 3** porte sur l'optique géométrique. Il ne doit pas être enseigné ou évalué pour lui-même, mais doit servir de point d'appui à des approches expérimentales en première année et à l'étude de l'optique physique en deuxième année.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Optique géométrique</b>	
Sources lumineuses. Modèle de la source ponctuelle monochromatique.	Caractériser une source lumineuse par son spectre.
Indice d'un milieu transparent.	Relier la longueur d'onde dans le vide et la longueur d'onde dans le milieu. Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.
Approximation de l'optique géométrique et notion de rayon lumineux.	Définir le modèle de l'optique géométrique et indiquer ses limites.
Réflexion - Réfraction. Lois de Descartes.	Établir la condition de réflexion totale.
Miroir plan.	Construire l'image d'un objet, identifier sa nature réelle ou virtuelle.
<b>Conditions de Gauss.</b>	Énoncer les conditions permettant un stigmatisme approché et les relier aux caractéristiques d'un détecteur.
<b>Lentilles minces.</b>	<p>Connaître les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.</p> <p>Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux.</p> <p>Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal fournies (Descartes, Newton). Choisir de façon pertinente dans un contexte donné la formulation (Descartes ou Newton) la plus adaptée.</p> <p>Établir et connaître la condition <math>D \geq 4f'</math> pour former l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.</p> <p><b>Modéliser expérimentalement à l'aide de plusieurs lentilles un dispositif optique d'utilisation courante.</b></p> <p><b>Approche documentaire :</b> en comparant des images produites par un appareil photographique numérique, discuter l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image.</p>

L'œil.	Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe.  Connaître les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.
--------	--

L'introduction au monde quantique fait l'objet du **bloc 4**. Elle s'inscrit dans la continuité du programme de la classe de Terminale scientifique. Elle est restreinte, comme dans toute cette partie « Signaux physiques » à l'étude de systèmes unidimensionnels. La réflexion sur les thèmes abordés ici doit avant tout être qualitative ; toute dérive calculatoire devra être soigneusement évitée. Les concepts essentiels abordés sont la dualité onde-corpuscule et l'interprétation probabiliste de la fonction d'onde.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Introduction au monde quantique</b>	
Dualité onde-particule pour la lumière et la matière. Relations de Planck-Einstein et de Louis de Broglie.	Évaluer des ordres de grandeurs typiques intervenant dans des phénomènes quantiques.  <b>Approche documentaire :</b> décrire un exemple d'expérience mettant en évidence la nécessité de la notion de photon.  <b>Approche documentaire :</b> décrire un exemple d'expérience illustrant la notion d'ondes de matière.
Interprétation probabiliste associée à la fonction d'onde : approche qualitative.	Interpréter une expérience d'interférences (matière ou lumière) « particule par particule » en termes probabilistes.
Quantification de l'énergie d'une particule libre confinée 1D.	Obtenir les niveaux d'énergie par analogie avec les modes propres d'une corde vibrante.  Établir le lien qualitatif entre confinement spatial et quantification.

Le **bloc 5** pose les bases nécessaires à l'étude des circuits dans l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS). Si le programme se concentre sur l'étude des dipôles R, L et C, lors des travaux pratiques il est possible de faire appel à des composants intégrés ou non linéaires (amplificateurs opérationnels, filtres à capacité commutée, échantillonneur-bloqueur, diodes, photorésistances, etc.) dès lors qu'aucune connaissance préalable n'est nécessaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Circuits électriques dans l'ARQS</b>	
Charge électrique, intensité du courant. Potentiel, référence de potentiel, tension. Puissance.	Savoir que la charge électrique est quantifiée.  Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge.  Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence. Relier la loi des nœuds au postulat de la conservation de la charge.  Utiliser la loi des mailles.  Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les

	conventions récepteur et générateur. Citer les ordres de grandeur des intensités et des tensions dans différents domaines d'application.
Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire.	Utiliser les relations entre l'intensité et la tension.  Citer les ordres de grandeurs des composants R, L, C.  Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance.  Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine.  Modéliser une source non idéale en utilisant la représentation de Thévenin.
Association de deux résistances.	Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente.  Établir et exploiter les relations de diviseurs de tension ou de courant.
Résistance de sortie, résistance d'entrée.	<b>Étudier l'influence de ces résistances sur le signal délivré par un GBF, sur la mesure effectuée par un oscilloscope ou un multimètre.</b>  Évaluer les grandeurs à l'aide d'une notice ou d'un appareil afin d'appréhender les conséquences de leurs valeurs sur le fonctionnement d'un circuit.
Caractéristique d'un dipôle. Point de fonctionnement.	<b>Étudier la caractéristique d'un dipôle pouvant être éventuellement non-linéaire et mettre en œuvre un capteur dans un dispositif expérimental.</b>

Les **blocs 6, 7 et 8** abordent l'étude des circuits linéaires du premier et du second ordre en régime libre puis forcé, et une introduction au filtrage linéaire. Il s'agit avant tout de comprendre les principes des outils utilisés, et leur exploitation pour étudier le comportement d'un signal traversant un système linéaire. Ainsi l'évaluation ne peut-elle porter sur le tracé d'un diagramme de Bode à partir d'une fonction de transfert, ou sur la connaissance *a priori* de catalogues de filtres. Cependant, le professeur pourra, s'il le souhaite, détailler sur l'exemple simple du filtre du premier ordre le passage de la fonction de transfert au diagramme de Bode. L'objectif est bien plutôt ici de comprendre, sur l'exemple d'un signal d'entrée à deux composantes spectrales, le rôle central de la linéarité des systèmes pour interpréter le signal de sortie. L'étude de régimes libres à partir de portraits de phase est une première introduction à l'utilisation de tels outils qui seront enrichis dans le cours de mécanique pour aborder la physique non linéaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>6. Circuit linéaire du premier ordre</b>	
Régime libre, réponse à un échelon.	<b>Réaliser pour un circuit l'acquisition d'un régime transitoire du premier ordre et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux expressions théoriques.</b>  Distinguer, sur un relevé expérimental, régime

	<p>transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon.</p> <p>Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine.</p> <p>Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.</p> <p>Prévoir l'évolution du système, avant toute résolution de l'équation différentielle, à partir d'une analyse s'appuyant sur une représentation graphique de la dérivée temporelle de la grandeur en fonction de cette grandeur.</p> <p>Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon. Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.</p>
Stockage et dissipation d'énergie.	Réaliser des bilans énergétiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>7. Oscillateurs amortis</b>	
Circuit RLC série et oscillateur mécanique amorti par frottement visqueux.	<p><b>Mettre en évidence la similitude des comportements des oscillateurs mécanique et électronique.</b></p> <p><b>Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.</b></p> <p>Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système en utilisant un portrait de phase fourni.</p> <p>Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.</p> <p>Connaître la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité.</p> <p>Déterminer la réponse détaillée dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon en recherchant les racines du polynôme caractéristique.</p>

	Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire, selon la valeur du facteur de qualité.
Régime sinusoïdal forcé, impédances complexes.	Établir et connaître l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine en régime harmonique.
Association de deux impédances.	Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
Oscillateur électrique ou mécanique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	<p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental autour du phénomène de résonance.</b></p> <p>Utiliser la construction de Fresnel et la méthode des complexes pour étudier le régime forcé en intensité ou en vitesse.</p> <p>Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase dans le cas de la résonance en intensité ou en vitesse.</p> <p>À l'aide d'un outil de résolution numérique, mettre en évidence le rôle du facteur de qualité pour l'étude de la résonance en élongation.</p> <p>Relier l'acuité d'une résonance forte au facteur de qualité.</p>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>8. Filtrage linéaire</b>	
Signaux périodiques.	<p>Savoir que l'on peut décomposer un signal périodique en une somme de fonctions sinusoïdales.</p> <p>Établir par le calcul la valeur efficace d'un signal sinusoïdal.</p>
Fonction de transfert harmonique. Diagramme de Bode.	<p>Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 et ses représentations graphiques pour conduire l'étude de la réponse d'un système linéaire à un signal à une ou deux composantes spectrales.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'utilité des fonctions de transfert pour un système linéaire à un ou plusieurs étages.</b></p> <p>Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode d'après l'expression de la fonction de transfert.</p>
Modèles simples de filtres passifs : passe-bas et passe-haut d'ordre 1, passe-bas et passe-bande d'ordre 2.	<p>Expliciter les conditions d'utilisation d'un filtre afin de l'utiliser comme moyennneur, intégrateur, ou dérivateur.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> expliquer la nature du filtrage introduit par un dispositif mécanique (sismomètre, amortisseur, accéléromètre...).</p>

## 2. Mécanique 1

### Présentation

Le programme de mécanique de MPSI s'inscrit dans le prolongement du programme de Terminale S où la loi fondamentale de la dynamique a été exprimée en termes de quantité de mouvement, puis utilisée pour l'étude du mouvement du point matériel. L'objectif majeur du programme de MPSI est la maîtrise opérationnelle des lois fondamentales (principe d'inertie, loi de la quantité de mouvement, principe des actions réciproques, loi du moment cinétique, loi de l'énergie cinétique). S'agissant du caractère postulé ou démontré, le professeur est libre de présenter tout ou partie de ces lois comme des postulats ou comme des conséquences de postulats en nombre plus restreint. En conséquence, aucune question ne peut être posée à ce sujet. Pour illustrer ces lois fondamentales, il ne s'agit pas de se restreindre à la dynamique du point matériel. Des exemples de dynamique du solide seront introduits (translation et rotation autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen), avec toutefois des limitations strictes : l'étude générale d'un mouvement composé d'une translation dans un référentiel galiléen et d'une rotation autour d'un axe fixe dans le référentiel barycentrique ne figure pas au programme.

En première année on se limite à l'étude de la dynamique dans un référentiel galiléen : l'introduction des forces d'inertie est prévue en deuxième année.

### Objectifs généraux de formation

Après la partie « Signaux physiques » du programme, qui implique uniquement des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace, la partie « mécanique » constitue une entrée concrète vers la manipulation de grandeurs vectorielles associées à plusieurs variables d'espace : il convient d'accorder toute son importance à la marche à franchir pour les étudiants. Par ailleurs, la mécanique doit contribuer à développer plus particulièrement des compétences générales suivantes :

- faire preuve de rigueur : définir un système, procéder à un bilan complet des forces appliquées ;
- faire preuve d'autonomie : choisir un référentiel, choisir un système de repérage, identifier les inconnues, choisir une méthode de mise en équations lorsque plusieurs méthodes sont possibles ;
- modéliser une situation : choisir un niveau de modélisation adapté ; prendre conscience des limites d'un modèle ; comprendre l'intérêt de modèles de complexité croissante (prise en compte des frottements, des effets non-linéaires) ;
- utiliser divers outils (discussions graphiques, résolution analytique, résolution numérique) pour discuter les solutions de la ou des équations différentielles modélisant l'évolution temporelle d'un système ;
- identifier et utiliser des grandeurs conservatives ;
- rechercher les paramètres significatifs d'un problème ;
- mener un raisonnement qualitatif ou semi-quantitatif rigoureux ;
- faire apparaître et exploiter des analogies : circuit RLC en électrocinétique, pendule simple aux « petits » angles et système masse-ressort ;
- schématiser une situation et en étayer l'analyse à l'aide d'un schéma pertinent (bilan des forces par exemple) ;
- prendre conscience des limites d'une théorie (limites relativistes par exemple) ;

- confronter les résultats d'une étude à ce qu'on attendait intuitivement ou à des observations.

Pour que l'ensemble de ces compétences soit pleinement développé, il est indispensable de ne pas proposer aux étudiants exclusivement des situations modélisées à l'extrême (masse accrochée à un ressort...) et de ne pas se limiter à des situations débouchant sur la résolution analytique d'une équation différentielle. L'étude approfondie d'un nombre limité de dispositifs réels doit être préférée à l'accumulation d'exercices standardisés.

Le **bloc 1** est une approche de la cinématique du point, les exemples étant limités aux mouvements plans, et de la cinématique du solide, limitée aux cas de la translation et de la rotation autour d'un axe fixe. Il convient de construire les outils sans formalisme excessif, en motivant l'étude par des exemples réels, tirés par exemple d'expériences de cours ou d'enregistrements vidéo. Ainsi, l'introduction du repérage en coordonnées cartésiennes s'appuie sur l'étude du mouvement à accélération constante et l'introduction du repérage en coordonnées polaires s'appuie sur l'étude du mouvement circulaire. Si la compréhension du rôle de l'accélération normale dans un mouvement curviligne plan quelconque est une compétence attendue, tout calcul à ce sujet est hors de portée des élèves qui ne connaissent pas la géométrie différentielle (rayon de courbure, trièdre de Frenet). Pour le solide en rotation autour d'un axe fixe, il s'agit simplement de définir le mouvement en remarquant que tout point du solide décrit un cercle autour de l'axe avec une même vitesse angulaire  $\omega$  et d'explicitier la vitesse de chaque point en fonction de  $\omega$  et de la distance à l'axe de rotation ; la connaissance du vecteur-rotation n'est pas exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1.1. Description et paramétrage du mouvement d'un point</b>	
Espace et temps classiques. Référentiel d'observation. Caractère relatif du mouvement. Description d'un mouvement. Vecteur-position, vecteur-vitesse, vecteur-accélération.	<b>Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.</b>
Systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.	Établir les expressions des composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques.  Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées, construire le trièdre local associé et en déduire les composantes du vecteur-vitesse en coordonnées cartésiennes et cylindriques.  Choisir un système de coordonnées adapté au problème posé.
Exemple 1 : mouvement de vecteur-accélération constant.	Exprimer la vitesse et la position en fonction du temps. Obtenir la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Exemple 2 : mouvement circulaire uniforme et non uniforme.	Exprimer les composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération en coordonnées polaires planes.  Identifier les liens entre les composantes du vecteur-accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur-vitesse et sa variation temporelle. Situer qualitativement la direction du vecteur-accélération dans la concavité d'une trajectoire plane.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1.2 Description du mouvement d'un solide dans deux cas particuliers</b>	
Définition d'un solide.	Différencier un solide d'un système déformable.
Translation.	Reconnaître et décrire une translation rectiligne, une translation circulaire.
Rotation autour d'un axe fixe.	Décrire la trajectoire d'un point quelconque du solide et exprimer sa vitesse en fonction de sa distance à l'axe et de la vitesse angulaire.

Le **bloc 2** introduit les bases de la dynamique newtonienne. Il est essentiel de ne pas se limiter à l'étude de situations simplifiées à l'excès afin de parvenir à une solution analytique. Au contraire il convient d'habituer les étudiants à utiliser les outils de calcul numérique (calculatrices graphiques, logiciels de calcul numérique...) qui permettent de traiter des situations réelles dans toute leur richesse (rôle des frottements, effets non linéaires...). Le programme insiste sur le portrait de phase considéré comme un regard complémentaire sur les équations différentielles. Les portraits de phase ne doivent pas donner lieu à des débordements calculatoires : leur construction explicite est donc limitée au cas des oscillations harmoniques au voisinage d'une position d'équilibre. En revanche les étudiants devront savoir interpréter un portrait de phase plus complexe qui leur serait fourni ou qu'ils auraient obtenu expérimentalement ou à l'aide d'un logiciel.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.1 Loi de la quantité de mouvement</b>	
Forces. Principe des actions réciproques.	Établir un bilan des forces sur un système, ou plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur une figure.  <b>Proposer un protocole expérimental permettant d'étudier une loi de force.</b>
Quantité de mouvement d'un point et d'un système de points. Lien avec la vitesse du centre d'inertie d'un système fermé.	Établir l'expression de la quantité de mouvement d'un système restreint au cas de deux points sous la forme $\vec{p} = m\vec{v}(G)$ .
Référentiel galiléen. Principe de l'inertie.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.
Loi de la quantité de mouvement dans un référentiel galiléen.	Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre d'inertie d'un système fermé.
Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme.	Mettre en équation le mouvement sans frottement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accelération constant.
Poussée d'Archimède.	Exploiter la loi d'Archimède.
Influence de la résistance de l'air.	<b>Approche numérique</b> : Prendre en compte la traînée pour modéliser une situation réelle.  <b>Approche numérique</b> : Exploiter une équation différentielle sans la résoudre analytiquement : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats fournis par un logiciel d'intégration numérique.
Pendule simple.	Établir l'équation du mouvement du pendule simple.



	<p>Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.</p> <p>Établir l'équation du portrait de phase (intégrale première) dans ce cadre et le tracer.</p>
--	--

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.2 Approche énergétique du mouvement d'un point matériel</b>	
Puissance et travail d'une force.	Reconnaître le caractère moteur ou résistant d'une force. Savoir que la puissance dépend du référentiel.
Loi de l'énergie cinétique et loi de la puissance cinétique dans un référentiel galiléen.	Utiliser la loi appropriée en fonction du contexte.
Énergie potentielle. Énergie mécanique.	Établir et connaître les expressions des énergies potentielles de pesanteur (champ uniforme), énergie potentielle gravitationnelle (champ créé par un astre ponctuel), énergie potentielle élastique, énergie électrostatique (champ uniforme et champ créé par une charge ponctuelle).
Mouvement conservatif.  Mouvement conservatif à une dimension.	<p>Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaître les cas de conservation de l'énergie mécanique. Utiliser les conditions initiales.</p> <p>Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle.</p> <p>Expliquer qualitativement le lien entre le profil d'énergie potentielle et le portrait de phase.</p>
Positions d'équilibre. Stabilité.	Déduire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre, et la nature stable ou instable de ces positions.
Petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre stable, approximation locale par un puits de potentiel harmonique.	<p>Identifier cette situation au modèle de l'oscillateur harmonique.</p> <p><b>Approche numérique</b> : utiliser les résultats fournis par une méthode numérique pour mettre en évidence des effets non linéaires.</p>
Barrière de potentiel.	Évaluer l'énergie minimale nécessaire pour franchir la barrière.

Le **bloc 3**, centré sur l'étude des mouvements de particules chargées, se prête à une ouverture vers la dynamique relativiste, qui ne doit en aucun cas être prétexte à des débordements, en particulier sous forme de dérives calculatoires ; la seule compétence attendue est l'exploitation des expressions fournies de l'énergie et de la quantité de mouvement d'une particule relativiste pour analyser des documents scientifiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Mouvement de particules chargées dans des champs électrique et magnétique, uniformes et stationnaires</b>	

Force de Lorentz exercée sur une charge ponctuelle ; champs électrique et magnétique.	Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles.
Puissance de la force de Lorentz.	Savoir qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme.	Mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.  Effectuer un bilan énergétique pour calculer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.  Citer une application.
Mouvement circulaire d'une particule chargée dans un champ magnétostatique uniforme dans le cas où le vecteur-vitesse initial est perpendiculaire au champ magnétique.	Déterminer le rayon de la trajectoire sans calcul en admettant que celle-ci est circulaire.  <b>Approche documentaire</b> : analyser des documents scientifiques montrant les limites relativistes en s'appuyant sur les expressions fournies $E_c = (\gamma-1)mc^2$ et $p = \gamma mv$ .  Citer une application.

### 3. Transformation de la matière

La chimie est une science de la nature, science de la matière et de sa transformation.

Les différents états de la matière et les différents types de transformation de la matière ont déjà été en partie étudiés dans le parcours antérieur de l'élève, au collège et au lycée. Il s'agit de réactiver et de compléter ces connaissances déjà acquises, afin d'amener les élèves à les mobiliser de manière autonome pour décrire, au niveau macroscopique, un système physico-chimique et son évolution. Dans ce cadre, l'étude quantitative de l'état final d'un système en transformation chimique est réalisée à partir d'une seule réaction chimique symbolisée par une équation de réaction à laquelle est associée une constante thermodynamique d'équilibre. L'objectif visé est la prévision du sens d'évolution de systèmes homogènes ou hétérogènes et la détermination de leur composition dans l'état final ; on s'appuiera sur des exemples variés de transformations chimiques rencontrées dans la vie courante, au laboratoire, dans le monde du vivant ou en milieu industriel. Les compétences relatives à cette partie du programme seront ensuite mobilisées régulièrement au cours de l'année, plus particulièrement au second semestre lors des transformations en solution aqueuse, et en seconde année, notamment dans le cadre de la partie thermodynamique chimique. Dans un souci de continuité de formation, les acquis du lycée concernant les réactions acido-basiques et d'oxydo-réduction, la conductimétrie, la pH-métrie et les spectroscopies sont réinvestis lors des démarches expérimentales.

L'importance du facteur temporel dans la description de l'évolution d'un système chimique apparaît dans l'observation du monde qui nous entoure et a déjà fait l'objet d'une première approche expérimentale en classe de Terminale, permettant de dégager les différents facteurs cinétiques que sont les concentrations, la présence ou non d'un catalyseur et la température. La prise de conscience de la nécessité de modéliser cette évolution temporelle des systèmes chimiques est naturelle. Si la réaction chimique admet un ordre, le suivi temporel de la transformation chimique doit permettre l'établissement de sa loi de vitesse. Cette détermination fait appel à la méthode différentielle voire à la méthode intégrale, pour l'exploitation de mesures expérimentales d'absorbance ou de conductivité du milieu réactionnel par exemple, dans le cadre d'un réacteur fermé parfaitement agité. Les équations différentielles étant

abordées pour la première fois en MPSI, il est recommandé de travailler en étroite collaboration avec le professeur de mathématiques et d'avoir en chimie des exigences progressives dans la maîtrise de cet outil.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Faire preuve de rigueur dans la description d'un système physico-chimique ;
- Distinguer modélisation d'une transformation (écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- Exploiter les outils de description des systèmes chimiques pour modéliser leur évolution temporelle ;
- Proposer des approximations simplifiant l'exploitation quantitative de données expérimentales et en vérifier la pertinence ;
- Confronter un modèle mathématique avec des mesures expérimentales.

## 1. Description d'un système et évolution vers un état final

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>États physiques et transformations de la matière</b>	
États de la matière : gaz, liquide, solide cristallin, solide amorphe et solide semi-cristallin, variétés allotropiques Notion de phase.  Transformations physique, chimique, nucléaire.  Les transformations physiques: diagramme d'état ( $P$ , $T$ ).	Reconnaître la nature d'une transformation.  Déterminer l'état physique d'une espèce chimique pour des conditions expérimentales données de $P$ et $T$ .
<b>Système physico-chimique</b>	
Constituants physico-chimiques.  Corps purs et mélanges : concentration molaire, fraction molaire, pression partielle. Composition d'un système physico-chimique.	Recenser les constituants physico-chimiques présents dans un système.  Décrire la composition d'un système à l'aide des grandeurs physiques pertinentes.
<b>Transformation chimique</b>	
Modélisation d'une transformation par une ou plusieurs réactions chimiques.  Équation de réaction ; constante thermodynamique d'équilibre.  Évolution d'un système lors d'une transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique : avancement, activité, quotient réactionnel, critère d'évolution.	Écrire l'équation de la réaction qui modélise une transformation chimique donnée.  <b>Déterminer une constante d'équilibre.</b>  Décrire qualitativement et quantitativement un système chimique dans l'état initial ou dans un état d'avancement quelconque.

Composition chimique du système dans l'état final : état d'équilibre chimique, transformation totale.	Exprimer l'activité d'une espèce chimique pure ou dans un mélange dans le cas de solutions aqueuses très diluées ou de mélanges de gaz parfaits avec référence à l'état standard. Exprimer le quotient réactionnel. Prévoir le sens de l'évolution spontanée d'un système chimique. Identifier un état d'équilibre chimique. Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.
---	--

## 2. Évolution temporelle d'un système chimique et mécanismes réactionnels

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>En réacteur fermé de composition uniforme</b></p> <p>Vitesses de disparition d'un réactif et de formation d'un produit. Vitesse de réaction pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique. Lois de vitesse : réactions sans ordre, réactions avec ordre simple (0, 1, 2), ordre global, ordre apparent.</p> <p>Temps de demi-réaction. Temps de demi-vie d'un nucléide radioactif.</p> <p>Loi empirique d'Arrhenius ; énergie d'activation.</p>	<p><b>Déterminer l'influence d'un paramètre sur la vitesse d'une réaction chimique.</b> Relier la vitesse de réaction à la vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit, quand cela est possible.</p> <p><b>Établir une loi de vitesse à partir du suivi temporel d'une grandeur physique.</b> Exprimer la loi de vitesse si la réaction chimique admet un ordre et déterminer la valeur de la constante cinétique à une température donnée. Déterminer la vitesse de réaction à différentes dates en utilisant une méthode numérique ou graphique. Déterminer un ordre de réaction à l'aide de la méthode différentielle ou à l'aide des temps de demi-réaction. Confirmer la valeur d'un ordre par la méthode intégrale, en se limitant strictement à une décomposition d'ordre 0, 1 ou 2 d'un unique réactif, ou se ramenant à un tel cas par dégénérescence de l'ordre ou conditions initiales stœchiométriques.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> à partir de documents autour des radionucléides, aborder par exemple les problématiques liées à leur utilisation, leur stockage ou leur retraitement.</p> <p><b>Déterminer l'énergie d'activation d'une réaction chimique.</b> Déterminer la valeur de l'énergie d'activation d'une réaction chimique à partir de valeurs de la constante cinétique à différentes températures.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> à partir de documents, découvrir la notion de mécanismes réactionnels</p>

## 4. Architecture de la matière

Décrivant la matière au niveau macroscopique par des espèces chimiques aux propriétés physiques et chimiques caractéristiques, le chimiste la modélise au niveau microscopique par des entités chimiques dont la structure électronique permet de rendre compte et de prévoir diverses propriétés.

L'étude proposée dans cette partie du programme est centrée sur la classification périodique des éléments, outil essentiel du chimiste, dans l'objectif de développer les compétences relatives à son utilisation : extraction des informations qu'elle contient, prévision de la réactivité des corps simples, prévision de la nature des liaisons chimiques dans les corps composés, etc. En première année, on se limite aux principales caractéristiques de la liaison chimique, à l'exclusion de modèles plus élaborés comme la théorie des orbitales moléculaires.

Depuis le collège et tout au long du lycée, les élèves ont construit successivement différents modèles pour décrire la constitution des atomes, des ions et des molécules. L'objectif de cette partie est de continuer à affiner les modèles de description des diverses entités chimiques isolées pour rendre compte des propriétés au niveau microscopique (longueur de liaison, polarité...) ou macroscopique (solubilité, température de changement d'état...). Les connaissances déjà acquises sont réactivées et complétées :

- Le modèle de Lewis, vu en terminale, est réinvesti.
- L'électronégativité, introduite en classe de première, est abordée en s'appuyant sur une approche expérimentale : réactions d'oxydo-réduction, propriétés de corps composés en lien avec la nature de la liaison chimique. Elle est prolongée par la présentation de l'existence d'échelles numériques, notamment celle de Pauling, mais la connaissance de leurs définitions n'est pas exigible ;
- La polarité des molécules a été abordée et utilisée dès la classe de première S, mais pas l'aspect vectoriel du moment dipolaire, qui est souligné ici. Aucune compétence sur l'addition de vecteurs non coplanaires n'est exigible ;
- La description des forces intermoléculaires est complétée pour développer les capacités d'interprétation ou de prévision de certaines propriétés physiques ou chimiques (température de changement d'état, miscibilité, solubilité) prenant en considération l'existence de telles forces.
- À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :
  - Utiliser la classification périodique des éléments pour déterminer, justifier ou comparer des propriétés (oxydo-réduction, solubilité, aptitude à la complexation, polarité, polarisabilité...);
  - Pratiquer un raisonnement qualitatif rigoureux ;
  - S'approprier les outils de description des entités chimiques (liaison covalente, notion de nuage électronique...) et leur complémentarité dans la description des interactions intermoléculaires ;
  - Appréhender la notion de solvant, au niveau microscopique à travers les interactions intermoléculaires et au niveau macroscopique par leur utilisation au laboratoire, dans industrie et dans la vie courante.

### 1. Classification périodique des éléments et électronégativité

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Atomes et éléments</b>	
Isotopes, abondance isotopique, stabilité. Ordres de grandeur de la taille d'un atome, des masses et des charges de l'électron et du noyau.	Utiliser un vocabulaire précis : élément, atome, corps simple, espèce chimique, entité chimique.
Nombres quantiques $n$ , $l$ , $m_l$ et $m_s$ .	Déterminer la longueur d'onde d'une radiation émise ou absorbée à partir de la valeur de la transition énergétique mise en jeu, et inversement.

Configuration électronique d'un atome et d'un ion monoatomique. Électrons de cœur et de valence.	Établir un diagramme qualitatif des niveaux d'énergie électroniques d'un atome donné. Établir la configuration électronique d'un atome dans son état fondamental (la connaissance des exceptions à la règle de Klechkowski n'est pas exigible). Déterminer le nombre d'électrons non appariés d'un atome dans son état fondamental. Prévoir la formule des ions monoatomiques d'un élément.
<b>Classification périodique des éléments</b>	
Architecture et lecture du tableau périodique.  Électronégativité.	Relier la position d'un élément dans le tableau périodique à la configuration électronique et au nombre d'électrons de valence de l'atome correspondant. Positionner dans le tableau périodique et reconnaître les métaux et non métaux. Situer dans le tableau les familles suivantes : métaux alcalins, halogènes et gaz nobles. Citer les éléments des périodes 1 à 2 de la classification et de la colonne des halogènes (nom, symbole, numéro atomique).  <b>Mettre en œuvre des expériences illustrant le caractère oxydant ou réducteur de certains corps simples.</b> <b>Élaborer ou mettre en œuvre un protocole permettant de montrer qualitativement l'évolution du caractère oxydant dans une colonne.</b> Relier le caractère oxydant ou réducteur d'un corps simple à l'électronégativité de l'élément. Comparer l'électronégativité de deux éléments selon leur position dans le tableau périodique.

## 2. Molécules et solvants

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Description des entités chimiques moléculaires</b>	
Schéma de Lewis d'une molécule ou d'un ion polyatomique. Liaison covalente localisée. Ordres de grandeur de la longueur et de l'énergie d'une liaison covalente.  Liaison polarisée. Molécule polaire. Moment dipolaire.	Établir un schéma de Lewis pour une entité donnée  Relier la structure géométrique d'une molécule à l'existence ou non d'un moment dipolaire permanent. Déterminer direction et sens du vecteur moment dipolaire d'une molécule ou d'une liaison.
<b>Forces intermoléculaires</b>	
Interactions de van der Waals.	Lier qualitativement la valeur plus ou moins grande

Liaison hydrogène. Ordres de grandeur énergétiques.	des forces intermoléculaires à la polarité et la polarisabilité des molécules. Prévoir ou interpréter les propriétés physiques de corps purs par l'existence d'interactions de van der Waals ou de liaisons hydrogène intermoléculaires.
<b>Les solvants moléculaires</b>	
Grandeurs caractéristiques : moment dipolaire, permittivité relative. Solvants protogènes (protiques). Mise en solution d'une espèce chimique moléculaire ou ionique.	Interpréter la miscibilité ou la non-miscibilité de deux solvants. <b>Justifier ou proposer le choix d'un solvant adapté à la dissolution d'une espèce donnée, à la réalisation d'une extraction et aux principes de la Chimie Verte.</b>

## B. Deuxième semestre

### 5. Mécanique 2

Dans le **bloc 4**, l'étude du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe gardant une direction fixe dans un référentiel galiléen mais pour lequel l'axe de rotation ne serait pas fixe est exclue.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4.1 Loi du moment cinétique</b>	
Moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point et par rapport à un axe orienté.	Relier la direction et le sens du vecteur moment cinétique aux caractéristiques du mouvement.
Moment cinétique scalaire d'un solide en rotation autour d'un axe fixe orienté ; moment d'inertie.	Maîtriser le caractère algébrique du moment cinétique scalaire.  Exploiter la relation pour le solide entre le moment cinétique scalaire, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie fourni.  Relier qualitativement le moment d'inertie à la répartition des masses.
Moment d'une force par rapport à un point ou un axe orienté.  Couple.  Liaison pivot.	Calculer le moment d'une force par rapport à un axe orienté en utilisant le bras de levier.  Définir un couple.  Définir une liaison pivot et justifier le moment qu'elle peut produire.
Loi du moment cinétique en un point fixe dans un référentiel galiléen.	Reconnaître les cas de conservation du moment cinétique.
Loi scalaire du moment cinétique appliquée au solide en rotation autour d'un axe fixe orienté dans un référentiel galiléen.	
Pendule pesant.	Établir l'équation du mouvement.  Expliquer l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique.  Établir une intégrale première du mouvement.

	<p>Lire et interpréter le portrait de phase : bifurcation entre un mouvement pendulaire et un mouvement révolitif.</p> <p><b>Approche numérique :</b> Utiliser les résultats fournis par un logiciel de résolution numérique ou des simulations pour mettre en évidence le non isochronisme des oscillations.</p> <p><b>Réaliser l'acquisition expérimentale du portrait de phase d'un pendule pesant. Mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.</b></p>
--	--

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4.2 Approche énergétique du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe orienté, dans un référentiel galiléen</b>	
Énergie cinétique d'un solide en rotation.	Utiliser la relation $E_c = \frac{1}{2} J_A \omega^2$ , l'expression de $J_A$ étant fournie.
Loi de l'énergie cinétique pour un solide.	Établir l'équivalence dans ce cas entre la loi scalaire du moment cinétique et celle de l'énergie cinétique.

Le **bloc 5** est motivé par ses nombreuses applications. On se limite à discuter la nature de la trajectoire sur un graphe donnant l'énergie potentielle effective et on ne poursuit l'étude dans le cas d'un champ newtonien (lois de Kepler) que dans le cas d'une trajectoire circulaire. Le caractère elliptique des trajectoires associées à un état lié est affirmé sans qu'aucune étude géométrique des ellipses ne soit prévue ; on utilise dans ce cas les constantes du mouvement (moment cinétique et énergie mécanique) pour exprimer l'énergie de la trajectoire elliptique en fonction du demi-grand axe.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Mouvements dans un champ de force centrale conservatif</b>	
Point matériel soumis à un seul champ de force centrale.	Déduire de la loi du moment cinétique la conservation du moment cinétique.  Connaître les conséquences de la conservation du moment cinétique : mouvement plan, loi des aires.
Énergie potentielle effective. État lié et état de diffusion.	Exprimer la conservation de l'énergie mécanique et construire une énergie potentielle effective.  Décrire qualitativement le mouvement radial à l'aide de l'énergie potentielle effective. Relier le caractère borné à la valeur de l'énergie mécanique.
Champ newtonien. Lois de Kepler.	Énoncer les lois de Kepler pour les planètes et les transposer au cas des satellites terrestres.
Cas particulier du mouvement circulaire : satellite, planète.	Montrer que le mouvement est uniforme et savoir calculer sa période.  Établir la troisième loi de Kepler dans le cas particulier de la trajectoire circulaire. Exploiter sans



	démonstration sa généralisation au cas d'une trajectoire elliptique.
Satellite géostationnaire.	Calculer l'altitude du satellite et justifier sa localisation dans le plan équatorial.
Énergie mécanique dans le cas du mouvement circulaire puis dans le cas du mouvement elliptique.	Exprimer l'énergie mécanique pour le mouvement circulaire.  Exprimer l'énergie mécanique pour le mouvement elliptique en fonction du demi-grand axe.
Vitesses cosmiques : vitesse en orbite basse et vitesse de libération.	Exprimer ces vitesses et connaître leur ordre de grandeur en dynamique terrestre.

## 6. Thermodynamique

### Présentation

Dans le cycle terminal de la filière S du lycée, les élèves ont été confrontés à la problématique des transferts d'énergie entre systèmes macroscopiques. L'énergie interne d'un système a été introduite puis reliée à la grandeur température *via* la capacité thermique dans le cas d'une phase condensée. Les élèves ont alors été amenés à se questionner sur le moyen de parvenir à une modification de cette énergie interne ce qui a permis d'introduire le premier principe et deux types de transferts énergétiques, le travail et le transfert thermique. Enfin, les élèves ont été sensibilisés à la notion d'irréversibilité en abordant le phénomène de diffusion thermique.

Cette partie se propose, en s'appuyant sur des exemples concrets, de poursuivre la description et l'étude de la matière à l'échelle macroscopique, afin d'aborder des applications motivantes. Les capacités identifiées doivent être introduites en s'appuyant dès que possible sur des dispositifs expérimentaux qui permettent ainsi leur acquisition progressive et authentique. Ces capacités se limitent à l'étude du corps pur subissant des transformations finies, excluant ainsi toute thermodynamique différentielle : le seul recours à une quantité élémentaire intervient lors de l'évaluation du travail algébriquement reçu par un système par intégration du travail élémentaire. En particulier, pour les bilans finis d'énergie, les expressions des fonctions d'état  $U_m(T, V_m)$  et  $H_m(T, P)$  seront données si le système ne relève pas du modèle gaz parfait ou du modèle de la phase condensée incompressible et indilatable. Pour les bilans finis d'entropie, l'expression de la fonction d'état entropie sera systématiquement donnée et on ne s'intéressera pas à sa construction.

S'agissant de l'application des principes de la thermodynamique aux machines thermiques avec écoulement stationnaire, il s'agit d'une introduction modeste : les étudiants doivent avoir compris pourquoi l'enthalpie intervient mais la démonstration n'est pas une capacité exigible ; il s'agit en revanche d'orienter l'enseignement de la thermodynamique vers des applications industrielles réelles motivantes grâce à l'utilisation de diagrammes.

On utilisera les notations suivantes : pour une grandeur extensive  $A$ ,  $a$  sera la grandeur massique associée et  $A_m$  la grandeur molaire associée.

### Objectifs généraux de formation

Il est essentiel de bien situer le niveau de ce cours de thermodynamique, en le considérant comme une introduction à un domaine complexe dont le traitement complet relève de la physique statistique, inabordable à ce stade. On s'attachera néanmoins, de façon prioritaire, à la rigueur des raisonnements mis en place (définition du système, lois utilisées...).

Outre la maîtrise des capacités reliées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- définir un système qui permette de faire les bilans nécessaires à l'étude ;
- faire le lien entre un système réel et sa modélisation ;
- comprendre qu'il peut exister plusieurs modèles de complexité croissante pour rendre compte des observations expérimentales ;
- utiliser des tableaux de données ou des représentations graphiques complexes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Description macroscopique d'un système à l'équilibre</b>	
Échelles microscopique et macroscopique.	Connaître l'ordre de grandeur de la constante d'Avogadro.
Système thermodynamique.	Identifier un système ouvert, un système fermé, un système isolé.
État d'équilibre d'un système soumis aux seules forces de pression. Pression, température, volume, équation d'état. Grandeur extensive, grandeur intensive. Exemples d'un gaz réel aux faibles pressions et d'une phase condensée peu compressible peu dilatable.	Comparer le comportement d'un gaz réel au modèle du gaz parfait sur des réseaux d'isothermes en coordonnées de Clapeyron ou d'Amagat.  Connaître et utiliser l'équation d'état des gaz parfaits.  Calculer une pression à partir d'une condition d'équilibre mécanique.  Connaître quelques ordres de grandeur de volumes molaires ou massiques dans les conditions usuelles de pression et de température.
Energie interne d'un gaz parfait, capacité thermique à volume constant d'un gaz parfait.	Savoir que $U_m = U_m(T)$ pour un gaz parfait. Citer l'expression de l'énergie interne d'un gaz parfait monoatomique.
Energie interne et capacité thermique à volume constant d'une phase condensée considérée incompressible et indilatable.	Savoir que $U_m = U_m(T)$ pour une phase condensée incompressible et indilatable.
Corps pur diphasé en équilibre. Diagramme de phases (P,T). Cas de l'équilibre liquide-vapeur : diagramme de Clapeyron (P,v), titre en vapeur.	Analyser un diagramme de phase expérimental (P,T).  Proposer un jeu de variables d'état suffisant pour caractériser l'état d'équilibre d'un corps pur diphasé soumis aux seules forces de pression.  Positionner les phases dans les diagrammes (P,T) et (P,v).  Interpréter graphiquement la différence de compressibilité entre un liquide et un gaz à partir d'isothermes expérimentales.  Déterminer la composition d'un mélange diphasé

	en un point d'un diagramme (P,v). Expliquer la problématique du stockage des fluides.
--	--

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Énergie échangée par un système au cours d'une transformation</b>	
Transformation thermodynamique subie par un système.	Définir le système.  Exploiter les conditions imposées par le milieu extérieur pour déterminer l'état d'équilibre final.  Utiliser le vocabulaire usuel : évolutions isochore, isotherme, isobare, monobare, monotherme.
Travail des forces de pression. Transformations isochore, monobare.	Calculer le travail par découpage en travaux élémentaires et sommation sur un chemin donné dans le cas d'une seule variable.  Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans un diagramme de Clapeyron.
Transfert thermique. Transformation adiabatique. Thermostat, transformations monotherme et isotherme.	Identifier dans une situation expérimentale le ou les systèmes modélisables par un thermostat.  Proposer de manière argumentée le modèle limite le mieux adapté à une situation réelle entre une transformation adiabatique et une transformation isotherme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Premier principe. Bilans d'énergie</b>	
Premier principe de la thermodynamique : $\Delta U + \Delta E_c = Q + W$ .	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir travail W et transfert thermique Q.  Exploiter l'extensivité de l'énergie interne.  Distinguer le statut de la variation de l'énergie interne du statut des termes d'échange.  Calculer le transfert thermique Q sur un chemin donné connaissant le travail W et la variation de l'énergie interne $\Delta U$ .  <b>Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure d'une grandeur thermodynamique énergétique (capacité thermique, enthalpie de fusion...).</b>
Enthalpie d'un système. Capacité thermique à pression constante dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable.	Exprimer l'enthalpie $H_m(T)$ du gaz parfait à partir de l'énergie interne.  Comprendre pourquoi l'enthalpie $H_m$ d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable peut être considérée comme une fonction de l'unique variable T.

	<p>Exprimer le premier principe sous forme de bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare avec équilibre mécanique dans l'état initial et dans l'état final.</p> <p>Connaître l'ordre de grandeur de la capacité thermique massique de l'eau liquide.</p>
Enthalpie associée à une transition de phase : enthalpie de fusion, enthalpie de vaporisation, enthalpie de sublimation.	Exploiter l'extensivité de l'enthalpie et réaliser des bilans énergétiques en prenant en compte des transitions de phases.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Deuxième principe. Bilans d'entropie</b>	
Deuxième principe : fonction d'état entropie, entropie créée, entropie échangée. $\Delta S = S_{ech} + S_{créé}$ avec $S_{ech} = \sum Q_i/T_i$ .	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan entropique. Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.
Variation d'entropie d'un système.	Utiliser l'expression fournie de la fonction d'état entropie.
Loi de Laplace.	Exploiter l'extensivité de l'entropie.
Cas particulier d'une transition de phase.	Connaître la loi de Laplace et ses conditions d'application.
	Connaître et utiliser la relation entre les variations d'entropie et d'enthalpie associées à une transition de phase : $\Delta h_{12}(T) = T \Delta s_{12}(T)$

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Machines thermiques</b>	
Application du premier principe et du deuxième principe aux machines thermiques cycliques dithermes : rendement, efficacité, théorème de Carnot.	Donner le sens des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme.
	Analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme.
	Définir un rendement ou une efficacité et la relier aux énergies échangées au cours d'un cycle. Justifier et utiliser le théorème de Carnot.
	Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles.
Exemples d'études de machines thermodynamiques réelles à l'aide de diagrammes (p,h).	Utiliser le 1er principe dans un écoulement stationnaire sous la forme $h_2 - h_1 = w_u + q$ , pour étudier une machine thermique ditherme.

## 7. Induction et forces de Laplace

### Présentation

Cette partie est nouvelle pour les étudiants, puisque seule une approche descriptive du champ magnétique a fait l'objet d'une présentation en classe de première S. Cette partie s'appuie sur les nombreuses applications présentes dans notre environnement immédiat : boussole, moteur électrique, alternateur, transformateur, haut-parleur, plaques à induction, carte RFID... Il s'agit de restituer toute la richesse de ces applications dans un volume horaire modeste, ce qui limite les géométries envisagées et le formalisme utilisé. Le point de vue adopté cherche à mettre l'accent sur les phénomènes et sur la modélisation sommaire de leurs applications. L'étude sera menée à partir du flux magnétique en n'envisageant que des champs magnétiques uniformes à l'échelle de la taille des systèmes étudiés. Toute étude du champ électromoteur est exclue. L'induction et les forces de Laplace dans un circuit mobile sont introduites dans le cas d'un champ uniforme et stationnaire, soit dans le modèle des rails de Laplace, soit dans celui d'un cadre rectangulaire en rotation. Ce dernier modèle permet d'introduire la notion de dipôle magnétique et une analogie de comportement permet de l'étendre au cas de l'aiguille d'une boussole.

Le succès de cet enseignement au niveau de la classe de MPSI suppose le respect de ces limitations : cet enseignement n'est pas une étude générale des phénomènes d'induction. Corrélativement, l'enseignement de cette partie doit impérativement s'appuyer sur une démarche expérimentale authentique, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou d'activités expérimentales.

### Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- maîtriser les notions de champ de vecteurs et de flux d'un champ de vecteurs ;
- évaluer les actions d'un champ magnétique extérieur sur un circuit parcouru par un courant ou par analogie sur un aimant ;
- utiliser la notion de moment magnétique ;
- connaître ou savoir évaluer des ordres de grandeur ;
- analyser qualitativement les systèmes où les phénomènes d'induction sont à prendre en compte ;
- maîtriser les règles d'orientation et leurs conséquences sur l'obtention des équations mécaniques et électriques ;
- effectuer des bilans énergétiques ;
- connaître des applications relevant du domaine de l'industrie ou de la vie courante où les phénomènes d'induction sont présents et déterminants dans le fonctionnement des dispositifs ;
- mettre en œuvre des expériences illustrant la manifestation des phénomènes d'induction.

Le **bloc 1. « Champ magnétique »** vise à faire le lien avec le programme de la classe de première S et à permettre à l'étudiant de disposer des outils minimaux nécessaires ; l'accent est mis sur le concept de champ vectoriel, sur l'exploitation des représentations graphiques et sur la connaissance d'ordres de grandeur. Une étude plus approfondie de la magnétostatique sera conduite en seconde année.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Champ magnétique</b>	
Sources de champ magnétique ; cartes de champ magnétique.	Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible, et l'emplacement des sources.  Connaître l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue.  Connaître des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant.	Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.
Moment magnétique.	Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane.  Par analogie avec une boucle de courant, associer à un aimant un moment magnétique.  Connaître un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.

Dans le **bloc 2. « Actions d'un champ magnétique »**, le professeur est libre d'introduire la force de Laplace avec ou sans référence à la force de Lorentz. Il s'agit ici de se doter d'expressions opérationnelles pour étudier le mouvement dans un champ uniforme et stationnaire (soit d'une barre en translation, soit d'un moment magnétique en rotation modélisé par un cadre rectangulaire).

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Actions d'un champ magnétique</b>	
Résultante et puissance des forces de Laplace s'exerçant sur une barre conductrice en translation rectiligne sur deux rails parallèles (rails de Laplace) dans un champ magnétique extérieur uniforme, stationnaire et orthogonal à la barre.	Connaître l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.  Évaluer la puissance des forces de Laplace.
Couple et puissance des actions mécaniques de Laplace dans le cas d'une spire rectangulaire, parcourue par un courant, en rotation autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe.	Connaître l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.
Action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un aimant. Positions d'équilibre et stabilité.	<b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'action d'un champ magnétique uniforme sur une boussole.</b>
Effet moteur d'un champ magnétique tournant.	<b>Créer un champ magnétique tournant à l'aide de deux ou trois bobines et mettre en rotation une aiguille aimantée.</b>

Le **bloc 3. « Lois de l'induction »** repose sur la loi de Faraday  $e = -\frac{d\phi}{dt}$  qui se prête parfaitement à une introduction expérimentale et qui peut constituer un bel exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On n'omettra pas, à ce sujet, d'évoquer les différents points de vue possibles sur le même phénomène selon le référentiel dans lequel on se place.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Lois de l'induction</b>	
<u>Flux d'un champ magnétique.</u>  Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.	Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
<u>Loi de Faraday.</u>  Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit.  Loi de modération de Lenz.  Force électromotrice induite, loi de Faraday.	<b>Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.</b>  Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.  Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algèbrisation.

Le **bloc 4. « Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps »** aborde le phénomène d'auto-induction puis le couplage par mutuelle inductance entre deux circuits fixes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps</b>	
<u>Auto-induction.</u>  Flux propre et inductance propre.        Étude énergétique.	Différencier le flux propre des flux extérieurs.  Utiliser la loi de modération de Lenz.  Évaluer et connaître l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par une bobine infinie étant donné.  <b>Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.</b>  Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
<u>Cas de deux bobines en interaction.</u>  Inductance mutuelle entre deux bobines.	Établir le système d'équations en régime sinusoïdal

Circuits électriques à une maille couplés par le phénomène de mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.	forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.  Connaître des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.
--	--

Le **bloc 5. « Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire »** est centré sur la conversion de puissance. Des situations géométriques simples permettent de dégager les paramètres physiques pertinents afin de modéliser le principe d'un dispositif de freinage, puis par adjonction d'une force de rappel un haut-parleur électrodynamique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire</b>	
<u>Conversion de puissance mécanique en puissance électrique.</u>  Rail de Laplace. Spire rectangulaire soumise à un champ magnétique extérieur uniforme et en rotation uniforme autour d'un axe fixe orthogonal au champ magnétique.  Freinage par induction.	Interpréter qualitativement les phénomènes observés.  Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe.  Effectuer un bilan énergétique.  Connaître des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.  Expliquer l'origine des courants de Foucault et en connaître des exemples d'utilisation.  <b>Mettre en évidence qualitativement les courants de Foucault.</b>
<u>Conversion de puissance électrique en puissance mécanique.</u>  Haut-parleur électrodynamique.	Expliquer le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique dans la configuration simplifiée des rails de Laplace.  Effectuer un bilan énergétique.

## 8. Architecture de la matière condensée : solides cristallins

L'existence des états cristallins et amorphes ainsi que la notion de transition allotropique, présentées au premier semestre dans la partie « Transformations de la matière », vont être réinvesties et approfondies dans cette partie.

Les éléments de description microscopique relatifs au « modèle du cristal parfait » sont introduits lors de l'étude des solides sur l'exemple de la maille cubique faces centrées (CFC), seule maille dont la connaissance est exigible. Cet ensemble d'outils descriptifs sera réinvesti pour étudier d'autres structures cristallines dont la constitution sera alors fournie à l'étudiant.



Aucune connaissance de mode de cristallisation pour une espèce donnée n'est exigible ; le professeur est libre de choisir les exemples de solides pertinents pour présenter les différents types de cristaux et montrer leur adéquation, plus ou moins bonne, avec le modèle utilisé.

En effet, l'objectif principal de l'étude des cristaux métalliques, covalents et ioniques est d'abord une nouvelle fois la notion de modèle : les allers-retours entre le niveau macroscopique (solides de différentes natures) et la modélisation microscopique (cristal parfait) permettent de montrer les limites du modèle du cristal parfait et de confronter les prédictions faites avec ce modèle aux valeurs expérimentales mesurées sur le solide réel (rayons ioniques, masse volumique). Cette partie constitue une occasion de revenir sur les positions relatives des éléments dans la classification périodique, en lien avec la nature des interactions assurant la cohésion des édifices présentés, ainsi que sur les interactions intermoléculaires et la notion de solubilisation pour les solides ioniques et moléculaires.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Relier la position d'un élément dans le tableau périodique et la nature des interactions des entités correspondantes dans un solide ;
- Effectuer des liens entre différents champs de connaissance ;
- Appréhender la notion de limite d'un modèle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>Modèle du cristal parfait</b></p> <p>Description du cristal parfait ; population, coordinence, compacité, masse volumique.</p> <p>Limites du modèle du cristal parfait.</p>	<p>Décrire un cristal parfait comme un assemblage de mailles parallélépipédiques.</p> <p>Déterminer la population, la coordinence et la compacité pour une structure fournie.</p> <p>Déterminer la valeur de la masse volumique d'un matériau cristallisé selon une structure cristalline fournie.</p> <p>Relier le rayon métallique, covalent, de van der Waals ou ionique, selon le cas, aux paramètres d'une maille donnée.</p> <p><b>Utiliser un logiciel ou des modèles cristallins pour visualiser des mailles et des sites interstitiels et pour déterminer des paramètres géométriques.</b></p> <p>Confronter des données expérimentales aux prévisions du modèle.</p>
<p><b>Métaux et cristaux métalliques</b></p> <p>Description des modèles d'empilement compact de sphères identiques.</p> <p>Maille conventionnelle cubique à faces centrées (CFC)</p>	<p>Relier les caractéristiques de la liaison métallique (ordre de grandeur énergétique, non directionnalité) aux propriétés macroscopiques des métaux.</p> <p>Localiser, dénombrer les sites tétraédriques et octaédriques d'une maille CFC et déterminer leur habitabilité.</p> <p><b>Approche documentaire</b> : à partir de documents, découvrir quelques alliages, leurs propriétés et leurs utilisations.</p>
<p><b>Solides covalents et moléculaires</b></p>	<p>Relier les caractéristiques des liaisons covalentes, des interactions de van der Waals et des liaisons</p>

	hydrogène (directionnalité ou non, ordre de grandeur des énergies mises en jeu) et les propriétés macroscopiques des solides correspondants.
<b>Solides ioniques</b>	Relier les caractéristiques de l'interaction ionique dans le cadre du modèle ionique parfait (ordre de grandeur de l'énergie d'interaction, non directionnalité, charge localisée) avec les propriétés macroscopiques des solides ioniques.

## 9. Transformations chimiques en solution aqueuse

Les transformations chimiques en solution aqueuse jouent un rôle essentiel en chimie, en biochimie et dans les processus environnementaux.

Un nombre considérable de développements technologiques (générateurs électrochimiques, lutte contre la corrosion, traitement des eaux, méthodes d'analyse...) repose sur des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse. L'influence du milieu (pH, possibilité de formation de composés insolubles...) est primordiale dans la compréhension et la prévision des phénomènes mis en jeu.

L'objectif de cette partie est donc de présenter les différents types de réactions susceptibles d'intervenir en solution aqueuse, d'en déduire des diagrammes de prédominance ou d'existence d'espèces chimiques, notamment des diagrammes potentiel-pH et de les utiliser comme outil de prévision et d'interprétation des transformations chimiques quel que soit le milieu donné. Les conventions de tracé seront toujours précisées.

S'appuyant sur les notions de couple redox et de pile rencontrées au lycée, l'étude des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse est complétée par l'utilisation de la relation de Nernst (admise en première année) et de la relation entre la constante thermodynamique d'équilibre d'une réaction d'oxydo-réduction et les potentiels standard.

Afin de pouvoir étudier l'influence du milieu sur les espèces oxydantes ou réductrices effectivement présentes, les connaissances sur les réactions acido-basiques en solution aqueuse acquises au lycée sont réinvesties et complétées. Compte tenu des différentes conventions existantes, l'équation de la réaction correspondante est donnée dans chaque cas. Enfin, les phénomènes de précipitation et de dissolution, ainsi que la condition de saturation d'une solution aqueuse sont présentés.

Ces différentes transformations en solution aqueuse sont abordées en montrant bien qu'elles constituent des illustrations de l'évolution des systèmes chimiques introduites au premier semestre, les étudiants étant amenés à déterminer l'état final d'un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique. On montrera qu'il est ainsi possible d'analyser et de simplifier une situation complexe pour parvenir à la décrire rigoureusement et quantitativement, en l'occurrence dans le cas des solutions aqueuses par une réaction prépondérante. Il est cependant important de noter qu'on évite tout calcul inutile de concentration, en privilégiant l'utilisation des diagrammes pour valider le choix de la réaction mise en jeu. Dans ce cadre, aucune formule de calcul de pH n'est exigible.

Enfin, les diagrammes potentiel-pH sont présentés, puis superposés pour prévoir ou interpréter des transformations chimiques.

Les choix pédagogiques relatifs au contenu des séances de travail expérimental permettront de contextualiser ces enseignements.

Les dosages par titrage sont étudiés exclusivement en travaux pratiques. L'analyse des conditions choisies ou la réflexion conduisant à une proposition de protocole expérimental pour atteindre un objectif donné constituent des mises en situation des enseignements évoqués précédemment. La compréhension

des phénomènes mis en jeu dans les titrages est par ailleurs un outil pour l'écriture de la réaction prépondérante. Ces séances de travail expérimental constituent une nouvelle occasion d'aborder qualité et précision de la mesure.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être par la suite valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Modéliser ou simplifier un problème complexe ;
- Utiliser différents outils graphique, numérique, analytique ;
- Repérer les informations ou paramètres importants pour la résolution d'un problème.

## 1. Réactions d'oxydo-réduction

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Oxydants et réducteurs</b>	
<p>Nombre d'oxydation. Exemples usuels : nom, nature et formule des ions thiosulfate, permanganate, dichromate, hypochlorite, du peroxyde d'hydrogène.</p> <p>Potentiel d'électrode, formule de Nernst, électrodes de référence. Diagrammes de prédominance ou d'existence.</p>	<p>Prévoir les nombres d'oxydation extrêmes d'un élément à partir de sa position dans le tableau périodique. Identifier l'oxydant et le réducteur d'un couple. Décrire le fonctionnement d'une pile à partir d'une mesure de tension à vide ou à partir des potentiels d'électrodes. Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</p>
<b>Réactions d'oxydo-réduction</b>	
<p>Aspect thermodynamique. Dismutation et médiamutation.</p>	<p>Prévoir qualitativement ou quantitativement le caractère thermodynamiquement favorisé ou défavorisé d'une réaction d'oxydo-réduction.</p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu des réactions d'oxydo-réduction.</b></p>

## 2. Réactions acide-base et de précipitation

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Réactions acido-basiques</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constante d'acidité ;</li> <li>- diagramme de prédominance ;</li> <li>- exemples usuels d'acides et bases : nom, formule et nature – faible ou forte – des acides sulfurique, nitrique, chlorhydrique, phosphorique, acétique, de la soude, l'ion hydrogénocarbonate, l'ammoniac.</li> </ul>	<p>Déterminer la valeur de la constante d'équilibre pour une équation de réaction, combinaison linéaire d'équations dont les constantes thermodynamiques sont connues. Retrouver les valeurs de constantes d'équilibre par lecture de courbes de distribution et de diagrammes de prédominance (et réciproquement). Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</p>
<b>Réactions de dissolution ou de précipitation</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constante de l'équation de dissolution, produit de solubilité <math>K_s</math> ;</li> <li>- solubilité et condition de précipitation ;</li> <li>- domaine d'existence ;</li> <li>- facteurs influençant la solubilité.</li> </ul>	<p>Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</p>

	<p>Prévoir l'état de saturation ou de non saturation d'une solution, en solide. Exploiter des courbes d'évolution de la solubilité en fonction d'une variable.</p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale illustrant les transformations en solutions aqueuses.</b></p> <p><b>Approche documentaire :</b> à partir de documents autour du traitement d'effluents, dégager par exemple les méthodes de détection d'espèces (méthodes physiques ou chimiques), d'évaluation des concentrations, ou les procédés et transformations mis en jeu pour la séparation des espèces et la dépollution.</p>
--	---

### 3. Diagrammes potentiel-pH

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Diagrammes potentiel-pH</b>	
<p>Principe de construction d'un diagramme potentiel-pH.</p> <p>Lecture et utilisation des diagrammes potentiel-pH Limite thermodynamique du domaine d'inertie électrochimique de l'eau.</p>	<p>Attribuer les différents domaines d'un diagramme fourni à des espèces données. Retrouver la valeur de la pente d'une frontière dans un diagramme potentiel-pH. Justifier la position d'une frontière verticale. Prévoir le caractère thermodynamiquement favorisé ou non d'une transformation par superposition de diagrammes. Discuter de la stabilité des espèces dans l'eau. Prévoir la stabilité d'un état d'oxydation en fonction du pH du milieu. Prévoir une éventuelle dismutation ou médimutation. Confronter les prévisions à des données expérimentales et interpréter d'éventuels écarts en termes cinétiques.</p> <p><b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale s'appuyant sur l'utilisation d'un diagramme potentiel-pH.</b></p>

### Appendice 1 : matériel

Cette liste regroupe le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de cette liste lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

1. **Domaine optique**
  - Goniomètre

- Viseur à frontale fixe
- Lunette auto-collimatrice
- Spectromètre à fibre optique
- Laser à gaz
- Lampes spectrales
- Source de lumière blanche à condenseur

## 2. Domaine électrique

- Oscilloscope numérique
- Carte d'acquisition et logiciel dédié
- Générateur de signaux Basse Fréquence
- Multimètre numérique
- Émetteur et récepteur acoustique (domaine audible et domaine ultrasonore)

## 3. Domaines mécanique et thermodynamique

- Dynamomètre
- Capteur de pression
- Accéléromètre
- Stroboscope
- Webcam avec logiciel dédié
- Appareil photo numérique ou caméra numérique avec cadence de prise de vue supérieure à 100 images par seconde
- Thermomètre, thermistance, capteur infrarouge
- Calorimètre

## 4. Chimie

- Verrerie classique de chimie analytique : burettes, pipettes jaugées et graduées, fioles jaugées, erlenmeyers, béchers, etc.
- pH-mètre et sondes de mesure
- Millivoltmètre et électrodes
- Conductimètre et sonde de mesure
- Sonde thermométrique
- Balance de précision

## Appendice 2 : outils mathématiques

L'utilisation d'outils mathématiques est indispensable en physique comme en chimie.

La capacité à mettre en œuvre de manière autonome certains de ces outils mathématiques dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie fait partie des compétences exigibles à la fin de la première année de MPSI. Le tableau ci-dessous explicite ces outils ainsi que le niveau de maîtrise attendu en fin de première année. Il sera complété dans le programme de seconde année.

Cependant les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils numériques (calculatrices, logiciels de calcul numérique ou formel).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>1. Équations algébriques</b>	
Systèmes linéaires de $n$ équations à $p$ inconnues.	Identifier les variables (inconnues) nécessaires à la modélisation du problème sous forme d'un système d'équations linéaires. Donner l'expression formelle des solutions dans le seul cas $n = p = 2$ . Utiliser des outils numériques ou de calcul formel dans les autres cas.

Équations non linéaires.	Représenter graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$ . Interpréter graphiquement la ou les solutions. Dans le cas général, résoudre à l'aide d'un outil numérique ou de calcul formel.
--------------------------	--

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>2. Équations différentielles</b>	
Équations différentielles linéaires à coefficients constants.  Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants : $y' + ay = f(x)$ .  Équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants : $y'' + ay' + by = f(x)$ .	Identifier l'ordre. Mettre l'équation sous forme canonique.  Trouver la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \cos(\omega x + \varphi)$ (en utilisant la notation complexe).  Utiliser l'équation caractéristique pour trouver la solution générale de l'équation sans second membre. Prévoir le caractère borné ou non de ses solutions (critère de stabilité). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \exp(\lambda x)$ avec $\lambda$ complexe. Trouver la solution de l'équation complète correspondant à des conditions initiales données. Représenter graphiquement cette solution.
Autres équations différentielles d'ordre 1 ou 2.	Intégrer numériquement avec un outil fourni. Obtenir une intégrale première d'une équation de Newton $x'' = f(x)$ et l'exploiter graphiquement. Séparer les variables d'une équation du premier ordre à variables séparables. Faire le lien entre les conditions initiales et le graphe de la solution correspondante.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithmes népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, puissance réelle ( $x \rightarrow x^a$ ), cosinus hyperbolique et sinus hyperbolique.
Dérivée. Notation $dx/dt$ .  Développements limités.	Utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement.  Connaître et utiliser les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $(1 + x)^\alpha$ , $e^x$ et $\ln(1 + x)$ , et $\sin(x)$ , et à l'ordre 2 des fonctions $\cos(x)$ et $\sin(x)$ .
Primitive et intégrale.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales, en lien avec la méthode des rectangles en mathématiques.
Valeur moyenne.	Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une

	intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions $\cos$ , $\sin$ , $\cos^2$ et $\sin^2$ .
Représentation graphique d'une fonction.	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation $y = f(x)$ donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum local. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance à une droite en échelle log-log.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni par un formulaire (cette capacité est développée par le professeur de physique, la notion de série de Fourier n'étant pas abordée dans le cours de mathématiques).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et système de coordonnées.	Exprimer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée d'un espace de dimension inférieure ou égale à 3. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.
Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres.  Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations de l'espace. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace. Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Courbes planes.	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite, d'un cercle, d'une ellipse, d'une branche d'hyperbole, d'une parabole (concernant les coniques, cette capacité est développée par le professeur de physique, l'étude des coniques n'étant pas traitée en mathématiques).  Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation $r = f(\theta)$ .

Courbes planes paramétrées.	Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur. Identifier une ellipse à l'aide de sa représentation paramétrique ( $x = a.\cos(\omega t)$ , $y = b.\cos(\omega t - \varphi)$ ) et la tracer dans les cas particuliers $\varphi = 0$ , $\varphi = \pi/2$ et $\varphi = \pi$ .
Longueurs, aires et volumes classiques.	Connaître les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points.	Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène. Cette capacité sera développée par le professeur de physique, l'étude du barycentre n'étant pas traitée en mathématiques.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté.	Définir une convention d'orientation des angles d'un plan (euclidien) et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles d'un plan perpendiculaire à cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ , relations entre fonctions trigonométriques et toutes relations du type $\cos(\pi \pm x)$ et $\cos(\frac{\pi}{2} \pm x)$ , parités, périodicité, valeurs des fonctions pour les angles usuels.  Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.





# Annexe 3

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

**Filière : scientifique**

**Voie : Mathématiques, physique et sciences de l'ingénieur (MPSI) –  
Mathématiques et physique (MP)**

**Discipline : Sciences industrielles de l'ingénieur**

**Première et seconde années**

# PROGRAMME DE SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR DANS LA FILIÈRE MPSI - MP

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur dans la filière MPSI - MP s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

## 1. OBJECTIFS DE FORMATION

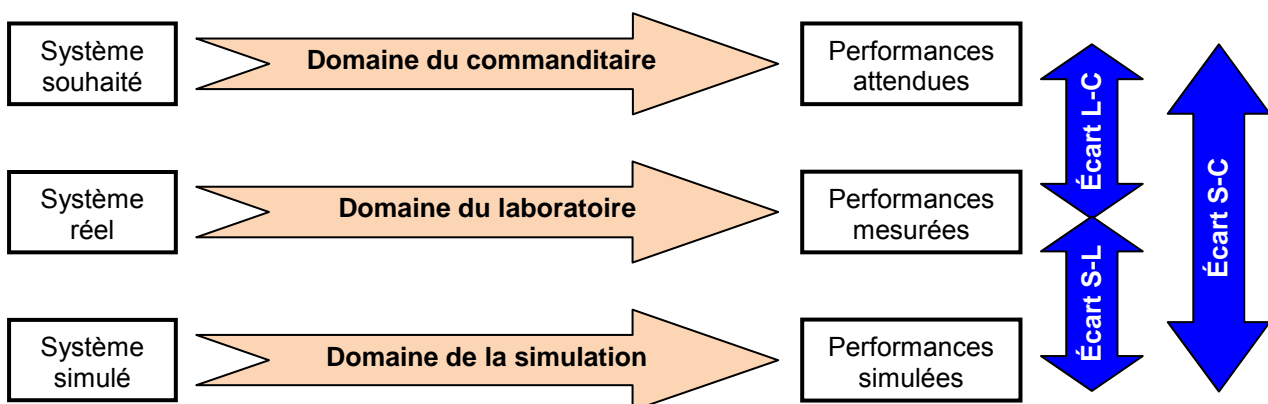
### 1.1. Finalités

La complexité des systèmes et leur développement dans un contexte économique et écologique contraint requièrent des ingénieurs et des scientifiques ayant des compétences scientifiques et technologiques de haut niveau, capables d'innover, de prévoir et maîtriser les performances de ces systèmes.

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur s'inscrit dans la préparation des élèves à l'adaptabilité, la créativité et la communication nécessaires dans les métiers d'ingénieurs, de chercheurs et d'enseignants

L'enseignement des sciences industrielles de l'ingénieur a pour objectif d'aborder la démarche de l'ingénieur qui permet, en particulier :

- de conduire l'analyse fonctionnelle, structurelle et comportementale d'un système pluritechnologique ;
- de vérifier les performances attendues d'un système, par l'évaluation de l'écart entre un cahier des charges et des réponses expérimentales ;
- de proposer et de valider des modèles d'un système à partir d'essais, par l'évaluation de l'écart entre les performances mesurées et les performances calculées ou simulées ;
- de prévoir les performances d'un système à partir de modélisations, par l'évaluation de l'écart entre les performances calculées ou simulées et les performances attendues au cahier des charges ;
- d'analyser ces écarts et de proposer des solutions en vue d'une amélioration des performances.



L'identification et l'analyse des écarts présentés mobilisent des compétences transversales qui sont développées en sciences industrielles de l'ingénieur, mais aussi en mathématiques et en sciences physiques. Les sciences industrielles de l'ingénieur constituent donc un vecteur de coopération interdisciplinaire et participent à la poursuite d'études dans l'enseignement supérieur.

Dans la filière MPSI-MP, les résultats expérimentaux et simulés sont fournis en l'absence d'activités pratiques.

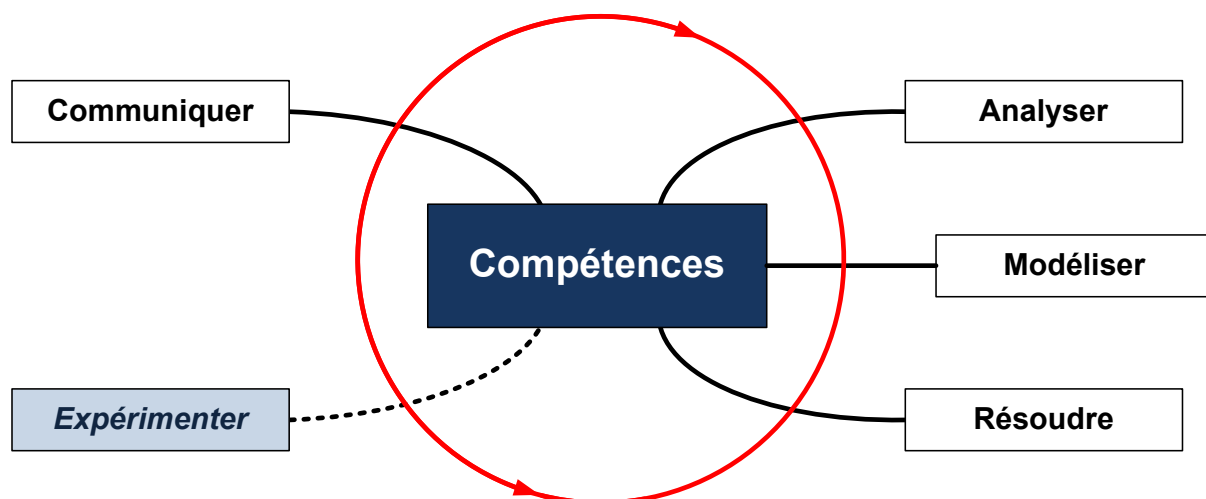
Seuls les élèves de MPSI qui choisissent l'option sciences de l'ingénieur sont sensibilisés aux démarches expérimentales et à la simulation numérique.

Les systèmes complexes pluritechnologiques étudiés relèvent de grands secteurs technologiques : transport, énergie, production, bâtiment, santé, communication, environnement. Cette liste n'est pas exhaustive et les enseignants ont la possibilité de s'appuyer sur d'autres domaines qu'ils jugent pertinents. En effet, les compétences développées dans le programme sont transposables à l'ensemble des secteurs industriels.

Les technologies de l'information et de la communication sont systématiquement mises en œuvre dans l'enseignement. Elles accompagnent toutes les activités proposées et s'inscrivent naturellement dans le contexte collaboratif d'un environnement numérique de travail (ENT).

## 1.2. Objectifs généraux

À partir de systèmes industriels placés dans leur environnement technico-économique, la carte heuristique ci-dessous présente l'organisation du programme qui est décliné en compétences associées à des connaissances et savoir-faire (expérimenter est spécifique à l'option sciences de l'ingénieur) :



Les compétences développées en sciences industrielles de l'ingénieur forment un tout cohérent, en relation directe avec la réalité industrielle qui entoure l'élève. Couplées à la démarche de l'ingénieur, elles le sensibilisent aux travaux de recherche, de développement et d'innovation.

*Analyser* permet des études fonctionnelles, structurelles et comportementales des systèmes conduisant à la compréhension de leur fonctionnement et à une justification de leur architecture. Cette approche permet de fédérer et assimiler les connaissances présentées dans l'ensemble des disciplines scientifiques de classes préparatoires aux grandes écoles.

*Modéliser* permet de proposer, après la formulation d'hypothèses, une représentation graphique, symbolique ou équationnelle pour comprendre le fonctionnement, la structure et le comportement d'un système réel.

*Résoudre* permet de donner la démarche pour atteindre de manière optimale un résultat. La résolution est analytique.

*Communiquer* permet de décrire, avec les outils de la communication technique et l'expression scientifique et technologique adéquate, le fonctionnement, la structure et le comportement des systèmes.

Pour les élèves qui choisissent l'option sciences de l'ingénieur, les deux compétences suivantes sont abordées.

*Expérimenter* permet d'appréhender le comportement des systèmes, de mesurer, d'évaluer et de modifier les performances.

*Résoudre* permet d'utiliser la simulation pour prévoir les performances de systèmes complexes en s'affranchissant de la maîtrise d'outils mathématiques spécifiques.

### **1.3. Usage de la liberté pédagogique**

Les finalités et objectifs généraux de la formation en sciences industrielles de l'ingénieur laissent à l'enseignant une latitude certaine dans le choix de l'organisation de son enseignement, de ses méthodes, de sa progression globale, mais aussi dans la sélection de ses problématiques ou ses relations avec ses élèves, qui met fondamentalement en exergue sa liberté pédagogique, suffisamment essentielle pour lui être reconnue par la loi. La liberté pédagogique de l'enseignant peut être considérée comme le pendant de la liberté d'investigation de l'ingénieur et du scientifique.

Globalement, dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur peut organiser son enseignement en respectant deux principes :

- pédagogue, il doit privilégier la mise en activités des élèves en évitant le dogmatisme ; l'acquisition de connaissances et de savoir-faire est d'autant plus efficace que les élèves sont acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La détermination des problématiques, alliée à un temps approprié d'échanges, favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il doit recourir à la mise en contexte des connaissances, des savoir-faire et des systèmes étudiés ; les sciences industrielles de l'ingénieur et les problématiques qu'elles induisent se prêtent de façon privilégiée à une mise en perspective de leur enseignement avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées ; l'enseignant de sciences industrielles de l'ingénieur est ainsi conduit naturellement à recontextualiser son enseignement pour rendre la démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.

## **2. PROGRAMME**

Pour assurer la cohérence du programme, la totalité de l'enseignement est assurée par un même professeur sur chaque année de formation.

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur introduit des compétences fondamentales pour l'ingénieur et le scientifique. Celles-ci forment un tout que l'enseignant organise en fonction des connaissances et savoir-faire exigibles.

Le programme est élaboré en s'inspirant de l'approche projet, sans pour autant prétendre former les élèves à la conduite de projets.

La diversité des outils existants pour décrire les systèmes pluritechnologiques rend difficile la communication et la compréhension au sein d'une équipe regroupant des spécialistes de plusieurs disciplines. Il est indispensable d'utiliser des outils compréhensibles par tous et compatibles avec les spécificités de chacun.

Le langage de modélisation SysML (System Modeling Language) s'appuie sur une description graphique des systèmes et permet d'en représenter les constituants, les programmes, les flux d'information et d'énergie.

L'adoption de ce langage en classes préparatoires, situées en amont des grandes écoles, permet de répondre au besoin de modélisation à travers un langage unique. Il intègre la double approche structurelle et comportementale des systèmes représentatifs du triptyque matière - énergie - information.

Le langage SysML permet de décrire les systèmes selon différents points de vue cohérents afin d'en permettre la compréhension et l'analyse. Les diagrammes SysML remplacent les outils de description fonctionnelle et comportementale auparavant utilisés.

Les diagrammes SysML sont présentés uniquement à la lecture. La connaissance de la syntaxe du langage SysML n'est pas exigible.

Le programme est organisé selon la structure ci-dessous. Le séquençement proposé n'a pas pour objet d'imposer une chronologie dans l'étude du programme. Celui-ci est découpé en quatre semestres.

Il sera fait appel, chaque fois que nécessaire, à une étude documentaire destinée à analyser et à traiter l'information relative à la problématique choisie.

- **Analyser**
  - Identifier le besoin et les exigences
  - Définir les frontières de l'analyse
  - Appréhender les analyses fonctionnelle et structurelle
  - Caractériser des écarts
  - Apprécier la pertinence et la validité des résultats
- **Modéliser**
  - Identifier et caractériser les grandeurs physiques
  - Proposer un modèle de connaissance et de comportement
  - Valider un modèle
- **Résoudre**
  - Proposer une démarche de résolution
  - Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique
  - Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique
- **Communiquer**
  - Rechercher et traiter des informations
  - Mettre en œuvre une communication
- **Expérimenter**
  - S'approprier le fonctionnement d'un système pluritechnologique
  - Proposer et justifier un protocole expérimental
  - Mettre en œuvre un protocole expérimental

La progression pédagogique est laissée à l'initiative des professeurs. Les tableaux ci-dessous ne définissent pas une chronologie dans la mise en œuvre du programme. Celui-ci est découpé en quatre semestres.

Lorsqu'une connaissance et le(s) savoir-faire associé(s) sont positionnés au semestre Si, cela signifie :

- qu'ils doivent être acquis en fin de semestre Si ;
- qu'ils ont pu être introduits au cours des semestres précédents ;
- qu'ils peuvent être utilisés aux semestres suivants.

## A – Analyser

### A1 Identifier le besoin et les exigences

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Cahier des charges : - diagramme des exigences - diagramme des cas d'utilisation	Décrire le besoin Traduire un besoin fonctionnel en exigences Présenter la fonction globale Définir les domaines d'application, les critères technico-économiques Identifier les contraintes Identifier et caractériser les fonctions Qualifier et quantifier les exigences (critère, niveau)	S1	
<i>Commentaires</i> Les diagrammes SysML sont présentés uniquement à la lecture. La connaissance de la syntaxe du langage SysML n'est pas exigible.			
Impact environnemental	Évaluer l'impact environnemental (matériaux, énergies, nuisances)	S1	
<i>Commentaires</i> Il s'agit de sensibiliser les élèves au développement durable.			

### A2 Définir les frontières de l'analyse

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Frontière de l'étude Milieu extérieur	Isoler un système et justifier l'isolement Définir les éléments influents du milieu extérieur	S2	
Flux échangés	Identifier la nature des flux échangés (matière, énergie, information) traversant la frontière d'étude	S2	

### A3 Appréhender les analyses fonctionnelle et structurelle

Au premier semestre, les analyses fonctionnelles et structurelles seront limitées à la lecture. Elles permettent à l'élève d'appréhender la complexité du système étudié et de décrire les choix technologiques effectués par le constructeur. Au terme du second semestre, l'élève ayant choisi l'option SI devra être capable de proposer un outil de description du système étudié.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Architectures fonctionnelle et structurelle : - diagrammes de définition de blocs - chaîne directe - système asservi - commande	Analyser les architectures fonctionnelle et structurelle Identifier les fonctions des différents constituants Identifier la structure d'un système asservi : chaîne directe, capteur, commande, consigne, comparateur, correcteur Identifier et positionner les perturbations Différencier régulation et poursuite	S1	
	Repérer les constituants dédiés aux fonctions d'un système	Option SI	
<i>Commentaires</i> Il faut insister sur la justification de l'asservissement par la présence de perturbations			
Chaîne d'information et d'énergie : - diagramme de blocs internes - diagramme paramétrique	Identifier et décrire la chaîne d'information et la chaîne d'énergie du système Identifier les liens entre la chaîne d'énergie et la chaîne d'information Identifier les constituants de la chaîne d'information	S1	

	réalisant les fonctions acquérir, coder, communiquer, mémoriser, restituer, traiter Identifier les constituants de la chaîne d'énergie réalisant les fonctions agir, alimenter, convertir, moduler, transmettre, stocker		
	Identifier les constituants de la chaîne d'information réalisant les fonctions acquérir, coder, communiquer, mémoriser, restituer, traiter Identifier les constituants de la chaîne d'énergie réalisant les fonctions agir, alimenter, convertir, moduler, transmettre, stocker	Option SI	
	Vérifier l'homogénéité et la compatibilité des flux entre les différents constituants Identifier la nature et les caractéristiques des flux échangés		S4
<i>Commentaires</i> <i>Cette description permet de construire une culture de solutions industrielles.</i>			
Systèmes à événements discrets : - diagramme de séquences - diagramme d'états	Interpréter tout ou partie de l'évolution temporelle d'un système	S2	

#### A4 Caractériser des écarts

La caractérisation des écarts est essentielle et commence dès le premier semestre.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Identification des écarts	Extraire du cahier des charges les grandeurs pertinentes Exploiter et interpréter les résultats d'un calcul ou d'une simulation		S4
	Traiter des données de mesures et en extraire les caractéristiques statistiques	Option SI	
<i>Commentaires</i> <i>Il faut insister sur la pertinence du choix des grandeurs à évaluer.</i>			
Quantification des écarts	Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs mesurées Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs obtenues par simulation Quantifier des écarts entre des valeurs mesurées et des valeurs obtenues par simulation		S4
<i>Commentaires</i> <i>Les résultats simulés et expérimentaux sont fournis.</i>			
Interprétation des écarts obtenus	Vérifier la cohérence du modèle choisi avec les valeurs souhaitées du cahier des charges Rechercher et proposer des causes aux écarts constatés		S4
	Vérifier la cohérence des résultats d'expérimentation avec les valeurs souhaitées du cahier des charges Vérifier la cohérence du modèle choisi avec des résultats d'expérimentation	Option SI	

## A5 Apprécier la pertinence et la validité des résultats

L'évaluation de la pertinence des résultats commence dès le premier semestre.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Grandeurs utilisées : - unités du système international - homogénéité des grandeurs	Utiliser des symboles et des unités adéquates Vérifier l'homogénéité des résultats	S1	
Ordres de grandeur	Prévoir l'ordre de grandeur Identifier des valeurs erronées Valider ou proposer une hypothèse		S4

## B – Modéliser

### B1 Identifier et caractériser les grandeurs physiques

En fonction de la complexité des grandeurs physiques utilisées, celles-ci seront données au semestre 1 et exigées au semestre 2.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Caractéristiques des grandeurs physiques : - nature physique - caractéristiques fréquentielles - caractéristiques temporelles	Qualifier les grandeurs d'entrée et de sortie d'un système isolé Identifier la nature (grandeur effort, grandeur flux) Décrire l'évolution des grandeurs	S2	
<i>Commentaires</i> <i>Le point de vue de l'étude conditionne le choix de la grandeur d'effort ou de la grandeur de flux à utiliser.</i> <i>La dualité temps-fréquence est mise en évidence.</i>			
Flux de matière Flux d'information	Qualifier la nature des matières, quantifier les volumes et les masses Identifier la nature de l'information et la nature du signal	S2	
Énergie Puissance Rendement	Associer les grandeurs physiques aux échanges d'énergie et à la transmission de puissance Identifier les pertes d'énergie Évaluer le rendement d'une chaîne d'énergie en régime permanent Déterminer la puissance des actions mécaniques extérieures à un solide ou à un ensemble de solides, dans son mouvement rapport à un autre solide Déterminer la puissance des actions mécaniques intérieures à un ensemble de solides		S3
<i>Commentaires</i> <i>La puissance est toujours égale au produit d'une grandeur « effort » (force, couple, pression, tension électrique, température) par une grandeur « flux » (vitesse, vitesse angulaire, débit volumique, intensité du courant, flux d'entropie).</i>			



## B2 Proposer un modèle de connaissance et de comportement

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Chaîne d'énergie et d'information	Construire un modèle multiphysique simple Définir les paramètres du modèle	Option SI	
<i>Commentaires</i> Un logiciel de modélisation acausale sera privilégié pour la modélisation des systèmes multiphysiques.			
Systèmes linéaires continus et invariants : - modélisation par équations différentielles - calcul symbolique - fonction de transfert ; gain, ordre, classe, pôles et zéros	Déterminer les fonctions de transfert à partir d'équations physiques (modèle de connaissance)	S1	
<i>Commentaires</i> L'utilisation de la transformée de Laplace ne nécessite aucun prérequis. Sa présentation se limite à son énoncé et aux propriétés du calcul symbolique strictement nécessaires à ce cours. Les théorèmes de la valeur finale de la valeur initiale et du retard sont donnés sans démonstration.			
Signaux canoniques d'entrée : - impulsion - échelon - rampe - signaux sinusoïdaux	Caractériser les signaux canoniques d'entrée	S1	
Schéma-bloc : - fonction de transfert en chaîne directe - fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée	Analyser ou établir le schéma-bloc du système Déterminer les fonctions de transfert	S1	
Linéarisation des systèmes non linéaires	Linéariser le modèle autour d'un point de fonctionnement		S3
Modèles de comportement	Renseigner les paramètres caractéristiques d'un modèle de comportement (premier ordre, deuxième ordre, dérivateur, intégrateur, gain, retard)	S1	
<i>Commentaires</i> Un modèle de comportement est associé à une réponse expérimentale donnée.			
Solide indéformable : - définition - référentiel, repère - équivalence solide/référentiel - degrés de liberté - vecteur-vitesse angulaire de deux référentiels en mouvement l'un par rapport à l'autre	Paramétrer les mouvements d'un solide indéformable Associer un repère à un solide Identifier les degrés de liberté d'un solide par rapport à un autre solide	S1	
<i>Commentaires</i> Le paramétrage avec les angles d'Euler ou les angles de roulis, de tangage et de lacet est présenté, mais la maîtrise de ces angles n'est pas exigible.			

Modélisation plane	Préciser et justifier les conditions et les limites de la modélisation plane	S2	
Torseur cinématique	Déterminer le torseur cinématique d'un solide par rapport à un autre solide	S2	
<i>Commentaires</i> Seuls les éléments essentiels de la théorie des torseurs - opérations, invariants, axe central, couple et glisseur – sont présentés.			
Centre d'inertie Opérateur d'inertie Matrice d'inertie Torseur cinétique Torseur dynamique Énergie cinétique	Déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide Déterminer l'énergie cinétique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport à un autre solide		S3
<i>Commentaires</i> Les calculs des éléments d'inertie (matrice d'inertie, centre d'inertie) ne donnent pas lieu à évaluation. La relation entre la forme de la matrice d'inertie et la géométrie de la pièce est exigible.			
Actions mécaniques : - modélisation locale, actions à distance et de contact - modélisation globale, torseur associé - lois de Coulomb ; adhérence et glissement - résistance au roulement et au pivotement	Associer un modèle à une action mécanique Déterminer la relation entre le modèle local et le modèle global	S2	
Liaisons : - géométrie des contacts entre deux solides - définition du contact ponctuel entre deux solides : roulement, pivotement, glissement, condition cinématique de maintien du contact - définition d'une liaison - liaisons normalisées entre solides, caractéristiques géométriques et repères d'expression privilégiés - torseur cinématique des liaisons normalisées - torseur des actions mécaniques transmissibles dans les liaisons normalisées - associations de liaisons en série et en parallèle - liaisons cinématiquement équivalentes	Proposer une modélisation des liaisons avec une définition précise de leurs caractéristiques géométriques Associer le paramétrage au modèle retenu Associer à chaque liaison son torseur cinématique Associer à chaque liaison son torseur d'actions mécaniques transmissibles	S2	
<i>Commentaires</i> L'analyse des surfaces de contact entre deux solides et de leur paramétrage associé permet de mettre en évidence les degrés de libertés entre ces solides. Les normes associées aux liaisons usuelles seront fournies. Les conditions et les limites de la modélisation plane sont précisées et justifiées.			

Systèmes logiques : - codage de l'information - binaire naturel, binaire réfléchi - représentation hexadécimale - table de vérité - opérateurs logiques fondamentaux (ET, OU, NON)	Coder une information Exprimer un fonctionnement par des équations logiques	S2	
<i>Commentaires</i> La table de vérité est réservée à la représentation de systèmes logiques, mais elle ne sera pas utilisée pour la simplification des équations logiques.			
Systèmes à événements discrets Chronogramme	Représenter tout ou partie de l'évolution temporelle	S2	
Structures algorithmiques : - variables - boucles, conditions, transitions conditionnelles	Décrire et compléter un algorithme représenté sous forme graphique	S2	
<i>Commentaires</i> La présentation graphique permet de s'affranchir d'un langage de programmation spécifique.			

### B3 Valider un modèle

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Pôles dominants et réduction de l'ordre du modèle : - principe - justification	Réduire l'ordre de la fonction de transfert selon l'objectif visé, à partir des pôles dominants qui déterminent la dynamique asymptotique du système		S3
Grandeurs influentes d'un modèle	Déterminer les grandeurs influentes Modifier les paramètres et enrichir le modèle pour minimiser l'écart entre les résultats simulés et les réponses mesurées	Option SI	

## C – Résoudre

### C1 Proposer une démarche de résolution

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Chaînes de solides : - principe fondamental de la dynamique - théorème de l'énergie cinétique	Proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement Proposer une méthode permettant la détermination d'une inconnue de liaison Choisir une méthode pour déterminer la valeur des paramètres conduisant à des positions d'équilibre		S3
<i>Commentaires</i> Le principe fondamental de la statique est proposé comme un cas particulier du principe fondamental de la dynamique.			

## C2 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Réponses temporelle et fréquentielle : - systèmes du 1 <sup>er</sup> et du 2 <sup>e</sup> ordre - intégrateur	Déterminer la réponse temporelle Déterminer la réponse fréquentielle Tracer le diagramme asymptotique de Bode	S1	
<i>Commentaires</i> Seule la connaissance de la réponse temporelle à un échelon est exigible. Seul le diagramme de Bode est au programme.			
Stabilité des SLCI : - définition entrée bornée - sortie bornée (EB-SB) - équation caractéristique - position des pôles dans le plan complexe - marges de stabilité (de gain et de phase)	Analyser la stabilité d'un système à partir de l'équation caractéristique Déterminer les paramètres permettant d'assurer la stabilité du système Relier la stabilité aux caractéristiques fréquentielles		S3
<i>Commentaires</i> La définition de la stabilité est faite au sens : entrée bornée - sortie bornée (EB - SB). Il faut insister sur le fait qu'un système perturbé conserve la même équation caractéristique dans le cas de perturbations additives.			
Rapidité des SLCI : - temps de réponse à 5 % - bande passante	Prévoir les performances en termes de rapidité Relier la rapidité aux caractéristiques fréquentielles	S1	
Précision des SLCI : - erreur en régime permanent - influence de la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte	Déterminer l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon ou en rampe (consigne ou perturbation) Relier la précision aux caractéristiques fréquentielles		S3
<i>Commentaires</i> Il faut insister sur la nécessité de comparer des grandeurs homogènes, par exemple la nécessité d'adapter la sortie et sa consigne. L'erreur est la différence entre la valeur de la consigne et celle de sortie.			
Correction	Déterminer les paramètres d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase		S3
<i>Commentaires</i> Les relations entre les paramètres de réglage sont fournies.			
Loi entrée – sortie géométrique	Déterminer la loi entrée - sortie géométrique d'une chaîne cinématique	S2	
Dérivée temporelle d'un vecteur par rapport à un référentiel Relation entre les dérivées temporelles d'un vecteur par rapport à deux référentiels distincts Loi entrée – sortie cinématique Composition des vitesses angulaires Composition des vitesses	Déterminer les relations de fermeture de la chaîne cinématique Déterminer la loi entrée - sortie cinématique d'une chaîne cinématique	S2	
<i>Commentaires</i> Pour la dérivée d'un vecteur, on insiste sur la différence entre référentiel d'observation et éventuelle base d'expression du résultat. La maîtrise des méthodes graphiques n'est pas exigible.			

Principe fondamental de la statique Équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides Théorème des actions réciproques Modèles avec frottement : arc-boutement	Déterminer les inconnues de liaison Déterminer la valeur des paramètres conduisant à des positions d'équilibre (par exemple l'arc-boutement)	S2	
<i>Commentaires</i> <i>Le principe fondamental de la statique est proposé comme un cas particulier du principe fondamental de la dynamique.</i> <i>L'étude des conditions d'équilibre pour les mécanismes qui présentent des mobilités constitue une première sensibilisation au problème de recherche des équations de mouvement étudié en seconde année.</i> <i>Les conditions et les limites de la modélisation plane sont précisées et justifiées.</i> <i>La maîtrise des méthodes graphiques n'est pas exigible.</i>			
Principe fondamental de la dynamique Conditions d'équilibrage statique et dynamique	Déterminer les inconnues de liaison ou les efforts extérieurs spécifiés dans le cas où le mouvement est imposé Déterminer la loi du mouvement sous forme d'équations différentielles dans le cas où les efforts extérieurs sont connus		S3
<i>Commentaires</i> <i>Le modèle utilisé est isostatique.</i>			
Inertie équivalente Théorème de l'énergie cinétique ou théorème de l'énergie/puissance	Déterminer la loi du mouvement sous forme d'équations différentielles dans le cas où les efforts extérieurs sont connus		S4

### C3 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Paramètres de résolution numérique : - durée de calcul - pas de calcul	Choisir les valeurs des paramètres de la résolution numérique	Option SI	
Grandeurs simulées	Choisir les grandeurs physiques tracées	Option SI	
<i>Commentaires</i> <i>Le choix des grandeurs analysées doit être en lien avec les performances à vérifier.</i>			

## D – Communiquer

### D1 Rechercher et traiter des informations

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Informations techniques	Extraire les informations utiles d'un dossier technique	S2	
Schémas cinématique, électrique, hydraulique et pneumatique	Lire et décoder un schéma		S4
<i>Commentaires</i> Les normes de représentation des schémas sont fournies.			
Langage SysML	Lire et décoder un diagramme	S2	
<i>Commentaires</i> Les normes de représentation du langage SysML sont fournies et la connaissance de la syntaxe n'est pas exigible.			

### D2 Mettre en œuvre une communication

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Outils de communication	Choisir les outils de communication adaptés par rapport à l'interlocuteur Faire preuve d'écoute et confronter des points de vue Présenter les étapes de son travail Présenter de manière argumentée une synthèse des résultats	Option SI	
<i>Commentaires</i> Les outils de communication sont découverts au travers des activités expérimentales.			
Langage technique	Décrire le fonctionnement du système en utilisant un vocabulaire adéquat		S4
Schémas cinématique, électrique	Réaliser un schéma cinématique Réaliser un schéma électrique	S2	
<i>Commentaires</i> Les normes de représentation sont fournies.			

## E – Expérimenter

Cette partie ne concerne que les élèves qui choisissent l'option sciences de l'ingénieur en première année.

### E1 S'approprier le fonctionnement d'un système pluritechnologique

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Chaîne d'énergie	Repérer les différents constituants de la chaîne d'énergie	Option SI	
Chaîne d'information	Repérer les différents constituants de la chaîne d'information	Option SI	
Paramètres influents	Régler les paramètres de fonctionnement d'un système Mettre en évidence l'influence des paramètres sur les performances du système	Option SI	
<i>Commentaires</i> Les activités expérimentales permettent d'appréhender les incompatibilités entre les exigences de performances.			

## E2 Proposer et justifier un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Modèles de comportement d'un système	Prévoir l'allure de la réponse attendue Prévoir l'ordre de grandeur de la mesure	Option SI	
Protocoles expérimentaux	Choisir les configurations matérielles du système en fonction de l'objectif visé Choisir la grandeur physique à mesurer ou justifier son choix Choisir les entrées à imposer pour identifier un modèle de comportement	Option SI	

## E3 Mettre en œuvre un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Règles de sécurité élémentaires	Mettre en œuvre un système complexe en respectant les règles de sécurité	Option SI	
<i>Commentaires</i> <i>Les règles de sécurité sont découvertes au travers des activités expérimentales.</i>			
Paramètres de configuration du système	Régler les paramètres de fonctionnement d'un système	Option SI	
Routines, procédures Systèmes logiques à événements discrets	Générer un programme et l'implanter dans le système cible	Option SI	
Modèles de comportement	Extraire les grandeurs désirées et les traiter	Option SI	
Identification temporelle d'un modèle de comportement	Identifier les paramètres caractéristiques d'un modèle du premier ordre ou du deuxième ordre à partir de sa réponse indicielle	Option SI	
<i>Commentaires</i> <i>Les abaques nécessaires à l'identification sont fournis.</i>			
Identification fréquentielle d'un modèle de comportement	Identifier les paramètres caractéristiques d'un modèle de comportement à partir de sa réponse fréquentielle Associer un modèle de comportement (premier ordre, deuxième ordre, intégrateur, gain) à partir de sa réponse fréquentielle	Option SI	
<i>Commentaires</i> <i>D'un point de vue fréquentiel, seul le diagramme de Bode est développé pour l'identification d'un modèle de comportement.</i>			

## Programmes de la classe préparatoire scientifique Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI) et programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe Physique et sciences de l'ingénieur (PSI)

NOR : ESRS1306091A

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

---

Vu le code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 3-7-1995 ; arrêté du 10-6-2003 ; arrêté du 1-7-2003 ; arrêté du 10-6-2004 ; avis du ministre de la défense du 29-3-2013 ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 25-2-2013

---

Article 1 - Les programmes de première année de mathématiques, de physique et de chimie de la classe préparatoire scientifique Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI), figurant respectivement aux annexes 2, 10 et 11 de l'arrêté du 10 juin 2003 susvisé, sont remplacés par ceux figurant respectivement aux annexes 1, 2a et 2b du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes de première et seconde années de sciences industrielles de l'ingénieur des classes préparatoires scientifiques Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI) et Physique et sciences de l'ingénieur (PSI), figurant respectivement à l'annexe 2 de l'arrêté du 1er juillet 2003 susvisé et à l'annexe 2 de l'arrêté du 10 juin 2004 susvisé, sont remplacés par ceux figurant à l'annexe 3 du présent arrêté.

Article 3 - Les programmes de première année du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013, et celui relatif à la seconde année à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 4 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 4 avril 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,  
Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

### Annexes

↳ Programmes





# Annexe 1

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI)**

Discipline : **Mathématiques**

**Première année**

# Classe préparatoire PCSI

## Programme de mathématiques

### Table des matières

<b>Objectifs de formation</b>	<b>2</b>
Description et prise en compte des compétences . . . . .	2
Unité de la formation scientifique . . . . .	3
Architecture et contenu du programme . . . . .	4
Organisation du texte . . . . .	4
Usage de la liberté pédagogique . . . . .	5
 <b>Premier semestre</b>	 <b>6</b>
Raisonnement et vocabulaire ensembliste . . . . .	6
Nombres complexes et trigonométrie . . . . .	7
Calculs algébriques . . . . .	9
Techniques fondamentales de calcul en analyse . . . . .	9
A - Inégalités dans $\mathbb{R}$ . . . . .	9
B - Fonctions de la variable réelle à valeurs réelles ou complexes . . . . .	10
C - Primitives et équations différentielles linéaires . . . . .	11
Nombres réels et suites numériques . . . . .	12
Limites, continuité et dérivabilité . . . . .	13
A - Limites et continuité . . . . .	13
B - Dérivabilité . . . . .	15
Analyse asymptotique . . . . .	16
Systèmes linéaires et calcul matriciel . . . . .	17
A - Systèmes linéaires . . . . .	17
B - Calcul matriciel . . . . .	19
Entiers naturels et dénombrement . . . . .	20
A - Rudiments d'arithmétique dans $\mathbb{N}$ . . . . .	20
B - Dénombrement . . . . .	20
 <b>Deuxième semestre</b>	 <b>21</b>
Polynômes . . . . .	21
Espaces vectoriels et applications linéaires . . . . .	22
A - Espaces vectoriels . . . . .	22
B - Espaces vectoriels de dimension finie . . . . .	23
C - Applications linéaires . . . . .	23
Matrices et déterminants . . . . .	25
A - Matrices . . . . .	25
B - Déterminants . . . . .	26
Intégration . . . . .	27
Séries numériques . . . . .	28
Produit scalaire et espaces euclidiens . . . . .	29
Probabilités . . . . .	30
A - Généralités . . . . .	30
B - Variables aléatoires sur un univers fini . . . . .	31

Le programme de mathématiques de PCSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Le programme du premier semestre est conçu de façon à viser trois objectifs majeurs :

- assurer la progressivité du passage aux études supérieures, en tenant compte des nouveaux programmes du cycle terminal de la filière S, dont il consolide et élargit les acquis ;
- consolider la formation des étudiants dans les domaines de la logique, du raisonnement et des techniques de calcul, qui sont des outils indispensables tant aux mathématiques qu'aux autres disciplines scientifiques ;
- présenter des notions nouvelles riches, de manière à susciter l'intérêt des étudiants.

## Objectifs de formation

La formation mathématique en classe préparatoire scientifique vise deux objectifs :

- l'acquisition d'un solide bagage de connaissances et de méthodes permettant notamment de passer de la perception intuitive de certaines notions à leur appropriation, afin de pouvoir les utiliser à un niveau supérieur, en mathématiques et dans les autres disciplines. Ce degré d'appropriation suppose la maîtrise du cours, c'est-à-dire des définitions, énoncés et démonstration des théorèmes figurant au programme ;
- le développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Pour répondre à cette double exigence, et en continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires définissent un corpus de connaissances et de capacités, et explicitent six grandes compétences qu'une activité mathématique bien conçue permet de développer :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main où à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

## Description et prise en compte des compétences

### S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

### Modéliser

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités.

La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

### **Représenter**

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

### **Raisonner, argumenter**

La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

### **Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique**

Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent. Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

### **Communiquer à l'écrit et à l'oral**

La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

## **Unité de la formation scientifique**

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les probabilités utilisent le vocabulaire ensembliste et illustrent certains résultats d'analyse.

Selon Galilée, fondateur de la science expérimentale, le grand livre de la nature est écrit en langage mathématique. Il n'est donc pas surprenant que les mathématiques interagissent avec des champs de connaissances partagés par d'autres disciplines. La globalité et la complexité du réel exigent le croisement des regards disciplinaires. Aussi le programme valorise-t-il l'interprétation des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques ou chimiques (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure de grandeurs, incertitudes...)

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions. Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

## Architecture et contenu du programme

L'année est découpée en deux semestres. À l'intérieur de chaque semestre, un équilibre est réalisé entre les différents champs du programme : analyse, algèbre, géométrie. S'y ajoute, au deuxième semestre, une introduction limitée d'un enseignement de probabilités visant à consolider les notions figurant dans le programme de Terminale S et à préparer celles qui seront ultérieurement introduites dans les grandes écoles ou les universités.

L'étude de chaque domaine permet de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation et d'établir des liens avec les autres disciplines.

En cohérence avec l'introduction d'un enseignement d'algorithmique au lycée, le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants. Ceux-ci doivent également savoir utiliser les fonctionnalités graphiques des calculatrices et des logiciels.

Afin de contribuer au développement des compétences de modélisation et de représentation, le programme préconise le recours à des figures géométriques pour aborder l'algèbre linéaire, les espaces euclidiens, les fonctions de variable réelle. Les notions de géométrie affine et euclidienne étudiées au lycée sont reprises dans un cadre plus général.

Le programme d'algèbre comprend deux volets. Le premier est l'étude de l'arithmétique des entiers naturels et des polynômes à une indéterminée. Le second, nettement plus volumineux, est consacré aux notions de base de l'algèbre linéaire, pour laquelle un équilibre est réalisé entre les points de vue géométrique et numérique. Il importe de souligner le caractère général des méthodes linéaires, notamment à travers leurs interventions en analyse et en géométrie.

Le programme d'analyse est centré autour des concepts fondamentaux de fonction et de suite. Les interactions entre les aspects discret et continu sont mises en valeur. Le programme d'analyse combine l'étude de problèmes qualitatifs et quantitatifs, il développe conjointement l'étude du comportement global de suite ou de fonction avec celle de leur comportement local ou asymptotique. À ce titre, les méthodes de l'analyse asymptotique font l'objet d'un chapitre spécifique, qui est exploité ultérieurement dans l'étude des séries. Pour l'étude des solutions des équations, le programme allie les problèmes d'existence et d'unicité, les méthodes de calcul exact et les méthodes d'approximation.

La pratique de calculs simples permet aux étudiants de s'approprier de manière effective les notions du programme. Le choix a donc été fait d'introduire très tôt un module substantiel visant à consolider les pratiques de calcul (dérivation des fonctions, calcul de primitives, résolution de certains types d'équations différentielles). Les théories sous-jacentes sont étudiées ultérieurement, ce qui doit en faciliter l'assimilation.

Les étudiants doivent savoir mettre en œuvre directement (c'est-à-dire sans recourir à un instrument de calcul), sur des exemples simples, un certain nombre de méthodes de calcul, mais aussi connaître leur cadre d'application et la forme des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

L'enseignement des probabilités se place dans le cadre des univers finis. Il a vocation à interagir avec le reste du programme. La notion de variable aléatoire permet d'aborder des situations réelles nécessitant une modélisation probabiliste.

Le volume global du programme a été conçu pour libérer des temps dédiés à une mise en activité effective des étudiants, quel que soit le contexte proposé (cours, travaux dirigés).

## Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement que des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours. À l'intérieur de chaque semestre, le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. À l'intérieur de chaque semestre, le professeur conduit en toute liberté, dans le respect de la cohérence de la formation globale, l'organisation de son enseignement et le choix de ses méthodes. En particulier, la chronologie retenue dans la présentation des différents chapitres de chaque semestre ne doit pas être interprétée comme un modèle de progression. Cependant, la progression retenue au cours du premier semestre doit respecter les

objectifs de l'enseignement dispensé au cours de cette période. Ces objectifs sont détaillés dans le bandeau qui suit le titre « Premier semestre ».

Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes...) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

- celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
- celles qui sont indiquées dans les bandeaux ou dans la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
- celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit en particulier des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme.

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole  $\Leftrightarrow$  PC pour la physique et la chimie,  $\Leftrightarrow$  SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et  $\Leftrightarrow$  I pour l'informatique.

On pourra aussi se reporter à l'appendice aux programmes *Outils mathématiques pour la physique-chimie*.

### Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes de résolution favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

## Premier semestre

Le premier semestre vise deux objectifs majeurs :

- aménager un passage progressif de la classe de Terminale à l'enseignement supérieur en commençant par consolider et approfondir les connaissances des bacheliers. À ce titre, le chapitre « Raisonnement et vocabulaire ensembliste » regroupe des notions de logique et d'algèbre générale dont la plupart ont été mises en place au lycée. Il s'agit de les consolider et de les structurer afin qu'elles soient maîtrisées par les étudiants à la fin du premier semestre. Ce chapitre n'a pas vocation à être enseigné d'un seul tenant et en tout début de semestre.

Le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse » prend lui aussi appui sur les acquis de Terminale. Il est axé sur la *pratique* des techniques de l'analyse réelle, basée sur l'application de théorèmes qui sont admis à ce stade.

- susciter la curiosité et l'intérêt des étudiants en leur présentant un spectre suffisamment large de problématiques et de champs nouveaux. À ce titre, les chapitres « Nombres réels et suites numériques » et « Limites, continuité, dérivabilité », plus théoriques que les précédents, instaurent les fondements de l'analyse réelle. Y sont en particulier démontrés les théorèmes qui justifient les techniques présentées dans le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse ».

Le chapitre « Systèmes linéaires et calcul matriciel » a pour objectif d'introduire l'algèbre linéaire en initiant les étudiants aux aspects algorithmiques de l'algèbre linéaire matricielle. La maîtrise de la méthode du pivot de Gauss-Jordan et du calcul matriciel sont des capacités attendues en fin de semestre. Ces notions seront réinvesties avec profit lors du cours d'algèbre linéaire du second semestre (familles libres ou génératrices de  $\mathbb{K}^n$ , calcul du rang...). Le chapitre « Entiers naturels et dénombrement » est une introduction à la combinatoire. Il trouvera un prolongement naturel dans l'étude des probabilités traitée au second semestre.

Les ensembles de nombres usuels  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  sont supposés connus.

### Raisonnement et vocabulaire ensembliste

*Ce chapitre regroupe le vocabulaire, les notations et les modes de raisonnement nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'un texte mathématique. Ils doivent être introduits de manière progressive et être acquis en fin de premier semestre. Le programme se limite à une approche naïve des notions d'ensemble et d'application. En particulier, toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est exclue. L'algèbre générale ne figure pas au programme. Plusieurs groupes classiques étant rencontrés en algèbre linéaire, la terminologie associée peut être utilisée mais aucune connaissance théorique sur cette structure n'est exigible.*

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Rudiments de logique

Quantificateurs.

Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.

Implication, contraposition, équivalence.

Modes de raisonnement : raisonnement par récurrence, par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse.

Toute construction et toute axiomatique de  $\mathbb{N}$  sont hors programme. Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et de condition suffisante.

#### b) Ensembles

Appartenance, inclusion.

Sous-ensembles (ou parties) d'un ensemble, ensemble vide.

Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, complémentaire.

Notations  $\mathbb{C}_E^A$ ,  $\overline{A}$ ,  $E \setminus A$ .

Les étudiants doivent maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes.

Produit cartésien de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles.

Ensemble des parties d'un ensemble.

**c) Applications et relations d'équivalence**

Application d'un ensemble non vide $E$ dans un ensemble non vide $F$ ; graphe d'une application.	Le point de vue est intuitif : une application de $E$ dans $F$ associe à tout élément de $E$ un unique élément de $F$ . Notations $\mathcal{F}(E, F)$ et $F^E$ pour l'ensemble des applications de $E$ dans $F$ .
Famille d'éléments d'un ensemble $E$ indexée par un ensemble fini.	
Fonction indicatrice d'une partie $A$ d'un ensemble $E$ .	Notation $\mathbb{1}_A$ .
Restriction.	Notation $f _A$ .
Image directe.	Notation $f(A)$ .
Image réciproque.	Notation $f^{-1}(B)$ .
Composition.	
Injection, surjection. Composée de deux injections, de deux surjections.	
Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.	
Relation d'équivalence, classes d'équivalence.	La notion d'ensemble quotient est hors programme.

**Nombres complexes et trigonométrie**

L'objectif de ce chapitre est de consolider et d'approfondir les acquis du cycle terminal. Le programme combine plusieurs aspects :

- équations algébriques (équations du second degré, racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe) ;
- interprétation géométrique des nombres complexes, utilisation des nombres complexes en géométrie plane ;
- exponentielle complexe et applications à la trigonométrie.

Il est recommandé d'illustrer le cours de nombreuses figures.

**a) Nombres complexes**

Parties réelle et imaginaire.	La construction de $\mathbb{C}$ n'est pas exigible.
Opérations sur les nombres complexes.	
Conjugaison, compatibilité avec les opérations.	
Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point du plan, affixe d'un vecteur du plan.	On identifie $\mathbb{C}$ au plan usuel muni d'un repère orthonormé direct.

**b) Module d'un nombre complexe**

Module.	Interprétation géométrique de $ z - z' $ , cercles et disques.
Relation $ z ^2 = z \bar{z}$ , module d'un produit, d'un quotient.	
Inégalité triangulaire, cas d'égalité.	

**c) Nombres complexes de module 1 et trigonométrie**

Cercle trigonométrique. Paramétrisation par les fonctions circulaires.	Notation $\cup$ . Les étudiants doivent savoir retrouver des formules du type $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$ et résoudre des équations et inéquations trigonométriques en s'aidant du cercle trigonométrique.
Définition de $e^{it}$ pour $t$ réel.	
Si $t$ et $t'$ sont deux réels, alors : $e^{i(t+t')} = e^{it} e^{it'}$ .	Factorisation de $1 \pm e^{it}$ . Les étudiants doivent savoir factoriser des expressions du type $\cos(p) + \cos(q)$ .
Formules exigibles : $\cos(a \pm b)$ , $\sin(a \pm b)$ , $\cos(2a)$ , $\sin(2a)$ , $\cos(a) \cos(b)$ , $\sin(a) \sin(b)$ , $\cos(a) \sin(b)$ .	
Fonction tangente.	Notation $\tan$ .
Formule $\tan(a \pm b)$ .	



Formules d'Euler :

$$\cos(t) = \frac{e^{it} + e^{-it}}{2}, \quad \sin(t) = \frac{e^{it} - e^{-it}}{2i}.$$

Linéarisation, calcul de  $\sum_{k=0}^n \cos(kt)$ , de  $\sum_{k=1}^n \sin(kt)$ .

Formule de Moivre.

**d) Arguments d'un nombre complexe non nul**Écriture d'un nombre complexe non nul sous la forme  $re^{i\theta}$  avec  $r > 0$  et  $\theta \in \mathbb{R}$ .

Arguments d'un nombre complexe non nul.

Relation de congruence modulo  $2\pi$  sur  $\mathbb{R}$ .

Argument d'un produit, d'un quotient.

Transformation de  $a \cos(t) + b \sin(t)$  en  $A \cos(t - \varphi)$ . $\Leftrightarrow$  PC et SI : amplitude et phase.**e) Équation du second degré**

Racines carrées d'un nombre complexe.

Résolution des équations du second degré, discriminant.

Somme et produit des racines d'une équation du second degré.

**f) Racines  $n$ -ièmes**Description des racines  $n$ -ièmes de l'unité.Équation  $z^n = a$ .Notation  $\mathbb{U}_n$ .

Représentation géométrique des solutions.

**g) Exponentielle complexe**Définition de  $e^z$  pour  $z$  complexe :  $e^z = e^{\operatorname{Re}(z)} e^{i \operatorname{Im}(z)}$ .Notations  $\exp(z)$ ,  $e^z$ . $\Leftrightarrow$  PC et SI : définition d'une impédance complexe en régime sinusoïdal.

Exponentielle d'une somme.

Pour tous  $z$  et  $z'$  dans  $\mathbb{C}$ ,  $\exp(z) = \exp(z')$  si et seulement si  $z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$ .**h) Nombres complexes et géométrie plane**

Traduction de l'alignement et de l'orthogonalité au moyen d'affixes.

Transformation  $z \mapsto e^{i\theta} z$ ; rotation plane de centre  $O$  et d'angle  $\theta$ .

Il s'agit d'introduire le concept de transformation du plan, dont l'étude ne figure pas aux programmes des classes antérieures.

Transformation  $z \mapsto z + b$ ; interprétation en termes de translation.Transformation  $z \mapsto kz$ , ( $k \in \mathbb{R}^*$ ); homothétie de centre  $O$  et de rapport  $k$ .Transformation  $z \mapsto \bar{z}$ ; interprétation en termes de symétrie axiale.

## Calculs algébriques

Ce chapitre a pour but de présenter quelques notations et techniques fondamentales de calcul algébrique, notamment en vue de l'enseignement de la combinatoire et des probabilités.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Sommes et produits

Somme et produit d'une famille finie de nombres complexes.

Notations  $\sum_{i \in I} a_i$ ,  $\sum_{i=1}^n a_i$ ,  $\prod_{i \in I} a_i$ ,  $\prod_{i=1}^n a_i$ .

Sommes et produits télescopiques, exemples de changements d'indices et de regroupements de termes.

Somme d'une progression arithmétique ou géométrique finie de nombres complexes.

Factorisation de  $a^n - b^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Sommes doubles. Produit de deux sommes finies.

Sommes triangulaires.

#### b) Coefficients binomiaux et formule du binôme

Factorielle. Coefficients binomiaux.

Notation  $\binom{n}{p}$ .

Relation  $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$ .

Formule et triangle de Pascal.

Lien avec la méthode d'obtention des coefficients binomiaux utilisée en classe de Première.

Formule du binôme dans  $\mathbb{C}$ .

## Techniques fondamentales de calcul en analyse

Le point de vue adopté dans ce chapitre est principalement pratique : il s'agit, en prenant appui sur les acquis du lycée, de mettre en œuvre des techniques de l'analyse, en particulier celles de majoration. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul différentiel ou intégral utilisées sont différées à un chapitre ultérieur. Cette appropriation en deux temps est destinée à faciliter les apprentissages.

Les objectifs de formation sont les suivants :

- une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités ;
- l'introduction de fonctions pour établir des inégalités ;
- la manipulation des fonctions classiques dont le corpus est étendu ;
- le calcul de dérivées et de primitives ;
- la mise en pratique, sur des exemples simples, de l'intégration par parties et du changement de variable ;
- l'application des deux points précédents aux équations différentielles.

Les étudiants doivent connaître les principales techniques de calcul et savoir les mettre en pratique sur des cas simples. Le cours sur les équations différentielles est illustré par des exemples issus des autres disciplines scientifiques.

### A - Inégalités dans $\mathbb{R}$

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

Relation d'ordre sur  $\mathbb{R}$ . Compatibilité avec les opérations.

Intervalles de  $\mathbb{R}$ .

Exemples de majoration et de minoration de sommes, de produits et de quotients.

Valeur absolue. Inégalité triangulaire.

Interprétation sur la droite réelle d'inégalités du type  $|x - a| \leq b$ .

Parties majorées, minorées, bornées.

Majorant, minorant ; maximum, minimum.

## B - Fonctions de la variable réelle à valeurs réelles ou complexes

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Généralités sur les fonctions

Ensemble de définition.

Représentation graphique d'une fonction  $f$  à valeurs réelles.

Graphes des fonctions  $x \mapsto f(x) + a$ ,  $x \mapsto f(x + a)$ ,  
 $x \mapsto f(a - x)$ ,  $x \mapsto f(ax)$ ,  $x \mapsto a f(x)$ .

Résolution graphique d'équations et d'inéquations du type  $f(x) = \lambda$  et  $f(x) \leq \lambda$ .

Interprétation géométrique de ces propriétés.

Parité, imparité, périodicité.

Somme, produit, composée.

Monotonie.

Bijektivité, réciproque d'une bijection.

Fonctions majorées, minorées, bornées.

Graphe d'une réciproque.

Traduction géométrique de ces propriétés.

Une fonction  $f$  est bornée si et seulement si  $|f|$  est majorée.

#### b) Dérivation

Équation de la tangente en un point.

Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée.

Ces résultats sont admis à ce stade.

$\Leftrightarrow$  SI : étude cinématique.

$\Leftrightarrow$  PC : exemples de calculs de dérivées partielles.

À ce stade, toute théorie sur les fonctions de plusieurs variables est hors programme.

Tableau de variation.

Dérivée d'une réciproque.

Interprétation géométrique de la dérivabilité et du calcul de la dérivée d'une bijection réciproque.

Dérivées d'ordre supérieur.

#### c) Étude d'une fonction

Détermination des symétries et des périodicités afin de réduire le domaine d'étude, tableau de variations, asymptotes verticales et horizontales, tracé du graphe.

Application à la recherche d'extremums et à l'obtention d'inégalités.

#### d) Fonctions usuelles

Étude des fonctions exponentielle, cosinus et sinus hyperboliques, logarithme népérien, puissances.

Dérivée, variation et graphe.

Les fonctions puissances sont définies sur  $\mathbb{R}_+^*$  et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur  $\mathbb{R}_-^*$ .

Relations  $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$ ,  $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$ ,  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$ .

Fonction logarithme décimal.

Notation  $\log$  ou  $\log_{10}$ .

$\Leftrightarrow$  PC : pH.

$\Leftrightarrow$  SI : représentation des diagrammes de Bode.

Croissances comparées des fonctions logarithme, puissances et exponentielle.

Fonctions sinus, cosinus, tangente.

$\Leftrightarrow$  PC et SI.

Fonctions circulaires réciproques.

Notations Arcsin, Arccos, Arctan.

La fonction tangente hyperbolique et les fonctions hyperboliques réciproques sont hors programme.

#### e) Dérivation d'une fonction complexe d'une variable réelle

Dérivée d'une fonction à valeurs complexes.

La dérivée est définie via les parties réelle et imaginaire.

Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient.

Brève extension des résultats sur les fonctions à valeurs réelles.

Dérivée de  $\exp(\varphi)$  où  $\varphi$  est une fonction dérivable à valeurs complexes.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : électrocinétique.

**a) Calcul de primitives**

Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes.

Description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'entre elles.

Les étudiants doivent savoir utiliser les primitives de  $x \mapsto e^{\lambda x}$  pour calculer celles de  $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$  et  $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$ .

$\Leftrightarrow$  PC et SI : cinématique.

Primitives des fonctions puissances, cosinus, sinus, tangente, exponentielle, logarithme,

Les étudiants doivent savoir calculer les primitives de fonctions du type

$$x \mapsto \frac{1}{1+x^2}, \quad x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$x \mapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$$

et reconnaître les dérivées de fonctions composées.

Dérivée de  $x \mapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$  où  $f$  est continue.

Résultat admis à ce stade.

Toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives.

Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive.

Intégration par parties pour des fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ .

On définit à cette occasion la classe  $\mathcal{C}^1$ . Application au calcul de primitives.

Changement de variable : si  $\varphi$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $I$  et si  $f$  est continue sur  $\varphi(I)$ , alors pour tous  $a$  et  $b$  dans  $I$

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x) dx = \int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t) dt.$$

**b) Équations différentielles linéaires du premier ordre**

Notion d'équation différentielle linéaire du premier ordre :

Équation homogène associée.

Cas particulier où la fonction  $a$  est constante.

$$y' + a(x)y = b(x)$$

où  $a$  et  $b$  sont des fonctions continues définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  à valeurs réelles ou complexes.

Résolution d'une équation homogène.

Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.

$\Leftrightarrow$  PC : régime libre, régime forcé ; régime transitoire, régime établi.

Principe de superposition.

Méthode de la variation de la constante.

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : modélisation des circuits électriques RC, RL et de systèmes mécaniques linéaires.

**c) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants**

Notion d'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants :

Équation homogène associée.

$$y'' + ay' + by = f(x)$$

où  $a$  et  $b$  sont des scalaires et  $f$  est une application continue à valeurs dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

Résolution de l'équation homogène.

Si  $a$  et  $b$  sont réels, description des solutions réelles.

Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.

Les étudiants doivent savoir déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme  $x \mapsto Ae^{\lambda x}$  avec  $(A, \lambda) \in \mathbb{C}^2$ ,  $x \mapsto B \cos(\omega x)$  et  $x \mapsto B \sin(\omega x)$  avec  $(B, \omega) \in \mathbb{R}^2$ .

$\Leftrightarrow$  PC : régime libre, régime forcé ; régime transitoire, régime établi.

Principe de superposition.

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

La démonstration de ce résultat est hors programme.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : modélisation des circuits électriques LC, RLC et de systèmes mécaniques linéaires.

## Nombres réels et suites numériques

*L'objectif est d'énoncer les propriétés fondamentales de la droite réelle, et de les appliquer à l'étude des suites, qui interviennent en mathématiques tant pour leur intérêt pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximation de nombres réels). On distingue les aspects qualitatifs (monotonie, convergence, divergence) des aspects quantitatifs (majoration, encadrement, vitesse de convergence ou de divergence).*

### a) Ensembles usuels de nombres

Entiers naturels, entiers relatifs, nombres décimaux, rationnels.

Droite réelle.

La relation d'ordre  $\leq$  sur  $\mathbb{R}$  : majorant, minorant, maximum, minimum.

Borne supérieure (resp. inférieure) d'une partie non vide majorée (resp. minorée) de  $\mathbb{R}$ .

Partie entière.

Approximations décimales.

La construction de  $\mathbb{R}$  est hors programme.

Notation  $\lfloor x \rfloor$ .

Valeurs décimales approchées à la précision  $10^{-n}$  par défaut et par excès.

Une partie  $X$  de  $\mathbb{R}$  est un intervalle si et seulement si, pour tous  $a$  et  $b$  dans  $X$ , on a  $[a, b] \subset X$ .

### b) Généralités sur les suites réelles

Modes de définition d'une suite.

Monotonie. Suite minorée, majorée, bornée.

De façon explicite, implicite ou par récurrence.

Une suite  $(u_n)$  est bornée si et seulement si  $(|u_n|)$  est majorée.

Exemples d'étude de la monotonie d'une suite définie par  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

Suites stationnaires.

Suites arithmétiques, suites géométriques.

Les étudiants doivent connaître une méthode de calcul du terme général d'une suite définie par  $u_{n+1} = au_n + b$ .

La démonstration sera faite dans le cours d'algèbre linéaire.

Suites récurrentes linéaires d'ordre deux.

### c) Limite d'une suite réelle

Limite finie ou infinie d'une suite.

Notation  $u_n \rightarrow \ell$ .

Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges.

Lien avec la définition vue en classe de Terminale.

Les étudiants doivent savoir démontrer l'existence d'une limite réelle  $\ell$  en majorant  $|u_n - \ell|$ .

Notation  $\lim u_n$ .

Unicité de la limite.

Suite convergente, suite divergente.

Toute suite réelle convergente est bornée.

Opérations sur les limites : combinaisons linéaires, produit, quotient.

Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.

**d) Théorèmes d'existence d'une limite**

Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.  
Théorème de la limite monotone.  
Théorème des suites adjacentes.

**e) Suites extraites**

Suites extraites d'une suite.	La notion de valeur d'adhérence est hors programme. Le théorème de Bolzano-Weierstrass est hors programme.
Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.	Utilisation des suites extraites pour montrer la divergence d'une suite.

**f) Brève extension aux suites complexes**

Convergence d'une suite complexe. Suites complexes bornées ; toute suite complexe convergente est bornée. Opérations sur les suites convergentes : combinaisons linéaires, produit, quotient.	Traduction à l'aide des parties réelle et imaginaire.
---	---

**Limites, continuité et dérivabilité**

*Ce chapitre est divisé en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde. On y formalise les résultats qui ont été utilisés d'un point de vue calculatoire dans le premier chapitre d'analyse.*

*Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.*

*Les fonctions sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  non vide et non réduit à un point et, sauf dans les paragraphes A-d) et B-d), sont à valeurs réelles.*

*Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction  $f$  définie sur  $I$  est vraie au voisinage de  $a$  si elle est vraie sur l'intersection de  $I$  avec un intervalle ouvert centré sur  $a$  si  $a$  est réel, avec un intervalle  $[A, +\infty[$  si  $a = +\infty$ , avec un intervalle  $]-\infty, A]$  si  $a = -\infty$ .*

**A - Limites et continuité**

*L'essentiel du paragraphe a) consiste à adapter au cadre continu les notions déjà abordées pour les suites. Afin d'éviter des répétitions, le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.*

*Pour la pratique du calcul de limites, on se borne à ce stade à des calculs très simples, en attendant de pouvoir disposer d'outils efficaces (développements limités).*

**a) Limite d'une fonction en un point**

Étant donné un point $a$ appartenant à $I$ ou extrémité de $I$ , limite finie ou infinie d'une fonction en $a$ . Limite finie ou infinie d'une fonction en $\pm\infty$ .	Notations $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$ , $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} \ell$ . Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Les étudiants doivent savoir démontrer l'existence d'une limite réelle $\ell$ en majorant $ f(x) - \ell $ .
Unicité de la limite. Si $f$ admet une limite finie en $a$ alors $f$ est bornée au voisinage de $a$ . Limite à droite, limite à gauche.	Notation $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ . Notations $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x)$ ou $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ .
Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en $a$ .	Extension de la notion de limite en $a$ lorsque la fonction est définie sur $I \setminus \{a\}$ . Adaptation des énoncés relatifs aux suites.

Image d'une suite de limite  $a$  par une fonction admettant une limite en  $a$ .

Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.

Théorèmes d'encadrement (limite finie), de minoration (limite  $+\infty$ ) et de majoration (limite  $-\infty$ ).

Théorème de la limite monotone.

Démonstration non exigible.

### b) Continuité en un point

Continuité de  $f$  en un point  $a$  de  $I$ .

La fonction  $f$  est continue en  $a$  si et seulement si elle admet une limite finie en  $a$ .

Continuité à droite et à gauche.

Prolongement par continuité en un point.

Si  $a$  est une extrémité de  $I$  n'appartenant pas à  $I$ ,  $f$  admet une limite finie en  $a$  si et seulement si elle est prolongeable par continuité en  $a$ .

Image d'une suite de limite  $a$  par une fonction continue en  $a$ .

Application aux suites définies par  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

Opérations : combinaisons linéaires, produit, quotient, composition.

### c) Continuité sur un intervalle

Opérations : combinaisons linéaires, produit, quotient, composition.

Théorème des valeurs intermédiaires.

Image d'un intervalle par une fonction continue.

Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

Toute fonction  $f$  continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  réalise une bijection de  $I$  sur l'intervalle  $f(I)$ , et sa réciproque est continue et strictement monotone sur l'intervalle  $f(I)$ , et de même monotonie que  $f$ .

$\Leftrightarrow$  I : application de l'algorithme de dichotomie à la recherche d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration est hors programme.

### d) Brève extension aux fonctions à valeurs complexes

Limite de  $f$  en  $a$ , continuité de  $f$  en  $a$ , continuité de  $f$  sur un intervalle  $I$ .

Traduction à l'aide des parties réelle et imaginaire.

Fonctions bornées au voisinage de  $a$ .

Toute fonction admettant une limite finie en  $a$  est bornée au voisinage de  $a$ .

Opérations sur les fonctions admettant une limite finie en  $a$ , continues en  $a$  ou continues sur un intervalle  $I$  : combinaisons linéaires, produit, quotient.

**a) Nombre dérivé, fonction dérivée**

Dérivabilité en un point, nombre dérivé.

Développement limité à l'ordre 1.

Interprétation géométrique.

$\Leftrightarrow$  SI : identification d'un modèle de comportement au voisinage d'un point de fonctionnement.

$\Leftrightarrow$  SI : représentation graphique de la fonction sinus cardinal au voisinage de 0.

$\Leftrightarrow$  I : méthode de Newton.

La dérivabilité entraîne la continuité.

Dérivabilité à gauche, à droite.

Dérivabilité et dérivée sur un intervalle.

Opérations sur les fonctions dérivables et les dérivées : combinaison linéaire, produit, quotient, composition, réciproque.

Tangente au graphe d'une réciproque.

La dérivabilité entraîne la continuité.

À ce stade, on peut écrire le reste sous la forme  $(x - a)\varepsilon(x - a)$  et n'introduire la notation  $o$  que plus tard.

Tangente au graphe de  $f$  au point d'abscisse  $a$ .

Dérivabilité à droite, à gauche.

Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle.

Opérations sur les fonctions dérivables en un point, dérivables sur un intervalle : combinaison linéaire, produit, quotient, composée, réciproque.

**b) Propriétés des fonctions dérivables**

Extremum local. Condition nécessaire en un point intérieur.

Théorème de Rolle.

Égalité des accroissements finis.

Inégalité des accroissements finis : si  $f$  est dérivable sur  $I$  et si  $|f'|$  est bornée par  $M$  sur  $I$ , alors  $f$  est  $M$ -lipschitzienne sur  $I$ .

Interprétations géométrique et cinématique.

La notion de fonction lipschitzienne est introduite à ce stade ; elle n'appelle aucun développement supplémentaire.

Application aux suites définies par  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

$\Leftrightarrow$  I : algorithme de recherche du point fixe pour une fonction contractante.

Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes parmi les fonctions dérivables.

Théorème de la limite de la dérivée : si  $f$  est dérivable sur  $I \setminus \{a\}$ , continue sur  $I$  et si  $f'(x)$  tend vers  $\ell$  (réel ou infini) lorsque  $x$  tend vers  $a$ , alors  $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  tend vers  $\ell$  lorsque  $x$  tend vers  $a$ .

Interprétation géométrique.

Si  $\ell$  est un nombre réel, alors  $f$  est dérivable en  $a$  et  $f'(a) = \ell$ .

**c) Fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$** 

Pour  $k$  dans  $\mathbb{N}^* \cup \{\infty\}$ , fonction de classe  $\mathcal{C}^k$  sur  $I$ .

Opérations sur les fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$  : combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composition, réciproque.

Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.

**d) Fonctions complexes**

Brève extension des définitions et résultats précédents.

Caractérisation de la dérivabilité en termes de partie réelle et imaginaire.

Interprétation cinématique.



Inégalité des accroissements finis pour une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Le résultat, admis à ce stade, sera justifié dans le chapitre « Intégration ». Il convient de montrer par un contre-exemple que le théorème de Rolle ne s'étend pas.

## Analyse asymptotique

L'objectif de ce chapitre est de familiariser les étudiants avec les techniques asymptotiques de base, dans les cadres discret et continu. Les suites et les fonctions y sont à valeurs réelles ou complexes, le cas réel jouant un rôle prépondérant.

On donne la priorité à la pratique d'exercices plutôt qu'à la vérification systématique de propriétés élémentaires.

La notion de développement asymptotique est hors programme.

Les étudiants doivent connaître les développements limités usuels et savoir rapidement mener à bien des calculs asymptotiques simples. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils logiciels.

### a) Relations de comparaison : cas des suites

Relations de domination, de négligeabilité, d'équivalence.

Notations  $u_n = O(v_n)$ ,  $u_n = o(v_n)$ ,  $u_n \sim v_n$ .  
On définit ces relations à partir du quotient  $\frac{u_n}{v_n}$  en supposant que la suite  $(v_n)$  ne s'annule pas à partir d'un certain rang.

Liens entre les relations de comparaison.  
Opérations sur les équivalents : produit, quotient, puissances.  
Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.

Traduction, à l'aide du symbole  $o$ , des croissances comparées des suites usuelles :  $\ln^\beta(n)$ ,  $n^\alpha$  et  $e^{\gamma n}$   
Équivalence entre les relations  $u_n \sim v_n$  et  $u_n - v_n = o(v_n)$ .

### b) Relations de comparaison : cas des fonctions

Adaptation aux fonctions des définitions et résultats du paragraphe précédent (en un point ou à l'infini).

### c) Développements limités

Si  $f$  est définie sur l'intervalle  $I$  et si  $a$  est un point de  $I$  ou une extrémité de  $I$ , développement limité d'ordre  $n$  de  $f$  au voisinage de  $a$ .

Unicité, troncature d'un développement limité.

Forme normalisée d'un développement limité :

$$f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{\equiv} h^p (a_0 + a_1 h + \dots + a_n h^n + o(h^n))$$

avec  $a_0 \neq 0$ .

Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit, quotient.

Primitivation d'un développement limité.

Adaptation au cas où  $f$  est définie sur  $I \setminus \{a\}$ .

Équivalence  $f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{\sim} a_0 h^p$ , signe de  $f$  au voisinage de  $a$ .

Intérêt de la forme normalisée pour prévoir l'ordre d'un développement limité.

Les étudiants doivent savoir déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée. Aucun résultat général sur ce point n'est exigible.

La démonstration de l'existence du développement limité d'un quotient n'est pas exigible.

La division selon les puissances croissantes est hors programme.

Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre  $n$  au voisinage d'un point  $a$  de  $I$  d'une application de classe  $\mathcal{C}^n$  sur  $I$ .

Développements limités à tout ordre au voisinage de 0 de  $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ ,  $\exp$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ ,  $x \mapsto \ln(1+x)$ ,  $x \mapsto \operatorname{Arctan} x$  et de  $\tan$  à l'ordre 3.

La formule sera démontrée dans le chapitre « Intégration ».

#### d) Applications des développements limités

Calcul d'équivalents et de limites.

Étude locale d'une fonction : prolongement par continuité, dérivabilité d'un prolongement par continuité, tangente, position relative de la courbe et de la tangente, extremum.

Détermination d'asymptotes.

### Systèmes linéaires et calcul matriciel

*Ce chapitre est à concevoir comme une initiation aux structures algébriques et une préparation à l'algèbre linéaire « abstraite » qui sera étudiée au second semestre.*

*La problématique de départ est la résolution des systèmes linéaires. Elle est à la fois familière des étudiants – ils l'ont pratiquée dans l'enseignement secondaire pour de petites dimensions, par exemple en géométrie – et motivante par le nombre important de problèmes se ramenant à la résolution d'un système linéaire (méthode des différences finies, méthode des moindres carrés, etc). L'objectif majeur du sous-chapitre « A - Systèmes linéaires » est la justification et la mise en œuvre de l'algorithme de Gauss-Jordan de résolution d'un système linéaire.*

*La recherche d'une méthode systématique de résolution d'un système linéaire par cet algorithme conduit naturellement au calcul matriciel qui recèle à la fois des propriétés inhabituelles pour les étudiants (existence de diviseurs de 0, non commutativité) et des propriétés analogues à celles des ensembles de nombres (distributivité, etc.) qu'il convient de mettre en évidence.*

*L'ordre d'exposition choisi ci-dessous n'est nullement impératif. On pourra aussi bien commencer par introduire le calcul matriciel puis l'appliquer à la théorie des systèmes linéaires. On veillera à respecter les objectifs de formation suivants :*

- Familiariser les étudiants avec les différentes représentations des solutions d'un système linéaire.
- Entraîner au calcul matriciel. On évitera cependant tout excès de technicité et on se limitera à des systèmes et des matrices de taille raisonnable dans les applications numériques.
- Consolider la formation à l'algorithmique.

*Dans ce chapitre,  $\mathbb{K}$  désigne  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ , et  $n$  et  $p$  appartiennent à  $\mathbb{N}^*$ .*

#### A - Systèmes linéaires

##### a) Généralités sur les systèmes linéaires

Équation linéaire à  $p$  inconnues. Système linéaire de  $n$  équations à  $p$  inconnues.

Système homogène associé à un système linéaire.

Matrice  $A$  d'un système linéaire; matrice augmentée  $(A|B)$  où  $B$  est la colonne des seconds membres.

Opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice : échange des lignes  $L_i$  et  $L_j$ , ajout de  $\lambda \cdot L_j$  à  $L_i$  pour  $i \neq j$ , multiplication de  $L_i$  par  $\lambda \neq 0$ .

Deux systèmes sont dits équivalents si on peut passer de l'un à l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Interprétations géométriques : représentation d'une droite, d'un plan.

On introduit les matrices comme tableaux rectangulaires d'éléments de  $\mathbb{K}$ .

On emploiera les notations suivantes :  $L_i \leftrightarrow L_j$ ,  $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$  et  $L_i \leftarrow \lambda L_i$ .

Deux systèmes équivalents ont le même ensemble de solutions.

Deux matrices sont dites équivalentes par lignes si elles se déduisent l'une de l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Si l'on passe d'un système  $\mathcal{S}$  à un autre système  $\mathcal{S}'$  par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes, la matrice augmentée de  $\mathcal{S}'$  s'obtient en effectuant la même suite d'opérations élémentaires sur la matrice augmentée de  $\mathcal{S}$ .

Notation  $A \underset{L}{\sim} A'$ .

Ce résultat justifie la présentation matricielle de la résolution d'un système linéaire.

## b) Échelonnement et algorithme du pivot de Gauss-Jordan

Une matrice est dite échelonnée par lignes si elle vérifie les deux propriétés suivantes :

- i. Si une ligne est nulle, toutes les lignes suivantes le sont aussi ;
- ii. À partir de la deuxième ligne, dans chaque ligne non nulle, le premier coefficient non nul à partir de la gauche est situé à droite du premier coefficient non nul de la ligne précédente.

On appelle pivot le premier coefficient non nul de chaque ligne non nulle.

Une matrice échelonnée en lignes est dite échelonnée réduite par lignes si elle est nulle ou si tous ses pivots sont égaux à 1 et sont les seuls éléments non nuls de leur colonne.

Toute matrice est équivalente par lignes à une unique matrice échelonnée réduite par lignes.

Un schéma « en escalier » illustre la notion de matrice échelonnée.

La démonstration de l'unicité n'est pas exigible.

$\Leftrightarrow$  I : algorithme du pivot de Gauss-Jordan.

Pour des systèmes de taille  $n > 3$  ou  $p > 3$ , on utilise l'outil informatique. On met en évidence sur un exemple l'instabilité numérique de la méthode due aux erreurs d'arrondis.

## c) Ensemble des solutions d'un système linéaire

Inconnues principales, inconnues secondaires ou paramètres.

Système incompatible. Système compatible.

Rang d'un système linéaire.

Le nombre de paramètres est égal à la différence du nombre d'inconnues et du rang.

Expression des solutions d'un système linéaire.

Application aux problèmes d'intersection en géométrie du plan et de l'espace.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : résolution dans le cas  $n = p = 2$ .

Le rang est défini comme nombre de pivots de la réduite échelonnée par lignes de la matrice du système homogène associé.

Description des solutions au moyen d'une solution particulière et des solutions du système homogène associé.

## B - Calcul matriciel

L'objectif visé est la décomposition de toute matrice rectangulaire  $A$  en un produit de la forme  $A = ER$  où  $R$  est échelonnée réduite par lignes et  $E$  est un produit de matrices élémentaires.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Ensembles de matrices

Ensemble  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$  des matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes à coefficients dans  $\mathbb{K}$ .

Opérations sur les matrices : combinaison linéaire, multiplication matricielle.

Application à l'écriture matricielle d'un système linéaire.

Propriétés des opérations matricielles.

Ensemble  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .

Puissances d'une matrice carrée.

Formule du binôme.

Matrices diagonales, triangulaires.

Si  $X$  est une matrice colonne,  $AX$  est une combinaison linéaire des colonnes de  $A$ .

La  $j$ -ème colonne de  $AB$  est le produit de  $A$  par la  $j$ -ème colonne de  $B$  et la  $i$ -ème ligne de  $AB$  est le produit de la  $i$ -ème ligne de  $A$  par  $B$ .

Il existe des matrices non nulles dont le produit est nul.

Notation  $I_n$  pour la matrice identité.

Le produit matriciel n'est pas commutatif.

Stabilité par les opérations.

#### b) Opérations élémentaires de pivot et calcul matriciel

Matrices élémentaires : matrices de transvection, de transposition et de dilatation. Inversibilité des matrices élémentaires.

Traduction matricielle de l'algorithme de Gauss-Jordan : pour toute matrice rectangulaire  $A$  à coefficients dans  $\mathbb{K}$ , il existe une matrice  $E$  produit de matrices élémentaires et une unique matrice échelonnée réduite  $R$  telles que  $A = ER$ .

Brève extension des définitions et des résultats aux opérations élémentaires sur les colonnes d'une matrice.

Interprétation des opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice au moyen des matrices élémentaires.

Notation  $A \underset{C}{\sim} A'$ .

#### c) Matrices carrées inversibles

Matrices carrées inversibles. Inverse.

Inverse d'un produit de matrices inversibles.

Pour  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ , équivalence des propriétés suivantes :

- i.  $A$  est inversible ;
- ii.  $A \underset{L}{\sim} I_n$  ;
- iii. Le système  $AX = 0$  n'admet que la solution nulle ;
- iv. Pour tout  $B$ , le système  $AX = B$  admet une unique solution ;
- v. Pour tout  $B$ , le système  $AX = B$  admet au moins une solution.

On introduit la terminologie « groupe linéaire », et la notation  $GL_n(\mathbb{K})$ , pour désigner l'ensemble des matrices inversibles de taille  $n$ , mais tout développement sur la notion de groupe est hors programme.

Calcul de l'inverse d'une matrice carrée par résolution d'un système linéaire et par la méthode du pivot de Gauss-Jordan.

#### d) Transposition

Transposée d'une matrice.

Transposée d'une somme, d'un produit, d'un inverse.

Notations  $A^T$ ,  ${}^t A$ .

Matrices symétriques et antisymétriques.

## Entiers naturels et dénombrement

### A - Rudiments d'arithmétique dans $\mathbb{N}$

Ce sous-chapitre a pour objectif de consolider la connaissance des nombres entiers et de mettre en œuvre des algorithmes élémentaires. L'ensemble  $\mathbb{N}$  est supposé connu. Toute axiomatique de  $\mathbb{N}$  est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Multiplés et diviseurs d'un entier. Division euclidienne dans $\mathbb{N}$ .	
PGCD de deux entiers naturels non nuls. PPCM.	$\Leftrightarrow$ I : algorithme d'Euclide.
Définition d'un nombre premier. Existence et unicité de la décomposition d'un entier supérieur ou égal à 2 en produit de facteurs premiers.	Les démonstrations de l'existence et de l'unicité sont hors programme. $\Leftrightarrow$ I : crible d'Eratosthène.

### B - Dénombrement

Ce sous-chapitre a pour but de présenter les bases du dénombrement, notamment en vue de l'étude des probabilités. Toute formalisation excessive est exclue. En particulier :

- on adopte un point de vue intuitif pour la définition d'un ensemble fini et la notion de cardinal ;
- parmi les propriétés du paragraphe a), les plus intuitives sont admises sans démonstration ;
- l'utilisation systématique de bijections dans les problèmes de dénombrement n'est pas un attendu du programme.

Ce chapitre est également l'occasion d'aborder les coefficients binomiaux sous un autre angle que celui du chapitre « Calculs algébriques ».

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
<b>a) Cardinal d'un ensemble fini</b>	
Cardinal d'un ensemble fini.	Notations $ A $ , $\text{Card}(A)$ , $\#A$ .
Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité.	
Une application entre deux ensembles finis de même cardinal est bijective, si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.	
Opérations sur les cardinaux : union disjointe ou quelconque de deux ensembles finis, complémentaire et produit cartésien.	La formule du crible est hors programme.
Cardinal de l'ensemble des applications d'un ensemble fini dans un ensemble fini.	
Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.	
<b>b) Listes et combinaisons</b>	
Nombre de $p$ -listes (ou $p$ -uplets) d'éléments distincts d'un ensemble de cardinal $n$ . Nombre d'applications injectives d'un ensemble de cardinal $p$ dans un ensemble de cardinal $n$ .	
Nombre de permutations d'un ensemble de cardinal $n$ .	
Nombre de parties à $p$ éléments (ou $p$ -combinaisons) d'un ensemble de cardinal $n$ .	Démonstrations combinatoires des formules de Pascal et du binôme.

## Deuxième semestre

Le deuxième semestre est organisée autour de trois grands pôles (l'algèbre linéaire, l'analyse réelle et les probabilités) auxquels s'ajoutent les espaces préhilbertiens et les polynômes. À l'intérieur du semestre, le professeur a la liberté d'organiser son enseignement de la manière qui lui paraît la mieux adaptée.

### Polynômes

L'objectif de ce chapitre est double : manipuler des objets formels et interagir avec l'enseignement de l'algèbre linéaire. Le programme se limite au cas où le corps de base  $\mathbb{K}$  est  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) L'ensemble $\mathbb{K}[X]$

L'ensemble  $\mathbb{K}[X]$ .

La construction n'est pas exigible.

Opérations : somme, produit, composée.

Degré d'un élément de  $\mathbb{K}[X]$  ; coefficient dominant et terme de plus haut degré d'un polynôme non nul, polynôme unitaire.

On convient que le degré du polynôme nul est  $-\infty$ .

Ensemble  $\mathbb{K}_n[X]$  des polynômes de degré au plus  $n$ .

Degré d'une somme, d'un produit.

Fonction polynomiale associée à un polynôme.

#### b) Divisibilité et division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$

Divisibilité dans  $\mathbb{K}[X]$  ; diviseurs et multiples.

Division euclidienne d'un élément  $A$  de  $\mathbb{K}[X]$  par un élément  $B$  de  $\mathbb{K}[X] \setminus \{0\}$ .

#### c) Dérivation dans $\mathbb{K}[X]$

Dérivée formelle d'un élément de  $\mathbb{K}[X]$ .

Pour  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ , lien avec la dérivée de la fonction polynomiale.

Linéarité de la dérivation, dérivée d'un produit.

Dérivée  $k$ -ième d'un polynôme.

Formule de Taylor.

#### d) Racines

Racines (ou zéros) d'un polynôme. Caractérisation par la divisibilité.

Le nombre de racines d'un polynôme  $P$  non nul est majoré par le degré de  $P$ .

Multiplicité d'une racine. Caractérisation par les dérivées successives.

Polynôme scindé sur  $\mathbb{K}$ .

#### e) Décomposition en facteurs irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$

Théorème de d'Alembert-Gauss. Polynômes irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$ .

La démonstration du théorème de d'Alembert-Gauss est hors programme.

Théorème de décomposition en facteurs irréductibles dans  $\mathbb{C}[X]$ .

Description des polynômes irréductibles de  $\mathbb{R}[X]$ .

Théorème de décomposition en facteurs irréductibles dans  $\mathbb{R}[X]$ .

#### f) Somme et produit des racines d'un polynôme

Expressions de la somme et du produit des racines d'un polynôme en fonction de ses coefficients.

Les autres fonctions symétriques élémentaires sont hors programme.

Cas des polynômes du second degré.

Calcul de deux nombres connaissant leur somme et leur produit.

## Espaces vectoriels et applications linéaires

Le programme se limite à l'algèbre linéaire sur les corps  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{C}$ . Après l'approche numérique du chapitre « Systèmes linéaires et calcul matriciel » on passe à une vision plus géométrique. Les trois grands thèmes traités sont les espaces vectoriels, la théorie de la dimension finie et les applications linéaires.

Dans le sous-chapitre « A - Espaces vectoriels » on généralise les objets de la géométrie du plan et de l'espace : vecteurs, bases, droites, plans,...

Le second sous-chapitre « B - Espaces vectoriels de dimension finie » vise à définir la dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie et en présente plusieurs méthodes de calcul. La notion de dimension interprète le nombre de degrés de liberté pour un problème linéaire.

L'étude des applications linéaires suit naturellement celle des espaces vectoriels au sous-chapitre « C - Applications linéaires ». Son objectif est de fournir un cadre aux problèmes linéaires.

Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à une dimension supérieure.

Au moins deux approches pédagogiques sont possibles :

- Traiter ce chapitre selon l'ordre présenté ci-dessous, en l'illustrant notamment sur les espaces  $\mathbb{K}^n$  à l'aide des techniques de pivot développées dans le chapitre « Systèmes linéaires et calcul matriciel ».
- Mettre en place les différentes notions (sous-espaces vectoriels, familles de vecteurs, dimension, applications linéaires) dans le cas particulier des espaces  $\mathbb{K}^n$  avant de les étendre aux espaces vectoriels généraux.

Il est attendu des étudiants qu'ils sachent reconnaître une situation se prêtant à une modélisation linéaire conduisant à une représentation adaptée dans un espace bien choisi.

Dans tout le chapitre, le corps  $\mathbb{K}$  est égal à  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

### A - Espaces vectoriels

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Espaces et sous-espaces vectoriels

Structure de  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.

Exemples de référence :  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}[X]$ ,  $\mathbb{K}^\Omega$  (cas particulier des suites) et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs.

Sous-espaces d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel, caractérisation.

Exemples : ensemble des solutions d'un système linéaire homogène ou d'une équation différentielle linéaire homogène.

Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs.

Intersection de sous-espaces vectoriels.

Somme de deux sous-espaces vectoriels.

Somme directe. Caractérisation par l'intersection

Sous-espaces supplémentaires.

#### b) Familles finies de vecteurs

Famille libre, famille liée.

Cas des vecteurs colinéaires, coplanaires.  
Vecteurs linéairement indépendants.

Toute famille finie de polynômes non nuls à coefficients dans  $\mathbb{K}$  et de degrés échelonnés est libre.

La famille  $(P_0, \dots, P_n)$  est dite de degrés échelonnés si  $\deg(P_0) < \dots < \deg(P_n)$ .

Famille génératrice d'un sous-espace vectoriel.

Base, coordonnées d'un vecteur dans une base.

Bases canoniques des espaces  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}_n[X]$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Base adaptée à une somme directe.

Matrice colonne des coordonnées.

Si  $(e_1, \dots, e_k, e_{k+1}, \dots, e_n)$  est une famille libre d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  alors  $\text{Vect}(e_1, \dots, e_k)$  et  $\text{Vect}(e_{k+1}, \dots, e_n)$  sont en somme directe.

## B - Espaces vectoriels de dimension finie

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Dimension finie

Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il admet une famille génératrice finie.

Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel non nul  $E$ , on peut extraire une base de  $E$ .

Tout  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  non nul de dimension finie admet une base.

Théorème de la base incomplète : toute famille libre de  $E$  peut être complétée en une base.

Dans un espace engendré par  $n$  vecteurs, toute famille de  $n + 1$  vecteurs est liée.

Dimension.

Dimensions de  $\mathbb{K}^n, \mathbb{K}_n[X], \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Si  $E$  est dimension  $n$  et  $\mathcal{F}$  est une famille de  $n$  vecteurs de  $E$ , alors  $\mathcal{F}$  est une base de  $E$  si et seulement si  $\mathcal{F}$  est libre, si et seulement si  $\mathcal{F}$  est génératrice de  $E$ .

Rang d'une famille finie de vecteurs d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension quelconque.

Caractérisation des familles finies libres par le rang.

Les vecteurs ajoutés peuvent être choisis parmi les vecteurs d'une famille génératrice donnée.

Droites et plans vectoriels.

#### b) Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie

Dimension d'un sous-espace d'un espace de dimension finie. Cas d'égalité.

Supplémentaires d'un sous-espace : existence, dimension commune, caractérisation par l'intersection et les dimensions.

Dimension de la somme de deux sous-espaces (formule de Grassmann).

## C - Applications linéaires

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Généralités

Applications linéaires, endomorphismes.

Opérations et règles de calcul sur les applications linéaires : combinaison linéaire, composée.

Image directe d'un sous-espace vectoriel.

Image et noyau.

Caractérisation de l'injectivité d'une application linéaire à l'aide de son noyau.

#### b) Isomorphismes

Isomorphismes, automorphismes.

Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.

Caractérisation des isomorphismes par les bases.

Espaces isomorphes, caractérisation par la dimension.

Le groupe linéaire  $GL(E)$ .

Application à la dimension de l'espace des suites récurrentes linéaires d'ordre deux, détermination d'une base.



Si  $E$  et  $F$  ont même dimension finie alors une application linéaire de  $E$  dans  $F$  est bijective si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.

Cas particulier des endomorphismes.

### c) Modes de définition d'une application linéaire

Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base.

Une application linéaire définie sur  $E = E_1 \oplus E_2$  est entièrement déterminée par ses restrictions à  $E_1$  et  $E_2$ .

### d) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel

Identité et homothéties.

Notation  $\text{Id}_E$ .

Projecteurs et symétries associés à deux sous-espaces supplémentaires.

Caractérisations :  $p \circ p = p$ ,  $s \circ s = \text{id}_E$ .

### e) Rang d'une application linéaire

Applications linéaires de rang fini.

$\text{rg}(v \circ u) \leq \min\{\text{rg}(u), \text{rg}(v)\}$

Invariance du rang par composition à droite ou à gauche par un isomorphisme.

Théorème du rang : si  $E$  est de dimension finie et si  $u \in \mathcal{L}(E, F)$  alors  $u$  est de rang fini et

$$\dim(E) = \dim(\text{Ker}(u)) + \text{rg}(u).$$

### f) Équations linéaires

Structure de l'ensemble des solutions d'une équation linéaire.

Exemples des systèmes linéaires et des équations différentielles linéaires d'ordre un et deux.

La notion de sous-espace affine est hors programme.

## Matrices et déterminants

Cette dernière partie du programme d'algèbre linéaire fait le lien entre la représentation géométrique (espaces vectoriels et applications linéaires) et la représentation numérique (matrices) dans le cadre de la dimension finie. Bien que naturellement liées à l'algorithme de Gauss-Jordan et aux changements de bases, les notions d'équivalence et de similitude matricielles ne sont pas au programme. D'une manière générale, les problématiques de classification géométrique des endomorphismes sont hors programme.

Dans un premier sous-chapitre intitulé « A - Matrices », on expose la représentation matricielle des applications linéaires en dimension finie au moyen de bases. Il en résulte une correspondance entre les registres géométriques et numériques. L'aspect numérique de la théorie présente l'avantage de fournir une résolution algorithmique à des problèmes linéaires ayant un nombre fini de degrés de liberté issus de la géométrie ou de l'analyse.

Le second sous-chapitre intitulé « B - Déterminants » développe une théorie du déterminant des matrices carrées, puis des endomorphismes d'un espace de dimension finie. Il met en évidence ses aspects algébrique (caractérisation des matrices inversibles) et géométrique (volume orienté).

Il est attendu des étudiants qu'ils maîtrisent les deux registres (géométrique et numérique), qu'ils sachent représenter numériquement un problème géométrique à l'aide de bases adaptées et interpréter géométriquement un problème numérique.

Le corps  $\mathbb{K}$  est égal à  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

### A - Matrices

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Matrices et applications linéaires

Matrice d'une application linéaire dans un couple de bases.

Isomorphisme entre  $\mathcal{L}(E, F)$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Calcul des coordonnées de l'image d'un vecteur par une application linéaire.

Application au calcul de la dimension de  $\mathcal{L}(E, F)$ .

Matrice d'une combinaison linéaire, d'une composée.

Lien entre matrices inversibles et isomorphismes.

Matrice de passage d'une base à une autre.

Effet d'un changement de base sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme.

#### b) Noyau, image et rang d'une matrice

Application linéaire canoniquement associée à une matrice.

Image et noyau d'une matrice de  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Rang d'une matrice  $A$ .

Interprétation en termes de systèmes linéaires.

Le rang d'une matrice est défini comme le rang du système de ses vecteurs colonnes ou de l'application linéaire canoniquement associée à  $A$ .

Théorème du rang.

Caractérisations des matrices inversibles en termes de noyau, d'image, de rang.

Conservation du rang par multiplication par une matrice inversible.

Rang de la transposée.

Deux matrices équivalentes par lignes ou par colonnes ont le même rang.

Le rang d'une matrice est égal au rang de ses lignes, le rang d'un système linéaire homogène est égal au rang de sa matrice.

## B - Déterminants

On motive les propriétés définissant un déterminant par celles de l'aire et du volume algébriques. La théorie au programme évite le recours au groupe symétrique et limite l'intervention des formes multilinéaires. On commence par définir le déterminant d'une matrice carrée. La notion de matrice réduite échelonnée par colonnes et la décomposition résultant de l'algorithme de Gauss-Jordan appliqué aux colonnes d'une matrice carrée suffisent à démontrer les propriétés du déterminant sur  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . On définit ensuite le déterminant d'un endomorphisme. Tout excès de technicité est exclu. Dans ce sous-chapitre,  $n$  est supérieur ou égal à deux.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Déterminant d'une matrice carrée de taille $n$

Il existe une unique application  $f : \mathcal{M}_n(\mathbb{K}) \rightarrow \mathbb{K}$  vérifiant les trois propriétés suivantes :

- i.  $f$  est linéaire par rapport à chacune des colonnes de sa variable ;
- ii.  $f$  est antisymétrique par rapport aux colonnes de sa variable ;
- iii.  $f(I_n) = 1$ .

La démonstration de ce théorème pour  $n \geq 4$  et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme.

On motivera géométriquement cette définition pour  $n \in \{2, 3\}$  par les notions d'aire et de volume algébriques. On notera  $\det(A)$  le nombre  $f(A)$  pour toute matrice  $A$  de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .

#### b) Propriétés du déterminant

Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul.

$\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A)$  pour tout  $(\lambda, A) \in \mathbb{K} \times \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .

Effet des opérations de pivot en colonnes sur un déterminant.

Applications : calcul du déterminant d'une matrice triangulaire

Une matrice carrée  $A$  est inversible si et seulement si  $\det(A) \neq 0$ .

Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Caractérisation des bases.

Déterminant d'un produit de matrices carrées, déterminant de l'inverse.

Déterminant de la transposée d'une matrice carrée.

Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.

Les étudiants doivent savoir calculer un déterminant par opérations élémentaires sur les colonnes.

La formule de changement de bases est hors programme.

Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.

Démonstration non exigible.

La comatrice est hors programme.

#### c) Déterminant d'un endomorphisme

Traduction sur les déterminants d'endomorphismes des propriétés vues sur les déterminants de matrices.

## Intégration

L'objectif majeur de ce chapitre est de définir l'intégrale d'une fonction continue sur un segment à valeurs réelles ou complexes et d'en établir les propriétés élémentaires, notamment le lien entre intégration et primitivation. Il permet ainsi d'achever la justification des propriétés présentées au premier semestre.

Ce chapitre permet également de consolider la pratique des techniques usuelles de calcul intégral.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

### a) Fonctions en escalier

Subdivision d'un segment.

Fonctions en escalier définies sur un segment à valeurs réelles.

### b) Intégrale d'une fonction continue sur un segment

Intégrale d'une fonction  $f$  continue sur un segment  $[a, b]$  de  $\mathbb{R}$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}$ .

Aucune construction n'est imposée.

Les fonctions continues par morceaux sont hors programme.

Il convient d'interpréter graphiquement l'intégrale d'une fonction continue à valeurs dans  $\mathbb{R}^+$  en terme d'aire mais tout développement théorique sur ce sujet est hors programme.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : valeur moyenne.

Notations  $\int_{[a,b]} f$ ,  $\int_a^b f(t) dt$ ,  $\int_a^b f$ .

Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale.

Les étudiants doivent savoir majorer et minorer des intégrales.

Inégalité :  $\left| \int_{[a,b]} f \right| \leq \int_{[a,b]} |f|$ .

Relation de Chasles.

Extension de la notation  $\int_a^b f(t) dt$  au cas où  $b \leq a$ . Propriétés correspondantes.

L'intégrale sur un segment d'une fonction continue de signe constant est nulle si et seulement si la fonction est nulle.

### c) Sommes de Riemann

Si  $f$  est une fonction continue sur le segment  $[a, b]$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ , alors

Interprétation géométrique des sommes de Riemann.

Démonstration dans le cas où  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^1$ .

$\Leftrightarrow$  I : méthodes des rectangles, des trapèzes.

$$\frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \int_a^b f(t) dt.$$

### d) Calcul intégral

Si  $f$  est une fonction continue sur l'intervalle  $I$  et si  $x_0$  est un point de  $I$ , alors  $x \mapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$  est l'unique primitive de  $f$  sur  $I$  s'annulant en  $x_0$ .

Toute fonction continue sur  $I$  admet des primitives sur  $I$ .

Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive.

Pour  $f$  de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $[a, b]$  :

$$\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a).$$

Intégration par parties. Changement de variable.

Application au calcul de primitives. Tout excès de technicité est exclu. Les méthodes d'intégration des fractions rationnelles en cosinus ou sinus, celles des racines de fonctions homographiques ou de polynômes du second degré sont hors programme.

### e) Formule de Taylor avec reste intégral

Pour une fonction  $f$  de classe  $\mathcal{C}^{n+1}$ , formule de Taylor avec reste intégral au point  $a$  à l'ordre  $n$ .

### f) Brève extension au cas des fonctions à valeurs complexes

Intégrale d'une fonction continue sur un segment, linéarité, majoration du module de l'intégrale, intégration par parties et changement de variable, formule de Taylor avec reste intégral.

Définition au moyen des parties réelle et imaginaire.

## Séries numériques

*L'étude des séries prolonge celle des suites. Elle permet de mettre en œuvre l'analyse asymptotique et de mieux appréhender la notion de nombre réel à travers celle de développement décimal. L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue; tout excès de technicité est exclu.*

### a) Généralités

Série à termes réels ou complexes; sommes partielles; convergence ou divergence; en cas de convergence, somme et restes.

Linéarité de la somme.

Le terme général d'une série convergente tend vers 0.

Séries géométriques: sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, somme en cas de convergence.

Une suite  $(u_n)$  converge si et seulement si la série  $\sum (u_{n+1} - u_n)$  converge.

La série est notée  $\sum u_n$ . En cas de convergence, sa somme est notée  $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ .

Divergence grossière.

### b) Séries à termes positifs

Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.

Pour  $f$  continue et monotone, encadrement des sommes partielles de la série  $\sum f(n)$  à l'aide de la méthode des rectangles.

Séries de Riemann.

Si  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont positives et si, pour tout  $n$ ,  $u_n \leq v_n$ , alors la convergence de  $\sum v_n$  implique celle de  $\sum u_n$ , et

$$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \leq \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$$

Si  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont positives et si  $u_n \sim v_n$ , alors la convergence de  $\sum v_n$  est équivalente à celle de  $\sum u_n$ .

Sur des exemples simples, application à l'étude asymptotique de sommes partielles.

Adaptation au cas où l'inégalité  $u_n \leq v_n$  n'est vérifiée qu'à partir d'un certain rang.

Comparaison à une série géométrique, à une série de Riemann.

**c) Séries absolument convergentes**

Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.

La convergence absolue implique la convergence.

Le critère de Cauchy et la notion de semi-convergence sont hors programme.

Inégalité triangulaire pour la somme d'une série absolument convergente.

Si  $(u_n)$  est une suite complexe, si  $(v_n)$  est une suite d'éléments de  $\mathbb{R}^+$ , si  $u_n = O(v_n)$  et si  $\sum v_n$  converge, alors  $\sum u_n$  est absolument convergente donc convergente.

**d) Application au développement décimal d'un nombre réel**

Existence et unicité du développement décimal propre d'un élément de  $[0, 1[$ .

La démonstration de ce résultat n'est pas exigible. On indique la caractérisation des nombres rationnels par la périodicité de leur développement décimal à partir d'un certain rang.

**Produit scalaire et espaces euclidiens**

*La généralisation de certains objets géométriques entreprise dans les chapitres d'algèbre linéaire se poursuit par une extension à des espaces vectoriels réels des notions de produit scalaire et de norme connues des étudiants dans le cadre du plan et de l'espace.*

*L'objectif majeur est le théorème de projection orthogonale et l'existence de la meilleure approximation quadratique. On s'appuie sur des exemples de géométrie du plan et de l'espace pour illustrer les différentes notions.*

**a) Produit scalaire**

Espaces préhilbertiens, espaces euclidiens.

Notations  $\langle x, y \rangle$ ,  $(x|y)$ ,  $x \cdot y$ .

Exemples de référence : produit scalaire euclidien canonique sur  $\mathbb{R}^n$ , produits scalaires définis par une intégrale sur  $\mathcal{C}^0([a, b], \mathbb{R})$ .

$\Leftrightarrow$  PC et SI : produit scalaire canonique sur  $\mathbb{R}^3$ .

**b) Norme associée à un produit scalaire**

Norme associée à un produit scalaire.

Inégalité de Cauchy-Schwarz et cas d'égalité.

Les étudiants doivent savoir développer  $\|u \pm v\|^2$ .

Cas particuliers : produit scalaire canonique sur  $\mathbb{R}^n$ , produit scalaire  $(f|g) = \int_{[a,b]} fg$  sur  $\mathcal{C}^0([a, b], \mathbb{R})$ .

Séparation, homogénéité, inégalité triangulaire (cas d'égalité).

**c) Orthogonalité**

Vecteurs orthogonaux, orthogonal d'un sous-espace vectoriel.

Familles orthogonales, orthonormées (ou orthonormales).

Liberté d'une famille orthogonale de vecteurs non nuls.

Théorème de Pythagore.

Algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

**d) Bases orthonormées d'un espace euclidien**

Existence de bases orthonormées.

Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée.  $\Leftrightarrow$  PC et SI.

Expressions du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormée.

**e) Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie**

Projeté orthogonal d'un vecteur  $x$  sur un sous-espace  $V$  de dimension finie. Projecteur orthogonal  $P_V$ .

Les étudiants doivent savoir déterminer  $P_V(x)$  en calculant son expression dans une base orthonormée de  $V$  ou en résolvant un système linéaire traduisant l'orthogonalité de  $x - P_V(x)$  aux vecteurs d'une famille génératrice de  $V$ .

Inégalité de Bessel : pour tout  $x \in E$ ,  $\|p_V(x)\| \leq \|x\|$ .

$P_V(x)$  est l'unique vecteur  $y_0$  de  $V$  tel que

$$\|x - y_0\| = \min_{y \in V} \|x - y\|$$

La distance de  $x$  à  $V$ , notée  $d(x, V)$ , est égale à ce minimum.

Supplémentaire orthogonal d'un sous-espace  $V$  de dimension finie. En dimension finie, dimension de  $V^\perp$ .

**Probabilités**

*Le chapitre « Probabilités » limité aux univers finis, a pour objectif de consolider les notions étudiées au lycée, en particulier celle de variable aléatoire, en les inscrivant dans un cadre formel.*

*Il se prête à des activités de modélisation de situations issues de la vie courante ou d'autres disciplines.*

**A - Généralités**

*Les définitions sont motivées par la notion d'expérience aléatoire. La modélisation de situations aléatoires simples fait partie des capacités attendues des étudiants. On se limite au cas où les événements sont les parties de  $\Omega$ .*

**a) Expérience aléatoire et univers**

L'ensemble des issues (ou résultats possibles ou réalisations) d'une expérience aléatoire est appelé univers.

On se limite au cas où cet univers est fini.

Événement, événement élémentaire (singleton), événement contraire, événement «  $A$  et  $B$  », événement «  $A$  ou  $B$  », événement impossible, événements incompatibles, système complet d'événements.

**b) Espaces probabilisés finis**

Une probabilité sur un univers fini  $\Omega$  est une application  $P$  de  $\mathcal{P}(\Omega)$  dans  $[0, 1]$  vérifiant  $P(\Omega) = 1$  et, pour toutes parties disjointes  $A$  et  $B$  de  $\Omega$ ,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

Un espace probabilisé fini est un couple  $(\Omega, P)$  où  $\Omega$  est un univers fini et  $P$  une probabilité sur  $\Omega$ .

Détermination d'une probabilité par les images des singletons.

Équiprobabilité (ou probabilité uniforme).

Propriétés d'une probabilité : probabilité de la réunion de deux événements, probabilité de l'événement contraire, croissance.

**c) Probabilités conditionnelles**

Pour deux événements  $A$  et  $B$  tels que  $P(B) > 0$ , probabilité conditionnelle de  $A$  sachant  $B$ .

L'application  $P_B$  définit une probabilité sur  $\Omega$ .

Formule des probabilités composées.

Formule des probabilités totales.

Formules de Bayes :

– si  $A$  et  $B$  sont deux événements tels que  $P(A) > 0$  et  $P(B) > 0$ , alors

$$P(A | B) = \frac{P(B | A) P(A)}{P(B)}$$

– si  $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$  est un système complet d'événements de probabilités non nulles et si  $B$  est un événement de probabilité non nulle, alors

$$P(A_j | B) = \frac{P(B | A_j) P(A_j)}{\sum_{i=1}^n P(B | A_i) P(A_i)}$$

Notations  $P_B(A)$ ,  $P(A | B)$ .

La définition de  $P_B(A)$  est justifiée par une approche heuristique fréquentiste.

On donnera plusieurs applications issues de la vie courante.

**d) Événements indépendants**

Couple d'événements indépendants.

Famille finie d'événements mutuellement indépendants.

Si  $P(B) > 0$ , l'indépendance de  $A$  et  $B$  équivaut à  $P(A | B) = P(A)$ .

L'indépendance des  $A_i$  deux à deux n'entraîne pas leur indépendance mutuelle si  $n \geq 3$ .

**B - Variables aléatoires sur un univers fini**

*L'utilisation des variables aléatoires pour modéliser des situations simples dépendant du hasard fait partie des capacités attendues des étudiants.*

**a) Variables aléatoires**

Une variable aléatoire est une application définie sur l'univers  $\Omega$  à valeurs dans un ensemble  $E$ . Lorsque  $E \subset \mathbb{R}$ , la variable aléatoire est dite réelle.

Loi  $P_X$  de la variable aléatoire  $X$ .

Image d'une variable aléatoire par une fonction, loi associée.

Si  $X$  est une variable aléatoire et si  $A$  est une partie de  $E$ , notation  $\{X \in A\}$  ou  $(X \in A)$  pour l'événement  $X^{-1}(A)$ .

Notations  $P(X \in A)$ ,  $P(X = x)$ ,  $P(X \leq x)$ .

L'application  $P_X$  est définie par la donnée des  $P(X = x)$  pour  $x$  dans  $X(\Omega)$ .

**b) Lois usuelles**

Loi uniforme.

Loi de Bernoulli de paramètre  $p$  dans  $[0, 1]$ .

La reconnaissance de situations modélisées par les lois classiques de ce paragraphe est une capacité attendue des étudiants.

Notation  $\mathcal{B}(p)$ .

Interprétation : succès d'une expérience.

Lien entre variable aléatoire de Bernoulli et indicatrice d'un événement.



Loi binomiale de paramètres  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $p \in [0, 1]$ .

Notation  $\mathcal{B}(n, p)$ .

Interprétation : nombre de succès lors de la répétition de  $n$  expériences de Bernoulli indépendantes, ou tirages avec remise dans un modèle d'urnes.

### c) Couples de variables aléatoires

Couples de variables aléatoires.

Loi conjointe, lois marginales d'un couple de variables aléatoires.

La loi conjointe de  $X$  et  $Y$  est la loi de  $(X, Y)$ , les lois marginales de  $(X, Y)$  sont les lois de  $X$  et de  $Y$ .

Les lois marginales ne déterminent pas la loi conjointe.

Loi conditionnelle de  $Y$  sachant  $(X = x)$ .

### d) Variables aléatoires indépendantes

Couples de variables aléatoires indépendantes.

Si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes, alors, pour toute partie  $A$  de  $X(\Omega)$  et toute partie  $B$  de  $Y(\Omega)$ , on a :

$$P((X, Y) \in A \times B) = P(X \in A) P(Y \in B).$$

Variables aléatoires mutuellement indépendantes.

Modélisation de  $n$  expériences aléatoires indépendantes par une suite finie  $(X_i)_{1 \leq i \leq n}$  de variables aléatoires indépendantes.

Démonstration non exigible

Si  $X_1, \dots, X_n$  sont des variables aléatoires mutuellement indépendantes, alors quel que soit  $(A_1, \dots, A_n) \in \prod_{i=1}^n \mathcal{P}(X_i(\Omega))$ , les événements  $(X_i \in A_i)$  sont mutuellement indépendants.

Si  $X_1, \dots, X_n$  sont mutuellement indépendantes et suivent chacune la loi  $\mathcal{B}(p)$ , alors  $X_1 + \dots + X_n$  suit la loi  $\mathcal{B}(n, p)$ .

Si  $X$  et  $Y$  sont deux variables aléatoires indépendantes, et si  $f$  et  $g$  sont des applications définies respectivement sur  $X(\Omega)$  et  $Y(\Omega)$  alors les variables aléatoires  $f(X)$  et  $g(Y)$  sont indépendantes.

La démonstration de ce résultat n'est pas exigible.

### e) Espérance

Espérance d'une variable aléatoire  $X$ .

Interprétation en terme de moyenne pondérée.

$$\text{Relation : } E(X) = \sum_{\omega \in \Omega} P(\{\omega\}) X(\omega).$$

Espérance d'une variable aléatoire réelle constante, de l'indicatrice d'une partie de  $\Omega$ , d'une variable aléatoire suivant l'une des lois uniforme, de Bernoulli, binomiale. Propriétés de l'espérance : linéarité, croissance.

Application au calcul de l'espérance d'une variable aléatoire suivant la loi  $\mathcal{B}(n, p)$ .

L'espérance de  $f(X)$  est déterminée par la loi de  $X$ .

$$\text{Théorème du transfert : } E(f(X)) = \sum_{x \in X(\Omega)} P(X = x) f(x).$$

Si  $X$  et  $Y$  sont deux variables aléatoires indépendantes alors  $E(XY) = E(X)E(Y)$ .

La réciproque est fautive en général.

### e) Variance et écart type

Variance, écart type.

Interprétation comme indicateurs de dispersion.

$$\text{Relation } V(X) = E(X^2) - E(X)^2.$$

$$\text{Relation } V(aX + b) = a^2 V(X).$$

Variance d'une variable aléatoire suivant l'une des lois  $\mathcal{B}(p)$ ,  $\mathcal{B}(n, p)$ .

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.



# Annexe 2a

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI)**

Discipline : **Physique**

**Première année**

# Programme de physique de la voie PCSI

Le programme de physique de la classe de PCSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

A travers l'enseignement de la physique, il s'agit de renforcer chez l'étudiant les compétences inhérentes à la pratique de la démarche scientifique et de ses grandes étapes : observer et mesurer, comprendre et modéliser, agir pour créer, pour produire, pour appliquer cette science aux réalisations humaines. Ces compétences ne sauraient être opérationnelles sans connaissances, ni savoir-faire ou capacités. C'est pourquoi ce programme définit un socle de connaissances et de capacités, conçu pour être accessible à tous les étudiants, en organisant de façon progressive leur introduction au cours de la première année. L'acquisition de ce socle par les étudiants constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Parce que la physique est avant tout une science expérimentale, parce que l'expérience intervient dans chacune des étapes de la démarche scientifique, parce qu'une démarche scientifique rigoureuse développe l'observation, l'investigation, la créativité et l'analyse critique, l'expérience est mise au cœur de l'enseignement de la discipline, en cours et lors des séances de travaux pratiques. Les activités expérimentales répondent à la nécessité de se confronter au réel, nécessité que l'ingénieur, le chercheur, le scientifique auront inévitablement à prendre en compte dans l'exercice de leur activité, notamment dans le domaine de la mesure.

Pour acquérir sa validité, l'expérience nécessite le support d'un modèle. La notion même de modèle est centrale pour la discipline. Par conséquent modéliser est une compétence essentielle développée en PCSI. Pour apprendre à l'étudiant à modéliser de façon autonome, il convient de lui faire découvrir les différentes facettes de la physique, qui toutes peuvent le guider dans la compréhension des phénomènes. Ainsi le professeur doit rechercher un point d'équilibre entre des approches complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

La construction d'un modèle passe par l'utilisation nécessaire des mathématiques, symboles et méthodes, dont le fondateur de la physique expérimentale, Galilée, énonçait déjà qu'elles sont le langage dans lequel est écrit le monde. Si les mathématiques sont un outil puissant de modélisation, que l'étudiant doit maîtriser, elles sont parfois plus contraignantes lorsqu'il s'agit d'en extraire une solution. L'évolution des techniques permet désormais d'utiliser aussi l'approche numérique afin de faire porter prioritairement l'attention des étudiants sur l'interprétation et la discussion des résultats plutôt que sur une technique d'obtention. Cette approche permet en outre une modélisation plus fine du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est aussi l'occasion pour l'étudiant d'exploiter les compétences acquises en informatique. C'est enfin l'opportunité de mener avec le professeur de mathématiques d'éventuelles démarches collaboratives.

Enfin l'autonomie de l'étudiant et la prise d'initiative sont développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à un questionnement ou atteindre un but.

Le programme est organisé en trois parties :

1. dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problèmes. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au

long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.

2. dans la deuxième partie, intitulée « **formation expérimentale** », sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.

3. dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux **contenus disciplinaires**. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est organisée sur deux semestres. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.

La progression dans les contenus disciplinaires est organisée en deux semestres. Pour faciliter la progressivité des acquisitions, au premier semestre les grandeurs physiques introduites sont essentiellement des grandeurs scalaires dépendant du temps et éventuellement d'une variable d'espace ; et on utilise les grandeurs physiques vectorielles au deuxième semestre.

Certains items de cette troisième partie, **identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une **approche numérique** ou d'une **approche documentaire**.

Deux appendices sont consacrés aux types de matériel et aux outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique en fin de l'année de PCSI.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. Comme le rappellent les programmes du lycée, la liberté pédagogique de l'enseignant est le pendant de la liberté scientifique du chercheur.

Dans le cadre de cette liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant peut ainsi avoir intérêt à mettre son enseignement « en culture » si cela rend sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.
- il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique doit être articulée avec celles mise en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique, chimie, sciences industrielles.

# Démarche scientifique

## 1. Démarche expérimentale

La physique est une science à la fois théorique et expérimentale. Ces deux composantes de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de son enseignement.

Ce programme fait donc une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'importance du volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure et des incertitudes et de savoir-faire techniques. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.

- Le second concerne l'identification, dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques durant lesquelles l'autonomie et l'initiative de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, répondent donc à des objectifs différents :

- les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique (impédance, facteur de qualité, lois de modulation pour ne citer que quelques exemples).

- les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, associée à une problématique clairement identifiée, et si possible transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et des incertitudes, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la quantification des grandeurs physiques les plus souvent mesurées. Ces activités expérimentales visent à développer l'autonomie et l'initiative, qualités indispensables à l'exercice du métier d'ingénieur ou de chercheur.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Cette liste est délibérément placée en appendice du programme. L'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des savoir-faire techniques associés est ainsi explicitement exclue.

### Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE) mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.)

Compétence	Exemples de capacités associées
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale</li> <li>- énoncer une problématique d'approche expérimentale</li> <li>- définir des objectifs correspondants</li> </ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- formuler et échanger des hypothèses</li> <li>- proposer une stratégie pour répondre à la problématique</li> <li>- proposer un modèle associé</li> <li>- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental</li> <li>- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en œuvre un protocole</li> <li>- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel», avec aide pour tout autre matériel</li> <li>- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates</li> <li>- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes</li> <li>- confronter un modèle à des résultats expérimentaux</li> <li>- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information</li> <li>- analyser les résultats de manière critique</li> <li>- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- à l'écrit comme à l'oral :               <ul style="list-style-type: none"> <li>o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible</li> <li>o utiliser un vocabulaire scientifique adapté</li> <li>o s'appuyer sur des schémas, des graphes</li> </ul> </li> <li>- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue</li> </ul>
<b>Être autonome, faire preuve d'initiative</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- travailler seul ou en équipe</li> <li>- solliciter une aide de manière pertinente</li> <li>- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper</li> </ul>

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

## 2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problème. La résolution de problème mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

<b>Compétence</b>	<b>Exemples de capacités associées</b>
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ....
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. .....
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...) Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue.
Communiquer.	Présenter la solution, ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats.

### 3. Approches documentaires

Dans un monde où le volume d'informations disponibles rend en pratique difficile l'accès raisonné à la connaissance, il importe de continuer le travail commencé au collège et au lycée sur la recherche, l'extraction et l'organisation de l'information. L'objectif reste de permettre l'accès à la connaissance en toute autonomie, avec la prise de conscience de l'existence d'un continuum de niveaux de compétence sur un domaine donné, de la méconnaissance (et donc la découverte) à la maîtrise totale.

Le programme de physique-chimie prévoit qu'un certain nombre de rubriques, identifiées dans la colonne capacités exigibles relèvent d'une « **approche documentaire** ». L'objectif est double ; il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver différemment en utilisant des documents au support varié (texte, vidéo, photo...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (grandes idées, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs) dans les domaines de la physique et de la chimie du XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècle et de leurs applications.

Ces approches documentaires sont aussi l'occasion d'apporter des éléments de compréhension de la construction du "savoir scientifique" (histoire des sciences, débats d'idées, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...). Elles doivent permettre de développer des compétences d'analyse et de synthèse. Sans que cette liste de pratiques soit exhaustive on pourra, par exemple, travailler sur un document extrait directement d'un article de revue scientifique, sur une vidéo, une photo ou sur un document produit par le professeur ; il est également envisageable de demander aux élèves de chercher eux-mêmes des informations sur un thème donné ; ce travail pourra se faire sous forme d'analyse de documents dont les résultats seront présentés aussi bien à l'écrit qu'à l'oral. Quelle que soit la façon d'aborder ces approches documentaires, le rôle du professeur est de travailler à un niveau adapté à sa classe et d'assurer une synthèse de ce qu'il convient de retenir. Elles doivent être en cohérence avec le socle du programme. Elles peuvent être l'occasion d'acquérir de nouvelles connaissances ou d'approcher de nouveaux modèles mais il faut proscrire toute dérive en particulier calculatoire.

## Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la pratique de la formation expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans la partie « contenus disciplinaires » – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie.

D'une part, elle précise les connaissances et savoir-faire qui doivent être acquis dans le domaine de la **mesure** et de l'évaluation des **incertitudes**, dans la continuité de la nouvelle épreuve d'Évaluation des Compétences Expérimentales (ECE) de Terminale S, avec cependant un niveau d'exigence plus élevé qui correspond à celui des deux premières années d'enseignement supérieur.

D'autre part, elle présente de façon détaillée l'ensemble des **capacités expérimentales** qui doivent être acquises et pratiquées en autonomie par les étudiants à l'issue de leur première année de CPGE.

Une liste de matériel, que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice succincte figure dans un appendice du présent programme.

### 1. Mesures et incertitudes

L'importance de la composante expérimentale de la formation des étudiants des CPGE scientifiques est réaffirmée. Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les élèves doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure..., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.



Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières S, STI2D et STL du lycée. Les objectifs sont identiques, certains aspects sont approfondis : utilisation du vocabulaire de base de la métrologie, connaissance de la loi des incertitudes composées, ... ; une première approche sur la validation d'une loi physique est proposée. Les capacités identifiées sont abordées dès la première année et doivent être maîtrisées à l'issue des deux années de formation. Les activités expérimentales permettent de les introduire et de les acquérir de manière progressive et authentique. Elles doivent régulièrement faire l'objet d'un apprentissage intégré et d'une évaluation.

Les élèves doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	<p>Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.</p> <p>Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.</p>
<p>Notion d'incertitude, incertitude-type.</p> <p>Évaluation d'une incertitude-type.</p> <p>Incertitude-type composée.</p> <p>Incertitude élargie.</p>	<p>Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.</p> <p>Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).</p> <p>Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie...).</p> <p>Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes dans les cas simples d'une expression de la valeur mesurée sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient ou bien à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel.</p> <p>Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.</p> <p>Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.</p>
<p>Présentation d'un résultat expérimental.</p> <p>Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure).</p>	<p>Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.</p> <p>Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence.</p>

	Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.
Vérification d'une loi physique ou validation d'un modèle ; ajustement de données expérimentales à l'aide d'une fonction de référence modélisant le phénomène.	Utiliser un logiciel de régression linéaire.  Expliquer en quoi le coefficient de corrélation n'est pas un outil adapté pour juger de la validité d'un modèle linéaire.  Juger qualitativement si des données expérimentales avec incertitudes sont en accord avec un modèle linéaire.  Extraire à l'aide d'un logiciel les incertitudes sur la pente et sur l'ordonnée à l'origine dans le cas de données en accord avec un modèle linéaire.

## 2. Mesures et capacités expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les élèves doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes - repérés en gras dans le corps du programme de formation disciplinaire - peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel : par exemple, toutes les capacités mises en œuvre autour de l'oscilloscope ne sauraient être l'objectif d'une séance unique, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaine, les deux premiers étant davantage transversaux. Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine. La capacité à former une image de bonne qualité, par exemple, peut être mobilisée au cours d'une expérience de mécanique ou de thermodynamique, cette transversalité de la formation devant être un moyen, entre d'autres, de favoriser l'autonomie et la prise d'initiative décrites plus haut dans la partie « Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales ».

Le matériel nécessaire à l'acquisition de l'ensemble des compétences ci-dessous figure dans l'**Appendice 1** du programme.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
<b>1. Mesures de longueurs et d'angles</b>	
Longueurs : sur un banc d'optique.	Mettre en œuvre une mesure de longueur par déplacement du viseur entre deux positions.
Longueurs : à partir d'une photo ou d'une vidéo.	Pouvoir évaluer avec une précision donnée, par comparaison à un étalon, une longueur (ou les coordonnées d'une position) sur une image numérique.
Angles : avec un goniomètre.	Utiliser un viseur à frontale fixe, une lunette auto-collimatrice.
	Utiliser des vis micrométriques et un réticule pour

<p>Longueurs d'onde.</p>	<p>tirer parti de la précision affichée de l'appareil utilisé.</p> <p>Étudier un spectre à l'aide d'un spectromètre à fibre optique.</p> <p>Mesurer une longueur d'onde optique à l'aide d'un goniomètre à réseau.</p> <p>Mesurer une longueur d'onde acoustique à l'aide d'un support gradué et d'un oscilloscope bicourbe.</p>
<p><b>2. Mesures de temps et de fréquences</b></p> <p>Fréquence ou période :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mesure directe au fréquencemètre numérique, à l'oscilloscope ou <i>via</i> une carte d'acquisition</li> <li>- Mesure indirecte : par comparaison avec une fréquence connue voisine, en réalisant des battements.</li> </ul> <p>Analyse spectrale.</p> <p>Décalage temporel/Déphasage à l'aide d'un oscilloscope numérique.</p>	<p>Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition.</p> <p>Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.</p> <p>Reconnaître une avance ou un retard.</p> <p>Passer d'un décalage temporel à un déphasage et inversement.</p> <p>Repérer précisément le passage par un déphasage de 0 ou <math>\pi</math> en mode XY.</p>
<p><b>3. Électricité</b></p> <p>Mesurer une tension :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique.</li> </ul> <p>Mesurer un courant :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ampèremètre numérique</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée.</li> </ul> <p>Mesurer une résistance ou une impédance :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ohmmètre/capacimètre</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope ou au voltmètre sur un diviseur de tension.</li> </ul> <p>Caractériser un dipôle quelconque.</p> <p>Élaborer un signal électrique analogique :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- périodique simple à l'aide d'un GBF</li> <li>- modulé en amplitude à l'aide de deux GBF et d'un multiplieur</li> </ul>	<p>Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Expliquer le lien entre résolution, calibre, nombre de points de mesure</li> <li>- Préciser la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage et ses limites (bande passante, résistance d'entrée)</li> <li>- Définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête,...).</li> </ul> <p>Visualiser la caractéristique d'un capteur à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.</p> <p>Obtenir un signal de valeur moyenne, de forme, d'amplitude et de fréquence données.</p>

<p>Agir sur un signal électrique à l'aide des fonctions simples suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- isolation, amplification, filtrage</li> <li>- sommation, intégration</li> </ul> <p>- numérisation.</p>	<p>Gérer, dans un circuit électronique, les contraintes liées à la liaison entre les masses.</p> <p>Mettre en œuvre les fonctions de base de l'électronique réalisées par des blocs dont la structure ne fait pas l'objet d'une étude spécifique.</p> <p>Associer ces fonctions de base pour réaliser une fonction complexe en gérant les contraintes liées aux impédances d'entrée et/ou de sortie des blocs.</p> <p>Élaborer un protocole permettant de déterminer le nombre de bits d'une conversion A/N et N/A.</p>
<p><b>4. Optique</b></p> <p>Former une image.</p> <p>Créer ou repérer une direction de référence.</p> <p>Analyser une lumière.</p> <p>Analyser une image numérique.</p>	<p>Éclairer un objet de manière adaptée.</p> <p>Choisir une ou plusieurs lentilles en fonction des contraintes expérimentales, et choisir leur focale de façon raisonnée.</p> <p>Optimiser la qualité d'une image (alignement, limitation des aberrations...).</p> <p>Estimer l'ordre de grandeur d'une distance focale.</p> <p>Régler et mettre en œuvre une lunette auto-collimatrice et un collimateur.</p> <p>Obtenir et analyser quantitativement un spectre à l'aide d'un réseau.</p> <p>Identifier, à l'aide d'un polariseur, une onde polarisée rectilignement et mesurer sa direction de polarisation.</p> <p>Acquérir (webcam, appareil photo numérique,...) l'image d'un phénomène physique sous forme numérique, et l'exploiter à l'aide d'un logiciel (obtention d'un profil d'intensité sur un segment, extraction d'un contour en modifiant le contraste, mesure d'une longueur par comparaison à un étalon, ...) pour conduire l'étude du phénomène.</p>
<p><b>5. Mécanique</b></p> <p>Mesurer une masse, un moment d'inertie.</p> <p>Visualiser et décomposer un mouvement.</p> <p>Mesurer une accélération.</p> <p>Quantifier une action.</p>	<p>Utiliser une balance de précision.</p> <p>Repérer la position d'un centre de masse et mesurer un moment d'inertie à partir d'une période et de l'application de la loi d'Huygens fournie.</p> <p>Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie.</p> <p>Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.</p> <p>Mettre en œuvre un accéléromètre.</p> <p>Utiliser un dynamomètre.</p>

<p><b>6. Thermodynamique</b></p> <p>Mesurer une pression.</p> <p>Mesurer une température.</p> <p>Effectuer des bilans d'énergie.</p>	<p>Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu.</p> <p>Mettre en œuvre un capteur de température : thermomètre, thermocouple, thermistance, ou capteur infrarouge. Choisir le capteur en fonction de ses caractéristiques (linéarité, sensibilité, gamme de fonctionnement, temps de réponse), et du type de mesures à effectuer.</p> <p>Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.</p>
--	---

## Contenus disciplinaires

### A. Premier semestre

#### 1. Signaux Physiques

##### Présentation

Cette partie doit être traitée en totalité avant d'aborder les autres parties du programme. Elle porte sur l'étude des signaux physiques, et plus particulièrement sur celle des signaux sinusoïdaux, qui jouent un rôle central dans les systèmes linéaires. Cette première partie s'appuie sur un spectre large de concepts qui ont été abordés au lycée :

- en classe de seconde : signal périodique et spectre ;
- en classe de première scientifique : énergie électrique, loi d'Ohm, loi de Joule, lentilles minces, longueur d'onde dans le visible, spectres de sources lumineuses ;
- en classe de terminale scientifique : signaux numériques, ondes progressives, diffraction, interférences, effet Doppler, lois de Newton, énergie mécanique, oscillateur amorti.

La familiarité des étudiants avec la plupart des notions abordées dans cette partie doit faciliter la transition vers une physique plus quantitative qu'au lycée, ce qui nécessite une acquisition progressive d'outils nécessaires à la formalisation mathématique des lois de la physique. Les thèmes abordés dans cette partie ont été retenus pour leur caractère motivant ou formateur. Il convient d'introduire progressivement le formalisme en soulignant la richesse des conclusions auxquelles il permet d'accéder. Dans toute cette partie, on ne s'intéresse, à une exception près, qu'à des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace.

L'enseignement de cette partie doit faire très largement appel à la démarche expérimentale, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou de travaux pratiques. Il convient à cet égard d'être conscient que la pratique des circuits électriques ne figure que très peu dans les programmes du lycée.

#### Objectifs généraux de formation

Cette première partie de programme « Signaux physiques » s'inscrit dans la continuité du programme de Terminale S, tout en amorçant une nécessaire transition vers une formalisation plus approfondie des lois

de la physique. À travers les contenus et les capacités exigibles sont développées des compétences qui seront par la suite valorisées, parmi lesquelles :

- comprendre le rôle joué par une équation différentielle dans l'étude de l'évolution temporelle d'un système physique
- comprendre la représentation des solutions dans un portrait de phase
- relier linéarité et superposition
- exploiter la décomposition sinusoïdale d'un signal pour prévoir son évolution à travers un système linéaire
- interpréter physiquement et savoir reconnaître la forme analytique d'un signal qui se propage
- relier conditions aux limites et quantification, conditions aux limites et décomposition en ondes stationnaires
- dégager les similitudes de comportement entre systèmes analogues par une mise en équation pertinente utilisant variables réduites et paramètres caractéristiques adimensionnés
- réaliser des constructions graphiques claires et précises pour appuyer un raisonnement ou un calcul

À l'issue de cette première partie de programme, ces compétences ne sauraient être complètement acquises ; il convient donc de les travailler chaque fois que l'occasion s'en présente dans la suite de la formation.

Le **bloc 1** s'articule autour d'un système simple connu, l'oscillateur harmonique non amorti en mécanique. Ce système permet d'introduire le concept fondamental d'équation différentielle modèle de l'évolution temporelle, dans un contexte où la mise en équations ne pose pas de difficulté majeure, et d'introduire un vocabulaire précis qui sera réinvesti par la suite.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Oscillateur harmonique</b>	
Mouvement horizontal sans frottement d'une masse accrochée à un ressort linéaire sans masse. Position d'équilibre.	<p>Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique. La résoudre compte tenu des conditions initiales.</p> <p>Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.</p> <p>Contrôler la cohérence de la solution obtenue avec la conservation de l'énergie mécanique, l'expression de l'énergie potentielle élastique étant ici affirmée.</p>

Le **bloc 2** est consacré à la propagation du signal. Il est ici indispensable de s'appuyer sur l'approche expérimentale ou sur des logiciels de simulation pour permettre aux étudiants de faire le lien entre l'observation de signaux qui se propagent et la traduction mathématique de cette propagation, sans qu'aucune référence ne soit faite ici à une équation d'ondes. L'étude de la somme de deux signaux sinusoïdaux de même fréquence et du phénomène d'interférences associé permet de mettre en évidence

le rôle essentiel joué par le déphasage entre les deux signaux dans le signal résultant. Les ondes stationnaires permettent d'illustrer le rôle des conditions aux limites dans l'apparition de modes propres et de préparer à la quantification de l'énergie en mécanique quantique. La diffraction est abordée de manière purement descriptive et expérimentale, et est envisagée comme une propriété universelle des ondes ; l'objectif est ici d'une part d'introduire l'approximation de l'optique géométrique et d'autre part de préparer l'interprétation ultérieure de l'inégalité de Heisenberg. Ce bloc se termine par une première approche, expérimentale elle aussi, de la manifestation vectorielle d'une onde transverse, autour de la loi de Malus.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Propagation d'un signal</b>	
Exemples de signaux, spectre.	<p>Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.</p> <p><b>Réaliser l'analyse spectrale d'un signal ou sa synthèse.</b></p> <p>Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.</p>
Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive. Célérité, retard temporel.	<p>Écrire les signaux sous la forme <math>f(x-ct)</math> ou <math>g(x+ct)</math>. Écrire les signaux sous la forme <math>f(t-x/c)</math> ou <math>g(t+x/c)</math>. Prévoir dans le cas d'une onde progressive pure l'évolution temporelle à position fixée, et prévoir la forme à différents instants.</p>
Onde progressive sinusoïdale : déphasage, double périodicité spatiale et temporelle.	<p>Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.</p> <p><b>Mesurer la célérité, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.</b></p>
Interférences entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence.	<p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour visualiser le phénomène d'interférences de deux ondes.</b></p> <p>Utiliser la représentation de Fresnel pour déterminer l'amplitude de l'onde résultante en un point en fonction du déphasage.</p> <p>Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives.</p>
Batttements.	<p><b>Déterminer une différence relative de fréquence à partir d'enregistrements de batttements ou d'observation sensorielle directe.</b></p>
Ondes stationnaires mécaniques.	<p><b>Décrire une onde stationnaire observée par stroboscopie sur la corde de Melde.</b></p> <p>Caractériser une onde stationnaire par l'existence de nœuds et de ventres.</p> <p>Exprimer les fréquences des modes propres</p>

	<p>connaissant la célérité et la longueur de la corde.</p> <p>Savoir qu'une vibration quelconque d'une corde accrochée entre deux extrémités fixes se décompose en modes propres.</p> <p>Faire le lien avec le vocabulaire de la musique et savoir que le spectre émis par un instrument est en réalité plus complexe.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant d'analyser le spectre du signal acoustique produit par une corde vibrante.</b></p>
<b>Diffraction à l'infini.</b>	<p>Utiliser la relation <math>\sin\theta \approx \lambda/d</math> entre l'échelle angulaire du phénomène de diffraction et la taille caractéristique de l'ouverture.</p> <p>Connaître les conséquences de la diffraction sur la focalisation et sur la propagation d'un faisceau laser.</p> <p><b>Choisir les conditions expérimentales permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction en optique ou en mécanique.</b></p>
<b>Polarisation rectiligne de la lumière.</b> Loi de Malus.	<p><b>Reconnaître et produire une onde lumineuse polarisée rectilignement.</b></p> <p><b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale autour de la loi de Malus.</b></p>

Le **bloc 3** porte sur l'optique géométrique. Il ne doit pas être enseigné ou évalué pour lui-même, mais doit servir de point d'appui à des approches expérimentales en première année et à l'étude de l'optique physique en deuxième année.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Optique géométrique</b>	
Sources lumineuses.	Caractériser une source lumineuse par son spectre.
Modèle de la source ponctuelle monochromatique.	
Indice d'un milieu transparent.	Relier la longueur d'onde dans le vide et la longueur d'onde dans le milieu. Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.
Approximation de l'optique géométrique et notion de rayon lumineux.	Définir le modèle de l'optique géométrique et indiquer ses limites.
Réflexion - Réfraction. Lois de Descartes.	Interpréter la loi de la réfraction à l'aide du modèle ondulatoire.  Établir la condition de réflexion totale.
Miroir plan.	Construire l'image d'un objet, identifier sa nature réelle ou virtuelle.
<b>Conditions de Gauss.</b>	Énoncer les conditions permettant un stigmatisme approché et les relier aux caractéristiques d'un



	détecteur.
<b>Lentilles minces.</b>	<p>Connaître les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.</p> <p>Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux.</p> <p>Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal fournies (Descartes, Newton).</p> <p>Choisir de façon pertinente dans un contexte donné la formulation (Descartes ou Newton) la plus adaptée.</p> <p>Établir et connaître la condition <math>D \geq 4f'</math> pour former l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.</p> <p><b>Modéliser expérimentalement à l'aide de plusieurs lentilles un dispositif optique d'utilisation courante.</b></p> <p><b>Approche documentaire :</b> en comparant des images produites par un appareil photographique numérique, discuter l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image.</p>
L'œil.	<p>Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe.</p> <p>Connaître les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.</p>

L'introduction au monde quantique fait l'objet du **bloc 4**. Elle s'inscrit dans la continuité du programme de la classe de terminale scientifique. Elle est restreinte, comme dans toute cette partie « Signaux physiques » à l'étude de systèmes unidimensionnels. La réflexion sur les thèmes abordés ici doit avant tout être qualitative ; toute dérive calculatoire devra être soigneusement évitée. Les concepts essentiels abordés sont la dualité onde-corpuscule, l'interprétation probabiliste de la fonction d'onde, et les conséquences de l'inégalité de Heisenberg spatiale dans des situations confinées.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Introduction au monde quantique</b>	
Dualité onde-particule pour la lumière et la matière. Relations de Planck-Einstein et de Louis de Broglie.	<p>Évaluer des ordres de grandeurs typiques intervenant dans des phénomènes quantiques.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> décrire un exemple d'expérience mettant en évidence la nécessité de la notion de photon.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> décrire un exemple d'expérience illustrant la notion d'ondes de matière.</p>

Interprétation probabiliste associée à la fonction d'onde : approche qualitative.	Interpréter une expérience d'interférences (matière ou lumière) « particule par particule » en termes probabilistes.
Inégalité de Heisenberg spatiale.	À l'aide d'une analogie avec la diffraction des ondes lumineuses, établir l'inégalité en ordre de grandeur : $\Delta p \Delta x \geq \hbar$ .
Énergie minimale de l'oscillateur harmonique quantique.	Établir le lien entre confinement spatial et énergie minimale (induit par l'inégalité de Heisenberg spatiale).
Quantification de l'énergie d'une particule libre confinée 1D.	Obtenir les niveaux d'énergie par analogie avec les modes propres d'une corde vibrante.  Établir le lien qualitatif entre confinement spatial et quantification.

Le **bloc 5** pose les bases nécessaires à l'étude des circuits dans l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS). Si le programme se concentre sur l'étude des dipôles R, L et C, lors des travaux pratiques il est possible de faire appel à des composants intégrés ou non linéaires (amplificateurs opérationnels, filtres à capacité commutée, échantillonneur-bloqueur, diodes, photorésistances, etc.) dès lors qu'aucune connaissance préalable n'est nécessaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Circuits électriques dans l'ARQS</b>	
Charge électrique, intensité du courant.  Potentiel, référence de potentiel, tension.  Puissance.	Savoir que la charge électrique est quantifiée.  Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge.  Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence. Relier la loi des nœuds au postulat de la conservation de la charge.  Utiliser la loi des mailles.  Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.  Citer les ordres de grandeur des intensités et des tensions dans différents domaines d'application.
Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire.	Utiliser les relations entre l'intensité et la tension.  Citer les ordres de grandeurs des composants R, L, C.  Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance.  Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine.  Modéliser une source non idéale en utilisant la représentation de Thévenin.

Association de deux résistances.	Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente.  Établir et exploiter les relations de diviseurs de tension ou de courant.
Résistance de sortie, résistance d'entrée.	<b>Étudier l'influence de ces résistances sur le signal délivré par un GBF, sur la mesure effectuée par un oscilloscope ou un multimètre.</b>  Évaluer les grandeurs à l'aide d'une notice ou d'un appareil afin d'appréhender les conséquences de leurs valeurs sur le fonctionnement d'un circuit.
Caractéristique d'un dipôle. Point de fonctionnement.	<b>Étudier la caractéristique d'un dipôle pouvant être éventuellement non-linéaire et mettre en œuvre un capteur dans un dispositif expérimental.</b>

Les **blocs 6, 7 et 8** abordent l'étude des circuits linéaires du premier et du second ordre en régime libre puis forcé, et une introduction au filtrage linéaire. Il s'agit avant tout de comprendre les principes des outils utilisés, et leur exploitation pour étudier le comportement d'un signal traversant un système linéaire. Ainsi l'évaluation ne peut-elle porter sur le tracé d'un diagramme de Bode à partir d'une fonction de transfert, ou sur la connaissance *a priori* de catalogues de filtres. Cependant, le professeur pourra, s'il le souhaite, détailler sur l'exemple simple du filtre du premier ordre le passage de la fonction de transfert au diagramme de Bode. L'objectif est bien plutôt ici de comprendre le rôle central de la linéarité des systèmes pour interpréter le signal de sortie. L'étude de régimes libres à partir de portraits de phase est une première introduction à l'utilisation de tels outils qui seront enrichis dans le cours de mécanique pour aborder la physique non linéaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>6. Circuit linéaire du premier ordre</b>	
Régime libre, réponse à un échelon.	<p><b>Réaliser pour un circuit l'acquisition d'un régime transitoire du premier ordre et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux expressions théoriques.</b></p> <p>Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon.</p> <p>Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine.</p> <p>Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.</p> <p>Prévoir l'évolution du système, avant toute résolution de l'équation différentielle, à partir d'une analyse s'appuyant sur une représentation graphique de la dérivée temporelle de la grandeur en fonction de cette grandeur.</p>

	Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon. Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.
Stockage et dissipation d'énergie.	Réaliser des bilans énergétiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>7. Oscillateurs amortis</b>	
Circuit RLC série et oscillateur mécanique amorti par frottement visqueux.	<p><b>Mettre en évidence la similitude des comportements des oscillateurs mécanique et électronique.</b></p> <p><b>Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.</b></p> <p>Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système en utilisant un portrait de phase fourni.</p> <p>Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.</p> <p>Connaître la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité.</p> <p>Déterminer la réponse détaillée dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon en recherchant les racines du polynôme caractéristique.</p> <p>Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire, selon la valeur du facteur de qualité.</p>
Régime sinusoïdal forcé, impédances complexes.	Établir et connaître l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine en régime harmonique.
Association de deux impédances.	Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
Oscillateur électrique ou mécanique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	<p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental autour du phénomène de résonance.</b></p> <p>Utiliser la construction de Fresnel et la méthode des complexes pour étudier le régime forcé.</p> <p>À l'aide d'un outil de résolution numérique, mettre en</p>

	<p>évidence le rôle du facteur de qualité pour l'étude de la résonance en élongation.</p> <p>Relier l'acuité d'une résonance forte au facteur de qualité.</p> <p>Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase.</p> <p>Expliquer la complémentarité des informations présentes sur les graphes d'amplitude et de phase, en particulier dans le cas de résonance d'élongation de facteur de qualité modéré.</p> <p><b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale autour des régimes transitoires du premier ou du second ordre (flash, sismomètre, ...).</b></p>
--	---

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>8. Filtrage linéaire</b>	
Signaux périodiques.	<p>Savoir que l'on peut décomposer un signal périodique en une somme de fonctions sinusoïdales.</p> <p>Définir la valeur moyenne et la valeur efficace. Établir par le calcul la valeur efficace d'un signal sinusoïdal.</p> <p>Savoir que le carré de la valeur efficace d'un signal périodique est la somme des carrés des valeurs efficaces de ses harmoniques.</p>
Fonction de transfert harmonique. Diagramme de Bode.	<p>Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 et ses représentations graphiques pour conduire l'étude de la réponse d'un système linéaire à une excitation sinusoïdale, à une somme finie d'excitations sinusoïdales, à un signal périodique.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'utilité des fonctions de transfert pour un système linéaire à un ou plusieurs étages.</b></p> <p>Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode d'après l'expression de la fonction de transfert.</p>
Notion de gabarit.  Modèles simples de filtres passifs : passe-bas et passe-haut d'ordre 1, passe-bas et passe-bande d'ordre 2.	<p>Établir le gabarit d'un filtre en fonction du cahier des charges.</p> <p>Expliciter les conditions d'utilisation d'un filtre afin de l'utiliser comme moyennneur, intégrateur, ou dérivateur.</p> <p>Comprendre l'intérêt, pour garantir leur fonctionnement lors de mises en cascade, de</p>

réaliser des filtres de tension de faible impédance de sortie et forte impédance d'entrée.

**Approche documentaire :** expliquer la nature du filtrage introduit par un dispositif mécanique (sismomètre, amortisseur, accéléromètre...).

**Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale.**

**Détecter le caractère non linéaire d'un système par l'apparition de nouvelles fréquences.**

## 2. Mécanique 1

### Présentation

Le programme de mécanique de PCSI s'inscrit dans le prolongement du programme de Terminale S où la loi fondamentale de la dynamique a été exprimée en termes de quantité de mouvement, puis utilisée pour l'étude du mouvement du point matériel. L'objectif majeur du programme de PCSI est la maîtrise opérationnelle des lois fondamentales (principe d'inertie, loi de la quantité de mouvement, principe des actions réciproques, loi du moment cinétique, loi de l'énergie cinétique). S'agissant du caractère postulé ou démontré, le professeur est libre de présenter tout ou partie de ces lois comme des postulats ou comme des conséquences de postulats en nombre plus restreint. En conséquence, aucune question ne peut être posée à ce sujet. Pour illustrer ces lois fondamentales, il ne s'agit pas de se restreindre à la dynamique du point matériel. Des exemples de dynamique du solide seront introduits (translation et rotation autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen), avec toutefois des limitations strictes : l'étude générale d'un mouvement composé d'une translation dans un référentiel galiléen et d'une rotation autour d'un axe fixe dans le référentiel barycentrique ne figure pas au programme.

En première année on se limite à l'étude de la dynamique dans un référentiel galiléen : l'introduction des forces d'inertie est prévue en deuxième année.

### Objectifs généraux de formation

Après la partie « Signaux physiques » du programme, qui implique uniquement des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace, la partie « mécanique » constitue une entrée concrète vers la manipulation de grandeurs vectorielles associées à plusieurs variables d'espace : il convient d'accorder toute son importance à la marche à franchir pour les étudiants. Par ailleurs, la mécanique doit contribuer à développer plus particulièrement des compétences générales suivantes :

- faire preuve de rigueur : définir un système, procéder à un bilan complet des forces appliquées
- faire preuve d'autonomie : choisir un référentiel, choisir un système de repérage, identifier les inconnues, choisir une méthode de mise en équations lorsque plusieurs méthodes sont possibles
- modéliser une situation : choisir un niveau de modélisation adapté ; prendre conscience des limites d'un modèle ; comprendre l'intérêt de modèles de complexité croissante (prise en compte des frottements, des effets non-linéaires)
- utiliser divers outils (discussions graphiques, résolution analytique, résolution numérique) pour discuter les solutions de la ou des équations différentielles modélisant l'évolution temporelle d'un système
- identifier et utiliser des grandeurs conservatives

- rechercher les paramètres significatifs d'un problème
- mener un raisonnement qualitatif ou semi-quantitatif rigoureux
- faire apparaître et exploiter des analogies : circuit RLC en électrocinétique, pendule simple aux « petits » angles et système masse-ressort
- schématiser une situation et en étayer l'analyse à l'aide d'un schéma pertinent (bilan des forces par exemple)
- prendre conscience des limites d'une théorie (limites relativistes par exemple)
- confronter les résultats d'une étude à ce qu'on attendait intuitivement ou à des observations.

Pour que l'ensemble de ces compétences soit pleinement développé, il est indispensable de ne pas proposer aux étudiants exclusivement des situations modélisées à l'extrême (masse accrochée à un ressort...) et de ne pas se limiter à des situations débouchant sur la résolution analytique d'une équation différentielle. L'étude approfondie d'un nombre limité de dispositifs réels doit être préférée à l'accumulation d'exercices standardisés.

Le **bloc 1** est une approche de la cinématique du point, les exemples étant limités aux mouvements plans, et de la cinématique du solide, limitée aux cas de la translation et de la rotation autour d'un axe fixe. Il convient de construire les outils sans formalisme excessif, en motivant l'étude par des exemples réels, tirés par exemple d'expériences de cours ou d'enregistrements vidéo. Ainsi, l'introduction du repérage en coordonnées cartésiennes s'appuie sur l'étude du mouvement à accélération constante et l'introduction du repérage en coordonnées polaires s'appuie sur l'étude du mouvement circulaire. Si la compréhension du rôle de l'accélération normale dans un mouvement curviligne plan quelconque est une compétence attendue, tout calcul à ce sujet est hors de portée des élèves qui ne connaissent pas la géométrie différentielle (rayon de courbure, trièdre de Frenet). Pour le solide en rotation autour d'un axe fixe, il s'agit simplement de définir le mouvement en remarquant que tout point du solide décrit un cercle autour de l'axe avec une même vitesse angulaire  $\omega$  et d'expliciter la vitesse de chaque point en fonction de  $\omega$  et de la distance à l'axe de rotation ; la connaissance du vecteur-rotation n'est pas exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1.1. Description et paramétrage du mouvement d'un point</b>	
Espace et temps classiques. Référentiel d'observation. Caractère relatif du mouvement. Description d'un mouvement. Vecteur-position, vecteur-vitesse, vecteur-accélération.	<b>Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.</b>
Systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.	Établir les expressions des composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques.  Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées, construire le trièdre local associé et en déduire les composantes du vecteur-vitesse en coordonnées cartésiennes et cylindriques.  Choisir un système de coordonnées adapté au problème posé.
Exemple 1 : mouvement de vecteur-accélération	Exprimer la vitesse et la position en fonction du

constant.	temps. Obtenir la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Exemple 2 : mouvement circulaire uniforme et non uniforme.	Exprimer les composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération en coordonnées polaires planes.  Identifier les liens entre les composantes du vecteur-accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur-vitesse et sa variation temporelle. Situer qualitativement la direction du vecteur-accélération dans la concavité d'une trajectoire plane.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1.2 Description du mouvement d'un solide dans deux cas particuliers</b>	
Définition d'un solide.	Différencier un solide d'un système déformable.
Translation.	Reconnaître et décrire une translation rectiligne, une translation circulaire.
Rotation autour d'un axe fixe.	Décrire la trajectoire d'un point quelconque du solide et exprimer sa vitesse en fonction de sa distance à l'axe et de la vitesse angulaire.

Le **bloc 2** introduit les bases de la dynamique newtonienne. Il est essentiel de ne pas se limiter à l'étude de situations simplifiées à l'excès afin de parvenir à une solution analytique. Au contraire il convient d'habituer les étudiants à utiliser les outils de calcul numérique (calculatrices graphiques, logiciels de calcul numérique...) qui permettent de traiter des situations réelles dans toute leur richesse (rôle des frottements, effets non linéaires...). Le programme insiste sur le portrait de phase considéré comme un regard complémentaire sur les équations différentielles. Les portraits de phase ne doivent pas donner lieu à des débordements calculatoires : leur construction explicite est donc limitée au cas des oscillations harmoniques au voisinage d'une position d'équilibre. En revanche les étudiants devront savoir interpréter un portrait de phase plus complexe qui leur serait fourni ou qu'ils auraient obtenu expérimentalement ou à l'aide d'un logiciel.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.1 Loi de la quantité de mouvement</b>	
Forces. Principe des actions réciproques.	Établir un bilan des forces sur un système, ou plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur une figure.  <b>Proposer un protocole expérimental permettant d'étudier une loi de force.</b>
Quantité de mouvement d'un point et d'un système de points. Lien avec la vitesse du centre d'inertie d'un système fermé.	Établir l'expression de la quantité de mouvement d'un système restreint au cas de deux points sous la forme $\vec{p} = m\vec{v}(G)$ .
Référentiel galiléen. Principe de l'inertie.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.
Loi de la quantité de mouvement dans un référentiel galiléen.	Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre d'inertie d'un système fermé.
Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme.	Mettre en équation le mouvement sans frottement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.



Influence de la résistance de l'air.	<p><b>Approche numérique :</b> Prendre en compte la traînée pour modéliser une situation réelle.</p> <p><b>Approche numérique :</b> Exploiter une équation différentielle sans la résoudre analytiquement : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats fournis par un logiciel d'intégration numérique.</p> <p><b>Proposer un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.</b></p>
Pendule simple.	<p>Établir l'équation du mouvement du pendule simple.</p> <p>Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.</p> <p>Établir l'équation du portrait de phase (intégrale première) dans ce cadre et le tracer.</p>
Lois de Coulomb du frottement de glissement dans le seul cas d'un solide en translation.	<p>Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage.</p> <p>Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider.</p>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.2 Approche énergétique du mouvement d'un point matériel</b>	
Puissance et travail d'une force.	Reconnaître le caractère moteur ou résistant d'une force. Savoir que la puissance dépend du référentiel.
Loi de l'énergie cinétique et loi de la puissance cinétique dans un référentiel galiléen.	Utiliser la loi appropriée en fonction du contexte.
Énergie potentielle. Énergie mécanique.	Établir et connaître les expressions des énergies potentielles de pesanteur (champ uniforme), énergie potentielle gravitationnelle (champ créé par un astre ponctuel), énergie potentielle élastique, énergie électrostatique (champ uniforme et champ créé par une charge ponctuelle).
Mouvement conservatif.	Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaître les cas de conservation de l'énergie mécanique. Utiliser les conditions initiales.
Mouvement conservatif à une dimension.	<p>Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle.</p> <p>Expliquer qualitativement le lien entre le profil d'énergie potentielle et le portrait de phase.</p>
Positions d'équilibre. Stabilité.	Déduire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre, et la nature stable ou instable de ces positions.
Petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre stable, approximation locale par un puits de potentiel harmonique.	Identifier cette situation au modèle de l'oscillateur harmonique.

	<b>Approche numérique</b> : utiliser les résultats fournis par une méthode numérique pour mettre en évidence des effets non linéaires.
Barrière de potentiel.	Évaluer l'énergie minimale nécessaire pour franchir la barrière.

Le **bloc 3**, centré sur l'étude des mouvements de particules chargées, se prête à une ouverture vers la dynamique relativiste, qui ne doit en aucun cas être prétexte à des débordements, en particulier sous forme de dérives calculatoires ; la seule compétence attendue est l'exploitation des expressions fournies de l'énergie et de la quantité de mouvement d'une particule relativiste pour analyser des documents scientifiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Mouvement de particules chargées dans des champs électrique et magnétique, uniformes et stationnaires</b>	
Force de Lorentz exercée sur une charge ponctuelle ; champs électrique et magnétique.	Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles.
Puissance de la force de Lorentz.	Savoir qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme.	Mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.  Effectuer un bilan énergétique pour calculer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.  Citer une application
Mouvement circulaire d'une particule chargée dans un champ magnétostatique uniforme dans le cas où le vecteur-vitesse initial est perpendiculaire au champ magnétique.	Déterminer le rayon de la trajectoire sans calcul en admettant que celle-ci est circulaire.  <b>Approche documentaire</b> : analyser des documents scientifiques montrant les limites relativistes en s'appuyant sur les expressions fournies $E_c = (\gamma-1)mc^2$ et $p = \gamma mv$ .  Citer une application

## B. Deuxième semestre

### 1. Mécanique 2

Dans le **bloc 4**, l'étude du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe gardant une direction fixe dans un référentiel galiléen mais pour lequel l'axe de rotation ne serait pas fixe est exclue. La rubrique 4.3 a pour seul objectif de montrer la nécessité de prendre en compte le travail des forces intérieures lorsqu'on applique la loi de l'énergie cinétique à un système déformable.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4.1 Loi du moment cinétique</b>	
Moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point et par rapport à un axe orienté.	Relier la direction et le sens du vecteur moment cinétique aux caractéristiques du mouvement.
Moment cinétique d'un système discret de points par rapport à un axe orienté.	Maîtriser le caractère algébrique du moment cinétique scalaire.
Généralisation au cas du solide en rotation autour d'un axe : moment d'inertie.	Exploiter la relation pour le solide entre le moment cinétique scalaire, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie fourni.  Relier qualitativement le moment d'inertie à la répartition des masses.
Moment d'une force par rapport à un point ou un axe orienté.  Couple.  Liaison pivot.  Notions simples sur les moteurs ou freins dans les dispositifs rotatifs.	Calculer le moment d'une force par rapport à un axe orienté en utilisant le bras de levier.  Définir un couple.  Définir une liaison pivot et justifier le moment qu'elle peut produire.  Savoir qu'un moteur ou un frein contient nécessairement un stator pour qu'un couple puisse s'exercer sur le rotor.
Loi du moment cinétique en un point fixe dans un référentiel galiléen.	Reconnaître les cas de conservation du moment cinétique.
Loi scalaire du moment cinétique appliquée au solide en rotation autour d'un axe fixe orienté dans un référentiel galiléen.	
Pendule de torsion.	Établir l'équation du mouvement.  Expliquer l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique.  Établir une intégrale première du mouvement.
Pendule pesant.	Établir l'équation du mouvement.  Expliquer l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique. Établir une intégrale première du mouvement.  Lire et interpréter le portrait de phase : bifurcation entre un mouvement pendulaire et un mouvement révolitif.  <b>Approche numérique</b> : Utiliser les résultats fournis par un logiciel de résolution numérique ou des simulations pour mettre en évidence le non isochronisme des oscillations.  <b>Réaliser l'acquisition expérimentale du portrait de phase d'un pendule pesant. Mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.</b>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4.2 Approche énergétique du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe orienté, dans un référentiel galiléen</b>	
Énergie cinétique d'un solide en rotation.	Utiliser la relation $E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2$ , l'expression de $J_{\Delta}$ étant fournie.
Loi de l'énergie cinétique pour un solide.	Établir l'équivalence dans ce cas entre la loi scalaire du moment cinétique et celle de l'énergie cinétique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4.3 Loi de l'énergie cinétique pour un système déformable</b>	
Loi de l'énergie cinétique pour un système déformable.	<b>Bilan énergétique du tabouret d'inertie.</b> Prendre en compte le travail des forces intérieures. Utiliser sa nullité dans le cas d'un solide.

Le **bloc 5** est motivé par ses nombreuses applications. On se limite à discuter la nature de la trajectoire sur un graphe donnant l'énergie potentielle effective et on ne poursuit l'étude dans le cas d'un champ newtonien (lois de Kepler) que dans le cas d'une trajectoire circulaire. Le caractère elliptique des trajectoires associées à un état lié est affirmé sans qu'aucune étude géométrique des ellipses ne soit prévue ; on utilise dans ce cas les constantes du mouvement (moment cinétique et énergie mécanique) pour exprimer l'énergie de la trajectoire elliptique en fonction du demi-grand axe. Enfin l'approche de l'expérience de Rutherford est exclusivement documentaire : tout calcul de la déviation est exclu, il s'agit en revanche d'utiliser le graphe de l'énergie potentielle effective pour relier la distance minimale d'approche à l'énergie mise en jeu.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Mouvements dans un champ de force centrale conservatif</b>	
Point matériel soumis à un seul champ de force centrale.	Déduire de la loi du moment cinétique la conservation du moment cinétique.  Connaître les conséquences de la conservation du moment cinétique : mouvement plan, loi des aires.
Énergie potentielle effective. État lié et état de diffusion.	Exprimer la conservation de l'énergie mécanique et construire une énergie potentielle effective.  Décrire qualitativement le mouvement radial à l'aide de l'énergie potentielle effective. Relier le caractère borné à la valeur de l'énergie mécanique.  <b>Approche documentaire :</b> Relier l'échelle spatiale sondée à l'énergie mise en jeu lors d'une collision en s'appuyant sur l'expérience de Rutherford.
Champ newtonien. Lois de Kepler.	Énoncer les lois de Kepler pour les planètes et les transposer au cas des satellites terrestres.
Cas particulier du mouvement circulaire : satellite, planète.	Montrer que le mouvement est uniforme et savoir calculer sa période.

	Établir la troisième loi de Kepler dans le cas particulier de la trajectoire circulaire. Exploiter sans démonstration sa généralisation au cas d'une trajectoire elliptique.
Satellite géostationnaire.	Calculer l'altitude du satellite et justifier sa localisation dans le plan équatorial.
Énergie mécanique dans le cas du mouvement circulaire puis dans le cas du mouvement elliptique.	Exprimer l'énergie mécanique pour le mouvement circulaire.  Exprimer l'énergie mécanique pour le mouvement elliptique en fonction du demi-grand axe.
Vitesses cosmiques : vitesse en orbite basse et vitesse de libération.	Exprimer ces vitesses et connaître leur ordre de grandeur en dynamique terrestre.

## 2. Thermodynamique

### Présentation

Dans le cycle terminal de la filière S du lycée, les élèves ont été confrontés à la problématique des transferts d'énergie entre systèmes macroscopiques. L'énergie interne d'un système a été introduite puis reliée à la grandeur température *via* la capacité thermique dans le cas d'une phase condensée. Les élèves ont alors été amenés à se questionner sur le moyen de parvenir à une modification de cette énergie interne ce qui a permis d'introduire le premier principe et deux types de transferts énergétiques, le travail et le transfert thermique. Enfin, les élèves ont été sensibilisés à la notion d'irréversibilité en abordant le phénomène de diffusion thermique.

Après avoir mis l'accent sur le passage fondamental d'une réalité microscopique à des grandeurs mesurables macroscopiques, cette partie propose, en s'appuyant sur des exemples concrets, de poursuivre la description et l'étude de la matière à l'échelle macroscopique, l'objectif étant d'aborder des applications motivantes. Les capacités identifiées doivent être introduites en s'appuyant dès que possible sur des dispositifs expérimentaux qui permettent ainsi leur acquisition progressive et authentique. Ces capacités se limitent à l'étude du corps pur subissant des transformations finies, excluant ainsi toute thermodynamique différentielle : le seul recours à une quantité élémentaire intervient lors de l'évaluation du travail algébriquement reçu par un système par intégration du travail élémentaire. En particulier, pour les bilans finis d'énergie, les expressions des fonctions d'état  $U_m(T, V_m)$  et  $H_m(T, P)$  seront données si le système ne relève pas du modèle gaz parfait ou du modèle de la phase condensée incompressible et indilatable. Pour les bilans finis d'entropie, l'expression de la fonction d'état entropie sera systématiquement donnée et on ne s'intéressera pas à sa construction.

S'agissant de l'application des principes de la thermodynamique aux machines thermiques avec écoulement stationnaire, il s'agit d'une introduction modeste: les étudiants doivent avoir compris pourquoi l'enthalpie intervient mais l'essentiel n'est pas la démonstration (qui sera reprise en deuxième année) ; il s'agit en revanche d'orienter l'enseignement de la thermodynamique vers des applications industrielles réelles motivantes grâce à l'utilisation de diagrammes.

On utilisera les notations suivantes : pour une grandeur extensive  $A$ ,  $a$  sera la grandeur massique associée et  $A_m$  la grandeur molaire associée.

## Objectifs généraux de formation

Il est essentiel de bien situer le niveau de ce cours de thermodynamique, en le considérant comme une introduction à un domaine complexe dont le traitement complet relève de la physique statistique, inabordable à ce stade. On s'attachera néanmoins, de façon prioritaire, à la rigueur des raisonnements mis en place (définition du système, lois utilisées...).

Outre la maîtrise des capacités liées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- définir un système qui permette de faire les bilans nécessaires à l'étude
- faire le lien entre un système réel et sa modélisation
- comprendre qu'il peut exister plusieurs modèles de complexité croissante pour rendre compte des observations expérimentales
- utiliser des tableaux de données ou des représentations graphiques complexes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Descriptions microscopique et macroscopique d'un système à l'équilibre</b>	
Échelles microscopique, mésoscopique, et macroscopique. Libre parcours moyen.	Définir l'échelle mésoscopique et en expliquer la nécessité. Connaître quelques ordres de grandeur de libres parcours moyens.
Description des caractères généraux de la distribution des vitesses moléculaires d'un gaz (homogénéité et isotropie). Vitesse quadratique moyenne. Pression cinétique.	Utiliser un modèle unidirectionnel avec une distribution discrète de vitesse pour montrer que la pression est proportionnelle à la masse des particules, à la densité particulaire et à la vitesse quadratique moyenne au carré.
Température cinétique. Exemple du gaz parfait monoatomique : $E_c=3/2kT$ .	Calculer l'ordre de grandeur d'une vitesse quadratique moyenne dans un gaz parfait.
Système thermodynamique.	Identifier un système ouvert, un système fermé, un système isolé.
État d'équilibre d'un système soumis aux seules forces de pression. Pression, température, volume, équation d'état. Grandeur extensive, grandeur intensive. Exemples du gaz parfait et d'une phase condensée indilatable et incompressible.	Calculer une pression à partir d'une condition d'équilibre mécanique.  Déduire une température d'une condition d'équilibre thermique.  Connaître quelques ordres de grandeur de volumes molaires ou massiques dans les conditions usuelles de pression et de température.  Connaître et utiliser l'équation d'état des gaz parfaits.
Énergie interne d'un système. Capacité thermique à volume constant dans le cas du gaz parfait.	Exprimer l'énergie interne d'un gaz parfait monoatomique à partir de l'interprétation microscopique de la température.  Savoir que $U_m=U_m(T)$ pour un gaz parfait.

Énergie interne et capacité thermique à volume constant d'une phase condensée considérée incompressible et indilatable.	Savoir que $U_m=U_m(T)$ pour une phase condensée incompressible et indilatable.
Approximation des phases condensées peu compressibles et peu dilatables.	Interpréter graphiquement la différence de compressibilité entre un liquide et un gaz à partir d'isothermes expérimentales.
Du gaz réel au gaz parfait.	Comparer le comportement d'un gaz réel au modèle du gaz parfait sur des réseaux d'isothermes expérimentales en coordonnées de Clapeyron ou d'Amagat.
Corps pur diphasé en équilibre. Diagramme de phases (P,T). Cas de l'équilibre liquide-vapeur : diagramme de Clapeyron (P,v), titre en vapeur.	<p>Analyser un diagramme de phase expérimental (P,T).</p> <p>Proposer un jeu de variables d'état suffisant pour caractériser l'état d'équilibre d'un corps pur diphasé soumis aux seules forces de pression.</p> <p>Positionner les phases dans les diagrammes (P,T) et (P,v).</p> <p>Déterminer la composition d'un mélange diphasé en un point d'un diagramme (P,v).</p> <p>Expliquer la problématique du stockage des fluides.</p> <p><b>Mettre en œuvre un protocole expérimental d'étude des relations entre paramètres d'état d'un fluide à l'équilibre (corps pur monophasé ou sous deux phases)</b></p>
Équilibre liquide-vapeur de l'eau en présence d'une atmosphère inerte.	Utiliser la notion de pression partielle pour adapter les connaissances sur l'équilibre liquide-vapeur d'un corps pur au cas de l'évaporation en présence d'une atmosphère inerte.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Énergie échangée par un système au cours d'une transformation</b>	
Transformation thermodynamique subie par un système.	<p>Définir le système.</p> <p>Exploiter les conditions imposées par le milieu extérieur pour déterminer l'état d'équilibre final.</p> <p>Utiliser le vocabulaire usuel : évolutions isochore, isotherme, isobare, monobare, monotherme.</p>
Travail des forces de pression. Transformations isochore, monobare.	<p>Calculer le travail par découpage en travaux élémentaires et sommation sur un chemin donné dans le cas d'une seule variable.</p> <p>Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans un diagramme de Clapeyron.</p>
Transfert thermique. Transformation adiabatique. Thermostat, transformations monotherme et isotherme.	<p>Distinguer qualitativement les trois types de transferts thermiques : conduction, convection et rayonnement.</p> <p>Identifier dans une situation expérimentale le ou les</p>

	<p>systèmes modélisables par un thermostat.</p> <p>Proposer de manière argumentée le modèle limite le mieux adapté à une situation réelle entre une transformation adiabatique et une transformation isotherme.</p>
--	---

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Premier principe. Bilans d'énergie</b>	
Premier principe de la thermodynamique : $\Delta U + \Delta E_c = Q + W$	<p>Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir travail <math>W</math> et transfert thermique <math>Q</math>.</p> <p>Exploiter l'extensivité de l'énergie interne.</p> <p>Distinguer le statut de la variation de l'énergie interne du statut des termes d'échange.</p> <p>Calculer le transfert thermique <math>Q</math> sur un chemin donné connaissant le travail <math>W</math> et la variation de l'énergie interne <math>\Delta U</math>.</p> <p><b>Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure d'une grandeur thermodynamique énergétique (capacité thermique, enthalpie de fusion...).</b></p>
Enthalpie d'un système. Capacité thermique à pression constante dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable.	<p>Exprimer l'enthalpie <math>H_m(T)</math> du gaz parfait à partir de l'énergie interne.</p> <p>Comprendre pourquoi l'enthalpie <math>H_m</math> d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable peut être considérée comme une fonction de l'unique variable <math>T</math>.</p> <p>Exprimer le premier principe sous forme de bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare avec équilibre mécanique dans l'état initial et dans l'état final.</p> <p>Connaître l'ordre de grandeur de la capacité thermique massique de l'eau liquide.</p>
Enthalpie associée à une transition de phase : enthalpie de fusion, enthalpie de vaporisation, enthalpie de sublimation.	Exploiter l'extensivité de l'enthalpie et réaliser des bilans énergétiques en prenant en compte des transitions de phases.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Deuxième principe. Bilans d'entropie</b>	
Deuxième principe : fonction d'état entropie, entropie créée, entropie échangée. $\Delta S = S_{ech} + S_{créé}$ avec $S_{ech} = \sum Q_i/T_i$ .	<p>Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan entropique. Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> interpréter qualitativement l'entropie en terme de désordre en s'appuyant sur la formule de Boltzmann.</p>



Variation d'entropie d'un système.	Utiliser l'expression fournie de la fonction d'état entropie.
Loi de Laplace.	Exploiter l'extensivité de l'entropie.
Cas particulier d'une transition de phase.	Connaître la loi de Laplace et ses conditions d'application.
	Connaître et utiliser la relation entre les variations d'entropie et d'enthalpie associées à une transition de phase : $\Delta h_{12}(T) = T \Delta s_{12}(T)$

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Machines thermiques</b>	
Application du premier principe et du deuxième principe aux machines thermiques cycliques dithermes : rendement, efficacité, théorème de Carnot.	Donner le sens des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme.  Analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme.  Définir un rendement ou une efficacité et la relier aux énergies échangées au cours d'un cycle. Justifier et utiliser le théorème de Carnot.  Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles.
Exemples d'études de machines thermodynamiques réelles à l'aide de diagrammes (p,h).	Utiliser le 1er principe dans un écoulement stationnaire sous la forme $h_2 - h_1 = w_u + q$ , pour étudier une machine thermique .

### 3. Statique des fluides

#### Présentation et objectifs généraux de formation

La physique des milieux continus constitue une part importante des programmes de deuxième année PC et PSI. Dans ce domaine, on fait appel à des méthodes de pensée et des techniques de calcul qu'il est souhaitable d'aborder dès la première année. Cette partie du programme de PCSI est donc conçue pour introduire sur le support concret de la statique des fluides le principe du découpage d'un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux et de la sommation d'une grandeur extensive (force) pour ce découpage.

Partant du cas particulier de la statique des fluides dans le champ de pesanteur qui ne nécessite qu'un formalisme minimal, un des objectifs est de montrer à la fin de cette partie l'intérêt d'un formalisme plus poussé (introduction de l'opérateur gradient) pour passer à une formulation universelle d'une loi de la physique.

La statique des fluides permet également d'introduire le facteur de Boltzmann dont on affirmera la généralité.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen.</b>	
Forces surfaciques, forces volumiques.	Distinguer le statut des forces de pression et des forces de pesanteur.
Statique dans le champ de pesanteur uniforme : relation $dp/dz = -\rho g$ .	Connaître des ordres de grandeur des champs de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère.  Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et homogène et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait.
Facteur de Boltzmann.	S'appuyer sur la loi d'évolution de la densité moléculaire de l'air dans le cas de l'atmosphère isotherme pour illustrer la signification du facteur de Boltzmann.  <b>Approche documentaire</b> : reconnaître un facteur de Boltzmann ; comparer $k_B T$ aux écarts d'énergie dans un contexte plus général.
Résultante de forces de pression.	Exprimer une surface élémentaire dans un système de coordonnées adaptées.  Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression.  Évaluer une résultante de forces de pression.
Poussée d'Archimède.	Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède.  Exploiter la loi d'Archimède.
Équivalent volumique des forces de pression.	Exprimer l'équivalent volumique des forces de pression à l'aide d'un gradient.
Équation locale de la statique des fluides.	Établir l'équation locale de la statique des fluides.

## 4. Induction et forces de Laplace

### Présentation

Cette partie est nouvelle pour les étudiants, puisque seule une approche descriptive du champ magnétique a fait l'objet d'une présentation en classe de première S. Cette partie s'appuie sur les nombreuses applications présentes dans notre environnement immédiat : boussole, moteur électrique, alternateur, transformateur, haut-parleur, plaques à induction, carte RFID... Il s'agit de restituer toute la richesse de ces applications dans un volume horaire modeste, ce qui limite les géométries envisagées et le formalisme utilisé. Le point de vue adopté cherche à mettre l'accent sur les phénomènes et sur la modélisation sommaire de leurs applications. L'étude sera menée à partir du flux magnétique en n'envisageant que des champs magnétiques uniformes à l'échelle de la taille des systèmes étudiés. Toute étude du champ électromoteur est exclue. L'induction et les forces de Laplace dans un circuit mobile sont introduites dans le cas d'un champ uniforme et stationnaire, soit dans le modèle des rails de Laplace, soit

dans celui d'un cadre rectangulaire en rotation. Ce dernier modèle permet d'introduire la notion de dipôle magnétique et une analogie de comportement permet de l'étendre au cas de l'aiguille d'une boussole.

Le succès de cet enseignement au niveau de la classe de PCSI suppose le respect de ces limitations : cet enseignement n'est pas une étude générale des phénomènes d'induction. Corrélativement, l'enseignement de cette partie doit impérativement s'appuyer sur une démarche expérimentale authentique, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou d'activités expérimentales.

### Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- maîtriser les notions de champ de vecteurs et de flux d'un champ de vecteurs
- évaluer les actions d'un champ magnétique extérieur sur un circuit parcouru par un courant ou par analogie sur un aimant
- utiliser la notion de moment magnétique
- connaître ou savoir évaluer des ordres de grandeur
- analyser qualitativement les systèmes où les phénomènes d'induction sont à prendre en compte
- maîtriser les règles d'orientation et leurs conséquences sur l'obtention des équations mécaniques et électriques
- effectuer des bilans énergétiques
- connaître des applications relevant du domaine de l'industrie ou de la vie courante où les phénomènes d'induction sont présents et déterminants dans le fonctionnement des dispositifs
- mettre en œuvre des expériences illustrant la manifestation des phénomènes d'induction

Le **bloc 1. « Champ magnétique »** vise à faire le lien avec le programme de la classe de première S et à permettre à l'étudiant de disposer des outils minimaux nécessaires ; l'accent est mis sur le concept de champ vectoriel, sur l'exploitation des représentations graphiques et sur la connaissance d'ordres de grandeur. Une étude plus approfondie de la magnétostatique sera conduite en seconde année.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>1. Champ magnétique</b></p> <p>Sources de champ magnétique ; cartes de champ magnétique.</p>	<p>Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible, et l'emplacement des sources.</p> <p>Connaître l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue.</p> <p>Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.</p> <p>Connaître des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.</p>

Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant.	Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.  Orienter le champ magnétique créé par une bobine « infinie » et connaître son expression.
Moment magnétique.	Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane.  Par analogie avec une boucle de courant, associer à un aimant un moment magnétique.  Connaître un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.

Dans le **bloc 2. « Actions d'un champ magnétique »**, le professeur est libre d'introduire la force de Laplace avec ou sans référence à la force de Lorentz. Il s'agit ici de se doter d'expressions opérationnelles pour étudier le mouvement dans un champ uniforme et stationnaire (soit d'une barre en translation, soit d'un moment magnétique en rotation modélisé par un cadre rectangulaire).

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Actions d'un champ magnétique</b>	
Densité linéique de la force de Laplace dans le cas d'un élément de courant filiforme.  Résultante et puissance des forces de Laplace s'exerçant sur une barre conductrice en translation rectiligne sur deux rails parallèles (rails de Laplace) dans un champ magnétique extérieur uniforme, stationnaire et orthogonal à la barre.	Différencier le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme.  Établir et connaître l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.  Évaluer la puissance des forces de Laplace.
Couple et puissance des actions mécaniques de Laplace dans le cas d'une spire rectangulaire, parcourue par un courant, en rotation autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe.	Établir et connaître l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.
Action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un aimant. Positions d'équilibre et stabilité.	<b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'action d'un champ magnétique uniforme sur une boussole.</b>
Effet moteur d'un champ magnétique tournant.	<b>Créer un champ magnétique tournant à l'aide de deux ou trois bobines et mettre en rotation une aiguille aimantée.</b>

Le **bloc 3. « Lois de l'induction »** repose sur la loi de Faraday  $e = -\frac{d\phi}{dt}$  qui se prête parfaitement à une introduction expérimentale et qui peut constituer un bel exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On n'omettra pas, à ce sujet, d'évoquer les différents points de vue possibles sur le même phénomène selon le référentiel dans lequel on se place.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Lois de l'induction</b>	
<u>Flux d'un champ magnétique.</u>  Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.	Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
<u>Loi de Faraday.</u>  Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit.  Loi de modulation de Lenz.  Force électromotrice induite, loi de Faraday.	<b>Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.</b>  Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.  Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algèbrisation.

Le **bloc 4. « Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps »** aborde le phénomène d'auto-induction puis le couplage par mutuelle inductance entre deux circuits fixes. Elle traite du modèle du transformateur de tensions.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps</b>	
<u>Auto-induction.</u>  Flux propre et inductance propre.          Étude énergétique.	Différencier le flux propre des flux extérieurs.  Utiliser la loi de modulation de Lenz.  Évaluer et connaître l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par une bobine infinie étant donné.  <b>Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.</b>  Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
<u>Cas de deux bobines en interaction.</u>  Inductance mutuelle entre deux bobines.	Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe de grande longueur en « influence totale », le champ magnétique créé par une bobine infinie étant donné.

Circuits électriques à une maille couplés par le phénomène de mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.  Transformateur de tension.	Connaître des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.  Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.  Établir la loi des tensions.
Étude énergétique.	Conduire un bilan de puissance et d'énergie.

Le **bloc 5. « Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire »** est centré sur la conversion de puissance. Des situations géométriques simples permettent de dégager les paramètres physiques pertinents afin de modéliser le principe d'un moteur à courant continu ou un dispositif de freinage, puis par adjonction d'une force de rappel un haut-parleur électrodynamique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire</b>	
<u>Conversion de puissance mécanique en puissance électrique.</u>  Rail de Laplace. Spire rectangulaire soumise à un champ magnétique extérieur uniforme et en rotation uniforme autour d'un axe fixe orthogonal au champ magnétique.  Freinage par induction	Interpréter qualitativement les phénomènes observés.  Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe.  Effectuer un bilan énergétique.  Connaître des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.  Expliquer l'origine des courants de Foucault et en connaître des exemples d'utilisation.  <b>Mettre en évidence qualitativement les courants de Foucault.</b>
<u>Conversion de puissance électrique en puissance mécanique</u>  Moteur à courant continu à entrefer plan.  Haut-parleur électrodynamique.	Analyser le fonctionnement du moteur à courant continu à entrefer plan en s'appuyant sur la configuration des rails de Laplace.  Citer des exemples d'utilisation du moteur à courant continu.  Expliquer le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique dans la configuration simplifiée des rails de Laplace.  Effectuer un bilan énergétique.

## Appendice 1 : matériel

Cette liste regroupe le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de cette liste lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

### 1. Domaine optique

- Goniomètre
- Viseur à frontale fixe
- Lunette auto-collimatrice
- Spectromètre à fibre optique
- Polariseur dichroïque
- Laser à gaz
- Lampes spectrales
- Source de lumière blanche à condenseur

### 2. Domaine électrique

- Oscilloscope numérique
- Carte d'acquisition et logiciel dédié
- Générateur de signaux Basse Fréquence
- Multimètre numérique
- Multiplieur analogique
- Émetteur et récepteur acoustique (domaine audible et domaine ultrasonore)

### 3. Domaines mécanique et thermodynamique

- Dynamomètre
- Capteur de pression
- Accéléromètre
- Stroboscope
- Webcam avec logiciel dédié
- Appareil photo numérique ou caméra numérique avec cadence de prise de vue supérieure à 100 images par seconde
- Thermomètre, thermocouple, thermistance, capteur infra-rouge
- Calorimètre

## Appendice 2 : outils mathématiques

L'utilisation d'outils mathématiques est indispensable en physique comme en chimie.

La capacité à mettre en œuvre de manière autonome certains de ces outils mathématiques dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie fait partie des compétences exigibles à la fin de la première année de PCSI. Le tableau ci-dessous explicite ces outils ainsi que le niveau de maîtrise attendu en fin de première année. Il sera complété dans le programme de seconde année.

Cependant les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils numériques (calculatrices, logiciels de calcul numérique ou formel).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>1. Équations algébriques</b>	
Systèmes linéaires de $n$ équations à $p$ inconnues.	Identifier les variables (inconnues) nécessaires à la modélisation du problème sous forme d'un système d'équations linéaires.

	Donner l'expression formelle des solutions dans le seul cas $n = p = 2$ . Utiliser des outils numériques ou de calcul formel dans les autres cas.
Équations non linéaires	Représenter graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$ . Interpréter graphiquement la ou les solutions. Dans le cas général, résoudre à l'aide d'un outil numérique ou de calcul formel.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>2. Équations différentielles</b>	
Équations différentielles linéaires à coefficients constants.	Identifier l'ordre. Mettre l'équation sous forme canonique.
Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants : $y' + ay = f(x)$ .	Trouver la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \cos(\omega x + \varphi)$ (en utilisant la notation complexe).
Équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants : $y'' + ay' + by = f(x)$ .	Utiliser l'équation caractéristique pour trouver la solution générale de l'équation sans second membre. Prévoir le caractère borné ou non de ses solutions (critère de stabilité). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \exp(\lambda x)$ avec $\lambda$ complexe. Trouver la solution de l'équation complète correspondant à des conditions initiales données. Représenter graphiquement cette solution.
Autres équations différentielles d'ordre 1 ou 2.	Intégrer numériquement avec un outil fourni. Obtenir une intégrale première d'une équation de Newton $x'' = f(x)$ et l'exploiter graphiquement. Séparer les variables d'une équation du premier ordre à variables séparables. Faire le lien entre les conditions initiales et le graphe de la solution correspondante.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, puissance réelle ( $x \rightarrow x^a$ ), Cosinus hyperbolique et sinus hyperbolique (ces fonctions hyperboliques, non traitées dans le cours de mathématiques, sont introduites par le professeur de physique).
Dérivée. Notation $dx/dt$ .	Utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement.
Développements limités.	Connaître et utiliser les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $(1 + x)^\alpha$ , $e^x$ et $\ln(1 + x)$ , et à



	l'ordre 2 des fonctions $\cos(x)$ et $\sin(x)$ .
Primitive et intégrale.  Valeur moyenne.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales, en lien avec la méthode des rectangles en mathématiques.  Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions $\cos$ , $\sin$ , $\cos^2$ et $\sin^2$ .
Représentation graphique d'une fonction.	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation $y = f(x)$ donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum local. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance à une droite en échelle log-log.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier <u>fourni</u> par un formulaire (cette capacité est développée par le professeur de physique, la notion de série de Fourier n'étant pas abordée dans le cours de mathématiques).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et système de coordonnées.	Exprimer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée d'un espace de dimension inférieure ou égale à 3. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.
Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres.  Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations de l'espace. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.  Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Courbes planes.	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite, d'un cercle, d'une ellipse, d'une branche d'hyperbole, d'une parabole (concernant les coniques, cette capacité est développée par le professeur de physique, l'étude des coniques

Courbes planes paramétrées.	<p>n'étant pas traitée en mathématiques).</p> <p>Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation <math>r = f(\theta)</math>.</p> <p>Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur. Identifier une ellipse à l'aide de sa représentation paramétrique (<math>x = a.\cos(\omega t)</math>, <math>y = b.\cos(\omega t - \varphi)</math>) et la tracer dans les cas particuliers <math>\varphi = 0</math>, <math>\varphi = \pi/2</math> et <math>\varphi = \pi</math>.</p>
Longueurs, aires et volumes classiques.	Connaître les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points.	Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène. (cette capacité sera développée par le professeur de physique, l'étude du barycentre n'étant pas traitée en mathématiques).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté.	Définir une convention d'orientation des angles d'un plan (euclidien) et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles d'un plan perpendiculaire à cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire: relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ , relations entre fonctions trigonométriques et toutes relations du type $\cos(\pi \pm x)$ et $\cos(\frac{\pi}{2} \pm x)$ , parités, périodicité, valeurs des fonctions pour les angles usuels.  Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>6. Analyse vectorielle</b>	
Gradient d'un champ scalaire.	Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Connaître l'expression du gradient en coordonnées cartésiennes ; utiliser un formulaire fourni en

	<p>coordonnées cylindriques ou sphériques. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction <math>f</math> est perpendiculaire aux surfaces iso-<math>f</math> et orienté dans le sens des valeurs de <math>f</math> croissantes.</p>
--	--

Ces capacités sont développées par le professeur de physique, la notion de différentielle n'étant pas abordée en mathématiques.



# Annexe 2b

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

---

**Filière : scientifique**

---

**Voie : Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI)**

---

**Discipline : Chimie**

**Première année**

# Programme de Chimie de la voie PCSI

Le programme de chimie de la classe de PCSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

A travers l'enseignement de la chimie, il s'agit de renforcer chez l'étudiant les compétences inhérentes à la pratique de la démarche scientifique et de ses grandes étapes : observer et mesurer, comprendre et modéliser, agir pour créer, pour produire, pour appliquer cette science aux réalisations humaines. Ces compétences ne sauraient être opérationnelles sans connaissances, ni savoir-faire ou capacités. C'est pourquoi ce programme définit un socle de connaissances et de capacités, conçu pour être accessible à tous les étudiants, en organisant de façon progressive leur introduction au cours de la première année. L'acquisition de ce socle par les étudiants constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Parce que la chimie est avant tout une science expérimentale, parce que l'expérience intervient dans chacune des étapes de la démarche scientifique, parce qu'une démarche scientifique rigoureuse développe l'observation, l'investigation, la créativité et l'analyse critique, l'expérience est mise au cœur de l'enseignement de la discipline, en cours et lors des séances de travaux pratiques. Les activités expérimentales répondent à la nécessité de se confronter au réel, nécessité que l'ingénieur, le chercheur, le scientifique auront inévitablement à prendre en compte dans l'exercice de leur activité.

Pour acquérir sa validité, l'expérience nécessite le support d'un modèle. La notion même de modèle est centrale pour la discipline. Par conséquent modéliser est une compétence essentielle développée en PCSI. Pour apprendre à l'étudiant à modéliser de façon autonome, il convient de lui faire découvrir les différentes facettes de la chimie, qui toutes peuvent le guider dans l'interprétation et la compréhension des phénomènes. Ainsi le professeur doit rechercher un point d'équilibre entre des approches complémentaires, conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

La construction d'un modèle passe par l'utilisation nécessaire des mathématiques, symboles et méthodes, dont le fondateur de la physique expérimentale, Galilée, énonçait déjà qu'elles sont le langage dans lequel est écrit le monde. Si les mathématiques sont un outil puissant de modélisation, que l'étudiant doit maîtriser, elles sont parfois plus contraignantes lorsqu'il s'agit d'en extraire une solution. L'évolution des techniques permet désormais d'utiliser aussi l'approche numérique afin de faire porter prioritairement l'attention des étudiants sur l'interprétation et la discussion des résultats plutôt que sur une technique d'obtention. Cette approche permet en outre une modélisation plus fine du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est aussi l'occasion pour l'étudiant d'exploiter les compétences acquises en informatique. C'est enfin l'opportunité de mener avec le professeur de mathématiques d'éventuelles démarches collaboratives.

Enfin l'autonomie de l'étudiant et la prise d'initiative sont développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à un questionnement ou atteindre un but.

Le programme est organisé en trois parties :

1. dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problème. Ces compétences et

les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.

2. dans la deuxième partie, intitulée « **formation expérimentale** », sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.
3. dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux **contenus disciplinaires**. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est organisée sur deux semestres. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre. La progression dans les contenus disciplinaires est organisée en deux semestres. Certains items de cette troisième partie, **identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.

Deux appendices sont consacrés aux types de matériel et aux outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de chimie en fin de l'année de PCSI.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. Comme le rappellent les programmes du lycée, la liberté pédagogique de l'enseignant est le pendant de la liberté scientifique du chercheur.

Dans le cadre de cette liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant peut ainsi avoir intérêt à mettre son enseignement « en culture » si cela rend sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.
- il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en chimie doit être articulée avec celles mise en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique, physique, sciences industrielles.

# Démarche scientifique

## 1. Démarche expérimentale

La chimie est une science à la fois théorique et expérimentale. Ces deux composantes de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de son enseignement. Ce programme fait donc une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'importance du volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences générales spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure et des incertitudes et de savoir-faire techniques. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- le second concerne l'identification, dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques durant lesquelles l'autonomie et l'initiative de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, répondent donc à des objectifs différents :

- les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la chimie (évolution, équilibre, relation structure-propriétés, ...).
- les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, associée à une problématique clairement identifiée, et si possible transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et des incertitudes, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la quantification des grandeurs physiques et chimiques les plus souvent mesurées. Ces activités expérimentales visent à développer l'autonomie et l'initiative, qualités indispensables à l'exercice du métier d'ingénieur ou de chercheur.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Cette liste est délibérément placée en appendice du programme. L'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des savoir-faire techniques associés est ainsi explicitement exclue.

### Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en CPGE mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de ces compétences ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de celles-ci lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.)

Compétence	Exemples de capacités associées
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale</li> <li>- énoncer une problématique d'approche expérimentale</li> <li>- définir des objectifs correspondants</li> </ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- formuler et échanger des hypothèses</li> <li>- proposer une stratégie pour répondre à la problématique</li> <li>- proposer un modèle associé</li> <li>- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental</li> <li>- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en œuvre un protocole</li> <li>- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel</li> <li>- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates</li> <li>- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes</li> <li>- confronter un modèle à des résultats expérimentaux</li> <li>- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information</li> <li>- analyser les résultats de manière critique</li> <li>- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- à l'écrit comme à l'oral : <ul style="list-style-type: none"> <li>o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible</li> <li>o utiliser un vocabulaire scientifique adapté</li> <li>o s'appuyer sur des schémas, des graphes</li> </ul> </li> <li>- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue</li> </ul>
<b>Être autonome, faire preuve d'initiative</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- travailler seul ou en équipe</li> <li>- solliciter une aide de manière pertinente</li> <li>- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper</li> </ul>

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, on doit développer les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

## 2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problème » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis,



mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problème permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problème. La résolution de problème mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

<b>Compétence</b>	<b>Exemples de capacités associées</b>
<b>S'approprier le problème.</b>	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ....
<b>Etablir une stratégie de résolution (analyser).</b>	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. .....
<b>Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).</b>	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. ...
<b>Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).</b>	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue. ...
<b>Communiquer</b>	Présenter la solution, ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats.

### 3. Approches documentaires

Dans un monde où le volume d'informations disponibles rend en pratique difficile l'accès raisonné à la connaissance, il importe de continuer le travail commencé au collège et au lycée sur la recherche, l'extraction et l'organisation de l'information. L'objectif reste de permettre l'accès à la connaissance en

toute autonomie avec la prise de conscience de l'existence d'un continuum de niveaux de compétence sur un domaine donné, de la méconnaissance (et donc la découverte) à la maîtrise totale.

Le programme de physique-chimie prévoit qu'un certain nombre de rubriques, identifiées dans la colonne capacités exigibles relèvent d'une « **approche documentaire** ». L'objectif est double ; il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver différemment en utilisant des documents au support varié (texte, vidéo, photo...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (grandes idées, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs) dans les domaines de la physique et de la chimie du XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècle et de leurs applications.

Ces approches documentaires sont aussi l'occasion d'apporter des éléments de compréhension de la construction du « savoir scientifique » (histoire des sciences, débats d'idées, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux, ...). Elles doivent permettre de développer des compétences d'analyse et de synthèse. Sans que cette liste de pratiques soit exhaustive on pourra, par exemple, travailler sur un document extrait directement d'un article de revue scientifique, sur une vidéo, une photo ou sur un document produit par le professeur ; il est également envisageable de demander aux élèves de chercher eux-mêmes des informations sur un thème donné ; ce travail pourra se faire sous forme d'analyse de documents dont les résultats seront présentés aussi bien à l'écrit qu'à l'oral.

Quelle que soit la façon d'aborder ces approches documentaires, le rôle du professeur est de travailler à un niveau adapté à sa classe et d'assurer une synthèse de ce qu'il convient de retenir. Elles doivent être en cohérence avec le socle du programme. Elles peuvent être l'occasion d'acquérir de nouvelles connaissances ou d'approcher de nouveaux modèles mais il faut proscrire toute dérive en particulier calculatoire.

## Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la formation expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans la partie « contenus disciplinaires » – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie.

D'une part, elle précise les connaissances et savoir-faire qui doivent être acquis dans le domaine de la **mesure** et de l'évaluation des **incertitudes**, dans la continuité de la nouvelle épreuve d'Évaluation des Compétences Expérimentales (ECE) de Terminale S, avec cependant un niveau d'exigence plus élevé qui correspond à celui des deux premières années d'enseignement supérieur.

D'autre part, elle présente de façon détaillée l'ensemble des **capacités expérimentales** relatives au programme de première année PCSI, dont l'acquisition et la pratique en autonomie par les étudiants ne doit s'entendre qu'à l'issue des deux années de formation en CPGE.

Une liste de matériels, que les étudiants doivent savoir utiliser avec éventuellement l'aide d'une notice succincte, figure en appendice du présent programme.

### 1. Mesures et incertitudes

L'importance de la composante expérimentale de la formation des étudiants des CPGE scientifiques est réaffirmée. Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les élèves doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure..., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières S, STI2D et STL du lycée. Les objectifs sont identiques, certains aspects sont approfondis : utilisation du vocabulaire de base de la métrologie, connaissance de la loi des incertitudes composées, ... ; une première approche

sur la validation d'une loi physique est proposée. Les capacités identifiées sont abordées dès la première année et doivent être maîtrisées à l'issue des deux années de formation. Les activités expérimentales permettent de les introduire et de les acquérir de manière progressive et authentique. Elles doivent régulièrement faire l'objet d'un apprentissage intégré et d'une évaluation.

Les élèves doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	<p>Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.</p> <p>Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.</p>
<p>Notion d'incertitude, incertitude-type.</p> <p>Évaluation d'une incertitude-type.</p> <p>Incertitude-type composée.</p> <p>Incertitude élargie.</p>	<p>Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.</p> <p>Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).</p> <p>Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie...).</p> <p>Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes dans les cas simples d'une expression de la valeur mesurée sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient ou bien à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel.</p> <p>Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.</p> <p>Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.</p>
<p>Présentation d'un résultat expérimental.</p> <p>Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure).</p>	<p>Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.</p> <p>Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence.</p> <p>Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.</p>

Vérification d'une loi physique ou validation d'un modèle ; ajustement de données expérimentales à l'aide d'une fonction de référence modélisant le phénomène.	<p>Utiliser un logiciel de régression linéaire.</p> <p>Connaître la signification du coefficient de corrélation.</p> <p>Juger qualitativement si des données expérimentales avec incertitudes sont en accord avec un modèle linéaire.</p> <p>Extraire à l'aide d'un logiciel les incertitudes sur la pente et sur l'ordonnée à l'origine dans le cas de données en accord avec un modèle linéaire.</p>
--	--

## 2 . Mesures et capacités expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les étudiants doivent avoir acquises, durant les séances de travaux pratiques, à l'issue des deux années. Une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes – repérés en gras dans le corps du programme – peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'organiseraient autour d'une découverte du matériel : par exemple, toutes les capacités mises en œuvre autour d'un appareil de mesure ne sauraient être l'objectif unique d'une séance, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion de l'étude d'un problème concret.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées en quatre domaines en chimie, les deux premiers étant davantage transversaux :

1. Prévention du risque au laboratoire de chimie
2. Mesures de grandeurs physiques
3. Synthèses organiques et inorganiques
4. Analyses qualitatives et quantitatives

Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine. En effet, lors de la mise en œuvre d'une synthèse au laboratoire, il peut être utile de procéder à une analyse du produit formé ou à une mesure de grandeur physique caractéristique et, bien entendu, il est indispensable de prendre en compte les consignes de sécurité. Il convient également de favoriser l'autonomie et la prise d'initiative décrites dans la partie « Compétences expérimentales ».

Le matériel nécessaire à l'acquisition de l'ensemble des capacités ci-dessous figure dans l'**Appendice 1** du programme.

### 1. Prévention du risque au laboratoire de chimie

Les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>1. Prévention du risque chimique</b></p> <p>Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Phrases H et P.</p>	<p>Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques . Développer une attitude autonome dans la</p>

	prévention des risques.
<b>2. Impact environnemental</b> Traitement et rejet des espèces chimiques.	Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

## 2. Mesures de grandeurs physiques

Notions et contenus	Capacités exigibles
Mesures de : - Volume  - Masse  - pH  - Conductance et conductivité  - Tension  - Température  - Pouvoir rotatoire  - Indice de réfraction  - Absorbance	Sélectionner et utiliser le matériel adapté à la précision requise.  Préparer une solution aqueuse de concentration donnée à partir d'un solide, d'un liquide, d'une solution de concentration molaire connue ou d'une solution de titre massique et de densité connus.  Utiliser les méthodes et le matériel adéquats pour transférer l'intégralité du solide ou du liquide pesé.  Distinguer les instruments de verrerie In et Ex.  Utiliser les appareils de mesure (masse, pH, conductance, tension, température, indice de réfraction, absorbance) en s'aidant d'une notice.  Étalonner une chaîne de mesure si nécessaire.

## 3. Synthèses organiques et inorganiques

À l'issue des deux années de formation, l'élève devra :

- maîtriser expérimentalement les différentes techniques mises en œuvre dans les synthèses : réalisation des montages et utilisation des appareillages ;
- connaître les fondements théoriques de ces techniques, en lien avec les propriétés physico-chimiques concernées (à l'exception des spectroscopies d'absorption IR et de RMN) ;
- être capable de proposer des stratégies de transformation des réactifs, de séparation et de purification des produits synthétisés.

Les différentes techniques utilisées permettent de réaliser les opérations de :

- chauffage et refroidissement ;
- séparation et purification : extraction liquide-liquide ou liquide-solide, filtrations, séchage d'un liquide ou d'un solide, distillations sous pression ambiante et sous pression réduite (cette dernière étant strictement limitée à l'usage de l'évaporateur rotatif), recristallisation.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Transformation chimique</b>  Transformations à chaud, à froid, à température ambiante.  Contrôle et régulation de la température du milieu réactionnel.	Choisir la verrerie adaptée à la transformation réalisée et aux conditions opératoires mises en œuvre. Réaliser le ou les montages appropriés et en expliquer le principe et l'intérêt. Choisir ou justifier l'ordre d'introduction des réactifs. Réaliser et réguler une addition au goutte à goutte. Utiliser le moyen de chauffage ou de

Suivi de l'évolution de la transformation.	<p>refroidissement adéquat. Suivre et contrôler l'évolution de la température dans le réacteur. Choisir un moyen approprié pour réguler une éventuelle ébullition. Utiliser un réfrigérant à reflux, contrôler et réguler le reflux.</p> <p>Mettre en œuvre des méthodes permettant de suivre qualitativement ou quantitativement l'avancement de la transformation.</p>
<p><b>Séparation et purification</b></p> <p>Séparation de deux liquides non miscibles.</p> <p>Séparation de deux espèces dissoutes dans une phase liquide.</p> <p>Distillations</p> <p>Séparation d'un liquide et d'un solide</p> <p>Lavage d'un solide</p> <p>Recristallisation d'un solide</p> <p>Séchage d'un solide</p> <p>Séchage d'un liquide</p> <p>Rendement</p>	<p>Choisir ou justifier un protocole de séparation ou de purification d'un produit, sur la base de données fournies ou issues d'observations et/ou de mesures expérimentales. Réaliser une extraction liquide-liquide. Identifier la nature des phases dans une ampoule à décanter. Distinguer extraction et lavage d'une phase.</p> <p>Élaborer et mettre en œuvre un protocole de séparation de deux espèces dissoutes dans une phase liquide.</p> <p>Mettre en œuvre différents types de distillation. Choisir ou proposer la méthode la plus adaptée au système étudié. Expliquer l'intérêt de l'évaporateur rotatif. Réaliser et mettre en œuvre une filtration simple, une filtration sous pression réduite. Choisir et justifier la méthode de filtration adaptée au système étudié. Réaliser et justifier les différentes étapes du lavage d'un solide : ajout du solvant de lavage froid ou saturé, trituration, essorage. Expliquer et mettre en œuvre la technique de recristallisation. Justifier à l'aide de données pertinentes et/ou par l'observation le choix d'un solvant de recristallisation et la quantité mise en œuvre. Mettre en œuvre « une pesée à masse constante » d'un solide humide. Choisir un desséchant solide et estimer correctement par l'observation la quantité à utiliser. À partir d'une mesure appropriée, déterminer le rendement d'une synthèse, d'une méthode de séparation.</p>

#### 4. Analyses qualitatives et quantitatives

On distinguera la caractérisation, le contrôle de pureté et le dosage d'une espèce chimique.

À l'issue des deux années de formation, l'élève devra :

- maîtriser les différentes techniques expérimentales mises en œuvre lors des analyses qualitatives

- et quantitatives ;
- être capable de proposer une stratégie de mesures de concentrations ou de quantités de matière, une méthode de caractérisation d'un composé, tenant compte des propriétés physico-chimiques du système étudié ;
- distinguer les méthodes d'analyse destructives et non destructives.

Les techniques utilisées lors des analyses quantitatives sont les suivantes :

- pH-métrie
- Conductimétrie
- Potentiométrie à intensité nulle
- Spectrophotométrie UV-visible
- Polarimétrie
- Réfractométrie
- Chromatographie sur couche mince

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>1. Caractérisation d'un composé et contrôle de sa pureté</b></p> <p>Chromatographies sur couche mince.</p> <p>Tests de reconnaissance ; témoin.</p> <p>Détermination expérimentale de grandeurs physiques ou spectroscopiques caractéristiques du composé (les principes théoriques de la RMN et de la spectroscopie d'absorption IR sont hors programme).</p>	<p>Mettre en œuvre une chromatographie sur couche mince. Justifier la méthode de révélation utilisée.</p> <p>Interpréter l'ordre d'éluion des différents composés en relation avec leurs propriétés physico-chimiques et les caractéristiques de la phase stationnaire et de l'éluant.</p> <p>Proposer à partir d'une banque de données et mettre en œuvre un test de reconnaissance pour identifier une espèce chimique présente (ou susceptible de l'être) dans un système.</p> <p>Extraire d'une banque de données des informations sur les propriétés physiques des produits.</p> <p>Relever la température d'un palier de distillation.</p> <p>Mesurer une température de fusion.</p> <p>Mesurer un indice de réfraction.</p> <p>Mesurer un pouvoir rotatoire.</p> <p>Comparer les données tabulées aux valeurs mesurées et interpréter d'éventuels écarts.</p> <p>Comparer les caractéristiques d'un produit synthétisé avec celles du produit commercial.</p>
<p><b>2. Dosages par étalonnage</b></p>	<p>Déterminer une concentration en exploitant la mesure de grandeurs physiques caractéristiques du composé ou en construisant et en utilisant une courbe d'étalonnage.</p> <p>Pratiquer une démarche expérimentale pour déterminer une concentration ou une quantité de matière par spectrophotométrie UV-Visible.</p>
<p><b>3. Dosages par titrage</b></p> <p>Titrages directs, indirects.</p> <p>Équivalence.</p> <p>Titrages simples, successifs, simultanés.</p> <p>Méthodes expérimentales de suivi d'un titrage : pH-métrie, conductimétrie, potentiométrie à</p>	<p>Identifier et exploiter la réaction support du titrage (recenser les espèces présentes dans le milieu au cours du titrage, repérer l'équivalence, justifier qualitativement l'allure de la courbe ou le changement de couleur observé).</p> <p>Proposer ou justifier le protocole d'un titrage à l'aide de données fournies ou à rechercher.</p>

<p>intensité nulle, indicateurs colorés de fin de titrage.</p> <p>Méthodes d'exploitation des courbes expérimentales.</p>	<p>Mettre en œuvre un protocole expérimental correspondant à un titrage direct ou indirect.</p> <p>Choisir et utiliser un indicateur coloré de fin de titrage.</p> <p>Exploiter une courbe de titrage pour déterminer le titre en espèce dosée.</p> <p>Exploiter une courbe de titrage pour déterminer une valeur expérimentale d'une constante thermodynamique d'équilibre.</p> <p>Utiliser un logiciel de simulation pour déterminer des courbes de répartitions et confronter la courbe de titrage simulée à la courbe expérimentale.</p> <p>Justifier la nécessité de faire un titrage indirect.</p> <p>Distinguer l'équivalence et le virage d'un indicateur coloré de fin de titrage.</p> <p>Déterminer les conditions optimales qui permettent à l'équivalence et au repérage de la fin du titrage de coïncider.</p>
<p><b>4. Suivi cinétique de transformations chimiques</b></p> <p>Suivi en continu d'une grandeur physique.</p> <p>Limitation de l'évolution temporelle (trempe) d'un système par dilution, transformation chimique ou refroidissement.</p> <p>Régulation de la température.</p>	<p>Choisir une méthode de suivi tenant compte de la facilité de mise en œuvre, des propriétés des composés étudiés, du temps de réaction estimé ou fourni.</p> <p>Exploiter les résultats d'un suivi temporel de concentration pour déterminer les caractéristiques cinétiques d'une réaction.</p> <p>Proposer et mettre en œuvre des conditions expérimentales permettant la simplification de la loi de vitesse.</p> <p>Déterminer la valeur d'une énergie d'activation.</p>

### Utilisation de l'outil informatique

L'outil informatique sera utilisé, par exemple :

- dans le domaine de la simulation : pour interpréter et anticiper des résultats ou des phénomènes chimiques, pour comparer des résultats obtenus expérimentalement à ceux fournis par un modèle et pour visualiser des modèles de description de la matière ;  
Les domaines d'activités qui se prêtent particulièrement à la simulation sont les titrages en solution aqueuse, la cristallographie, la modélisation moléculaire, la cinétique chimique. Cette liste n'est bien entendu pas exhaustive et l'usage de toutes les animations numériques qui facilitent l'apprentissage est recommandé ;
- pour l'acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l'ordinateur.
- pour la saisie et le traitement de données à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel dédié.

## Contenus disciplinaires

L'organisation des modules par semestre se fait comme suit :

### Premier semestre PCSI

#### I. Transformation de la matière

##### 1. Description et évolution d'un système vers un état final



- 2. Évolution temporelle d'un système et mécanismes réactionnels
- II. Architecture de la matière
  - 1. Classification périodique des éléments et électronégativité
  - 2. Molécules et solvants
- III. Structure, réactivité et transformations en chimie organique 1

### Deuxième semestre PCSI-PC

- IV. Architecture de la matière condensée : solides cristallins
- V. Transformations chimiques en solutions aqueuses
- VI. Réactivité et transformations en chimie organique 2

### Deuxième semestre PCSI-PSI

- IV. Architecture de la matière condensée : solides cristallins
- V. Transformations chimiques en solutions aqueuses

## Premier Semestre

### I. Transformation de la matière

La chimie est une science de la nature, science de la matière et de sa transformation.

Les différents états de la matière et les différents types de transformation de la matière ont déjà été en partie étudiés dans le parcours antérieur de l'élève, au collège et au lycée. Il s'agit de réactiver et de compléter ces connaissances déjà acquises, afin d'amener les élèves à les mobiliser de manière autonome pour décrire, au niveau macroscopique, un système physico-chimique et son évolution. Dans ce cadre, l'étude quantitative de l'état final d'un système en transformation chimique est réalisée à partir d'une seule réaction chimique symbolisée par une équation de réaction à laquelle est associée une constante thermodynamique d'équilibre. L'objectif visé est la prévision du sens d'évolution de systèmes homogènes ou hétérogènes et la détermination de leur composition dans l'état final ; on s'appuiera sur des exemples variés de transformations chimiques rencontrées dans la vie courante, au laboratoire, dans le monde du vivant ou en milieu industriel. Les compétences relatives à cette partie du programme seront ensuite mobilisées régulièrement au cours de l'année, plus particulièrement au second semestre lors des transformations en solution aqueuse, et en seconde année, notamment dans le cadre de la partie thermodynamique chimique. Dans un souci de continuité de formation, les acquis du lycée concernant les réactions acido-basiques et d'oxydo-réduction, la conductimétrie, la pH-métrie et les spectroscopies sont réinvestis lors des démarches expérimentales.

L'importance du facteur temporel dans la description de l'évolution d'un système chimique apparaît dans l'observation du monde qui nous entoure et a déjà fait l'objet d'une première approche expérimentale en classe de Terminale, permettant de dégager les différents facteurs cinétiques que sont les concentrations, la présence ou non d'un catalyseur et la température. La prise de conscience de la nécessité de modéliser cette évolution temporelle des systèmes chimiques est naturelle. Si la réaction chimique admet un ordre, le suivi temporel de la transformation chimique doit permettre l'établissement de sa loi de vitesse. Cette détermination fait appel à la méthode différentielle voire à la méthode intégrale, pour l'exploitation de mesures expérimentales d'absorbance ou de conductivité du milieu réactionnel par exemple, dans le cadre d'un réacteur fermé parfaitement agité. Les équations différentielles étant abordées pour la première fois en PCSI, il est recommandé de travailler en étroite collaboration avec le professeur de mathématiques et d'avoir en chimie des exigences progressives dans la maîtrise de cet outil.

La modélisation au niveau microscopique d'une transformation chimique par un mécanisme réactionnel complète l'étude cinétique macroscopique de la réaction chimique et permet d'aborder la notion de catalyse ; des exemples de catalyses homogènes, hétérogènes et enzymatiques seront rencontrés tout au long de la formation.

Une ouverture à la cinétique en réacteur ouvert, dans un cadre très limité, permet en complément

d'appréhender la différence d'approche à l'échelle industrielle et de montrer l'utilité d'un tel dispositif pour la détermination expérimentale de la loi de vitesse.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- faire preuve de rigueur dans la description d'un système physico-chimique ;
- distinguer modélisation d'une transformation (écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- exploiter les outils de description des systèmes chimiques pour modéliser leur évolution temporelle ;
- proposer des approximations simplifiant l'exploitation quantitative de données expérimentales et en vérifier la pertinence ;
- confronter un modèle mathématique avec des mesures expérimentales.

## 1 – Description d'un système et évolution vers un état final

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>États physiques et transformations de la matière</b>	
<p>États de la matière : gaz, liquide, solide cristallin, solide amorphe et solide semi-cristallin, variétés allotropiques</p> <p>Notion de phase.</p> <p>Transformations physique, chimique, nucléaire.</p> <p>Les transformations physiques: diagramme d'état (<math>P</math>, <math>T</math>).</p>	<p>Reconnaître la nature d'une transformation.</p> <p>Déterminer l'état physique d'une espèce chimique pour des conditions expérimentales données de <math>P</math> et <math>T</math>.</p> <p><b>Approche documentaire</b> : à partir de documents, analyser le rôle des fluides supercritiques en génie des procédés dans le cadre d'une chimie respectueuse de l'environnement.</p>
<b>Système physico-chimique</b>	
<p>Constituants physico-chimiques.</p> <p>Corps purs et mélanges : concentration molaire, fraction molaire, pression partielle.</p> <p>Composition d'un système physico-chimique.</p>	<p>Recenser les constituants physico-chimiques présents dans un système.</p> <p>Décrire la composition d'un système à l'aide des grandeurs physiques pertinentes.</p>
<b>Transformation chimique</b>	
<p>Modélisation d'une transformation par une ou plusieurs réactions chimiques.</p> <p>Équation de réaction ; constante thermodynamique d'équilibre.</p> <p>Évolution d'un système lors d'une transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique : avancement, activité, quotient réactionnel, critère d'évolution.</p>	<p>Écrire l'équation de la réaction qui modélise une transformation chimique donnée.</p> <p><b>Déterminer une constante d'équilibre.</b></p> <p>Décrire qualitativement et quantitativement un système chimique dans l'état initial ou dans un état d'avancement quelconque.</p> <p>Exprimer l'activité d'une espèce chimique pure ou dans un mélange dans le cas de solutions aqueuses très diluées ou de mélanges de gaz parfaits avec référence à l'état standard.</p> <p>Exprimer le quotient réactionnel.</p> <p>Prévoir le sens de l'évolution spontanée d'un système chimique.</p>

Composition chimique du système dans l'état final : état d'équilibre chimique, transformation totale.

Identifier un état d'équilibre chimique.  
Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.

## 2 – Évolution temporelle d'un système chimique et mécanismes réactionnels

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>En réacteur fermé de composition uniforme</b>	
<p>Vitesses de disparition d'un réactif et de formation d'un produit. Vitesse de réaction pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique. Lois de vitesse : réactions sans ordre, réactions avec ordre simple (0, 1, 2), ordre global, ordre apparent.</p> <p>Temps de demi-réaction. Temps de demi-vie d'un nucléide radioactif.</p> <p>Loi empirique d'Arrhenius ; énergie d'activation</p>	<p><b>Déterminer l'influence d'un paramètre sur la vitesse d'une réaction chimique.</b></p> <p>Relier la vitesse de réaction, dans les cas où elle est définie, à la vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit.</p> <p><b>Établir une loi de vitesse à partir du suivi temporel d'une grandeur physique.</b></p> <p>Exprimer la loi de vitesse si la réaction chimique admet un ordre et déterminer la valeur de la constante cinétique à une température donnée. Déterminer la vitesse de réaction à différentes dates en utilisant une méthode numérique ou graphique. Déterminer un ordre de réaction à l'aide de la méthode différentielle ou à l'aide des temps de demi-réaction. Confirmer la valeur d'un ordre par la méthode intégrale, en se limitant strictement à une décomposition d'ordre 0, 1 ou 2 d'un unique réactif, ou se ramenant à un tel cas par dégénérescence de l'ordre ou conditions initiales stœchiométriques.</p> <p><b>Approche documentaire</b> : à partir de documents autour des radionucléides, aborder par exemple les problématiques liées à leur utilisation, leur stockage ou leur retraitement.</p> <p><b>Déterminer l'énergie d'activation d'une réaction chimique.</b> Déterminer la valeur de l'énergie d'activation d'une réaction chimique à partir de valeurs de la constante cinétique à différentes températures.</p>
<b>Mécanismes réactionnels</b>	
<p>Actes élémentaires, molécularité, intermédiaire réactionnel, état de transition.</p> <p>Mécanismes limites des substitutions nucléophiles aliphatiques.</p>	<p>Distinguer l'équation chimique symbolisant une réaction chimique de l'équation traduisant un acte élémentaire.</p> <p>Distinguer un intermédiaire réactionnel d'un complexe activé (état de transition). Exprimer la loi de vitesse d'un acte élémentaire. Tracer un profil énergétique correspondant à un acte élémentaire ou à plusieurs actes</p>

<p>Interprétation du rôle du catalyseur.</p> <p>Étape cinétiquement déterminante, approximation de l'état quasi-stationnaire (AEQS).</p>	<p>élémentaires successifs.</p> <p>Reconnaître un effet catalytique dans un mécanisme réactionnel.</p> <p><b>Approche numérique</b> : utiliser les résultats d'une méthode numérique pour mettre en évidence les approximations de l'étape cinétiquement déterminante ou de l'état quasi-stationnaire.</p> <p>Reconnaître les conditions d'utilisation de l'approximation de l'étape cinétiquement déterminante ou de l'état quasi-stationnaire.</p> <p>Établir la loi de vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit à partir d'un mécanisme réactionnel simple en utilisant éventuellement les approximations classiques.</p>
<p><b>Approche de la cinétique en réacteur ouvert</b></p>	
<p>Réacteur ouvert parfaitement agité continu fonctionnant en régime permanent, dans le cas où les débits volumiques d'entrée et de sortie sont égaux.</p> <p>Temps de passage.</p>	<p>Exprimer la vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit à l'aide d'un bilan de matière instantané.</p> <p>Établir la loi de vitesse à partir de mesures fournies.</p>

## II. Architecture de la matière

Décrivant la matière au niveau macroscopique par des espèces chimiques aux propriétés physiques et chimiques caractéristiques, le chimiste la modélise au niveau microscopique par des entités chimiques dont la structure électronique permet de rendre compte et de prévoir diverses propriétés.

L'étude proposée dans cette partie du programme est centrée sur la classification périodique des éléments, outil essentiel du chimiste, dans l'objectif de développer les compétences relatives à son utilisation : extraction des informations qu'elle contient, prévision de la réactivité des corps simples, prévision de la nature des liaisons chimiques dans les corps composés, etc. En première année, on se limite aux principales caractéristiques de la liaison chimique, à l'exclusion de modèles plus élaborés comme la théorie des orbitales moléculaires qui sera étudiée en seconde année.

Depuis le collège et tout au long du lycée, les élèves ont construit successivement différents modèles pour décrire la constitution des atomes, des ions et des molécules. L'objectif de cette partie est de continuer à affiner les modèles de description des diverses entités chimiques isolées pour rendre compte des propriétés au niveau microscopique (longueur de liaison, polarité,...) ou macroscopique (solubilité, température de changement d'état,...). Les connaissances déjà acquises sont réactivées et complétées :

- dans le cadre du modèle de Lewis, deux nouveautés sont introduites : les extensions de la règle de l'octet et le concept de délocalisation électronique, à travers le modèle de la mésomérie. Dans ce dernier cas, les compétences sont d'une part de repérer les situations où l'écriture de formules mésomères est nécessaire et, d'autre part, d'interpréter les propriétés des molécules à électrons délocalisés ;
- l'électronégativité, introduite en classe de première, est abordée en s'appuyant sur une approche expérimentale : réactions d'oxydo-réduction, propriétés de corps composés en lien avec la nature de la liaison chimique. Elle est prolongée par la présentation de l'existence d'échelles numériques, notamment celle de Pauling, mais la connaissance de leurs définitions n'est pas exigible ;
- la polarité des molécules a été abordée et utilisée dès la classe de première S, mais pas l'aspect vectoriel du moment dipolaire, qui est souligné ici. Aucune compétence sur l'addition de vecteurs non coplanaires n'est exigible ;
- la description des forces intermoléculaires est complétée pour développer les capacités d'interprétation ou de prévision de certaines propriétés physiques ou chimiques (température de

changement d'état, miscibilité, solubilité) prenant en considération l'existence de telles forces. La notion de liaison hydrogène intramoléculaire est également introduite.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- utiliser la classification périodique des éléments pour déterminer, justifier ou comparer des propriétés (oxydo-réduction, solubilité, aptitude à la complexation, polarité, polarisabilité,...) ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif rigoureux ;
- s'approprier les outils de description des entités chimiques (liaison covalente, notion de nuage électronique...) et leur complémentarité dans la description des interactions intermoléculaires ;
- appréhender la notion de solvant, au niveau microscopique à travers les interactions intermoléculaires et au niveau macroscopique par leur utilisation au laboratoire, dans industrie et dans la vie courante.

## 1 – Classification périodique des éléments et électronégativité

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>États physiques et transformations de la matière</b>	
<p>Isotopes, abondance isotopique, stabilité. Ordres de grandeur de la taille d'un atome, des masses et des charges de l'électron et du noyau.</p> <p>Quantification de l'énergie et spectroscopies (UV-Visible, IR, RMN).</p> <p>Nombres quantiques <math>n</math>, <math>l</math>, <math>m_l</math> et <math>m_s</math></p> <p>Configuration électronique d'un atome et d'un ion monoatomique. Électrons de cœur et de valence.</p>	<p>Utiliser un vocabulaire précis : élément, atome, corps simple, espèce chimique, entité chimique.</p> <p>Associer un type de transition énergétique au domaine du spectre électromagnétique correspondant. Déterminer la longueur d'onde d'une radiation émise ou absorbée à partir de la valeur de la transition énergétique mise en jeu, et inversement.</p> <p>Établir un diagramme qualitatif des niveaux d'énergie électroniques d'un atome donné. Établir la configuration électronique d'un atome dans son état fondamental (la connaissance des exceptions à la règle de Klechkowski n'est pas exigible). Déterminer le nombre d'électrons non appariés d'un atome dans son état fondamental. Prévoir la formule des ions monoatomiques d'un élément.</p>
<b>Classification périodique des éléments</b>	
<p>Architecture et lecture du tableau périodique</p> <p>Électronégativité</p>	<p>Relier la position d'un élément dans le tableau périodique à la configuration électronique et au nombre d'électrons de valence de l'atome correspondant.</p> <p>Positionner dans le tableau périodique et reconnaître les métaux et non métaux. Situer dans le tableau les familles suivantes : métaux alcalins et alcalino-terreux, halogènes et gaz nobles. Citer les éléments des périodes 1 à 3 de la classification et de la colonne des halogènes (nom, symbole, numéro atomique). <b>Mettre en œuvre des expériences illustrant le caractère oxydant ou réducteur de certains</b></p>

<p>Rayon atomique Rayon ionique</p>	<p><b>corps simples.</b> <b>Élaborer ou mettre en œuvre un protocole permettant de montrer qualitativement l'évolution du caractère oxydant dans une colonne.</b></p> <p>Relier le caractère oxydant ou réducteur d'un corps simple à l'électronégativité de l'élément. Comparer l'électronégativité de deux éléments selon leur position dans le tableau périodique.</p> <p>Interpréter l'évolution du rayon atomique dans la classification périodique en utilisant la notion qualitative de nombre de charge effectif. Interpréter la différence de valeur entre le rayon d'un atome et le rayon de ses ions.</p>
---	--

## 2 – Molécules et solvants

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Description des entités chimiques moléculaires</b>	
<p>Schéma de Lewis d'une molécule ou d'un ion polyatomique. Liaison covalente localisée et délocalisée. Ordres de grandeur de la longueur et de l'énergie d'une liaison covalente.</p> <p>Structure géométrique d'une molécule ou d'un ion polyatomique. Méthode VSEPR.</p> <p>Liaison polarisée. Molécule polaire. Moment dipolaire.</p>	<p>Établir un ou des schémas de Lewis pour une entité donnée et identifier éventuellement le plus représentatif. Identifier les écarts à la règle de l'octet. Identifier les enchaînements donnant lieu à délocalisation électronique. Mettre en évidence une éventuelle délocalisation électronique à partir de données expérimentales.</p> <p>Représenter les structures de type AX<sub>n</sub>, avec n ≤ 6. Prévoir ou interpréter les déformations angulaires pour les structures de type AX<sub>p</sub>E<sub>q</sub>, avec p+q =3 ou 4. Relier la structure géométrique d'une molécule à l'existence ou non d'un moment dipolaire permanent. Déterminer direction et sens du vecteur moment dipolaire d'une molécule ou d'une liaison.</p>
<b>Forces intermoléculaires</b>	
<p>Interactions de van der Waals. Liaison hydrogène. Ordres de grandeur énergétiques.</p>	<p>Lier qualitativement la valeur plus ou moins grande des forces intermoléculaires à la polarité et la polarisabilité des molécules. Prévoir ou interpréter les propriétés liées aux conformations ou aux propriétés spectroscopiques d'une espèce. Prévoir ou interpréter les propriétés physiques de corps purs par l'existence d'interactions de van der Waals ou de liaisons hydrogène inter ou intramoléculaires.</p>
<b>Les solvants moléculaires</b>	
<p>Grandeurs caractéristiques : moment dipolaire, permittivité relative.</p>	<p>Interpréter la miscibilité ou la non-miscibilité de deux solvants.</p>

Solvants protogènes (protiques). Mise en solution d'une espèce chimique moléculaire ou ionique.	<b>Élaborer et mettre en œuvre un protocole pour déterminer la valeur d'une constante de partage.</b> <b>Justifier ou proposer le choix d'un solvant adapté à la dissolution d'une espèce donnée, à la mise en œuvre de certaines réactions, à la réalisation d'une extraction et aux principes de la chimie verte.</b>
--	--

### III. Structures, réactivités et transformations en chimie organique 1

L'objectif de cette partie est, d'une part, de faire comprendre les enjeux et la logique de la synthèse organique, et, d'autre part, de décrire, d'analyser et de modéliser les transformations organiques à l'échelle microscopique.

Cela nécessite l'acquisition de compétences liées à la description géométrique des structures, à l'analyse de la réactivité des espèces et à la description des grands types de réactions, ainsi qu'à l'utilisation d'outils d'analyse spectroscopique. Certaines notions ont déjà été introduites au lycée (diastéréo-isomères *Z/E*, énantiomères, mélange racémique, conformations, sites accepteur et donneur d'électrons, mouvement de doublet et flèche courbe, modification de chaîne et de groupe caractéristique, substitution, addition, élimination) ; elles seront réactivées et approfondies, notamment par le biais des activités expérimentales.

Sans donner lieu à une étude systématique, l'utilisation de la nomenclature IUPAC des composés, déjà engagée dans le secondaire, s'enrichit au fur et à mesure des besoins.

Les monohalogénoalcane sont choisis comme exemple de substrats pouvant subir des substitutions nucléophiles et des  $\beta$ -éliminations. Ils conduisent aussi à la formation d'organométalliques, premier exemple de composés présentant un atome de carbone nucléophile et pouvant donner lieu à des additions nucléophiles sur des composés possédant une double liaison C=O. Les notions sont ainsi présentées sur des exemples donnés, mais dans le but d'une maîtrise permettant un réinvestissement sur des situations analogues. Ainsi, une présentation par mécanismes ou de type fonctionnelle peut être envisagée, au libre choix de l'enseignant. Néanmoins, il s'agit de privilégier une approche mécanistique pour faire comprendre et maîtriser les raisonnements plutôt que pour empiler les connaissances.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- relier structure et propriétés microscopiques aux grandeurs et comportements macroscopiques ;
- pratiquer un raisonnement qualitatif argumenté pour expliquer un schéma de synthèse ;
- maîtriser et utiliser différentes représentations schématiques d'un objet ;
- relier les grandeurs spectroscopiques à la structure de l'espèce chimique étudiée.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Description des molécules organiques</b>	
Représentations topologique, de Cram, de Newman, perspective. Descripteurs stéréochimiques <i>R</i> , <i>S</i> , <i>Z</i> , <i>E</i> .  Stéréoisomérisation de configuration : énantiomérisation, diastéréoisomérisation. Stéréoisomérisation de conformation en série aliphatique non cyclique et cyclohexanique.	Représenter une molécule à partir de son nom, fourni en nomenclature systématique, en tenant compte de la donnée d'éventuelles informations stéréochimiques, en utilisant un type de représentation donné. Attribuer les descripteurs stéréochimiques aux centres stéréogènes. Déterminer la relation d'isomérisation entre deux structures. Comparer la stabilité de plusieurs conformations.

<p>Ordre de grandeur de la barrière énergétique conformationnelle.</p> <p>Séparation d'énantiomères et synthèse stéréosélective.</p>	<p>Interpréter la stabilité d'un conformère donné.</p> <p><b>Approche documentaire</b> : à partir de documents, illustrer et analyser le rôle essentiel de la diastéréo-isomérisie lors de synthèses énantiosélectives et de séparations d'énantiomères.</p>
<p><b>Analyses polarimétrique et spectroscopique</b></p>	
<p>Activité optique, pouvoir rotatoire. Loi de Biot.</p> <p>Spectroscopies d'absorption UV-visible et IR.</p> <p>Spectroscopie de RMN du proton :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- notion de déplacement chimique et de constante de couplage ;</li> <li>- analyse de spectres du premier ordre de type <math>A_mX_p</math>, <math>A_mM_pX_q</math>.</li> </ul>	<p><b>Pratiquer une démarche expérimentale utilisant l'activité optique d'une espèce chimique.</b></p> <p>Relier la valeur du pouvoir rotatoire d'un mélange de stéréoisomères à sa composition.</p> <p>Établir ou confirmer une structure à partir de tables de données spectroscopiques (nombres d'onde, déplacements chimiques, constantes de couplage).</p> <p>Extraire d'un spectre les valeurs de déplacement chimique et les valeurs des constantes de couplage.</p>
<p><b>Mécanismes en chimie organique</b></p>	
<p>Substitution nucléophile aliphatique : mécanismes limites <math>S_N2</math> et <math>S_N1</math> ; propriétés cinétiques et stéréochimiques.</p> <p><math>\beta</math>-élimination E2 ; propriétés cinétiques et stéréochimiques, régiosélectivité.</p> <p>Addition nucléophile sur l'exemple des réactions opposant un organomagnésien mixte et un aldéhyde, une cétone ou le dioxyde de carbone ; conditions opératoires.</p> <p>Compétitions substitution-élimination.</p>	<p><b>Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant de réaliser une transformation simple en chimie organique.</b></p> <p><b>Analyser et justifier les choix expérimentaux dans une synthèse organique.</b></p> <p>Identifier les sites électrophiles et/ou nucléophiles d'une entité chimique.</p> <p>Utiliser le formalisme des flèches courbes pour décrire un mécanisme en chimie organique.</p> <p>Exploiter les notions de polarité et de polarisabilité pour analyser ou comparer la réactivité de différents substrats.</p> <p>Justifier le choix d'un mécanisme limite <math>S_N1</math> ou <math>S_N2</math> par des facteurs structuraux des substrats ou par des informations stéréochimiques sur le produit.</p> <p>Prévoir ou analyser la régiosélectivité, la stéréosélectivité et la stéréospécificité éventuelles d'une transformation simple en chimie organique (substitution nucléophile, <math>\beta</math>-élimination E2) en utilisant un vocabulaire précis.</p> <p>Déterminer le produit formé lors de la réaction d'un organomagnésien mixte sur un aldéhyde, une cétone ou le dioxyde de carbone et inversement, prévoir les réactifs utilisés lors de la synthèse magnésienne d'un alcool ou d'un acide carboxylique.</p> <p>Tracer, commenter et utiliser un profil énergétique à l'échelle microscopique.</p>



Contrôle cinétique, contrôle thermodynamique. Un modèle pour l'état de transition : le postulat de Hammond.	Reconnaître les conditions d'utilisation du postulat de Hammond et prévoir l'obtention des produits lorsque deux réactions sont en compétition.
<b>Stratégie de synthèse en chimie organique</b>	
Intérêt des organométalliques dans la construction d'une chaîne carbonée ; structure et réactivité des organomagnésiens mixtes ; préparation à partir des halogénoalcanes et des alcynes terminaux.	<b>Décrire et mettre en œuvre le protocole expérimental de préparation d'un organomagnésien mixte par insertion de magnésium dans la liaison carbone-halogène. Mettre en œuvre un protocole de synthèse magnésienne et en justifier les étapes et conditions expérimentales, y compris l'hydrolyse terminale.</b>
Approche élémentaire de la stratégie de synthèse : analyse rétrosynthétique.	Justifier l'inversion de polarité sur l'atome de carbone résultant de l'insertion de magnésium dans la liaison carbone-halogène. Concevoir une stratégie de synthèse pour une molécule simple.

## Second Semestre – Option PC

### IV. Architecture de la matière condensée : solides cristallins

L'existence des états cristallins et amorphes ainsi que la notion de transition allotropique, présentées au premier semestre dans la partie « Transformations de la matière », vont être réinvesties et approfondies dans cette partie.

Les éléments de description microscopique relatifs au « modèle du cristal parfait » sont introduits lors de l'étude des solides sur l'exemple de la maille cubique faces centrées (CFC), seule maille dont la connaissance est exigible. Cet ensemble d'outils descriptifs sera réinvesti pour étudier d'autres structures cristallines dont la constitution sera alors fournie à l'étudiant.

Aucune connaissance de mode de cristallisation pour une espèce donnée n'est exigible ; le professeur est libre de choisir les exemples de solides pertinents pour présenter les différents types de cristaux et montrer leur adéquation, plus ou moins bonne, avec le modèle utilisé.

En effet, l'objectif principal de l'étude des cristaux métalliques, covalents et ioniques est d'aborder une nouvelle fois la notion de modèle : les allers-retours entre le niveau macroscopique (solides de différentes natures) et la modélisation microscopique (cristal parfait) permettent de montrer les limites du modèle du cristal parfait et de confronter les prédictions faites avec ce modèle aux valeurs expérimentales mesurées sur le solide réel (rayons ioniques, masse volumique). Ce chapitre constitue une occasion de revenir sur les positions relatives des éléments dans la classification périodique, en lien avec la nature des interactions assurant la cohésion des édifices présentés, ainsi que sur les interactions intermoléculaires et la notion de solubilisation pour les solides ioniques et moléculaires.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- relier la position d'un élément dans le tableau périodique et la nature des interactions des entités correspondantes dans un solide ;
- effectuer des liens entre différents champs de connaissance ;
- appréhender la notion de limite d'un modèle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
---------------------	---------------------

<b>Modèle du cristal parfait</b>	
<p>Description du cristal parfait ; population, coordinence, compacité, masse volumique.</p> <p>Limites du modèle du cristal parfait.</p>	<p>Décrire un cristal parfait comme un assemblage de mailles parallélépipédiques. Déterminer la population, la coordinence et la compacité pour une structure fournie. Déterminer la valeur de la masse volumique d'un matériau cristallisé selon une structure cristalline fournie. Relier le rayon métallique, covalent, de van der Waals ou ionique, selon le cas, aux paramètres d'une maille donnée. <b>Utiliser un logiciel ou des modèles cristallins pour visualiser des mailles et des sites interstitiels et pour déterminer des paramètres géométriques.</b></p> <p>Confronter des données expérimentales aux prévisions du modèle. <b>Approche documentaire</b> : à partir de documents autour des défauts cristallins, aborder leur nature et leurs conséquences sur les propriétés du matériau.</p>
<p><b>Métaux et cristaux métalliques</b></p> <p>Description des modèles d'empilement compact de sphères identiques.</p> <p>Maille conventionnelle cubique à faces centrées (CFC) et ses sites interstitiels</p> <p>Alliages de substitution et d'insertion.</p>	<p>Localiser les interstices tétraédriques et octaédriques entre les plans d'empilement.</p> <p>Localiser, dénombrer les sites tétraédriques et octaédriques d'une maille CFC et déterminer leur habitabilité.</p> <p>Relier les caractéristiques de la liaison métallique (ordre de grandeur énergétique, non directionnalité) aux propriétés macroscopiques des métaux.</p> <p>Citer des exemples d'alliage et leur intérêt par rapport à des métaux purs. Prévoir la possibilité de réaliser des alliages de substitution ou d'insertion selon les caractéristiques des atomes mis en jeu.</p>
<p><b>Solides macrocovalents et moléculaires</b></p>	<p>Identifier les liaisons covalentes, les interactions de van der Waals et les liaisons hydrogène dans un cristal de structure donnée. Relier les caractéristiques des liaisons covalentes, des interactions de van der Waals et des liaisons hydrogène (directionnalité ou non, ordre de grandeur des énergies mises en jeu) et les propriétés macroscopiques des solides correspondants. Comparer les propriétés macroscopiques du diamant et du graphite et interpréter les différences en relation avec les structures microscopiques (structures cristallines fournies)</p>
<p><b>Solides ioniques</b></p>	<p>Relier les caractéristiques de l'interaction ionique dans le cadre du modèle ionique parfait (ordre de grandeur de l'énergie d'interaction, non directionnalité, charge localisée) avec les</p>

	propriétés macroscopiques des solides ioniques. Vérifier la tangence anion-cation et la non tangence anion-anion dans une structure cubique de type AB fournie, à partir des valeurs du paramètre de maille et des rayons ioniques.
--	---

## V. Transformations chimiques en solution aqueuse

Les transformations chimiques en solution aqueuse jouent un rôle essentiel en chimie, en biochimie et dans les processus environnementaux.

Un nombre considérable de développements technologiques (générateurs électrochimiques, lutte contre la corrosion, traitement des eaux, méthodes d'analyse...) repose sur des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse. L'influence du milieu (pH, présence ou non de complexants, possibilité de formation de composés insolubles...) est primordiale dans la compréhension et la prévision des phénomènes mis en jeu.

L'objectif de cette partie est donc de présenter les différents types de réactions susceptibles d'intervenir en solution aqueuse, d'en déduire des diagrammes de prédominance ou d'existence d'espèces chimiques, notamment des diagrammes potentiel-pH et potentiel-pL, et de les utiliser comme outil de prévision et d'interprétation des transformations chimiques quel que soit le milieu donné. Les conventions de tracé seront toujours précisées.

S'appuyant sur les notions de couple redox et de pile rencontrées dans le secondaire, l'étude des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse est complétée par l'utilisation de la relation de Nernst (admise en première année) et de la relation entre la constante thermodynamique d'équilibre d'une réaction d'oxydo-réduction et les potentiels standard.

Afin de pouvoir étudier l'influence du milieu sur les espèces oxydantes ou réductrices effectivement présentes, les connaissances sur les réactions acido-basiques en solution aqueuse acquises dans le secondaire sont réinvesties et complétées, puis les complexes sont introduits au travers de leurs réactions de formation et de dissociation. Compte tenu des différentes conventions existantes, l'équation de la réaction correspondante est donnée dans chaque cas. Enfin, les phénomènes de précipitation et de dissolution, ainsi que la condition de saturation d'une solution aqueuse sont présentés.

Ces différentes transformations en solution aqueuse sont abordées en montrant bien qu'elles constituent des illustrations de l'évolution des systèmes chimiques introduites au premier semestre, les étudiants étant amenés à déterminer l'état final d'un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique. On montrera qu'il est ainsi possible d'analyser et de simplifier une situation complexe pour parvenir à la décrire rigoureusement et quantitativement, en l'occurrence dans le cas des solutions aqueuses par une réaction prépondérante. Il est cependant important de noter qu'on évite tout calcul inutile de concentration, en privilégiant l'utilisation des diagrammes pour valider le choix de la réaction mise en jeu. Dans ce cadre, aucune formule de calcul de pH n'est exigible.

Enfin, les diagrammes potentiel-pH et potentiel-pL sont présentés, puis superposés pour prévoir ou interpréter des transformations chimiques.

Les choix pédagogiques relatifs au contenu des séances de travail expérimental permettront de contextualiser ces enseignements.

Les dosages par titrage sont étudiés exclusivement en travaux pratiques. L'analyse des conditions choisies ou la réflexion conduisant à une proposition de protocole expérimental pour atteindre un objectif donné constituent des mises en situation des enseignements évoqués précédemment. La compréhension des phénomènes mis en jeu dans les titrages est par ailleurs un outil pour l'écriture de la réaction prépondérante. Ces séances de travail expérimental constituent une nouvelle occasion

d'aborder qualité et précision de la mesure.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être par la suite valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- modéliser ou simplifier un problème complexe ;
- utiliser différents outils graphique, numérique, analytique ;
- repérer les informations ou paramètres importants pour la résolution d'un problème.

## 1 – Réactions d'oxydo-réduction

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Oxydants et réducteurs</b>	
<p>Nombre d'oxydation. Exemples usuels : nom, nature et formule des ions thiosulfate, permanganate, dichromate, hypochlorite, du peroxyde d'hydrogène.</p> <p>Potentiel d'électrode, formule de Nernst, électrodes de référence.</p> <p>Diagrammes de prédominance ou d'existence.</p>	<p>Prévoir les nombres d'oxydation extrêmes d'un élément à partir de sa position dans le tableau périodique. Identifier l'oxydant et le réducteur d'un couple. Décrire le fonctionnement d'une pile à partir d'une mesure de tension à vide ou à partir des potentiels d'électrodes. Déterminer la capacité d'une pile.</p> <p>Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</p>
<b>Réactions d'oxydo-réduction</b>	
<p>Aspect thermodynamique. Dismutation et médiatisation.</p>	<p>Prévoir qualitativement ou quantitativement le caractère thermodynamiquement favorisé ou défavorisé d'une réaction d'oxydo-réduction. <b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu des réactions d'oxydo-réduction.</b></p>

## 2 – Réactions acide-base, de complexation, de précipitation

Notions et contenus	Capacités exigibles	
<b>Réactions acido-basiques</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constante d'acidité ;</li> <li>- diagramme de prédominance ;</li> <li>- exemples usuels d'acides et bases : nom, formule et nature – faible ou forte – des acides sulfurique, nitrique, chlorhydrique, phosphorique, acétique, de la soude, la potasse, l'ion hydrogénocarbonate, l'ammoniac ;</li> <li>- solutions tampon.</li> </ul>	<p>Identifier la nature des réactions en solutions aqueuses. Extraire, de ressources disponibles, les données thermodynamiques pertinentes pour prévoir qualitativement l'état final d'un système en solution aqueuse ou pour interpréter des observations expérimentales. Déterminer la valeur de la constante d'équilibre pour une équation de réaction, combinaison linéaire d'équations dont les constantes thermodynamiques sont connues. Retrouver les valeurs de constantes d'équilibre par lecture de courbes de distribution et de diagrammes de prédominance (et réciproquement). Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</p>	
<b>Réactions de complexation</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constantes de formation ou de dissociation.</li> <li>- diagramme de prédominance en fonction de pL.</li> </ul>		
<b>Réactions de dissolution ou de précipitation</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constante de l'équation de dissolution, produit de solubilité <math>K_s</math> ;</li> <li>- solubilité et condition de précipitation ;</li> </ul>		

<ul style="list-style-type: none"> <li>- domaine d'existence ;</li> <li>- facteurs influençant la solubilité.</li> </ul>	<p>Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</p> <p>Prévoir l'état de saturation ou de non saturation d'une solution, en solide ou en gaz.</p> <p>Exploiter des courbes d'évolution de la solubilité en fonction d'une variable.</p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale illustrant les transformations en solutions aqueuses.</b></p> <p><b>Utiliser une solution tampon de façon pertinente.</b></p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu une résine échangeuse d'ions.</b></p> <p><b>Approche documentaire</b> : à partir de documents autour du traitement d'effluents, dégager par exemple les méthodes de détection d'espèces (méthodes physiques ou chimiques), d'évaluation des concentrations, de valeurs limites acceptables ou les procédés et transformations mis en jeu pour la séparation des espèces et la dépollution.</p>
--	---

### 3 – Diagrammes potentiel-pH et potentiel-pL

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Diagrammes potentiel-pH et potentiel-pL</b>	
<p>Principe de construction d'un diagramme potentiel-pH.</p> <p>Lecture et utilisation des diagrammes potentiel-pH et potentiel-pL.</p> <p>Limite thermodynamique du domaine d'inertie électrochimique de l'eau.</p>	<p>Attribuer les différents domaines d'un diagramme fourni à des espèces données.</p> <p>Retrouver la valeur de la pente d'une frontière dans un diagramme potentiel-pH ou potentiel-pL. Justifier la position d'une frontière verticale.</p> <p>Prévoir le caractère thermodynamiquement favorisé ou non d'une transformation par superposition de diagrammes.</p> <p>Discuter de la stabilité des espèces dans l'eau.</p> <p>Prévoir la stabilité d'un état d'oxydation en fonction du pL ou du pH du milieu.</p> <p>Prévoir une éventuelle dismutation ou médimutation.</p> <p>Confronter les prévisions à des données expérimentales et interpréter d'éventuels écarts en termes cinétiques.</p> <p><b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale s'appuyant sur l'utilisation d'un diagramme potentiel-pH.</b></p>

## VI. Réactivité et transformations en chimie organique 2

Les objectifs de cette deuxième partie de programme en chimie organique sont doubles.

D'une part, on s'attache à :

- réinvestir et compléter les connaissances et compétences mécanistiques acquises au premier semestre,
- poursuivre l'acquisition de connaissances concernant les interconversions entre groupes caractéristiques, notamment par les réactions d'oxydo-réduction,
- introduire une première approche de la chimie organique du vivant avec le glucose.

D'autre part, on complète les apports et la réflexion concernant la stratégie de synthèse. Au delà de l'analyse rétrosynthétique déjà introduite au premier semestre, on introduit les notions de protection de groupes caractéristiques et d'activation *in situ* (protonation) ou par synthèse préalable d'un dérivé plus réactif, poursuivant ainsi l'analyse de la réactivité des espèces et les choix qui en découlent en synthèse organique.

Si la construction du programme privilégie ici une approche liée à stratégie de synthèse, elle n'entrave évidemment pas la liberté pédagogique du professeur dans le choix de sa présentation et de sa progression.

La maîtrise des techniques courantes en chimie organique est renforcée par les séances de travaux pratiques choisies de manière à construire, en deux ans, une acquisition effective de l'ensemble des compétences expérimentales attendues.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être par la suite valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- analyser des problèmes de complexité croissante ;
- identifier dans une situation complexe la partie utile au raisonnement ;
- proposer une stratégie d'adaptation ou de contournement pour résoudre un problème.

### 1 – Activation et protection de groupe caractéristique

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Activation de groupe caractéristique</b>	
Activation nucléophile des alcools et phénols. Formation d'alcoolates par réaction acido-basique ou d'oxydo-réduction. Synthèse de Williamson.	Comparer la nucléophilie d'alcools de différentes classes à l'aide d'arguments stériques. Comparer la nucléophilie d'un alcool et de son alcoolate Choisir une base pour déprotomer un alcool ou un phénol à partir d'une échelle de $pK_a$ .  Proposer un mécanisme limite en analysant les conditions opératoires et les caractéristiques structurales des réactifs.  Proposer une voie de synthèse d'un étheroxyde dissymétrique.
Activation électrophile des alcools : - Activation <i>in situ</i> par protonation · déshydratation acido-catalysée d'un alcool tertiaire (conditions opératoires, régiosélectivité et stéréosélectivité éventuelles, mécanisme limite E1) ; compétition substitution-élimination dans le cas des alcools secondaires et	Interpréter la formation de produits indésirables par la compétition entre les réactions de substitution et d'élimination. Comparer les réactivités des liaisons carbone-groupe caractéristique dans le cas des halogénoalcanes, des alcools, des esters sulfoniques et des ions alkyloxonium. Prévoir les produits pouvant se former lors de la

<p>tertiaires.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· conversion d'un alcool en halogénoalcane par action d'une solution concentrée d'halogénure d'hydrogène (conditions opératoires, mécanismes limites).</li> </ul> <p>- Formation d'esters sulfoniques</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· formation d'alcène par élimination basique sur un mésylate (conditions opératoires).</li> <li>· formation d'halogénoalcane par substitution sur un tosylate ou un mésylate (conditions opératoires).</li> <li>· formation d'époxyde par substitution intramoléculaire.</li> </ul> <p>Activation électrophile du groupe carbonyle :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Acétalisation des aldéhydes et des cétones : conditions expérimentales (APTS, appareillage de Dean-Stark), mécanisme limite de l'acétalisation en milieu acide.</li> <li>- Hémiacétalisation acido-catalysée du glucose : conditions opératoires, mécanisme limite de l'hémiacétalisation en milieu acide.</li> </ul>	<p>déshydratation d'un alcool, indiquer le ou les produits majoritaires. Préciser la stéréosélectivité éventuelle de la formation d'époxydes.</p> <p>Commenter dans une synthèse multi-étapes le choix d'une activation <i>in situ</i> par protonation ou par passage par un tosylate ou un mésylate.</p> <p>Expliquer qualitativement l'augmentation de l'électrophilie du groupe carbonyle par protonation de celui-ci.</p> <p>Discuter la régiosélectivité de la réaction d'hémiacétalisation du glucose. Interpréter la mutarotation du glucose par le caractère renversable de l'hémiacétalisation.</p>
<p><b>Protection de groupe caractéristique</b></p>	
<p>Protection/déprotection du groupe carbonyle par un diol (conditions expérimentales, mécanisme de l'hydrolyse acide).</p> <p>Protection/déprotection du groupe hydroxyle par formation d'un étheroxyde benzylique.</p>	<p>Justifier la nécessité de protéger un groupe caractéristique dans une synthèse multi-étapes.</p> <p>Identifier les étapes de protection et de déprotection d'un groupe carbonyle, d'un groupe hydroxyle, d'un diol 1,2 ou 1,3 dans une synthèse multi-étapes.</p> <p><b>Approche documentaire</b> : à partir de documents, identifier différents modes de protection/déprotection du groupe hydroxyle impliquant notamment des éthers silylés.</p>

## 2 – Réactions d'oxydo-réduction en chimie organique

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>Du groupe alkyle au groupe carboxyle et inversement</b></p>	
<p>Les groupes caractéristiques et leur niveau d'oxydation.</p> <p>Oxydation des alcools selon leur classe ; principe de l'oxydation contrôlée des alcools primaires.</p>	<p>Identifier, le cas échéant, une interconversion entre groupes caractéristiques comme un processus d'oxydation ou de réduction du substrat ; associer les demi équations d'oxydo-réduction correspondantes.</p> <p>Déterminer le ou les produits d'oxydation d'un alcool selon sa classe.</p> <p>Identifier le produit d'oxydation d'un alcool primaire à l'aide de données expérimentales ou</p>

	spectroscopiques.
<b>Oxydation des alcènes</b>	
Passage au diol par action catalytique de OsO <sub>4</sub> en présence d'un co-oxydant. Coupure oxydante par action d'un mélange OsO <sub>4</sub> /NaIO <sub>4</sub> (oxydation de Lemieux-Johnson) principe et conditions opératoires, intérêt en stratégie de synthèse.	Représenter un cycle catalytique simple. Identifier le catalyseur dans un cycle catalytique donné.
<b>Réduction des composés carbonylés</b>	
Réduction des composés carbonylés en alcool par action du tétrahydroborate de sodium (conditions opératoires, mécanisme réactionnel).	Analyser à l'aide de données expérimentales la chimiosélectivité de réducteurs dans le cadre d'une stratégie de synthèse.

## Second Semestre– Option PSI

### IV. Architecture de la matière condensée : solides cristallins

L'existence des états cristallins et amorphes ainsi que la notion de transition allotropique, présentées au premier semestre dans la partie « Transformations de la matière », vont être réinvesties et approfondies dans cette partie.

Les éléments de description microscopique relatifs au « modèle du cristal parfait » sont introduits lors de l'étude des solides sur l'exemple de la maille cubique faces centrées (CFC), seule maille dont la connaissance est exigible. Cet ensemble d'outils descriptifs sera réinvesti pour étudier d'autres structures cristallines dont la constitution sera alors fournie à l'étudiant.

Aucune connaissance de mode de cristallisation pour une espèce donnée n'est exigible ; le professeur est libre de choisir les exemples de solides pertinents pour présenter les différents types de cristaux et montrer leur adéquation, plus ou moins bonne, avec le modèle utilisé.

En effet, l'objectif principal de l'étude des cristaux métalliques, covalents et ioniques est d'aborder une nouvelle fois la notion de modèle : les allers-retours entre le niveau macroscopique (solides de différentes natures) et la modélisation microscopique (cristal parfait) permettent de montrer les limites du modèle du cristal parfait et de confronter les prédictions faites avec ce modèle aux valeurs expérimentales mesurées sur le solide réel (rayons ioniques, masse volumique). Ce chapitre constitue une occasion de revenir sur les positions relatives des éléments dans la classification périodique, en lien avec la nature des interactions assurant la cohésion des édifices présentés, ainsi que sur les interactions intermoléculaires et la notion de solubilisation pour les solides ioniques et moléculaires.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- relier la position d'un élément dans le tableau périodique et la nature des interactions des entités correspondantes dans un solide ;
- effectuer des liens entre différents champs de connaissance ;
- appréhender la notion de limite d'un modèle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Modèle du cristal parfait</b>	
Description du cristal parfait ; population, coordinence, compacité, masse volumique.	Décrire un cristal parfait comme un assemblage de mailles parallélépipédiques. Déterminer la population, la coordinence et la compacité pour une structure fournie. Déterminer la valeur de la masse volumique d'un matériau cristallisé selon une structure cristalline



<p>Limites du modèle du cristal parfait.</p>	<p>fournie. Relier le rayon métallique, covalent, de van der Waals ou ionique, selon le cas, aux paramètres d'une maille donnée. <b>Utiliser un logiciel ou des modèles cristallins pour visualiser des mailles et des sites interstitiels et pour déterminer des paramètres géométriques.</b></p> <p>Confronter des données expérimentales aux prévisions du modèle. <b>Approche documentaire</b> : à partir de documents autour des défauts cristallins, aborder leur nature et leurs conséquences sur les propriétés du matériau.</p>
<p><b>Métaux et cristaux métalliques</b></p> <p>Description des modèles d'empilement compact de sphères identiques.</p> <p>Maille conventionnelle cubique faces centrées (CFC) et ses sites interstitiels</p> <p>Alliages de substitution et d'insertion.</p>	<p>Localiser les interstices tétraédriques et octaédriques entre les plans d'empilement.</p> <p>Localiser, dénombrer les sites tétraédriques et octaédriques d'une maille CFC et déterminer leur habitabilité.</p> <p>Relier les caractéristiques de la liaison métallique (ordre de grandeur énergétique, non directionnalité) aux propriétés macroscopiques des métaux.</p> <p>Citer des exemples d'alliage et leur intérêt par rapport à des métaux purs. Prévoir la possibilité de réaliser des alliages de substitution ou d'insertion selon les caractéristiques des atomes mis en jeu.</p>
<p><b>Solides macrocovalents et moléculaires</b></p>	<p>Identifier les liaisons covalentes, les interactions de van der Waals et les liaisons hydrogène dans un cristal de structure donnée.</p> <p>Relier les caractéristiques des liaisons covalentes, des interactions de van der Waals et des liaisons hydrogène (directionnalité ou non, ordre de grandeur des énergies mises en jeu) et les propriétés macroscopiques des solides correspondants.</p> <p>Comparer les propriétés macroscopiques du diamant et du graphite et interpréter les différences en relation avec les structures microscopiques (structures cristallines fournies)</p>
<p><b>Solides ioniques</b></p>	<p>Relier les caractéristiques de l'interaction ionique dans le cadre du modèle ionique parfait (ordre de grandeur de l'énergie d'interaction, non directionnalité, charge localisée) avec les propriétés macroscopiques des solides ioniques.</p> <p>Vérifier la tangence anion-cation et la non tangence anion-anion dans une structure cubique de type AB fournie, à partir des valeurs du paramètre de maille et des rayons ioniques.</p>

## V. Transformations chimiques en solution aqueuse

Les transformations chimiques en solution aqueuse jouent un rôle essentiel en chimie, en biochimie et dans les processus environnementaux.

Un nombre considérable de développements technologiques (générateurs électrochimiques, lutte contre la corrosion, traitement des eaux, méthodes d'analyse...) repose sur des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse. L'influence du milieu (pH, présence ou non de complexants, possibilité de formation de composés insolubles...) est primordiale dans la compréhension et la prévision des phénomènes mis en jeu.

L'objectif de cette partie est donc de présenter les différents types de réactions susceptibles d'intervenir en solution aqueuse, d'en déduire des diagrammes de prédominance ou d'existence d'espèces chimiques, notamment des diagrammes potentiel-pH, et de les utiliser comme outil de prévision et d'interprétation des transformations chimiques quel que soit le milieu donné. Les conventions de tracé seront toujours précisées.

S'appuyant sur les notions de couple redox et de pile rencontrées dans le secondaire, l'étude des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse est complétée par l'utilisation de la relation de Nernst (admise en première année) et de la relation entre la constante thermodynamique d'équilibre d'une réaction d'oxydo-réduction et les potentiels standard.

Afin de pouvoir étudier l'influence du milieu sur les espèces oxydantes ou réductrices effectivement présentes, les connaissances sur les réactions acido-basiques en solution aqueuse acquises dans le secondaire sont réinvesties et complétées, puis les complexes sont introduits au travers de leurs réactions de formation et de dissociation. Compte tenu des différentes conventions existantes, l'équation de la réaction correspondante est donnée dans chaque cas. Enfin, les phénomènes de précipitation et de dissolution, ainsi que la condition de saturation d'une solution aqueuse sont présentés.

Ces différentes transformations en solution aqueuse sont abordées en montrant bien qu'elles constituent des illustrations de l'évolution des systèmes chimiques introduites au premier semestre, les étudiants étant amenés à déterminer l'état final d'un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique. On montrera qu'il est ainsi possible d'analyser et de simplifier une situation complexe pour parvenir à la décrire rigoureusement et quantitativement, en l'occurrence dans le cas des solutions aqueuses par une réaction prépondérante. Il est cependant important de noter qu'on évite tout calcul inutile de concentration, en privilégiant l'utilisation des diagrammes pour valider le choix de la réaction mise en jeu. Dans ce cadre, aucune formule de calcul de pH n'est exigible.

Enfin, les diagrammes potentiel-pH sont présentés, puis superposés pour prévoir ou interpréter des transformations chimiques.

Les choix pédagogiques relatifs au contenu des séances de travail expérimental permettront de contextualiser ces enseignements.

Les dosages par titrage sont étudiés exclusivement en travaux pratiques. L'analyse des conditions choisies ou la réflexion conduisant à une proposition de protocole expérimental pour atteindre un objectif donné constituent des mises en situation des enseignements évoqués précédemment. La compréhension des phénomènes mis en jeu dans les titrages est par ailleurs un outil pour l'écriture de la réaction prépondérante. Ces séances de travail expérimental constituent une nouvelle occasion d'aborder qualité et précision de la mesure.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être par la suite valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- modéliser ou simplifier un problème complexe ;
- utiliser différents outils graphique, numérique, analytique ;
- repérer les informations ou paramètres importants pour la résolution d'un problème.

## 1 – Réactions d'oxydo-réduction

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Oxydants et réducteurs</b>	
<p>Nombre d'oxydation. Exemples usuels : nom, nature et formule des ions thiosulfate, permanganate, dichromate, hypochlorite, du peroxyde d'hydrogène.</p> <p>Potentiel d'électrode, formule de Nernst, électrodes de référence.</p> <p>Diagrammes de prédominance ou d'existence.</p>	<p>Prévoir les nombres d'oxydation extrêmes d'un élément à partir de sa position dans le tableau périodique. Identifier l'oxydant et le réducteur d'un couple. Décrire le fonctionnement d'une pile à partir d'une mesure de tension à vide ou à partir des potentiels d'électrodes. Déterminer la capacité d'une pile.</p> <p>Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</p>
<b>Réactions d'oxydo-réduction</b>	
<p>Aspect thermodynamique. Dismutation et médiatisation.</p>	<p>Prévoir qualitativement ou quantitativement le caractère thermodynamiquement favorisé ou défavorisé d'une réaction d'oxydo-réduction.</p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu des réactions d'oxydo-réduction.</b></p>

## 2 – Réactions acide-base, de complexation, de précipitation

Notions et contenus	Capacités exigibles	
<b>Réactions acido-basiques</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constante d'acidité ;</li> <li>- diagramme de prédominance ;</li> <li>- exemples usuels d'acides et bases : nom, formule et nature – faible ou forte – des acides sulfurique, nitrique, chlorhydrique, phosphorique, acétique, de la soude, la potasse, l'ion hydrogénocarbonate, l'ammoniac ;</li> <li>- solutions tampon.</li> </ul>	<p>Identifier la nature des réactions en solutions aqueuses. Extraire, de ressources disponibles, les données thermodynamiques pertinentes pour prévoir qualitativement l'état final d'un système en solution aqueuse ou pour interpréter des observations expérimentales. Déterminer la valeur de la constante d'équilibre pour une équation de réaction, combinaison linéaire d'équations dont les constantes thermodynamiques sont connues. Retrouver les valeurs de constantes d'équilibre par lecture de courbes de distribution et de diagrammes de prédominance (et réciproquement). Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique. Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires. Prévoir l'état de saturation ou de non saturation d'une solution, en solide ou en gaz.</p>	
<b>Réactions de complexation</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constantes de formation ou de dissociation.</li> <li>- diagramme de prédominance en fonction de pL.</li> </ul>		
<b>Réactions de dissolution ou de précipitation</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- constante de l'équation de dissolution, produit de solubilité <math>K_s</math> ;</li> <li>- solubilité et condition de précipitation ;</li> <li>- domaine d'existence ;</li> <li>- facteurs influençant la solubilité.</li> </ul>		

	<p>Exploiter des courbes d'évolution de la solubilité en fonction d'une variable.</p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale illustrant les transformations en solutions aqueuses.</b>  <b>Utiliser une solution tampon de façon pertinente.</b>  <b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu une résine échangeuse d'ions.</b></p> <p><b>Approche documentaire :</b> à partir de documents autour du traitement d'effluents, dégager par exemple les méthodes de détection d'espèces (méthodes physiques ou chimiques), d'évaluation des concentrations, de valeurs limites acceptables ou les procédés et transformations mis en jeu pour la séparation des espèces et la dépollution.</p>
--	---

### 3 – Diagrammes potentiel-pH

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Diagrammes potentiel-pH</b>	
<p>Principe de construction d'un diagramme potentiel-pH.</p> <p>Lecture et utilisation des diagrammes potentiel-pH.</p> <p>Limite thermodynamique du domaine d'inertie électrochimique de l'eau.</p>	<p>Attribuer les différents domaines d'un diagramme fourni à des espèces données.</p> <p>Retrouver la valeur de la pente d'une frontière dans un diagramme potentiel-pH.</p> <p>Justifier la position d'une frontière verticale.</p> <p>Prévoir le caractère thermodynamiquement favorisé ou non d'une transformation par superposition de diagrammes.</p> <p>Discuter de la stabilité des espèces dans l'eau.</p> <p>Prévoir la stabilité d'un état d'oxydation en fonction du pH du milieu.</p> <p>Prévoir une éventuelle dismutation ou médiamutation.</p> <p>Confronter les prévisions à des données expérimentales et interpréter d'éventuels écarts en termes cinétiques.</p> <p><b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale s'appuyant sur l'utilisation d'un diagramme potentiel-pH.</b></p>

#### Appendice 1 : liste de matériel

Cette liste regroupe le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec, le cas échéant, l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de cette liste lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

- Verrerie classique de chimie analytique : burettes, pipettes jaugées et graduées, fioles jaugées, erlenmeyers, bechers, etc.
- Verrerie classique de chimie organique, rodée ou non rodée : ballons, ampoule de coulée (isobare

ou non), réfrigérant à eau, matériel de distillation simple, d'hydrodistillation, dispositifs de chauffage ou de refroidissement (bain-marie, bain froid, chauffe-ballon, agitateur magnétique chauffant, etc.), dispositifs d'agitation, séparateur de Dean-Stark, ampoule à décanter, matériel de filtration sous pression ordinaire et sous pression réduite.

- Évaporateur rotatif
- Matériel de chromatographie sur couche mince
- Lampe UV
- Banc de Kofler
- Réfractomètre
- Résines échangeuses d'ions
  
- Spectrophotomètre UV-visible
- pH-mètre et sondes de mesure
- Millivoltmètre et électrodes
- Conductimètre et sonde de mesure
- Polarimètre
- Sonde thermométrique
- Balance de précision

## Appendice 2 : Outils mathématiques

L'utilisation d'outils mathématiques est indispensable en physique comme en chimie.

La capacité à mettre en œuvre de manière autonome certains de ces outils mathématiques dans le cadre des activités relevant de la physique et de la chimie fait partie des compétences exigibles à la fin de la première année de PCSI. Le tableau ci-dessous explicite ces outils ainsi que le niveau de maîtrise attendu en fin de première année ; il sera complété dans le programme de seconde année. Les outils figurant dans le tableau n'ont pas tous vocation à être mis en œuvre en chimie.

Cependant les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils numériques (calculatrices, logiciels de calcul numérique ou formel).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>1. Équations algébriques</b>	
Systèmes linéaires de $n$ équations à $p$ inconnues.	Identifier les variables (inconnues) nécessaires à la modélisation du problème sous forme d'un système d'équations linéaires. Donner l'expression formelle des solutions dans le seul cas $n = p = 2$ . Utiliser des outils numériques ou de calcul formel dans les autres cas.
Équations non linéaires.	Représenter graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$ . Interpréter graphiquement la ou les solutions. Dans le cas général, résoudre à l'aide d'un outil numérique ou de calcul formel.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>2. Équations différentielles</b>	
Équations différentielles linéaires à coefficients constants.	Identifier l'ordre. Mettre l'équation sous forme canonique.
Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants : $y' + ay = f(x)$ .	Trouver la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \cos(\omega x + \varphi)$ (en utilisant la notation complexe).

Équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants : $y'' + ay' + by = f(x)$ .	Utiliser l'équation caractéristique pour trouver la solution générale de l'équation sans second membre. Prévoir le caractère borné ou non de ses solutions (critère de stabilité). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \exp(\lambda x)$ avec $\lambda$ complexe. Trouver la solution de l'équation complète correspondant à des conditions initiales données. Représenter graphiquement cette solution.
Autres équations différentielles d'ordre 1 ou 2.	Intégrer numériquement avec un outil fourni. Obtenir une intégrale première d'une équation de Newton $x'' = f(x)$ et l'exploiter graphiquement. Séparer les variables d'une équation du premier ordre à variables séparables. Faire le lien entre les conditions initiales et le graphe de la solution correspondante.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, puissance réelle ( $x \rightarrow x^a$ ), Cosinus hyperbolique et sinus hyperbolique (ces fonctions hyperboliques, non traitées dans le cours de mathématiques, sont introduites par le professeur de physique).
Dérivée. Notation $dx/dt$ .  Développements limités.	Utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement.  Connaître et utiliser les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $(1+x)^\alpha$ , $e^x$ et $\ln(1+x)$ , et à l'ordre 2 des fonctions $\cos(x)$ et $\sin(x)$ .
Primitive et intégrale.  Valeur moyenne.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales, en lien avec la méthode des rectangles en mathématiques.  Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions $\cos$ , $\sin$ , $\cos^2$ et $\sin^2$ .
Représentation graphique d'une fonction.	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation $y = f(x)$ donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum local. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance à une droite en échelle log-log.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier <u>fourni</u> par un formulaire (cette capacité est développée par le professeur de physique, la notion de série de Fourier n'étant pas abordée dans le cours de mathématiques).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et système de coordonnées.	Exprimer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée d'un espace de dimension inférieure ou égale à 3. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.
Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres.  Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations de l'espace. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace. Ces capacités sont développées par le professeur de physique ou de chimie, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Courbes planes.  Courbes planes paramétrées.	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite, d'un cercle, d'une ellipse, d'une branche d'hyperbole, d'une parabole (concernant les coniques, cette capacité est développée par le professeur de physique, l'étude des coniques n'étant pas traitée en mathématiques).  Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation $r = f(\theta)$ .  Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur. Identifier une ellipse à l'aide de sa représentation paramétrique ( $x = a \cdot \cos(\omega t)$ , $y = b \cdot \cos(\omega t - \varphi)$ ) et la tracer dans les cas particuliers $\varphi = 0$ , $\varphi = \pi/2$ et $\varphi = \pi$ .
Longueurs, aires et volumes classiques.	Connaître les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points.	Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène. (cette capacité sera développée par le professeur de physique, l'étude du barycentre n'étant pas traitée en mathématiques).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté.	Définir une convention d'orientation des angles d'un plan (euclidien) et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles d'un plan perpendiculaire à cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire: relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ , relations entre fonctions trigonométriques et toutes relations du type $\cos(\pi \pm x)$ et $\cos\left(\frac{\pi}{2} \pm x\right)$ , parités, périodicité, valeurs des fonctions pour les angles usuels.  Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>6. Analyse vectorielle</b>	
Gradient d'un champ scalaire.	Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Connaître l'expression du gradient en coordonnées cartésiennes ; utiliser un formulaire fourni en coordonnées cylindriques ou sphériques. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction $f$ est perpendiculaire aux surfaces iso- $f$ et orienté dans le sens des valeurs de $f$ croissantes.  (Ces capacités sont développées par le professeur de physique ou de chimie, la notion de différentielle n'étant pas abordée en mathématiques)





# Annexe 4

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

**Filière : scientifique**

**Voie : Physique, chimie et sciences de l'ingénieur (PCSI) - Physique et sciences de l'ingénieur (PSI)**

**Discipline : Sciences industrielles de l'ingénieur**

**Première et seconde années**

# PROGRAMME DE SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR DANS LA FILIÈRE PCSI - PSI

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur dans la filière PCSI-PSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

## 1. OBJECTIFS DE FORMATION

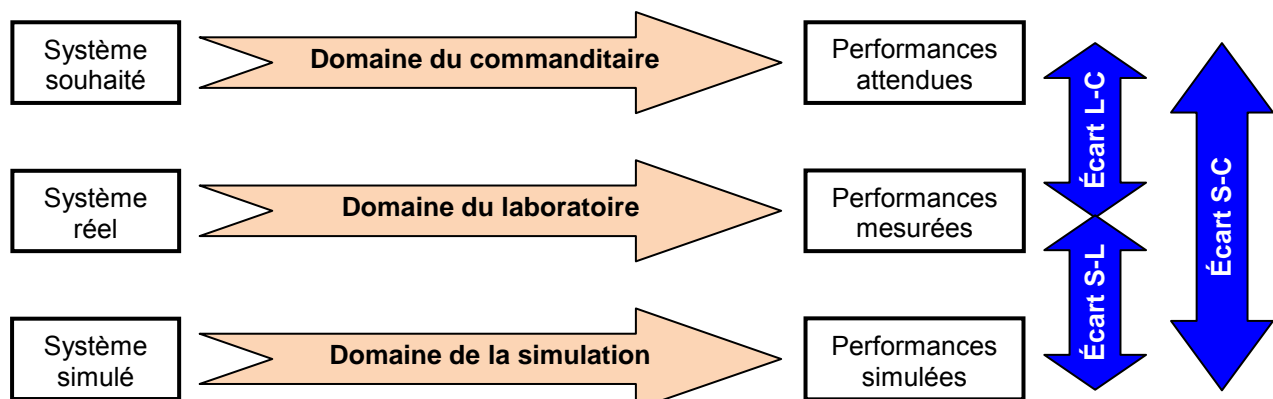
### 1.1. Finalités

La complexité des systèmes et leur développement dans un contexte économique et écologique contraint requièrent des ingénieurs et des scientifiques ayant des compétences scientifiques et technologiques de haut niveau, capables d'innover, de prévoir et maîtriser les performances de ces systèmes.

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur s'inscrit dans la préparation des élèves à l'adaptabilité, la créativité et la communication nécessaires dans les métiers d'ingénieurs, de chercheurs et d'enseignants.

L'enseignement des sciences industrielles de l'ingénieur a pour objectif d'aborder la démarche de l'ingénieur qui permet, en particulier :

- de conduire l'analyse fonctionnelle, structurelle et comportementale d'un système pluritechnologique ;
- de vérifier les performances attendues d'un système, par l'évaluation de l'écart entre un cahier des charges et des réponses expérimentales ;
- de proposer et de valider des modèles d'un système à partir d'essais, par l'évaluation de l'écart entre les performances mesurées et les performances calculées ou simulées ;
- de prévoir les performances d'un système à partir de modélisations, par l'évaluation de l'écart entre les performances calculées ou simulées et les performances attendues au cahier des charges ;
- d'analyser ces écarts et de proposer des solutions en vue d'une amélioration des performances.



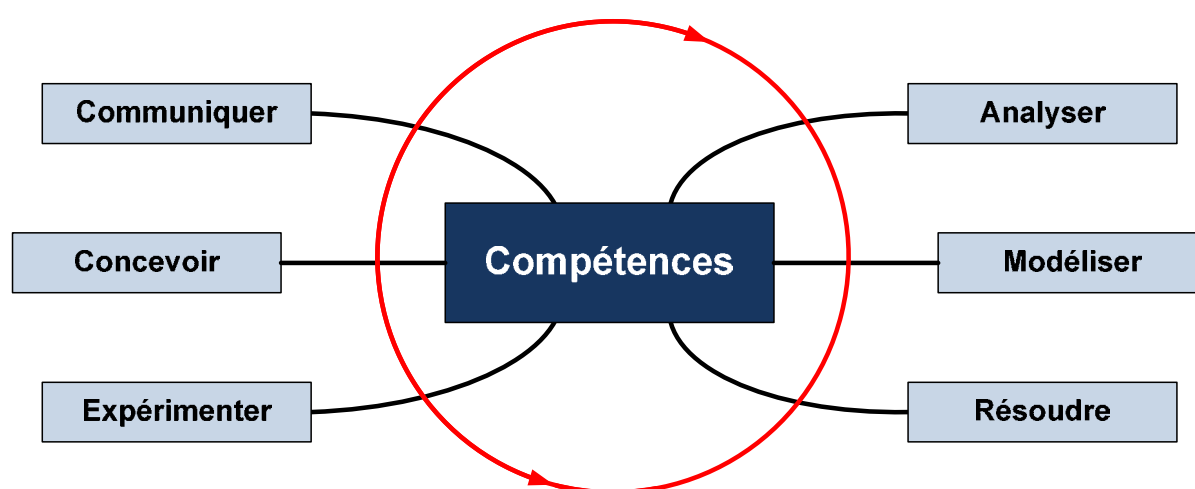
L'identification et l'analyse des écarts présentés mobilisent des compétences transversales qui sont développées en sciences industrielles de l'ingénieur, mais aussi en mathématiques et en sciences physiques. Les sciences industrielles de l'ingénieur constituent donc un vecteur de coopération interdisciplinaire et participent à la poursuite d'études dans l'enseignement supérieur.

Les systèmes complexes pluritechnologiques étudiés relèvent de grands secteurs technologiques : transport, énergie, production, bâtiment, santé, communication, environnement. Cette liste n'est pas exhaustive et les enseignants ont la possibilité de s'appuyer sur d'autres domaines qu'ils jugent pertinents. En effet, les compétences développées dans le programme sont transposables à l'ensemble des secteurs industriels.

Les technologies de l'information et de la communication sont systématiquement mises en œuvre dans l'enseignement. Elles accompagnent toutes les activités proposées et s'inscrivent naturellement dans le contexte collaboratif d'un environnement numérique de travail (ENT).

## 1.2. Objectifs généraux

À partir de systèmes industriels placés dans leur environnement technico-économique, la carte heuristique ci-dessous présente l'organisation du programme qui est décliné en compétences associées à des connaissances et savoir-faire :



Les compétences développées en sciences industrielles de l'ingénieur forment un tout cohérent, en relation directe avec la réalité industrielle qui entoure l'élève. Couplées à la démarche de l'ingénieur, elles le sensibilisent aux travaux de recherche, de développement et d'innovation.

*Analyser* permet des études fonctionnelles, structurelles et comportementales des systèmes conduisant à la compréhension de leur fonctionnement et à une justification de leur architecture. Via les activités expérimentales, elles permettent d'acquérir une culture des solutions industrielles qui facilitent l'appropriation de tout système nouveau. Cette approche permet de fédérer et assimiler les connaissances présentées dans l'ensemble des disciplines scientifiques de classes préparatoires aux grandes écoles.

*Modéliser* permet d'appréhender le réel et d'en proposer, après la formulation d'hypothèses, une représentation graphique, symbolique ou équationnelle pour comprendre son fonctionnement, sa structure et son comportement. Le modèle retenu permet des simulations afin d'analyser, de vérifier, de prévoir et d'améliorer les performances d'un système.

*Résoudre* permet de donner la démarche pour atteindre de manière optimale un résultat. La résolution peut être analytique ou numérique. L'outil de simulation numérique permet de prévoir les performances de systèmes complexes en s'affranchissant de la maîtrise d'outils mathématiques spécifiques.

*Expérimenter* permet d'appréhender le comportement des systèmes, de mesurer, d'évaluer et de modifier les performances. Les activités expérimentales sont au cœur de la formation et s'organisent autour de produits industriels instrumentés ou de systèmes didactisés utilisant des

solutions innovantes. Elles permettent de se confronter à la complexité de la réalité industrielle, d'acquérir une culture des solutions technologiques, de formuler des hypothèses pour modéliser le réel, d'en apprécier leurs limites de validité, de développer le sens de l'observation, le goût du concret et la prise d'initiative.

*Concevoir* permet de modifier l'architecture des systèmes pour satisfaire un cahier des charges. Elle permet également de faire évoluer le comportement des systèmes. Elle développe l'esprit d'initiative et la créativité des élèves.

*Communiquer* permet de décrire, avec les outils de la communication technique et l'expression scientifique et technologique adéquate, le fonctionnement, la structure et le comportement des systèmes.

### **1.3. Usage de la liberté pédagogique**

Les finalités et objectifs généraux de la formation en sciences industrielles de l'ingénieur laissent à l'enseignant une latitude certaine dans le choix de l'organisation de son enseignement, de ses méthodes, de sa progression globale, mais aussi dans la sélection de ses problématiques ou ses relations avec ses élèves, qui met fondamentalement en exergue sa liberté pédagogique, suffisamment essentielle pour lui être reconnue par la loi. La liberté pédagogique de l'enseignant peut être considérée comme le pendant de la liberté d'investigation de l'ingénieur et du scientifique.

Globalement, dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur peut organiser son enseignement en respectant deux principes :

- pédagogue, il doit privilégier la mise en activités des élèves en évitant le dogmatisme ; l'acquisition de connaissances et de savoir-faire est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La détermination des problématiques, alliée à un temps approprié d'échanges, favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il doit recourir à la mise en contexte des connaissances, des savoir-faire et des systèmes étudiés ; les sciences industrielles de l'ingénieur et les problématiques qu'elles induisent se prêtent de façon privilégiée à une mise en perspective de leur enseignement avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées ; l'enseignant de sciences industrielles de l'ingénieur est ainsi conduit naturellement à recontextualiser son enseignement pour rendre la démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.

## **2. PROGRAMME**

Pour assurer la cohérence du programme, la totalité de l'enseignement est assurée par un même professeur sur chaque année de formation.

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur introduit des compétences fondamentales pour l'ingénieur et le scientifique. Celles-ci forment un tout que l'enseignant organise en fonction des connaissances et savoir-faire exigibles.

Le programme est élaboré en s'inspirant de l'approche projet, sans pour autant prétendre former les élèves à la conduite de projets.

La diversité des outils existants pour décrire les systèmes pluritechnologiques rend difficile la communication et la compréhension au sein d'une équipe regroupant des spécialistes de plusieurs disciplines. Il est indispensable d'utiliser des outils compréhensibles par tous et compatibles avec les spécificités de chacun.

Le langage de modélisation SysML (System Modeling Language) s'appuie sur une description graphique des systèmes et permet d'en représenter les constituants, les programmes, les flux d'information et d'énergie.

L'adoption de ce langage en classes préparatoires, situées en amont des grandes écoles, permet de répondre au besoin de modélisation à travers un langage unique. Il intègre la double approche structurelle et comportementale des systèmes représentatifs du triptyque matière - énergie - information.

Le langage SysML permet de décrire les systèmes selon différents points de vue cohérents afin d'en permettre la compréhension et l'analyse. Les diagrammes SysML remplacent les outils de description fonctionnelle et comportementale auparavant utilisés.

Les diagrammes SysML sont présentés uniquement à la lecture. La connaissance de la syntaxe du langage SysML n'est pas exigible.

Le programme est organisé selon la structure ci-dessous. Le séquençage proposé n'a pas pour objet d'imposer une chronologie dans l'étude du programme. Celui-ci est découpé en quatre semestres.

Il sera fait appel, chaque fois que nécessaire, à une étude documentaire destinée à analyser et à traiter l'information relative à la problématique choisie.

- **Analyser**
  - Identifier le besoin et les exigences
  - Définir les frontières de l'analyse
  - Appréhender les analyses fonctionnelle et structurelle
  - Caractériser des écarts
  - Apprécier la pertinence et la validité des résultats
- **Modéliser**
  - Identifier et caractériser les grandeurs physiques
  - Proposer un modèle de connaissance et de comportement
  - Valider un modèle
- **Résoudre**
  - Proposer une démarche de résolution
  - Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique
  - Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique
- **Expérimenter**
  - S'approprier le fonctionnement d'un système pluritechnologique
  - Proposer et justifier un protocole expérimental
  - Mettre en œuvre un protocole expérimental
- **Concevoir**
- **Communiquer**
  - Rechercher et traiter des informations
  - Mettre en œuvre une communication

Lorsqu'une connaissance et le(s) savoir-faire associé(s) sont positionnés au semestre Si, cela signifie :

- qu'ils doivent être acquis en fin de semestre Si ;
- qu'ils ont pu être introduits au cours des semestres précédents ;
- qu'ils peuvent être utilisés aux semestres suivants.

## A – Analyser

### A1 Identifier le besoin et les exigences

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Cahier des charges : - diagramme des exigences - diagramme des cas d'utilisation	Décrire le besoin Traduire un besoin fonctionnel en exigences Présenter la fonction globale Définir les domaines d'application, les critères technico-économiques Identifier les contraintes Identifier et caractériser les fonctions Qualifier et quantifier les exigences (critère, niveau)	S1	
<i>Commentaires</i> Les diagrammes SysML sont présentés uniquement à la lecture. La connaissance de la syntaxe du langage SysML n'est pas exigible.			
Impact environnemental	Évaluer l'impact environnemental (matériaux, énergies, nuisances)	S1	
<i>Commentaires</i> Il s'agit de sensibiliser les élèves au développement durable.			

### A2 Définir les frontières de l'analyse

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Frontière de l'étude Milieu extérieur	Isoler un système et justifier l'isolement Définir les éléments influents du milieu extérieur	S2	
Flux échangés	Identifier la nature des flux échangés (matière, énergie, information) traversant la frontière d'étude	S2	

### A3 Appréhender les analyses fonctionnelle et structurelle

Au premier semestre, les analyses fonctionnelles et structurelles seront limitées à la lecture. Elles permettent à l'élève d'appréhender la complexité du système étudié et de décrire les choix technologiques effectués par le constructeur. Au terme du second semestre, l'élève devra être capable de proposer un outil de description du système étudié.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Architectures fonctionnelle et structurelle : - diagrammes de définition de blocs - chaîne directe - système asservi - commande	Analyser les architectures fonctionnelle et structurelle Identifier les fonctions des différents constituants Repérer les constituants dédiés aux fonctions d'un système Identifier la structure d'un système asservi : chaîne directe, capteur, commande, consigne, comparateur, correcteur Identifier et positionner les perturbations Différencier régulation et poursuite	S1	
	Justifier le choix des constituants dédiés aux fonctions d'un système		S4
<i>Commentaires</i> Il faut insister sur la justification de l'asservissement par la présence de perturbations.			
Chaîne d'information et d'énergie : - diagramme de blocs internes	Identifier et décrire la chaîne d'information et la chaîne d'énergie du système Identifier les liens entre la chaîne d'énergie et la	S1	

- diagramme paramétrique	chaîne d'information Identifier les constituants de la chaîne d'information réalisant les fonctions acquérir, coder, communiquer, mémoriser, restituer, traiter Identifier les constituants de la chaîne d'énergie réalisant les fonctions agir, alimenter, convertir, moduler, transmettre, stocker		
	Vérifier l'homogénéité et la compatibilité des flux entre les différents constituants Identifier la nature et les caractéristiques des flux échangés Identifier et interpréter les modèles des constituants du système		S4
<i>Commentaires</i> Les descriptions des chaînes d'énergie et d'information permettent de construire une culture de solutions industrielles.			
Systèmes à événements discrets : - diagramme de séquences - diagramme d'états	Interpréter tout ou partie de l'évolution temporelle d'un système	S2	
Réversibilité de la chaîne d'énergie : - source - modulateur - actionneur - chaîne de transmission	Analyser la réversibilité d'un constituant dans une chaîne d'énergie		S3
<i>Commentaires</i> L'étude de la réversibilité de la chaîne d'énergie porte sur la structure, sans aborder la technologie interne du constituant.			

#### A4 Caractériser des écarts

La caractérisation des écarts est essentielle et commence dès le premier semestre.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Identification des écarts	Extraire du cahier des charges les grandeurs pertinentes Traiter des données de mesures et en extraire les caractéristiques statistiques Exploiter et interpréter les résultats d'un calcul ou d'une simulation		S4
<i>Commentaires</i> Il faut insister sur la pertinence du choix des grandeurs à évaluer.			
Quantification des écarts	Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs mesurées Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs obtenues par simulation Quantifier des écarts entre des valeurs mesurées et des valeurs obtenues par simulation		S4
Interprétation des écarts obtenus	Vérifier la cohérence des résultats d'expérimentation avec les valeurs souhaitées du cahier des charges Vérifier la cohérence du modèle choisi avec des résultats d'expérimentation Vérifier la cohérence du modèle choisi avec les valeurs souhaitées du cahier des charges Rechercher et proposer des causes aux écarts constatés		S4

## A5 Apprécier la pertinence et la validité des résultats

L'évaluation de la pertinence des résultats commence dès le premier semestre.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Grandeurs utilisées : - unités du système international - homogénéité des grandeurs	Utiliser des symboles et des unités adéquates Vérifier l'homogénéité des résultats	S1	
Ordres de grandeur	Prévoir l'ordre de grandeur et l'évolution de la mesure ou de la simulation Critiquer les résultats issus d'une mesure ou d'une simulation Identifier des valeurs erronées Valider ou proposer une hypothèse		S4

## B – Modéliser

### B1 Identifier et caractériser les grandeurs physiques

En fonction de la complexité des grandeurs physiques utilisées, celles-ci seront données au semestre 1 et exigées au semestre 2.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Caractéristiques des grandeurs physiques : - nature physique - caractéristiques fréquentielles - caractéristiques temporelles	Qualifier les grandeurs d'entrée et de sortie d'un système isolé Identifier la nature (grandeur effort, grandeur flux) Décrire l'évolution des grandeurs	S2	
<i>Commentaires</i> <i>Le point de vue de l'étude conditionne le choix de la grandeur d'effort ou de la grandeur de flux à utiliser.</i> <i>La dualité temps-fréquence est mise en évidence.</i>			
Flux de matière Flux d'information	Qualifier la nature des matières, quantifier les volumes et les masses Identifier la nature de l'information et la nature du signal	S2	
Énergie Puissance Rendement	Associer les grandeurs physiques aux échanges d'énergie et à la transmission de puissance Identifier les pertes d'énergie Évaluer le rendement d'une chaîne d'énergie en régime permanent Déterminer la puissance des actions mécaniques extérieures à un solide ou à un ensemble de solides, dans son mouvement rapport à un autre solide Déterminer la puissance des actions mécaniques intérieures à un ensemble de solides		S3
<i>Commentaires</i> <i>La puissance est toujours égale au produit d'une grandeur « effort » (force, couple, pression, tension électrique, température) par une grandeur « flux » (vitesse, vitesse angulaire, débit volumique, intensité du courant, flux d'entropie).</i>			



## B2 Proposer un modèle de connaissance et de comportement

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Chaîne d'énergie et d'information	Choisir un modèle adapté à l'objectif		S4
	Construire un modèle multiphysique simple Définir les paramètres du modèle	S2	
	Associer un modèle à une source d'énergie Associer un modèle aux composants d'une chaîne d'énergie Associer un modèle aux composants d'une chaîne d'information		S3
<i>Commentaires</i> <i>Un logiciel de modélisation acausale sera privilégié pour la modélisation des systèmes multiphysiques.</i>			
Systèmes linéaires continus et invariants : - modélisation par équations différentielles - calcul symbolique - fonction de transfert ; gain, ordre, classe, pôles et zéros	Déterminer les fonctions de transfert à partir d'équations physiques (modèle de connaissance)	S1	
<i>Commentaires</i> <i>L'utilisation de la transformée de Laplace ne nécessite aucun prérequis. Sa présentation se limite à son énoncé et aux propriétés du calcul symbolique strictement nécessaires à ce cours. Les théorèmes de la valeur finale, de la valeur initiale et du retard sont donnés sans démonstration.</i>			
Signaux canoniques d'entrée : - impulsion - échelon - rampe - signaux sinusoïdaux	Caractériser les signaux canoniques d'entrée	S1	
Schéma-bloc : - fonction de transfert en chaîne directe - fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée	Analyser ou établir le schéma-bloc du système Déterminer les fonctions de transfert	S1	
Linéarisation des systèmes non linéaires	Linéariser le modèle autour d'un point de fonctionnement		S3
Modèles de comportement	Renseigner les paramètres caractéristiques d'un modèle de comportement (premier ordre, deuxième ordre, dérivateur, intégrateur, gain, retard)	S1	
<i>Commentaires</i> <i>Un modèle de comportement est associé à l'observation de la réponse expérimentale d'un constituant.</i>			
Solide indéformable : - définition - référentiel, repère - équivalence solide/référentiel - degrés de liberté - vecteur-vitesse angulaire de deux référentiels en mouvement l'un par rapport à l'autre	Paramétrer les mouvements d'un solide indéformable Associer un repère à un solide Identifier les degrés de liberté d'un solide par rapport à un autre solide	S1	
<i>Commentaires</i> <i>Le paramétrage avec les angles d'Euler ou les angles de roulis, de tangage et de lacet est présenté, mais la maîtrise de ces angles n'est pas exigible.</i>			

Modélisation plane	Préciser et justifier les conditions et les limites de la modélisation plane	S2	
Torseur cinématique	Déterminer le torseur cinématique d'un solide par rapport à un autre solide	S2	
<i>Commentaires</i> Seuls les éléments essentiels de la théorie des torseurs – opérations, invariants, axe central, couple et glisseur – sont présentés.			
Centre d'inertie Opérateur d'inertie Matrice d'inertie Torseur cinétique Torseur dynamique Énergie cinétique	Déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide Déterminer l'énergie cinétique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport à un autre solide		S3
<i>Commentaires</i> Les calculs des éléments d'inertie (matrice d'inertie, centre d'inertie) ne donnent pas lieu à évaluation. La relation entre la forme de la matrice d'inertie et la géométrie de la pièce est exigible.			
Actions mécaniques : - modélisation locale, actions à distance et de contact - modélisation globale, torseur associé - lois de Coulomb - adhérence et glissement - résistance au roulement et au pivotement	Associer un modèle à une action mécanique Déterminer la relation entre le modèle local et le modèle global	S2	
Liaisons : - géométrie des contacts entre deux solides - définition du contact ponctuel entre deux solides : roulement, pivotement, glissement, condition cinématique de maintien du contact - définition d'une liaison - liaisons normalisées entre solides, caractéristiques géométriques et repères d'expression privilégiés - torseur cinématique des liaisons normalisées - torseur des actions mécaniques transmissibles dans les liaisons normalisées - associations de liaisons en série et en parallèle - liaisons cinématiquement équivalentes	Proposer une modélisation des liaisons avec une définition précise de leurs caractéristiques géométriques Associer le paramétrage au modèle retenu Associer à chaque liaison son torseur cinématique Associer à chaque liaison son torseur d'actions mécaniques transmissibles	S2	
<i>Commentaires</i> L'analyse des surfaces de contact entre deux solides et de leur paramétrage associé permet de mettre en évidence les degrés de libertés entre ces solides. Les normes associées aux liaisons usuelles seront fournies. Les conditions et les limites de la modélisation plane sont précisées et justifiées.			

Chaînes de solides : - degré de mobilité du modèle - degré d'hyperstatisme du modèle	Déterminer les conditions géométriques associées à l'hyperstatisme		S4
Systèmes logiques : - codage de l'information - binaire naturel, binaire réfléchi - représentation hexadécimale - table de vérité - opérateurs logiques fondamentaux (ET, OU, NON)	Coder une information Exprimer un fonctionnement par des équations logiques	S2	
<i>Commentaires</i> La table de vérité est réservée à la représentation de systèmes logiques, mais elle ne sera pas utilisée pour la simplification des équations logiques.			
Systèmes à événements discrets Chronogramme	Représenter tout ou partie de l'évolution temporelle	S2	
Structures algorithmiques : - variables - boucles, conditions, transitions conditionnelles	Décrire et compléter un algorithme représenté sous forme graphique	S2	
<i>Commentaires</i> La présentation graphique permet de s'affranchir d'un langage de programmation spécifique.			

### B3 Valider un modèle

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Point de fonctionnement Non-linéarités (hystérésis, saturation, seuil)	Vérifier la cohérence du modèle choisi avec les résultats d'expérimentation		S3
<i>Commentaires</i> L'accent est porté sur les approximations faites, leur cohérence et le domaine de validité.			
Pôles dominants et réduction de l'ordre du modèle : - principe - justification	Réduire l'ordre de la fonction de transfert selon l'objectif visé, à partir des pôles dominants qui déterminent la dynamique asymptotique du système		S3
Grandeurs influentes d'un modèle	Déterminer les grandeurs influentes Modifier les paramètres et enrichir le modèle pour minimiser l'écart entre les résultats simulés et les réponses mesurées		S4

## C – Résoudre

### C1 Proposer une démarche de résolution

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Chaînes de solides : - principe fondamental de la dynamique - théorème de l'énergie cinétique	Proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement Proposer une méthode permettant la détermination d'une inconnue de liaison Choisir une méthode pour déterminer la valeur des paramètres conduisant à des positions d'équilibre		S3
<i>Commentaires</i> Le principe fondamental de la statique est proposé comme un cas particulier du principe fondamental de la dynamique.			
Correction	Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase		S3
<i>Commentaires</i> Les relations entre les paramètres de réglage sont fournies.			

### C2 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Réponses temporelle et fréquentielle : - systèmes du 1 <sup>er</sup> et du 2 <sup>e</sup> ordre - intégrateur	Déterminer la réponse temporelle Déterminer la réponse fréquentielle Tracer le diagramme asymptotique de Bode	S1	
<i>Commentaires</i> Seule la connaissance de la réponse temporelle à un échelon est exigible. Seul le diagramme de Bode est au programme.			
Stabilité des SLCI : - définition entrée bornée - sortie bornée (EB-SB) - équation caractéristique - position des pôles dans le plan complexe - marges de stabilité (de gain et de phase)	Analyser la stabilité d'un système à partir de l'équation caractéristique Déterminer les paramètres permettant d'assurer la stabilité du système Relier la stabilité aux caractéristiques fréquentielles		S3
<i>Commentaires</i> La définition de la stabilité est faite au sens : entrée bornée - sortie bornée (EB - SB) Il faut insister sur le fait qu'un système perturbé conserve la même équation caractéristique dans le cas de perturbations additives.			
Rapidité des SLCI : - temps de réponse à 5 % - bande passante	Prévoir les performances en termes de rapidité Relier la rapidité aux caractéristiques fréquentielles	S1	
Précision des SLCI : - erreur en régime permanent - influence de la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte	Déterminer l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon ou en rampe (consigne ou perturbation) Relier la précision aux caractéristiques fréquentielles		S3
<i>Commentaires</i> Il faut insister sur la nécessité de comparer des grandeurs homogènes, par exemple la nécessité d'adapter la sortie et sa consigne. L'erreur est la différence entre la valeur de la consigne et celle de sortie.			

Loi entrée – sortie géométrique	Déterminer la loi entrée - sortie géométrique d'une chaîne cinématique	S2	
Dérivée temporelle d'un vecteur par rapport à un référentiel Relation entre les dérivées temporelles d'un vecteur par rapport à deux référentiels distincts Loi entrée – sortie cinématique Composition des vitesses angulaires Composition des vitesses	Déterminer les relations de fermeture de la chaîne cinématique Déterminer la loi entrée - sortie cinématique d'une chaîne cinématique Résoudre le système associé à la fermeture cinématique et en déduire le degré de mobilité et d'hyperstatisme	S2	S4
<p><i>Commentaires</i>  <i>Pour la dérivée d'un vecteur, on insiste sur la différence entre référentiel d'observation et éventuelle base d'expression du résultat.</i>  <i>La maîtrise des méthodes graphiques n'est pas exigible.</i>  <i>La recherche du degré d'hyperstatisme a pour objectif de déterminer les conditions géométriques à respecter.</i></p>			
Principe fondamental de la statique Équilibre d'un solide, d'un ensemble de solides Théorème des actions réciproques Modèles avec frottement : arc-boutement	Déterminer le calcul complet des inconnues de liaison Déterminer la valeur des paramètres conduisant à des positions d'équilibre (par exemple l'arc-boutement)	S2	
<p><i>Commentaires</i>  <i>Le principe fondamental de la statique est proposé comme un cas particulier du principe fondamental de la dynamique.</i>  <i>L'étude des conditions d'équilibre pour les mécanismes qui présentent des mobilités constitue une première sensibilisation au problème de recherche des équations de mouvement étudié en seconde année.</i>  <i>Les conditions et les limites de la modélisation plane sont précisées et justifiées.</i>  <i>La maîtrise des méthodes graphiques n'est pas exigible.</i></p>			
Principe fondamental de la dynamique Conditions d'équilibrage statique et dynamique	Déterminer les inconnues de liaison ou les efforts extérieurs spécifiés dans le cas où le mouvement est imposé Déterminer la loi du mouvement sous forme d'équations différentielles dans le cas où les efforts extérieurs sont connus		S3
<p><i>Commentaires</i>  <i>Le modèle utilisé est isostatique.</i>  <i>La résolution de ces équations différentielles peut être conduite par des logiciels adaptés.</i></p>			
Inertie équivalente Théorème de l'énergie cinétique ou théorème de l'énergie/puissance	Déterminer la loi du mouvement sous forme d'équations différentielles dans le cas où les efforts extérieurs sont connus		S4

### C3 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Paramètres de résolution numérique : - durée de calcul - pas de calcul	Choisir les valeurs des paramètres de la résolution numérique	S2	
Grandeurs simulées	Choisir les grandeurs physiques tracées	S2	
<i>Commentaires</i> <i>Le choix des grandeurs analysées doit être en lien avec les performances à vérifier.</i>			
Variabilité des paramètres du modèle de simulation	Choisir les paramètres de simulation Faire varier un paramètre et comparer les courbes obtenues		S4

## D – Expérimenter

### D1 S'approprier le fonctionnement d'un système pluritechnologique

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Chaîne d'énergie	Repérer les différents constituants de la chaîne d'énergie	S1	
Chaîne d'information	Repérer les différents constituants de la chaîne d'information	S1	
Paramètres influents	Régler les paramètres de fonctionnement d'un système Mettre en évidence l'influence des paramètres sur les performances du système		S4
<i>Commentaires</i> <i>Les activités expérimentales permettent d'appréhender les incompatibilités entre les exigences de performances.</i>			

### D2 Proposer et justifier un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Modèles de comportement d'un système	Prévoir l'allure de la réponse attendue Prévoir l'ordre de grandeur de la mesure	S2	
Protocoles expérimentaux	Choisir les configurations matérielles du système en fonction de l'objectif visé Choisir la grandeur physique à mesurer ou justifier son choix Choisir les entrées à imposer pour identifier un modèle de comportement		S4
Chaîne d'acquisition Filtrage Échantillonnage Quantification	Justifier la chaîne d'acquisition utilisée Prévoir la quantification nécessaire à la précision souhaitée		S4
<i>Commentaires</i> <i>Les notions sur le filtrage s'appuient sur le cours de physique.</i>			

### D3 Mettre en œuvre un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Règles de sécurité élémentaires	Mettre en œuvre un système complexe en respectant les règles de sécurité		S4
<i>Commentaires</i> <i>Les règles de sécurité sont découvertes au travers des activités expérimentales.</i>			
Chaîne d'acquisition Fréquence d'échantillonnage	Mettre en œuvre la chaîne d'acquisition Appréhender l'influence de la fréquence d'échantillonnage sur les mesures effectuées		S4
Paramètres de configuration du système	Régler les paramètres de fonctionnement d'un système		S4
Réversibilité de la chaîne d'énergie Source, modulateur, actionneur, chaîne de transmission	Mesurer les grandeurs d'effort et de flux Quantifier les pertes dans les constituants d'une chaîne d'énergie		S4
Routines, procédures Systèmes logiques à événements discrets	Générer un programme et l'implanter dans le système cible Réaliser une intégration et une dérivation sous une forme numérique (somme et différence)		S4
<i>Commentaires</i> <i>L'influence de la période d'échantillonnage est illustrée.</i>			
Modèles de comportement	Extraire les grandeurs désirées et les traiter	S2	
Identification temporelle d'un modèle de comportement	Identifier les paramètres caractéristiques d'un modèle du premier ordre ou du deuxième ordre à partir de sa réponse indicielle	S1	
<i>Commentaires</i> <i>Les abaques nécessaires à l'identification sont fournis.</i>			
Identification fréquentielle d'un modèle de comportement	Identifier les paramètres caractéristiques d'un modèle de comportement à partir de sa réponse fréquentielle Associer un modèle de comportement (premier ordre, deuxième ordre, intégrateur, gain) à partir de sa réponse fréquentielle	S1	
<i>Commentaires</i> <i>D'un point de vue fréquentiel, seul le diagramme de Bode est développé pour l'identification d'un modèle de comportement.</i>			

### E – Concevoir

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Architecture fonctionnelle et structurelle	Proposer une architecture fonctionnelle et les constituants associés		S4
<i>Commentaires</i> <i>Cette proposition se fait sous forme d'association de blocs.</i>			
Correction d'un système asservi	Choisir un type de correcteur adapté		S4
<i>Commentaires</i> <i>Cette correction ne concerne que les correcteurs à actions proportionnelle, proportionnelle intégral et à avance de phase.</i>			
Système logique Systèmes à événements discrets Structures algorithmiques	Modifier un programme pour faire évoluer le comportement du système	S2	
<i>Commentaires</i> <i>La syntaxe de l'outil utilisé pour concevoir ou modifier un programme est fournie. Les modifications portent sur les états, les transitions, les instructions conditionnelles, les instructions itératives et les appels simples de fonctions.</i>			

## F – Communiquer

### F1 Rechercher et traiter des informations

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Informations techniques	Extraire les informations utiles d'un dossier technique Effectuer une synthèse des informations disponibles dans un dossier technique Vérifier la nature des informations Trier les informations selon des critères Distinguer les différents types de documents en fonction de leurs usages	S2	
Schémas cinématique, électrique, hydraulique et pneumatique	Lire et décoder un schéma		S4
<i>Commentaires</i> Les normes de représentation des schémas sont fournies.			
Langage SysML	Lire et décoder un diagramme	S2	
<i>Commentaires</i> Les normes de représentation du langage SysML sont fournies et la connaissance de la syntaxe n'est pas exigible.			

### F2 Mettre en œuvre une communication

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
Outils de communication	Choisir les outils de communication adaptés par rapport à l'interlocuteur Faire preuve d'écoute et confronter des points de vue Présenter les étapes de son travail Présenter de manière argumentée une synthèse des résultats	S2	
<i>Commentaires</i> Les outils de communication sont découverts au travers des activités expérimentales.			
Langage technique	Choisir l'outil de description adapté à l'objectif de la communication Décrire le fonctionnement du système en utilisant un vocabulaire adéquat		S4
Schémas cinématique, électrique	Réaliser un schéma cinématique Réaliser un schéma électrique	S2	
<i>Commentaires</i> Les normes de représentation sont fournies.			



## Programmes de la classe préparatoire scientifique Physique, technologie et sciences de l'ingénieur (PTSI) et programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe Physique et technologie (PT)

NOR : ESRS1306092A

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

---

Vu code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 3-7-1995 ; arrêté du 10-6-2003 ; arrêté du 1-7-2003 ; arrêté du 10-6-2004 ; avis du ministre de la défense du 29-3-2013 ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 25-2-2013

---

Article 1 - Le programme de première année de mathématiques de la classe préparatoire scientifique Physique, technologie et sciences de l'ingénieur (PTSI), figurant à l'annexe 3 de l'arrêté du 10 juin 2003 susvisé, est remplacé par celui figurant à l'annexe 1 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes de première année de physique et de chimie de la classe préparatoire scientifique Physique, technologie et sciences de l'ingénieur (PTSI), figurant respectivement aux annexes 12 et 13 de l'arrêté du 10 juin 2003 susvisé, sont remplacés par ceux figurant à l'annexe 2 du présent arrêté.

Article 3 - Les programmes de première et seconde années de sciences industrielles de l'ingénieur des classes préparatoires scientifiques Physique, technologie et sciences de l'ingénieur (PTSI) et Physique et technologie (PT), figurant respectivement à l'annexe 3 de l'arrêté du 1er juillet 2003 susvisé et à l'annexe 3 de l'arrêté du 10 juin 2004 susvisé, sont remplacés par ceux figurant à l'annexe 3 du présent arrêté.

Article 4 - Les programmes de première année du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013, et celui relatif à la seconde année à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 5 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 4 avril 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,  
Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

### Annexes

↳ Programmes



# Annexe 1

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique, technologie et sciences de l'ingénieur (PTSI)**

Discipline : **Mathématiques**

**Première année**

# Classe préparatoire PTSI

## Programme de mathématiques

### Table des matières

<b>Objectifs de formation</b>	<b>2</b>
Description et prise en compte des compétences . . . . .	2
Unité de la formation scientifique . . . . .	3
Architecture et contenu du programme . . . . .	4
Organisation du texte . . . . .	4
Usage de la liberté pédagogique . . . . .	5
 <b>Premier semestre</b>	 <b>6</b>
Raisonnement et vocabulaire ensembliste . . . . .	6
Nombres complexes et trigonométrie . . . . .	7
Calculs algébriques . . . . .	9
Techniques fondamentales de calcul en analyse . . . . .	9
A - Inégalités dans $\mathbb{R}$ . . . . .	9
B - Fonctions de la variable réelle à valeurs réelles ou complexes . . . . .	10
C - Primitives et équations différentielles linéaires . . . . .	11
Nombres réels et suites numériques . . . . .	12
Limites, continuité et dérivabilité . . . . .	13
A - Limites et continuité . . . . .	13
B - Dérivabilité . . . . .	15
Systèmes linéaires et calcul matriciel . . . . .	16
A - Systèmes linéaires . . . . .	16
B - Calcul matriciel . . . . .	17
Entiers naturels et dénombrement . . . . .	19
A - Rudiments d'arithmétique dans $\mathbb{N}$ . . . . .	19
B - Dénombrement . . . . .	19
 <b>Deuxième semestre</b>	 <b>20</b>
Géométrie du plan et de l'espace . . . . .	20
A- Géométrie du plan . . . . .	20
B- Géométrie de l'espace . . . . .	21
C- Exemples de transformations vectorielles du plan ou de l'espace . . . . .	22
Polynômes . . . . .	22
Espaces vectoriels et applications linéaires . . . . .	23
A - Espaces vectoriels . . . . .	23
B - Espaces vectoriels de dimension finie . . . . .	24
C - Applications linéaires . . . . .	25
Matrices et déterminants . . . . .	26
A - Matrices . . . . .	26
★ B - Déterminants . . . . .	27
Intégration . . . . .	28
Analyse asymptotique . . . . .	29
Séries numériques . . . . .	30
Probabilités . . . . .	31
A - Généralités . . . . .	31
B - Variables aléatoires sur un univers fini . . . . .	32

Le programme de mathématiques de PTSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Le programme du premier semestre est conçu de façon à viser trois objectifs majeurs :

- assurer la progressivité du passage aux études supérieures, en tenant compte des nouveaux programmes du cycle terminal de la filière S, dont il consolide et élargit les acquis ;
- consolider la formation des étudiants dans les domaines de la logique, du raisonnement et des techniques de calcul, qui sont des outils indispensables tant aux mathématiques qu'aux autres disciplines scientifiques ;
- présenter des notions nouvelles riches, de manière à susciter l'intérêt des étudiants.

## Objectifs de formation

La formation mathématique en classe préparatoire scientifique vise deux objectifs :

- l'acquisition d'un solide bagage de connaissances et de méthodes permettant notamment de passer de la perception intuitive de certaines notions à leur appropriation, afin de pouvoir les utiliser à un niveau supérieur, en mathématiques et dans les autres disciplines. Ce degré d'appropriation suppose la maîtrise du cours, c'est-à-dire des définitions, énoncés et démonstration des théorèmes figurant au programme ;
- le développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Pour répondre à cette double exigence, et en continuité avec les programmes de mathématiques du lycée, les programmes des classes préparatoires définissent un corpus de connaissances et de capacités, et explicitent six grandes compétences qu'une activité mathématique bien conçue permet de développer :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main où à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

## Description et prise en compte des compétences

### S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

### Modéliser

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités.

La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

### **Représenter**

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

### **Raisonner, argumenter**

La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

### **Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique**

Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent. Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

### **Communiquer à l'écrit et à l'oral**

La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

## **Unité de la formation scientifique**

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les probabilités utilisent le vocabulaire ensembliste et illustrent certains résultats d'analyse.

Selon Galilée, fondateur de la science expérimentale, le grand livre de la nature est écrit en langage mathématique. Il n'est donc pas surprenant que les mathématiques interagissent avec des champs de connaissances partagés par d'autres disciplines. La globalité et la complexité du réel exigent le croisement des regards disciplinaires. Aussi le programme valorise-t-il l'interprétation des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques ou chimiques (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure de grandeurs, incertitudes...)

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions. Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il peut s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un contexte historique et social donné, une problématique spécifique et la construction, pour la résoudre, d'outils mathématiques.

## Architecture et contenu du programme

L'année est découpée en deux semestres. À l'intérieur de chaque semestre, un équilibre est réalisé entre les différents champs du programme : analyse, algèbre, géométrie. S'y ajoute, au deuxième semestre, une introduction limitée d'un enseignement de probabilités visant à consolider les notions figurant dans le programme de Terminale S et à préparer celles qui seront ultérieurement introduites dans les grandes écoles ou les universités.

L'étude de chaque domaine permet de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation et d'établir des liens avec les autres disciplines.

En cohérence avec l'introduction d'un enseignement d'algorithmique au lycée, le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants. Ceux-ci doivent également savoir utiliser les fonctionnalités graphiques des calculatrices et des logiciels.

Afin de contribuer au développement des compétences de modélisation et de représentation, le programme préconise le recours à des figures géométriques pour aborder l'algèbre linéaire, les espaces euclidiens, les fonctions de variable réelle. Les notions de géométrie affine et euclidienne étudiées au lycée sont reprises dans un cadre plus général.

Le programme d'algèbre comprend deux volets. Le premier est l'étude de l'arithmétique des entiers naturels et des polynômes à une indéterminée. Le second, nettement plus volumineux, est consacré aux notions de base de l'algèbre linéaire, pour laquelle un équilibre est réalisé entre les points de vue géométrique et numérique. Il importe de souligner le caractère général des méthodes linéaires, notamment à travers leurs interventions en analyse et en géométrie.

Le programme d'analyse est centré autour des concepts fondamentaux de fonction et de suite. Les interactions entre les aspects discret et continu sont mises en valeur. Le programme d'analyse combine l'étude de problèmes qualitatifs et quantitatifs, il développe conjointement l'étude du comportement global de suite ou de fonction avec celle de leur comportement local ou asymptotique. À ce titre, les méthodes de l'analyse asymptotique font l'objet d'un chapitre spécifique, qui est exploité ultérieurement dans l'étude des séries. Pour l'étude des solutions des équations, le programme allie les problèmes d'existence et d'unicité, les méthodes de calcul exact et les méthodes d'approximation.

La pratique de calculs simples permet aux étudiants de s'approprier de manière effective les notions du programme. Le choix a donc été fait d'introduire très tôt un module substantiel visant à consolider les pratiques de calcul (dérivation des fonctions, calcul de primitives, résolution de certains types d'équations différentielles). Les théories sous-jacentes sont étudiées ultérieurement, ce qui doit en faciliter l'assimilation.

Les étudiants doivent savoir mettre en œuvre directement (c'est-à-dire sans recourir à un instrument de calcul), sur des exemples simples, un certain nombre de méthodes de calcul, mais aussi connaître leur cadre d'application et la forme des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

L'enseignement des probabilités se place dans le cadre des univers finis. Il a vocation à interagir avec le reste du programme. La notion de variable aléatoire permet d'aborder des situations réelles nécessitant une modélisation probabiliste.

Le volume global du programme a été conçu pour libérer des temps dédiés à une mise en activité effective des étudiants, quel que soit le contexte proposé (cours, travaux dirigés).

## Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement que des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours. À l'intérieur de chaque semestre, le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. À l'intérieur de chaque semestre, le professeur conduit en toute liberté, dans le respect de la cohérence de la formation globale, l'organisation de son enseignement et le choix de ses méthodes. En particulier, la chronologie retenue dans la présentation des différents chapitres de chaque semestre ne doit pas être interprétée comme un modèle de progression. Cependant, la progression retenue au cours du premier semestre doit respecter les

objectifs de l'enseignement dispensé au cours de cette période. Ces objectifs sont détaillés dans le bandeau qui suit le titre « Premier semestre ».

Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes...) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

- celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
- celles qui sont indiquées dans les bandeaux ou dans la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
- celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit en particulier des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme.

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Au deuxième semestre, les paragraphes et les phrases situées entre ★ concernent uniquement les étudiants ayant choisi de suivre l'option PSI, qui bénéficient d'une heure en complément. Cela concerne notamment la totalité du sous-chapitre « Déterminants ».

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement en coordination avec les autres disciplines scientifiques.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole  $\Leftrightarrow$  PC pour la physique et la chimie,  $\Leftrightarrow$  SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et  $\Leftrightarrow$  I pour l'informatique.

On pourra aussi se reporter à l'appendice aux programmes *Outils mathématiques pour la physique-chimie*.

## Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes de résolution favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

# Premier semestre

Le premier semestre vise deux objectifs majeurs :

- aménager un passage progressif de la classe de Terminale à l'enseignement supérieur en commençant par consolider et approfondir les connaissances des bacheliers. À ce titre, le chapitre « Raisonnement et vocabulaire ensembliste » regroupe des notions de logique et d'algèbre générale dont la plupart ont été mises en place au lycée. Il s'agit de les consolider et de les structurer afin qu'elles soient maîtrisées par les étudiants à la fin du premier semestre. Ce chapitre n'a pas vocation à être enseigné d'un seul tenant et en tout début de semestre.

Le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse » prend lui aussi appui sur les acquis de Terminale. Il est axé sur la *pratique* des techniques de l'analyse réelle, basée sur l'application de théorèmes qui sont admis à ce stade.

- susciter la curiosité et l'intérêt des étudiants en leur présentant un spectre suffisamment large de problématiques et de champs nouveaux. À ce titre, les chapitres « Nombres réels et suites numériques » et « Limites, continuité, dérivabilité », plus théoriques que les précédents, instaurent les fondements de l'analyse réelle. Y sont en particulier démontrés les théorèmes qui justifient les techniques présentées dans le chapitre « Techniques fondamentales de calcul en analyse ».

Le chapitre « Systèmes linéaires et calcul matriciel » a pour objectif d'introduire l'algèbre linéaire en initiant les étudiants aux aspects algorithmiques de l'algèbre linéaire matricielle. La maîtrise de la méthode du pivot de Gauss-Jordan et du calcul matriciel sont des capacités attendues en fin de semestre. Ces notions seront réinvesties avec profit lors du cours d'algèbre linéaire du second semestre (familles libres ou génératrices de  $\mathbb{K}^n$ , calcul du rang...). Le chapitre « Entiers naturels et dénombrement » est une introduction à la combinatoire. Il trouvera un prolongement naturel dans l'étude des probabilités traitée au second semestre.

Les ensembles de nombres usuels  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  sont supposés connus.

## Raisonnement et vocabulaire ensembliste

*Ce chapitre regroupe le vocabulaire, les notations et les modes de raisonnement nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'un texte mathématique. Ils doivent être introduits de manière progressive et être acquis en fin de premier semestre.*

*Le programme se limite à une approche naïve des notions d'ensemble et d'application. En particulier, toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est exclue. L'algèbre générale ne figure pas au programme. Plusieurs groupes classiques étant rencontrés en algèbre linéaire, la terminologie associée peut être utilisée mais aucune connaissance théorique sur cette structure n'est exigible.*

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Rudiments de logique

Quantificateurs.

Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.

Implication, contraposition, équivalence.

Modes de raisonnement : raisonnement par récurrence, par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse.

Toute construction et toute axiomatique de  $\mathbb{N}$  sont hors programme. Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et de condition suffisante.

#### b) Ensembles

Appartenance, inclusion.

Sous-ensembles (ou parties) d'un ensemble, ensemble vide.

Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, complémentaire.

Notations  $\mathbb{C}_E^A$ ,  $\overline{A}$ ,  $E \setminus A$ .

Les étudiants doivent maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes.

Produit cartésien de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles.

Ensemble des parties d'un ensemble.



**c) Applications et relations d'équivalence**

Application d'un ensemble non vide $E$ dans un ensemble non vide $F$ ; graphe d'une application.	Le point de vue est intuitif : une application de $E$ dans $F$ associe à tout élément de $E$ un unique élément de $F$ . Notations $\mathcal{F}(E, F)$ et $F^E$ pour l'ensemble des applications de $E$ dans $F$ .
Famille d'éléments d'un ensemble $E$ indexée par un ensemble fini.	
Fonction indicatrice d'une partie $A$ d'un ensemble $E$ .	Notation $\mathbb{1}_A$ .
Restriction.	Notation $f _A$ .
Image directe.	Notation $f(A)$ .
Image réciproque.	Notation $f^{-1}(B)$ .
Composition.	
Injection, surjection. Composée de deux injections, de deux surjections.	
Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.	
Relation d'équivalence, classes d'équivalence.	La notion d'ensemble quotient est hors programme.

**Nombres complexes et trigonométrie**

L'objectif de ce chapitre est de consolider et d'approfondir les acquis du cycle terminal. Le programme combine plusieurs aspects :

- équations algébriques (équations du second degré, racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe) ;
- interprétation géométrique des nombres complexes, utilisation des nombres complexes en géométrie plane ;
- exponentielle complexe et applications à la trigonométrie.

Il est recommandé d'illustrer le cours de nombreuses figures.

**a) Nombres complexes**

Parties réelle et imaginaire.	La construction de $\mathbb{C}$ n'est pas exigible.
Opérations sur les nombres complexes.	
Conjugaison, compatibilité avec les opérations.	
Point du plan associé à un nombre complexe, affixe d'un point du plan, affixe d'un vecteur du plan.	On identifie $\mathbb{C}$ au plan usuel muni d'un repère orthonormé direct.

**b) Module d'un nombre complexe**

Module.	Interprétation géométrique de $ z - z' $ , cercles et disques.
Relation $ z ^2 = z\bar{z}$ , module d'un produit, d'un quotient.	
Inégalité triangulaire, cas d'égalité.	

**c) Nombres complexes de module 1 et trigonométrie**

Cercle trigonométrique. Paramétrisation par les fonctions circulaires.	Notation $\cup$ . Les étudiants doivent savoir retrouver des formules du type $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$ et résoudre des équations et inéquations trigonométriques en s'aidant du cercle trigonométrique.
Définition de $e^{it}$ pour $t$ réel.	
Si $t$ et $t'$ sont deux réels, alors : $e^{i(t+t')} = e^{it} e^{it'}$ .	Factorisation de $1 \pm e^{it}$ . Les étudiants doivent savoir factoriser des expressions du type $\cos(p) + \cos(q)$ .
Formules exigibles : $\cos(a \pm b)$ , $\sin(a \pm b)$ , $\cos(2a)$ , $\sin(2a)$ , $\cos(a)\cos(b)$ , $\sin(a)\sin(b)$ , $\cos(a)\sin(b)$ .	
Fonction tangente.	Notation $\tan$ .
Formule $\tan(a \pm b)$ .	

Formules d'Euler :

$$\cos(t) = \frac{e^{it} + e^{-it}}{2}, \quad \sin(t) = \frac{e^{it} - e^{-it}}{2i}.$$

Linéarisation, calcul de  $\sum_{k=0}^n \cos(kt)$ , de  $\sum_{k=1}^n \sin(kt)$ .

Formule de Moivre.

**d) Arguments d'un nombre complexe non nul**Écriture d'un nombre complexe non nul sous la forme  $re^{i\theta}$  avec  $r > 0$  et  $\theta \in \mathbb{R}$ .

Arguments d'un nombre complexe non nul.

Relation de congruence modulo  $2\pi$  sur  $\mathbb{R}$ .

Argument d'un produit, d'un quotient.

Transformation de  $a \cos(t) + b \sin(t)$  en  $A \cos(t - \varphi)$ . $\Leftrightarrow$  PC et SI : amplitude et phase.**e) Équation du second degré**

Racines carrées d'un nombre complexe.

Résolution des équations du second degré, discriminant.

Somme et produit des racines d'une équation du second degré.

**f) Racines  $n$ -ièmes**Description des racines  $n$ -ièmes de l'unité.Notation  $\mathbb{U}_n$ .Équation  $z^n = a$ .

Représentation géométrique des solutions.

**g) Exponentielle complexe**Définition de  $e^z$  pour  $z$  complexe :  $e^z = e^{\operatorname{Re}(z)} e^{i \operatorname{Im}(z)}$ .Notations  $\exp(z)$ ,  $e^z$ . $\Leftrightarrow$  PC et SI : définition d'une impédance complexe en régime sinusoïdal.

Exponentielle d'une somme.

Pour tous  $z$  et  $z'$  dans  $\mathbb{C}$ ,  $\exp(z) = \exp(z')$  si et seulement si  $z - z' \in 2i\pi\mathbb{Z}$ .**h) Nombres complexes et géométrie plane**

Traduction de l'alignement et de l'orthogonalité au moyen d'affixes.

Transformation  $z \mapsto e^{i\theta} z$ ; rotation plane de centre  $O$  et d'angle  $\theta$ .

Il s'agit d'introduire le concept de transformation du plan, dont l'étude ne figure pas aux programmes des classes antérieures.

Transformation  $z \mapsto z + b$ ; interprétation en termes de translation.Transformation  $z \mapsto kz$ , ( $k \in \mathbb{R}^*$ ); homothétie de centre  $O$  et de rapport  $k$ .Transformation  $z \mapsto \bar{z}$ ; interprétation en termes de symétrie axiale.

## Calculs algébriques

Ce chapitre a pour but de présenter quelques notations et techniques fondamentales de calcul algébrique, notamment en vue de l'enseignement de la combinatoire et des probabilités.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Sommes et produits

Somme et produit d'une famille finie de nombres complexes.

Notations  $\sum_{i \in I} a_i$ ,  $\sum_{i=1}^n a_i$ ,  $\prod_{i \in I} a_i$ ,  $\prod_{i=1}^n a_i$ .

Sommes et produits télescopiques, exemples de changements d'indices et de regroupements de termes.

Somme d'une progression arithmétique ou géométrique finie de nombres complexes.

Factorisation de  $a^n - b^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Sommes doubles. Produit de deux sommes finies.

Sommes triangulaires.

#### b) Coefficients binomiaux et formule du binôme

Factorielle. Coefficients binomiaux.

Notation  $\binom{n}{p}$ .

Relation  $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$ .

Formule et triangle de Pascal.

Lien avec la méthode d'obtention des coefficients binomiaux utilisée en classe de Première.

Formule du binôme dans  $\mathbb{C}$ .

## Techniques fondamentales de calcul en analyse

Le point de vue adopté dans ce chapitre est principalement pratique : il s'agit, en prenant appui sur les acquis du lycée, de mettre en œuvre des techniques de l'analyse, en particulier celles de majoration. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul différentiel ou intégral utilisées sont différées à un chapitre ultérieur. Cette appropriation en deux temps est destinée à faciliter les apprentissages.

Les objectifs de formation sont les suivants :

- une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités ;
- l'introduction de fonctions pour établir des inégalités ;
- la manipulation des fonctions classiques dont le corpus est étendu ;
- le calcul de dérivées et de primitives ;
- la mise en pratique, sur des exemples simples, de l'intégration par parties et du changement de variable ;
- l'application des deux points précédents aux équations différentielles.

Les étudiants doivent connaître les principales techniques de calcul et savoir les mettre en pratique sur des cas simples. Le cours sur les équations différentielles est illustré par des exemples issus des autres disciplines scientifiques.

### A - Inégalités dans $\mathbb{R}$

#### CONTENUS

Relation d'ordre sur  $\mathbb{R}$ . Compatibilité avec les opérations.

Intervalles de  $\mathbb{R}$ .

Valeur absolue. Inégalité triangulaire.

Parties majorées, minorées, bornées.

Majorant, minorant ; maximum, minimum.

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

Exemples de majoration et de minoration de sommes, de produits et de quotients.

Interprétation sur la droite réelle d'inégalités du type  $|x - a| \leq b$ .

## B - Fonctions de la variable réelle à valeurs réelles ou complexes

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Généralités sur les fonctions

Ensemble de définition.

Représentation graphique d'une fonction  $f$  à valeurs réelles.

Graphes des fonctions  $x \mapsto f(x) + a$ ,  $x \mapsto f(x + a)$ ,  $x \mapsto f(a - x)$ ,  $x \mapsto f(ax)$ ,  $x \mapsto af(x)$ .

Résolution graphique d'équations et d'inéquations du type  $f(x) = \lambda$  et  $f(x) \leq \lambda$ .

Interprétation géométrique de ces propriétés.

Parité, imparité, périodicité.

Somme, produit, composée.

Monotonie.

Bijektivité, réciproque d'une bijection.

Fonctions majorées, minorées, bornées.

Graphe d'une réciproque.

Traduction géométrique de ces propriétés.

Une fonction  $f$  est bornée si et seulement si  $|f|$  est majorée.

#### b) Dérivation

Équation de la tangente en un point.

Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée.

Ces résultats sont admis à ce stade.

$\Leftrightarrow$  SI : étude cinématique.

$\Leftrightarrow$  PC : exemples de calculs de dérivées partielles. À ce stade, toute théorie sur les fonctions de plusieurs variables est hors programme.

Tableau de variation.

Dérivée d'une réciproque.

Interprétation géométrique de la dérivabilité et du calcul de la dérivée d'une bijection réciproque.

Dérivées d'ordre supérieur.

#### c) Étude d'une fonction

Détermination des symétries et des périodicités afin de réduire le domaine d'étude, tableau de variations, asymptotes verticales et horizontales, tracé du graphe.

Application à la recherche d'extremums et à l'obtention d'inégalités.

#### d) Fonctions usuelles

Étude des fonctions exponentielle, cosinus et sinus hyperboliques, logarithme népérien, puissances.

Dérivée, variation et graphe.

Les fonctions puissances sont définies sur  $\mathbb{R}_+^*$  et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur  $\mathbb{R}_-^*$ .

Relations  $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$ ,  $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$ ,  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$ .

Fonction logarithme décimal.

Notation log ou  $\log_{10}$ .

$\Leftrightarrow$  PC : pH.

$\Leftrightarrow$  SI : représentation des diagrammes de Bode.

Croissances comparées des fonctions logarithme, puissances et exponentielle.

Fonctions sinus, cosinus, tangente.

$\Leftrightarrow$  PC et SI.

Fonctions circulaires réciproques.

Notations Arcsin, Arccos, Arctan.

La fonction tangente hyperbolique et les fonctions hyperboliques réciproques sont hors programme.

#### e) Dérivation d'une fonction complexe d'une variable réelle

Dérivée d'une fonction à valeurs complexes.

La dérivée est définie via les parties réelle et imaginaire.

Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient.

Brève extension des résultats sur les fonctions à valeurs réelles.

Dérivée de  $\exp(\varphi)$  où  $\varphi$  est une fonction dérivable à valeurs complexes.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : électrocinétique.

**a) Calcul de primitives**

Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes.

Primitives des fonctions puissances, cosinus, sinus, tangente, exponentielle, logarithme,

$$x \mapsto \frac{1}{1+x^2}, \quad x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Dérivée de  $x \mapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$  où  $f$  est continue.

Toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives.

Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive.

Intégration par parties pour des fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Changement de variable : si  $\varphi$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $I$  et si  $f$  est continue sur  $\varphi(I)$ , alors pour tous  $a$  et  $b$  dans  $I$

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x) dx = \int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t) dt.$$

Description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'entre elles.

Les étudiants doivent savoir utiliser les primitives de  $x \mapsto e^{\lambda x}$  pour calculer celles de  $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$  et  $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$ .

$\Leftrightarrow$  PC et SI : cinématique.

Les étudiants doivent savoir calculer les primitives de fonctions du type

$$x \mapsto \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

et reconnaître les dérivées de fonctions composées.

Résultat admis à ce stade.

On définit à cette occasion la classe  $\mathcal{C}^1$ . Application au calcul de primitives.

**b) Équations différentielles linéaires du premier ordre**

Notion d'équation différentielle linéaire du premier ordre :

$$y' + a(x)y = b(x)$$

où  $a$  et  $b$  sont des fonctions continues définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  à valeurs réelles ou complexes.

Résolution d'une équation homogène.

Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.

Principe de superposition.

Méthode de la variation de la constante.

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Équation homogène associée.

Cas particulier où la fonction  $a$  est constante.

$\Leftrightarrow$  PC : régime libre, régime forcé ; régime transitoire, régime établi.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : modélisation des circuits électriques RC, RL et de systèmes mécaniques linéaires.

**c) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants**

Notion d'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants :

$$y'' + ay' + by = f(x)$$

où  $a$  et  $b$  sont des scalaires et  $f$  est une application continue à valeurs dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

Résolution de l'équation homogène.

Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.

Équation homogène associée.

Si  $a$  et  $b$  sont réels, description des solutions réelles.

Les étudiants doivent savoir déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme  $x \mapsto Ae^{\lambda x}$  avec  $(A, \lambda) \in \mathbb{C}^2$ ,  $x \mapsto B \cos(\omega x)$  et  $x \mapsto B \sin(\omega x)$  avec  $(B, \omega) \in \mathbb{R}^2$ .

$\Leftrightarrow$  PC : régime libre, régime forcé ; régime transitoire, régime établi.

Principe de superposition.

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

La démonstration de ce résultat est hors programme.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : modélisation des circuits électriques LC, RLC et de systèmes mécaniques linéaires.

## Nombres réels et suites numériques

*L'objectif est d'énoncer les propriétés fondamentales de la droite réelle, et de les appliquer à l'étude des suites, qui interviennent en mathématiques tant pour leur intérêt pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximation de nombres réels). On distingue les aspects qualitatifs (monotonie, convergence, divergence) des aspects quantitatifs (majoration, encadrement, vitesse de convergence ou de divergence).*

### a) Ensembles usuels de nombres

Entiers naturels, entiers relatifs, nombres décimaux, rationnels.

Droite réelle.

La relation d'ordre  $\leq$  sur  $\mathbb{R}$  : majorant, minorant, maximum, minimum.

Borne supérieure (resp. inférieure) d'une partie non vide majorée (resp. minorée) de  $\mathbb{R}$ .

Partie entière.

Approximations décimales.

La construction de  $\mathbb{R}$  est hors programme.

Notation  $\lfloor x \rfloor$ .

Valeurs décimales approchées à la précision  $10^{-n}$  par défaut et par excès.

Une partie  $X$  de  $\mathbb{R}$  est un intervalle si et seulement si, pour tous  $a$  et  $b$  dans  $X$ , on a  $[a, b] \subset X$ .

### b) Généralités sur les suites réelles

Modes de définition d'une suite.

Monotonie. Suite minorée, majorée, bornée.

De façon explicite, implicite ou par récurrence.

Une suite  $(u_n)$  est bornée si et seulement si  $(|u_n|)$  est majorée.

Exemples d'étude de la monotonie d'une suite définie par  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

Suites stationnaires.

Suites arithmétiques, suites géométriques.

Les étudiants doivent connaître une méthode de calcul du terme général d'une suite définie par  $u_{n+1} = au_n + b$ .

La démonstration sera faite dans le cours d'algèbre linéaire.

Suites récurrentes linéaires d'ordre deux.

### c) Limite d'une suite réelle

Limite finie ou infinie d'une suite.

Notation  $u_n \rightarrow \ell$ .

Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges.

Lien avec la définition vue en classe de Terminale.

Les étudiants doivent savoir démontrer l'existence d'une limite réelle  $\ell$  en majorant  $|u_n - \ell|$ .

Notation  $\lim u_n$ .

Unicité de la limite.

Suite convergente, suite divergente.

Toute suite réelle convergente est bornée.

Opérations sur les limites : combinaisons linéaires, produit, quotient.

Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.

**d) Théorèmes d'existence d'une limite**

Théorème de convergence par encadrement. Théorèmes de divergence par minoration ou majoration.  
Théorème de la limite monotone.  
Théorème des suites adjacentes.

**e) Suites extraites**

Suites extraites d'une suite.	La notion de valeur d'adhérence est hors programme. Le théorème de Bolzano-Weierstrass est hors programme.
Si une suite possède une limite (finie ou infinie), alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.	Utilisation des suites extraites pour montrer la divergence d'une suite.

**f) Brève extension aux suites complexes**

Convergence d'une suite complexe. Suites complexes bornées ; toute suite complexe convergente est bornée. Opérations sur les suites convergentes : combinaisons linéaires, produit, quotient.	Traduction à l'aide des parties réelle et imaginaire.
---	---

**Limites, continuité et dérivabilité**

*Ce chapitre est divisé en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde. On y formalise les résultats qui ont été utilisés d'un point de vue calculatoire dans le premier chapitre d'analyse.*

*Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.*

*Les fonctions sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  non vide et non réduit à un point et, sauf dans les paragraphes A-d) et B-d), sont à valeurs réelles.*

*Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction  $f$  définie sur  $I$  est vraie au voisinage de  $a$  si elle est vraie sur l'intersection de  $I$  avec un intervalle ouvert centré sur  $a$  si  $a$  est réel, avec un intervalle  $[A, +\infty[$  si  $a = +\infty$ , avec un intervalle  $]-\infty, A]$  si  $a = -\infty$ .*

**A - Limites et continuité**

*L'essentiel du paragraphe a) consiste à adapter au cadre continu les notions déjà abordées pour les suites. Afin d'éviter des répétitions, le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.*

*Pour la pratique du calcul de limites, on se borne à ce stade à des calculs très simples, en attendant de pouvoir disposer d'outils efficaces (développements limités).*

**a) Limite d'une fonction en un point**

Étant donné un point $a$ appartenant à $I$ ou extrémité de $I$ , limite finie ou infinie d'une fonction en $a$ . Limite finie ou infinie d'une fonction en $\pm\infty$ .	Notations $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$ , $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} \ell$ . Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Les étudiants doivent savoir démontrer l'existence d'une limite réelle $\ell$ en majorant $ f(x) - \ell $ .
Unicité de la limite. Si $f$ admet une limite finie en $a$ alors $f$ est bornée au voisinage de $a$ . Limite à droite, limite à gauche.	Notation $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ .
Extension de la notion de limite en $a$ lorsque la fonction est définie sur $I \setminus \{a\}$ . Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en $a$ .	Notations $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x)$ ou $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ .
	Adaptation des énoncés relatifs aux suites.

Image d'une suite de limite  $a$  par une fonction admettant une limite en  $a$ .

Stabilité des inégalités larges par passage à la limite.

Théorèmes d'encadrement (limite finie), de minoration (limite  $+\infty$ ) et de majoration (limite  $-\infty$ ).

Théorème de la limite monotone.

Démonstration non exigible.

### b) Continuité en un point

Continuité de  $f$  en un point  $a$  de  $I$ .

La fonction  $f$  est continue en  $a$  si et seulement si elle admet une limite finie en  $a$ .

Continuité à droite et à gauche.

Prolongement par continuité en un point.

Si  $a$  est une extrémité de  $I$  n'appartenant pas à  $I$ ,  $f$  admet une limite finie en  $a$  si et seulement si elle est prolongeable par continuité en  $a$ .

Image d'une suite de limite  $a$  par une fonction continue en  $a$ .

Application aux suites définies par  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

Opérations : combinaisons linéaires, produit, quotient, composition.

### c) Continuité sur un intervalle

Opérations : combinaisons linéaires, produit, quotient, composée.

Théorème des valeurs intermédiaires.

Image d'un intervalle par une fonction continue.

Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

Toute fonction  $f$  continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  réalise une bijection de  $I$  sur l'intervalle  $f(I)$ , et sa réciproque est continue et strictement monotone sur l'intervalle  $f(I)$ , et de même monotonie que  $f$ .

$\Leftrightarrow$  I : application de l'algorithme de dichotomie à la recherche d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration est hors programme.

### d) Brève extension aux fonctions à valeurs complexes

Limite de  $f$  en  $a$ , continuité de  $f$  en  $a$ , continuité de  $f$  sur un intervalle  $I$ .

Traduction à l'aide des parties réelle et imaginaire.

Fonctions bornées au voisinage de  $a$ .

Toute fonction admettant une limite finie en  $a$  est bornée au voisinage de  $a$ .

Opérations sur les fonctions admettant une limite finie en  $a$ , continues en  $a$  ou continues sur un intervalle  $I$  : combinaisons linéaires, produit, quotient.



**a) Nombre dérivé, fonction dérivée**

Dérivabilité en un point, nombre dérivé.

Développement limité à l'ordre 1.

Interprétation géométrique.  $\Leftrightarrow$  SI : identification d'un modèle de comportement au voisinage d'un point de fonctionnement.

$\Leftrightarrow$  SI : représentation graphique de la fonction sinus cardinal au voisinage de 0.

$\Leftrightarrow$  I : méthode de Newton.

La dérivabilité entraîne la continuité.

Dérivabilité à gauche, à droite.

Dérivabilité et dérivée sur un intervalle.

Opérations sur les fonctions dérivables et les dérivées : combinaison linéaire, produit, quotient, composition, réciproque.

Tangente au graphe d'une réciproque.

La dérivabilité entraîne la continuité.

À ce stade, on peut écrire le reste sous la forme  $(x - a)\varepsilon(x - a)$  et n'introduire la notation  $o$  que plus tard.

Tangente au graphe de  $f$  au point d'abscisse  $a$ .

Dérivabilité à droite, à gauche.

Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle.

Opérations sur les fonctions dérivables en un point, dérivables sur un intervalle : combinaison linéaire, produit, quotient, composée, réciproque.

**b) Propriétés des fonctions dérivables**

Extremum local. Condition nécessaire en un point intérieur.

Théorème de Rolle.

Égalité des accroissements finis.

Inégalité des accroissements finis : si  $f$  est dérivable sur  $I$  et si  $|f'|$  est bornée par  $M$  sur  $I$ , alors  $f$  est  $M$ -lipschitzienne sur  $I$ .

Interprétations géométrique et cinématique.

La notion de fonction lipschitzienne est introduite à ce stade ; elle n'appelle aucun développement supplémentaire.

Application aux suites définies par  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

$\Leftrightarrow$  I : algorithme de recherche du point fixe pour une fonction contractante.

Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes parmi les fonctions dérivables.

Théorème de la limite de la dérivée : si  $f$  est dérivable sur  $I \setminus \{a\}$ , continue sur  $I$  et si  $f'(x)$  tend vers  $\ell$  (réel ou infini) lorsque  $x$  tend vers  $a$ , alors  $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  tend vers  $\ell$  lorsque  $x$  tend vers  $a$ .

Interprétation géométrique.

Si  $\ell$  est un nombre réel, alors  $f$  est dérivable en  $a$  et  $f'(a) = \ell$ .

**c) Fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$** 

Pour  $k$  dans  $\mathbb{N}^* \cup \{\infty\}$ , fonction de classe  $\mathcal{C}^k$  sur  $I$ .

Opérations sur les fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$  : combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composée, réciproque.

Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.

**d) Fonctions complexes**

Brève extension des définitions et résultats précédents.

Caractérisation de la dérivabilité en termes de partie réelle et imaginaire.

Interprétation cinématique.

Inégalité des accroissements finis pour une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Le résultat, admis à ce stade, sera justifié dans le chapitre « Intégration ». Il convient de montrer par un contre-exemple que le théorème de Rolle ne s'étend pas.

## Systèmes linéaires et calcul matriciel

*Ce chapitre est à concevoir comme une initiation aux structures algébriques et une préparation à l'algèbre linéaire « abstraite » qui sera étudiée au second semestre.*

*La problématique de départ est la résolution des systèmes linéaires. Elle est à la fois familière des étudiants – ils l'ont pratiquée dans l'enseignement secondaire pour de petites dimensions, par exemple en géométrie – et motivante par le nombre important de problèmes se ramenant à la résolution d'un système linéaire (méthode des différences finies, méthode des moindres carrés, etc). L'objectif majeur du sous-chapitre « A - Systèmes linéaires » est la justification et la mise en œuvre de l'algorithme de Gauss-Jordan de résolution d'un système linéaire.*

*La recherche d'une méthode systématique de résolution d'un système linéaire par cet algorithme conduit naturellement au calcul matriciel qui recèle à la fois des propriétés inhabituelles pour les étudiants (existence de diviseurs de 0, non commutativité) et des propriétés analogues à celles des ensembles de nombres (distributivité, etc.) qu'il convient de mettre en évidence.*

*L'ordre d'exposition choisi ci-dessous n'est nullement impératif. On pourra aussi bien commencer par introduire le calcul matriciel puis l'appliquer à la théorie des systèmes linéaires. On veillera à respecter les objectifs de formation suivants :*

- Familiariser les étudiants avec les différentes représentations des solutions d'un système linéaire.
- Entraîner au calcul matriciel. On évitera cependant tout excès de technicité et on se limitera à des systèmes et des matrices de taille raisonnable dans les applications numériques.
- Consolider la formation à l'algorithmique.

*Dans ce chapitre,  $\mathbb{K}$  désigne  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ , et  $n$  et  $p$  appartiennent à  $\mathbb{N}^*$ .*

### A - Systèmes linéaires

#### a) Généralités sur les systèmes linéaires

Équation linéaire à  $p$  inconnues. Système linéaire de  $n$  équations à  $p$  inconnues.

Système homogène associé à un système linéaire.

Matrice  $A$  d'un système linéaire ; matrice augmentée  $(A|B)$  où  $B$  est la colonne des seconds membres.

Opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice : échange des lignes  $L_i$  et  $L_j$ , ajout de  $\lambda \cdot L_j$  à  $L_i$  pour  $i \neq j$ , multiplication de  $L_i$  par  $\lambda \neq 0$ .

Deux systèmes sont dits équivalents si on peut passer de l'un à l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Deux systèmes équivalents ont le même ensemble de solutions.

Deux matrices sont dites équivalentes par lignes si elles se déduisent l'une de l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Si l'on passe d'un système  $\mathcal{S}$  à un autre système  $\mathcal{S}'$  par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes, la matrice augmentée de  $\mathcal{S}'$  s'obtient en effectuant la même suite d'opérations élémentaires sur la matrice augmentée de  $\mathcal{S}$ .

Interprétations géométriques dans le plan et dans l'espace.

On introduit les matrices comme tableaux rectangulaires de nombres appartenant à  $\mathbb{K}$ .

On emploiera les notations suivantes :  $L_i \leftrightarrow L_j$ ,  $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$  et  $L_i \leftarrow \lambda L_i$ .

Notation  $A \underset{L}{\sim} A'$ .

Ce résultat justifie la présentation matricielle de la résolution d'un système linéaire.

**b) Échelonnement et algorithme du pivot de Gauss-Jordan**

Une matrice est dite échelonnée par lignes si elle vérifie les deux propriétés suivantes :

- i. Si une ligne est nulle, toutes les lignes suivantes le sont aussi ;
- ii. À partir de la deuxième ligne, dans chaque ligne non nulle, le premier coefficient non nul à partir de la gauche est situé à droite du premier coefficient non nul de la ligne précédente.

On appelle pivot le premier coefficient non nul de chaque ligne non nulle.

Une matrice échelonnée en lignes est dite échelonnée réduite par lignes si elle est nulle ou si tous ses pivots sont égaux à 1 et sont les seuls éléments non nuls de leur colonne.

Toute matrice est équivalente par lignes à une unique matrice échelonnée réduite par lignes.

Un schéma « en escalier » illustre la notion de matrice échelonnée.

La démonstration de l'unicité n'est pas exigible.

$\Leftrightarrow$  I : algorithme du pivot de Gauss-Jordan.

Pour des systèmes de taille  $n > 3$  ou  $p > 3$ , on utilise l'outil informatique. On met en évidence sur un exemple l'instabilité numérique de la méthode due aux erreurs d'arrondis.

**c) Ensemble des solutions d'un système linéaire**

Inconnues principales, inconnues secondaires ou paramètres.

Système incompatible. Système compatible.

Rang d'un système linéaire.

Le nombre de paramètres est égal à la différence du nombre d'inconnues et du rang.

Expression des solutions d'un système linéaire.

Application aux problèmes d'intersection en géométrie du plan et de l'espace.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : résolution dans le cas  $n = p = 2$ .

Le rang est défini comme nombre de pivots de la réduite échelonnée par lignes de la matrice du système homogène associé.

Description des solutions au moyen d'une solution particulière et des solutions du système homogène associé.

**B - Calcul matriciel**

*L'objectif visé est la décomposition de toute matrice rectangulaire  $A$  en un produit de la forme  $A = ER$  où  $R$  est échelonnée réduite par lignes et  $E$  est un produit de matrices élémentaires.*

**a) Ensembles de matrices**

Ensemble  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$  des matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes à coefficients dans  $\mathbb{K}$ .

Opérations sur les matrices : combinaison linéaire, multiplication matricielle.

Application à l'écriture matricielle d'un système linéaire. Propriétés des opérations matricielles.

Si  $X$  est une matrice colonne,  $AX$  est une combinaison linéaire des colonnes de  $A$ .

La  $j$ -ème colonne de  $AB$  est le produit de  $A$  par la  $j$ -ème colonne de  $B$  et la  $i$ -ème ligne de  $AB$  est le produit de la  $i$ -ème ligne de  $A$  par  $B$ .

Il existe des matrices non nulles dont le produit est nul.

Ensemble  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .  
 Puissances d'une matrice carrée.  
 Formule du binôme.  
 Matrices diagonales, triangulaires.

Notation  $I_n$  pour la matrice identité.  
 Le produit matriciel n'est pas commutatif.

Stabilité par les opérations.

### b) Opérations élémentaires de pivot et calcul matriciel

Matrices élémentaires : matrices de transvection, de transposition et de dilatation. Inversibilité des matrices élémentaires.

Interprétation des opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice au moyen des matrices élémentaires.

Traduction matricielle de l'algorithme de Gauss-Jordan : pour toute matrice rectangulaire  $A$  à coefficients dans  $\mathbb{K}$ , il existe une matrice  $E$  produit de matrices élémentaires et une unique matrice échelonnée réduite  $R$  telles que  $A = ER$ .

Brève extension des définitions et des résultats aux opérations élémentaires sur les colonnes d'une matrice.

Notation  $A \underset{C}{\sim} A'$ .

### c) Matrices carrées inversibles

Matrices carrées inversibles. Inverse.

On introduit la terminologie « groupe linéaire », et la notation  $GL_n(\mathbb{K})$ , pour désigner l'ensemble des matrices inversibles de taille  $n$ , mais tout développement sur la notion de groupe est hors programme.

Inverse d'un produit de matrices inversibles.

Pour  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ , équivalence des propriétés suivantes :

- i.  $A$  est inversible ;
- ii.  $A \underset{L}{\sim} I_n$  ;
- iii. Le système  $AX = 0$  n'admet que la solution nulle ;
- iv. Pour tout  $B$ , le système  $AX = B$  admet une unique solution ;
- v. Pour tout  $B$ , le système  $AX = B$  admet au moins une solution.

Calcul de l'inverse d'une matrice carrée par résolution d'un système linéaire et par la méthode du pivot de Gauss-Jordan.

### d) Transposition

Transposée d'une matrice.  
 Transposée d'une somme, d'un produit, d'un inverse.

Notations  $A^T$ ,  ${}^t A$ .  
 Matrices symétriques et antisymétriques.

## Entiers naturels et dénombrement

### A - Rudiments d'arithmétique dans $\mathbb{N}$

Ce sous-chapitre a pour objectif de consolider la connaissance des nombres entiers et de mettre en œuvre des algorithmes élémentaires. L'ensemble  $\mathbb{N}$  est supposé connu. Toute axiomatique de  $\mathbb{N}$  est hors programme.

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

Multiples et diviseurs d'un entier. Division euclidienne dans  $\mathbb{N}$ .

PGCD de deux entiers naturels non nuls.

PPCM.

Définition d'un nombre premier. Existence et unicité de la décomposition d'un entier supérieur ou égal à 2 en produit de facteurs premiers.

$\Leftrightarrow$  I : algorithme d'Euclide.

Les démonstrations de l'existence et de l'unicité sont hors programme.

$\Leftrightarrow$  I : crible d'Eratosthène.

### B - Dénombrement

Ce sous-chapitre a pour but de présenter les bases du dénombrement, notamment en vue de l'étude des probabilités. Toute formalisation excessive est exclue. En particulier :

- on adopte un point de vue intuitif pour la définition d'un ensemble fini et la notion de cardinal ;
- parmi les propriétés du paragraphe a), les plus intuitives sont admises sans démonstration ;
- l'utilisation systématique de bijections dans les problèmes de dénombrement n'est pas attendu du programme.

Ce chapitre est également l'occasion d'aborder les coefficients binomiaux sous un autre angle que celui du chapitre « Calculs algébriques ».

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Cardinal d'un ensemble fini

Cardinal d'un ensemble fini.

Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité.

Une application entre deux ensembles finis de même cardinal est bijective, si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.

Opérations sur les cardinaux : union disjointe ou quelconque de deux ensembles finis, complémentaire et produit cartésien.

Cardinal de l'ensemble des applications d'un ensemble fini dans un ensemble fini.

Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.

Notations  $|A|$ ,  $\text{Card}(A)$ ,  $\#A$ .

La formule du crible est hors programme.

#### b) Listes et combinaisons

Nombre de  $p$ -listes (ou  $p$ -uplets) d'éléments distincts d'un ensemble de cardinal  $n$ . Nombre d'applications injectives d'un ensemble de cardinal  $p$  dans un ensemble de cardinal  $n$ .

Nombre de permutations d'un ensemble de cardinal  $n$ .

Nombre de parties à  $p$  éléments (ou  $p$ -combinaisons) d'un ensemble de cardinal  $n$ .

Démonstrations combinatoires des formules de Pascal et du binôme.

## Deuxième semestre

Le deuxième semestre est organisé autour de quatre grands pôles (géométrie du plan et de l'espace, algèbre linéaire, analyse réelle et probabilités). À l'intérieur du semestre, le professeur a la liberté d'organiser son enseignement de la manière qui lui paraît la mieux adaptée.

### Géométrie du plan et de l'espace

À l'issue de la Terminale, les étudiants connaissent le plan géométrique euclidien et l'espace géométrique euclidien de dimension 3 en tant qu'ensembles de points, la façon d'associer à deux points A et B le vecteur  $\overrightarrow{AB}$ , ainsi que les propriétés opératoires usuelles. À ce titre, on pourra utiliser la notation  $B = A + \vec{u}$ , équivalente à  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ .

Dans le prolongement des connaissances acquises dans le cycle terminal du lycée, ce chapitre permet d'illustrer géométriquement la théorie des systèmes linéaires et de renforcer l'intuition géométrique en lien avec l'étude des espaces vectoriels abstraits.

#### A- Géométrie du plan

##### CONTENUS

##### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Modes de repérage

Coordonnées cartésiennes. Coordonnées polaires d'un point du plan supposé muni d'un repère orthonormal (ou orthonormé).  $\Leftrightarrow$  PC et SI

#### b) Produit scalaire

Définition géométrique du produit scalaire : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non nuls, alors Interprétation en termes de projection orthogonale.  $\Leftrightarrow$  PC et SI

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

et  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  sinon.

Bilinéarité, symétrie, expression dans une base orthonormale. Démonstrations non exigibles.

Caractérisation de l'orthogonalité de deux vecteurs.  $\Leftrightarrow$  PC et SI

#### c) Produit mixte dans le plan orienté

Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non nuls, alors Interprétation en terme d'aire orientée d'un parallélogramme.

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin(\vec{u}, \vec{v})$$

et  $[\vec{u}, \vec{v}] = 0$  sinon.

Bilinéarité, antisymétrie, expression dans une base orthonormale directe. Démonstrations non exigibles.

Caractérisation de la colinéarité de deux vecteurs.  $\Leftrightarrow$  PC et SI

#### d) Droites

Paramétrage et équation cartésienne d'une droite définie par un point et un vecteur directeur, par deux points distincts, par un point et un vecteur normal. Notations  $\text{Vect}(\vec{u})$  et  $A + \text{Vect}(\vec{u})$ . Application à des problèmes de régionnement du plan.

Projeté orthogonal d'un point sur une droite. Application à des calculs de distances.  $\Leftrightarrow$  PC et SI

#### e) Cercles

Équation cartésienne d'un cercle en repère orthonormal. Caractérisation du cercle de diamètre  $[AB]$  par l'équation  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ . Exemples de problèmes d'intersection.

## B- Géométrie de l'espace

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Modes de repérage

Coordonnées cartésiennes. Coordonnées cylindriques.  $\Leftrightarrow$  PC et SI

#### b) Produit scalaire

Définition géométrique du produit scalaire. Démonstrations hors programme.  
Bilinéarité, symétrie, expression dans une base orthonormale.  $\Leftrightarrow$  PC et SI.

#### c) Produit vectoriel dans l'espace orienté

Définition géométrique du produit vectoriel de deux vecteurs : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non colinéaires, alors le produit vectoriel de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  est le vecteur  $\vec{n}$  orthogonal au plan  $\text{Vect}(\vec{u}, \vec{v})$ , de norme  $\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\sin(\vec{u}, \vec{v})$ , tel que  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{n})$  soit une base directe ; sinon le produit vectoriel est le vecteur nul. Notation  $\vec{u} \wedge \vec{v}$ .  
La notion d'orientation de l'espace, reposant sur les conventions physiques usuelles, est admise.  $\Leftrightarrow$  PC et SI.  
Interprétation de  $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\|$  comme aire du parallélogramme construit sur  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .  
Bilinéarité, antisymétrie. Démonstrations hors programme.  
Expression dans une base orthonormale directe.  $\Leftrightarrow$  PC et SI.  
Condition de colinéarité de deux vecteurs.

#### d) Produit mixte dans l'espace orienté

Définition du produit mixte de trois vecteurs :  
$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = (\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w}.$$
Interprétation de  $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$  comme volume orienté du parallélépipède construit sur les vecteurs  $\vec{u}, \vec{v}$  et  $\vec{w}$ .  $\Leftrightarrow$  PC et SI.  
Trilinéarité, antisymétrie. Démonstrations hors programme.  
Expression dans une base orthonormale directe.  
Condition de coplanarité de trois vecteurs.

#### e) Plans et droites

Différents modes de définition d'un plan : par un point et deux vecteurs non colinéaires, un point et un vecteur normal, trois points non alignés. Notations  $\text{Vect}(\vec{u}, \vec{v})$  et  $A + \text{Vect}(\vec{u}, \vec{v})$ .  $\Leftrightarrow$  PC et SI.  
Représentation paramétrique et équation cartésienne. Application à des problèmes d'intersection et de régionalisation de l'espace.  
Différents modes de définition d'une droite : par un point et un vecteur directeur, par deux points distincts, comme intersection de deux plans. Notations  $\text{Vect}(\vec{u}), A + \text{Vect}(\vec{u})$   
Représentation paramétrique et équations cartésiennes.  
Projeté orthogonal d'un point sur une droite ou un plan. Application à des calculs de distances.  
Orientation d'une droite et d'un plan de l'espace orienté.  $\Leftrightarrow$  PC et SI.

#### f) Sphères

Équation cartésienne d'une sphère en repère orthonormal. Exemples de problèmes d'intersection.

## C- Exemples de transformations vectorielles du plan ou de l'espace

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Exemples dans le plan euclidien

Rotation vectorielle. Matrice dans une base orthonormée directe. Composée de deux rotations, rotation inverse.  
Symétrie orthogonale vectorielle. Matrice dans une base orthonormée directe. Composée de deux symétries orthogonales.

La classification des isométries vectorielles du plan n'est pas au programme.

#### b) Exemples dans l'espace euclidien

Rotation vectorielle d'axe orienté et d'angle donnés. Réflexion. Matrices dans une base adaptée.

$\Leftrightarrow$  PC et SI.  
Toute autre étude est hors programme.

## Polynômes

*L'objectif de ce chapitre est double : manipuler des objets formels et interagir avec l'enseignement de l'algèbre linéaire. Le programme se limite au cas où le corps de base  $\mathbb{K}$  est  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .*

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) L'ensemble $\mathbb{K}[X]$

L'ensemble  $\mathbb{K}[X]$ .  
Opérations : somme, produit, composée.  
Degré d'un élément de  $\mathbb{K}[X]$  ; coefficient dominant et terme de plus haut degré d'un polynôme non nul, polynôme unitaire.  
Degré d'une somme, d'un produit.  
Fonction polynomiale associée à un polynôme.

La construction n'est pas exigible.  
On convient que le degré de 0 est  $-\infty$ .  
Ensemble  $\mathbb{K}_n[X]$  des polynômes de degré au plus  $n$ .

#### b) Divisibilité et division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$

Divisibilité dans  $\mathbb{K}[X]$  ; diviseurs et multiples.  
Division euclidienne d'un élément  $A$  de  $\mathbb{K}[X]$  par un élément  $B$  de  $\mathbb{K}[X] \setminus \{0\}$ .

#### c) Dérivation dans $\mathbb{K}[X]$

Dérivée formelle d'un élément de  $\mathbb{K}[X]$ .  
Linéarité de la dérivation, dérivée d'un produit.  
Dérivée  $k$ -ième d'un polynôme.  
Formule de Taylor.

Pour  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ , lien avec la dérivée de la fonction polynomiale.

#### d) Racines

Racines (ou zéros) d'un polynôme. Caractérisation par la divisibilité.  
Le nombre de racines d'un polynôme  $P$  non nul est majoré par le degré de  $P$ .  
Multiplicité d'une racine. Caractérisation par les dérivées successives.  
Polynôme scindé sur  $\mathbb{K}$ .



**e) Décomposition en produit d'irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$  et  $\mathbb{R}[X]$** 

Théorème de d'Alembert-Gauss. Irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$ .  
 Théorème de décomposition en facteurs irréductibles dans  $\mathbb{C}[X]$ .  
 Description des irréductibles de  $\mathbb{R}[X]$ .  
 Théorème de décomposition en facteurs irréductibles dans  $\mathbb{R}[X]$ .

La démonstration du théorème de d'Alembert-Gauss est hors programme.

**f) Somme et produit des racines d'un polynôme**

Expressions de la somme et du produit des racines d'un polynôme en fonction de ses coefficients.  
 Cas des polynômes du second degré.

Les autres fonctions symétriques élémentaires sont hors programme.  
 Calcul de deux nombres connaissant leur somme et leur produit.

**Espaces vectoriels et applications linéaires**

*Le programme se limite à l'algèbre linéaire sur les corps  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{C}$ . Après l'approche numérique du chapitre « Systèmes linéaires et calcul matriciel » on passe à une vision plus géométrique. Les trois grands thèmes traités sont les espaces vectoriels, la théorie de la dimension finie et les applications linéaires.*

*Dans le sous-chapitre « A - Espaces vectoriels » on généralise les objets de la géométrie du plan et de l'espace : vecteurs, bases, droites, plans, ...*

*Le second sous-chapitre « B - Espaces vectoriels de dimension finie » vise à définir la dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie et en présente plusieurs méthodes de calcul. La notion de dimension interprète le nombre de degrés de liberté pour un problème linéaire.*

*L'étude des applications linéaires suit naturellement celle des espaces vectoriels au sous-chapitre « C - Applications linéaires ». Son objectif est de fournir un cadre aux problèmes linéaires.*

*Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à une dimension supérieure.*

*Au moins deux approches pédagogiques sont possibles :*

- *Traiter ce chapitre selon l'ordre présenté ci-dessous, en l'illustrant notamment sur les espaces  $\mathbb{K}^n$  à l'aide des techniques de pivot développées dans le chapitre « Systèmes linéaires et calcul matriciel ».*
- *Mettre en place les différentes notions (sous-espaces vectoriels, familles de vecteurs, dimension, applications linéaires) dans le cas particulier des espaces  $\mathbb{K}^n$  avant de les étendre aux espaces vectoriels généraux.*

*Il est attendu des étudiants qu'ils sachent reconnaître une situation se prêtant à une modélisation linéaire conduisant à une représentation adaptée dans un espace bien choisi.*

*Dans tout le chapitre, le corps  $\mathbb{K}$  est égal à  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .*

**A - Espaces vectoriels****a) Espaces et sous-espaces vectoriels**

Structure de  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.  
 Exemples de référence :  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}[X]$ ,  $\mathbb{K}^\Omega$  (cas particulier des suites) et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .  
 Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs.  
 Sous-espaces d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel, caractérisation.

Exemples : ensemble des solutions d'un système linéaire homogène ou d'une équation différentielle linéaire homogène.

Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs.  
 Intersection de sous-espaces vectoriels.

Somme de deux sous-espaces vectoriels.  
Somme directe. Caractérisation par l'intersection.  
Sous-espaces supplémentaires.

### b) Familles finies de vecteurs

Famille libre, famille liée.

Cas des vecteurs colinéaires, coplanaires.  
Vecteurs linéairement indépendants.

Toute famille finie de polynômes non nuls à coefficients dans  $\mathbb{K}$  et de degrés échelonnés est libre.

La famille  $(P_0, \dots, P_n)$  est dite de degrés échelonnés si  $\deg(P_0) < \dots < \deg(P_n)$ .

Famille génératrice d'un sous-espace vectoriel.

Base, coordonnées d'un vecteur dans une base.

Matrice colonne des coordonnées.

Bases canoniques des espaces  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}_n[X]$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Base adaptée à une somme directe.

Si  $(e_1, \dots, e_k, e_{k+1}, \dots, e_n)$  est une famille libre d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  alors  $\text{Vect}(e_1, \dots, e_k)$  et  $\text{Vect}(e_{k+1}, \dots, e_n)$  sont en somme directe.

## B - Espaces vectoriels de dimension finie

### a) Dimension finie

Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il admet une famille génératrice finie.

Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel non nul  $E$ , on peut extraire une base de  $E$ .

Tout  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  non nul de dimension finie admet une base.

Théorème de la base incomplète : toute famille libre de  $E$  peut être complétée en une base.

Les vecteurs ajoutés peuvent être choisis parmi les vecteurs d'une famille génératrice donnée.

Dans un espace engendré par  $n$  vecteurs, toute famille de  $n + 1$  vecteurs est liée.

Dimension.

Droites et plans vectoriels.

Dimensions de  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}_n[X]$ ,  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Si  $E$  est dimension  $n$  et  $\mathcal{F}$  est une famille de  $n$  vecteurs de  $E$ , alors  $\mathcal{F}$  est une base de  $E$  si et seulement si  $\mathcal{F}$  est libre, si et seulement si  $\mathcal{F}$  est génératrice de  $E$ .

Rang d'une famille finie de vecteurs d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension quelconque.

Caractérisation des familles finies libres par le rang.

### b) Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie

Si  $F$  est un sous-espace d'un espace vectoriel  $E$  de dimension finie alors  $F$  est de dimension finie et  $\dim(F) \leq \dim(E)$ . De plus,  $F = E$  si et seulement si les deux dimensions sont égales.

Supplémentaires d'un sous-espace : existence, dimension commune, caractérisation par l'intersection et les dimensions.

Dimension de la somme de deux sous-espaces (formule de Grassmann).

## C - Applications linéaires

Le paragraphe d) est au programme du module PSI.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Généralités

Applications linéaires, endomorphismes.  
Opérations et règles de calcul sur les applications linéaires : combinaison linéaire, composée.  
Image directe d'un sous-espace vectoriel.  
Image et noyau.  
Caractérisation de l'injectivité d'une application linéaire à l'aide de son noyau.

#### b) Isomorphismes

Isomorphismes, automorphismes.  
Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.  
Caractérisation des isomorphismes par les bases.  
Espaces isomorphes, caractérisation par la dimension.  
Si  $E$  et  $F$  ont même dimension finie alors une application linéaire de  $E$  dans  $F$  est bijective si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.

Le groupe linéaire  $GL(E)$ .

Application à la dimension de l'espace des suites récurrentes linéaires d'ordre deux, détermination d'une base.  
Cas particulier des endomorphismes.

#### c) Modes de définition d'une application linéaire

Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base.  
Une application linéaire définie sur  $E = E_1 \oplus E_2$  est entièrement déterminée par ses restrictions à  $E_1$  et  $E_2$ .

#### d) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel

★ Identité et homothéties.  
Projecteurs et symétries associés à deux sous-espaces supplémentaires.  
Caractérisations :  $p \circ p = p$ ,  $s \circ s = \text{id}_E$ . ★

Notation  $\text{Id}_E$

#### e) Rang d'une application linéaire

Applications linéaires de rang fini.  
Invariance du rang par composition à droite ou à gauche par un isomorphisme.  
Théorème du rang : si  $E$  est de dimension finie et si  $u \in \mathcal{L}(E, F)$ , alors  $u$  est de rang fini et

$\text{rg}(v \circ u) \leq \min\{\text{rg}(u), \text{rg}(v)\}$

$$\dim(E) = \dim(\text{Ker}(u)) + \text{rg}(u).$$

#### f) Équations linéaires

Structure de l'ensemble des solutions d'une équation linéaire.

Exemples des systèmes linéaires et des équations différentielles linéaires d'ordre un et deux.  
La notion de sous-espace affine est hors programme.

## Matrices et déterminants

Cette dernière partie du programme d'algèbre linéaire fait le lien entre la représentation géométrique (les espaces vectoriels et les applications linéaires) et la représentation numérique (les matrices) dans le cadre de la dimension finie. Bien que naturellement liées à l'algorithme de Gauss-Jordan et aux changements de bases, les notions d'équivalence et de similitude matricielles ne sont pas au programme. D'une manière générale, les problématiques de classification géométrique des endomorphismes sont hors programme.

Dans un premier sous-chapitre intitulé « A - Matrices », on expose la représentation matricielle des applications linéaires en dimension finie au moyen de bases. Il en résulte une correspondance entre les registres géométriques et numériques. L'aspect numérique de la théorie présente l'avantage de fournir une résolution algorithmique à des problèmes linéaires ayant un nombre fini de degrés de liberté issus de la géométrie ou de l'analyse.

Le second sous-chapitre intitulé « B - Déterminants » concerne les étudiants ayant choisi l'option PSI. Il développe une théorie du déterminant des matrices carrées, puis des endomorphismes d'un espace de dimension finie. Il met en évidence ses aspects algébrique (caractérisation des matrices inversibles) et géométrique (volume orienté).

Il est attendu des étudiants qu'ils maîtrisent les deux registres (géométrique et numérique), qu'ils sachent représenter numériquement un problème géométrique à l'aide de bases adaptées et interpréter géométriquement un problème numérique.

Le corps  $\mathbb{K}$  est égal à  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

### A - Matrices

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Matrices et applications linéaires

Matrice d'une application linéaire dans un couple de bases.

Calcul des coordonnées de l'image d'un vecteur par une application linéaire.

Matrice d'une combinaison linéaire, d'une composée.

Lien entre matrices inversibles et isomorphismes.

Matrice de passage d'une base à une autre.

Effet d'un changement de base sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme.

Isomorphisme entre  $\mathcal{L}(E, F)$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Application au calcul de la dimension de  $\mathcal{L}(E, F)$ .

#### b) Noyau, image et rang d'une matrice

Application linéaire canoniquement associée à une matrice.

Image et noyau d'une matrice de  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Rang d'une matrice  $A$ .

Interprétation en termes de systèmes linéaires.

Le rang d'une matrice est défini comme le rang du système de ses vecteurs colonnes ou de l'application linéaire canoniquement associée à  $A$ .

Théorème du rang.

Caractérisations des matrices inversibles en termes de noyau, d'image, de rang.

Conservation du rang par multiplication par une matrice inversible.

Rang de la transposée.

Deux matrices équivalentes par lignes ou par colonnes ont le même rang.

Le rang d'une matrice est égal au rang de ses lignes, le rang d'un système linéaire homogène est égal au rang de sa matrice.

## ★ B - Déterminants

On motive les propriétés définissant un déterminant par celles de l'aire et du volume algébriques. La théorie au programme évite le recours au groupe symétrique et limite l'intervention des formes multilinéaires. On commence par définir le déterminant d'une matrice carrée. La notion de matrice réduite échelonnée par colonnes et la décomposition résultant de l'algorithme de Gauss-Jordan appliqué aux colonnes d'une matrice carrée suffisent à démontrer les propriétés du déterminant sur  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . On définit ensuite le déterminant d'un endomorphisme. Tout excès de technicité est exclu. Dans ce sous-chapitre,  $n$  est supérieur ou égal à deux.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Déterminant d'une matrice carrée de taille $n$

Il existe une unique application  $f : \mathcal{M}_n(\mathbb{K}) \rightarrow \mathbb{K}$  vérifiant les trois propriétés suivantes :

- i.  $f$  est linéaire par rapport à chacune des colonnes de sa variable ;
- ii.  $f$  est antisymétrique par rapport aux colonnes de sa variable ;
- iii.  $f(I_n) = 1$ .

La démonstration de ce théorème pour  $n \geq 4$  et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme.

On motivera géométriquement cette définition pour  $n \in \{2, 3\}$  par les notions d'aire et de volume algébriques. On notera  $\det(A)$  le nombre  $f(A)$  pour toute matrice  $A$  de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .

#### b) Propriétés du déterminant

Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul.

$\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A)$  pour tout  $(\lambda, A) \in \mathbb{K} \times \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .

Effet des opérations de pivot en colonnes sur un déterminant.

Applications : calcul du déterminant d'une matrice triangulaire

Une matrice carrée  $A$  est inversible si et seulement si  $\det(A) \neq 0$ .

Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Caractérisation des bases.

Déterminant d'un produit de matrices carrées, déterminant de l'inverse.

Déterminant de la transposée d'une matrice carrée.

Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.

Les étudiants doivent savoir calculer un déterminant par opérations élémentaires sur les colonnes.

La formule de changement de bases est hors programme.

Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.

Démonstration non exigible.

La comatrice est hors programme.

#### c) Déterminant d'un endomorphisme

Traduction sur les déterminants d'endomorphismes des propriétés vues sur les déterminants de matrices. ★

## Intégration

L'objectif majeur de ce chapitre est de définir l'intégrale d'une fonction continue sur un segment à valeurs réelles ou complexes et d'en établir les propriétés élémentaires, notamment le lien entre intégration et primitivation. Il permet ainsi d'achever la justification des propriétés présentées au premier semestre.

Ce chapitre permet également de consolider la pratique des techniques usuelles de calcul intégral.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

### a) Fonctions en escalier

Subdivision d'un segment.

Fonctions en escalier définies sur un segment à valeurs réelles.

### b) Intégrale d'une fonction continue sur un segment

Intégrale d'une fonction  $f$  continue sur un segment  $[a, b]$  de  $\mathbb{R}$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}$ .

Aucune construction n'est imposée.

Les fonctions continues par morceaux sont hors programme.

Il convient d'interpréter graphiquement l'intégrale d'une fonction continue à valeurs dans  $\mathbb{R}^+$  en terme d'aire mais tout développement théorique sur ce sujet est hors programme.

$\Leftrightarrow$  PC et SI : valeur moyenne.

Notations  $\int_{[a,b]} f$ ,  $\int_a^b f(t) dt$ ,  $\int_a^b f$ .

Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale.

Les étudiants doivent savoir majorer et minorer des intégrales.

Inégalité :  $\left| \int_{[a,b]} f \right| \leq \int_{[a,b]} |f|$ .

Relation de Chasles.

Extension de la notation  $\int_a^b f(t) dt$  au cas où  $b \leq a$ . Propriétés correspondantes.

L'intégrale sur un segment d'une fonction continue de signe constant est nulle si et seulement si la fonction est nulle.

### c) Sommes de Riemann

Si  $f$  est une fonction continue sur le segment  $[a, b]$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ , alors

Interprétation géométrique des sommes de Riemann.

Démonstration dans le cas où  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^1$ .

$\Leftrightarrow$  I : méthodes des rectangles, des trapèzes.

$$\frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \int_a^b f(t) dt.$$

### d) Calcul intégral

Si  $f$  est une fonction continue sur l'intervalle  $I$  et si  $x_0$  est un point de  $I$ , alors  $x \mapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$  est l'unique primitive de  $f$  sur  $I$  s'annulant en  $x_0$ .

Toute fonction continue sur  $I$  admet des primitives sur  $I$ .

Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive.

En particulier, pour  $f$  de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $[a, b]$  :

$$\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a).$$

Intégration par parties. Changement de variable.

Application au calcul de primitives. Tout excès de technicité est exclu. Les méthodes d'intégration des fractions rationnelles en cosinus ou sinus, celles des racines de fonctions homographiques ou de polynômes du second degré sont hors programme.

### e) Formule de Taylor avec reste intégral

Pour une fonction  $f$  de classe  $\mathcal{C}^{n+1}$ , formule de Taylor avec reste intégral au point  $a$  à l'ordre  $n$ .

### f) Brève extension au cas des fonctions à valeurs complexes

Intégrale d'une fonction continue sur un segment, linéarité, majoration du module de l'intégrale, intégration par parties et changement de variable, formule de Taylor avec reste intégral.

Définition au moyen des parties réelle et imaginaire.

## Analyse asymptotique

*L'objectif de ce chapitre est de familiariser les étudiants avec les techniques asymptotiques de base, dans les cadres discret et continu. Les suites et les fonctions  $y$  sont à valeurs réelles ou complexes, le cas réel jouant un rôle prépondérant.*

*On donne la priorité à la pratique d'exercices plutôt qu'à la vérification systématique de propriétés élémentaires.*

*La notion de développement asymptotique est hors programme.*

*Les étudiants doivent connaître les développements limités usuels et savoir rapidement mener à bien des calculs asymptotiques simples. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils logiciels.*

### a) Relations de comparaison : cas des suites

Relations de domination, de négligeabilité, d'équivalence.

Notations  $u_n = O(v_n)$ ,  $u_n = o(v_n)$ ,  $u_n \sim v_n$ .

On définit ces relations à partir du quotient  $\frac{u_n}{v_n}$  en supposant que la suite  $(v_n)$  ne s'annule pas à partir d'un certain rang.

Traduction, à l'aide du symbole  $o$ , des croissances comparées des suites usuelles :  $\ln^\beta(n)$ ,  $n^\alpha$  et  $e^{\gamma n}$

Équivalence entre les relations  $u_n \sim v_n$  et  $u_n - v_n = o(v_n)$ .

Liens entre les relations de comparaison.

Opérations sur les équivalents : produit, quotient, puissances.

Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.

### b) Relations de comparaison : cas des fonctions

Adaptation aux fonctions des définitions et résultats du paragraphe précédent (en un point ou à l'infini).

### c) Développements limités

Si  $f$  est définie sur l'intervalle  $I$  et si  $a$  est un point de  $I$  ou une extrémité de  $I$ , développement limité d'ordre  $n$  de  $f$  au voisinage de  $a$ .

Unicité, troncature d'un développement limité.

Forme normalisée d'un développement limité :

$$f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{=} h^p (a_0 + a_1 h + \dots + a_n h^n + o(h^n))$$

avec  $a_0 \neq 0$ .

Adaptation au cas où  $f$  est définie sur  $I \setminus \{a\}$ .

Équivalence  $f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{\sim} a_0 h^p$ , signe de  $f$  au voisinage de  $a$ .

Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit, quotient.

Intérêt de la forme normalisée pour prévoir l'ordre d'un développement limité.

Les étudiants doivent savoir déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée. Aucun résultat général sur ce point n'est exigible.

La démonstration de l'existence du développement limité d'un quotient n'est pas exigible.

La division selon les puissances croissantes est hors programme.

Intégration d'un développement limité.

Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre  $n$  au voisinage d'un point  $a$  de  $I$  d'une application de classe  $\mathcal{C}^n$  sur  $I$ .

La formule est démontrée dans le chapitre « Intégration ».

Les étudiants doivent connaître les développements limités à tout ordre au voisinage de 0 de  $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ ,  $\exp$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ ,  $x \mapsto \ln(1+x)$ ,  $x \mapsto \text{Arctan } x$  et de  $\tan$  à l'ordre 3.

#### d) Applications des développements limités

Calcul d'équivalents et de limites.

Étude locale d'une fonction : prolongement par continuité, dérivabilité d'un prolongement par continuité, tangente, position relative de la courbe et de la tangente, extremum.

Détermination d'asymptotes.

Les étudiants doivent savoir utiliser un développement asymptotique pour étudier la position relative d'une courbe et d'une de ses asymptotes.

### Séries numériques

*L'étude des séries prolonge celle des suites. Elle permet de mettre en œuvre l'analyse asymptotique et de mieux appréhender la notion de nombre réel à travers celle de développement décimal. Le paragraphe c) est au programme du module PSI*

#### a) Généralités

Série à termes réels ou complexes ; sommes partielles ; convergence ou divergence ; en cas de convergence, somme et restes.

La série est notée  $\sum u_n$ . En cas de convergence, sa somme est notée  $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ .

Linéarité de la somme.

Le terme général d'une série convergente tend vers 0.

Divergence grossière.

Séries géométriques : sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, somme en cas de convergence.

Séries télescopiques : la série  $\sum (u_{n+1} - u_n)$  converge si et seulement si la suite  $(u_n)$  converge ; calcul de la somme en cas de convergence

#### b) Séries à termes positifs

Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.

Pour  $f$  continue et monotone, encadrement des sommes partielles de la série  $\sum f(n)$  à l'aide de la méthode des rectangles.

Sur des exemples simples, application à l'étude asymptotique de sommes partielles.

Séries de Riemann.



Si  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont positives et si, pour tout  $n$ ,  $u_n \leq v_n$ , alors la convergence de  $\sum v_n$  implique celle de  $\sum u_n$ , et

$$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \leq \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$$

Si  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont positives et si  $u_n \sim v_n$ , alors la convergence de  $\sum v_n$  est équivalente à celle de  $\sum u_n$ .

Adaptation au cas où l'inégalité  $u_n \leq v_n$  n'est vérifiée qu'à partir d'un certain rang.

Comparaison à une série géométrique, à une série de Riemann.

### c) Séries absolument convergentes

★ Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.

La convergence absolue implique la convergence.

Le critère de Cauchy et la notion de semi-convergence sont hors programme.

Inégalité triangulaire pour la somme d'une série absolument convergente.

Si  $(u_n)$  est une suite complexe, si  $(v_n)$  est une suite d'éléments de  $\mathbb{R}^+$ , si  $u_n = O(v_n)$  et si  $\sum v_n$  converge, alors  $\sum u_n$  est absolument convergente donc convergente.

### d) Application au développement décimal d'un nombre réel

Existence et unicité du développement décimal propre d'un élément de  $[0, 1[$ .

La démonstration de ce résultat n'est pas exigible. On indique la caractérisation des nombres rationnels par la périodicité de leur développement décimal à partir d'un certain rang. ★

## Probabilités

*Le chapitre « Probabilités », limité aux univers finis, a pour objectif de consolider les notions étudiées au lycée, en particulier celle de variable aléatoire, en les inscrivant dans un cadre formel.*

*Il se prête à des activités de modélisation de situations issues de la vie courante ou d'autres disciplines.*

### A - Généralités

*Les définitions sont motivées par la notion d'expérience aléatoire. La modélisation de situations aléatoires simples fait partie des capacités attendues des étudiants. On se limite au cas où les événements sont les parties de  $\Omega$ .*

### a) Expérience aléatoire et univers

L'ensemble des issues (ou résultats possibles ou réalisations) d'une expérience aléatoire est appelé univers.

Événement, événement élémentaire (singleton), événement contraire, événement «  $A$  et  $B$  », événement «  $A$  ou  $B$  », événement impossible, événements incompatibles, système complet d'événements.

On se limite au cas où cet univers est fini.

### b) Espaces probabilisés finis

Une probabilité sur un univers fini  $\Omega$  est une application  $P$  de  $\mathcal{P}(\Omega)$  dans  $[0, 1]$  vérifiant  $P(\Omega) = 1$  et, pour toutes parties disjointes  $A$  et  $B$  de  $\Omega$ ,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

Détermination d'une probabilité par les images des singletons.

Équiprobabilité (ou probabilité uniforme).

Un espace probabilisé fini est un couple  $(\Omega, P)$  où  $\Omega$  est un univers fini et  $P$  une probabilité sur  $\Omega$ .

Propriétés d'une probabilité : probabilité de la réunion de deux événements, probabilité de l'événement contraire, croissance.

### c) Probabilités conditionnelles

Pour deux événements  $A$  et  $B$  tels que  $P(B) > 0$ , probabilité conditionnelle de  $A$  sachant  $B$ .

Notations  $P_B(A)$ ,  $P(A|B)$ .

La définition de  $P_B(A)$  est justifiée par une approche heuristique fréquentiste.

L'application  $P_B$  définit une probabilité sur  $\Omega$ .

Formule des probabilités composées.

Formule des probabilités totales.

Formules de Bayes :

– si  $A$  et  $B$  sont deux événements tels que  $P(A) > 0$  et  $P(B) > 0$ , alors

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

– si  $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$  est un système complet d'événements de probabilités non nulles et si  $B$  est un événement de probabilité non nulle, alors

$$P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j)P(A_j)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)}$$

On donnera plusieurs applications issues de la vie courante.

### d) Événements indépendants

Couple d'événements indépendants.

Si  $P(B) > 0$ , l'indépendance de  $A$  et  $B$  équivaut à  $P(A|B) = P(A)$ .

Famille finie d'événements mutuellement indépendants.

L'indépendance des  $A_i$  deux à deux n'entraîne pas leur indépendance mutuelle si  $n \geq 3$ .

## B - Variables aléatoires sur un univers fini

*La notion de variable aléatoire modélise le résultat d'une expérience aléatoire. L'utilisation des variables aléatoires pour modéliser des situations simples dépendant du hasard fait partie des capacités attendues des étudiants.*

### a) Variables aléatoires

Une variable aléatoire est une application définie sur l'univers  $\Omega$  à valeurs dans un ensemble  $E$ . Lorsque  $E \subset \mathbb{R}$ , la variable aléatoire est dite réelle.

Loi  $P_X$  de la variable aléatoire  $X$ .

Si  $X$  est une variable aléatoire et si  $A$  est une partie de  $E$ , notation  $\{X \in A\}$  ou  $(X \in A)$  pour l'événement  $X^{-1}(A)$ .

Notations  $P(X \in A)$ ,  $P(X = x)$ ,  $P(X \leq x)$ .

L'application  $P_X$  est définie par la donnée des  $P(X = x)$  pour  $x$  dans  $X(\Omega)$ .

Image d'une variable aléatoire par une fonction, loi associée.

### b) Loïs usuelles

La reconnaissance de situations modélisées par les lois classiques de ce paragraphe est une capacité attendue des étudiants.

Loi uniforme.

Loi de Bernoulli de paramètre  $p$  dans  $[0, 1]$ .

Notation  $\mathcal{B}(p)$ .

Interprétation : succès d'une expérience.

Lien entre variable aléatoire de Bernoulli et indicatrice d'un événement.

Loi binomiale de paramètres  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $p \in [0, 1]$ .

Notation  $\mathcal{B}(n, p)$ .

Interprétation : nombre de succès lors de la répétition de  $n$  expériences de Bernoulli indépendantes, ou tirages avec remise dans un modèle d'urnes.

### c) Couples de variables aléatoires

Couples de variables aléatoires.

Loi conjointe, lois marginales d'un couple de variables aléatoires.

La loi conjointe de  $X$  et  $Y$  est la loi de  $(X, Y)$ , les lois marginales de  $(X, Y)$  sont les lois de  $X$  et de  $Y$ .

Les lois marginales ne déterminent pas la loi conjointe.

Loi conditionnelle de  $Y$  sachant  $(X = x)$ .

### d) Variables aléatoires indépendantes

Couples de variables aléatoires indépendantes.

Si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes, alors, pour toute partie  $A$  de  $X(\Omega)$  et toute partie  $B$  de  $Y(\Omega)$ , on a :

$$P((X, Y) \in A \times B) = P(X \in A) P(Y \in B).$$

Variables aléatoires mutuellement indépendantes.

Modélisation de  $n$  expériences aléatoires indépendantes par une suite finie  $(X_i)_{1 \leq i \leq n}$  de variables aléatoires indépendantes.

Démonstration non exigible

Si  $X_1, \dots, X_n$  sont des variables aléatoires mutuellement indépendantes, alors quel que soit  $(A_1, \dots, A_n) \in \prod_{i=1}^n \mathcal{P}(X_i(\Omega))$ , les événements  $(X_i \in A_i)$  sont mutuellement indépendants.

Si  $X_1, \dots, X_n$  sont mutuellement indépendantes et suivent chacune la loi  $\mathcal{B}(p)$ , alors  $X_1 + \dots + X_n$  suit la loi  $\mathcal{B}(n, p)$ .

Si  $X$  et  $Y$  sont deux variables aléatoires indépendantes, et si  $f$  et  $g$  sont des applications définies respectivement sur  $X(\Omega)$  et  $Y(\Omega)$  alors les variables aléatoires  $f(X)$  et  $g(Y)$  sont indépendantes.

La démonstration de ce résultat n'est pas exigible.

### e) Espérance

Espérance d'une variable aléatoire  $X$ .

Interprétation en terme de moyenne pondérée.

$$\text{Relation : } E(X) = \sum_{\omega \in \Omega} P(\{\omega\}) X(\omega).$$

Espérance d'une variable aléatoire réelle constante, de l'indicatrice d'une partie de  $\Omega$ , d'une variable aléatoire suivant l'une des lois uniforme, de Bernoulli, binomiale. Propriétés de l'espérance : linéarité, croissance.

Application au calcul de l'espérance d'une variable aléatoire suivant la loi  $\mathcal{B}(n, p)$ .

L'espérance de  $f(X)$  est déterminée par la loi de  $X$ .

$$\text{Théorème du transfert : } E(f(X)) = \sum_{x \in X(\Omega)} P(X = x) f(x).$$

Si  $X$  et  $Y$  sont deux variables aléatoires indépendantes alors  $E(XY) = E(X)E(Y)$ .

La réciproque est fautive en général.

### e) Variance et écart type

Variance, écart type.

Interprétation comme indicateurs de dispersion.

$$\text{Relation } V(X) = E(X^2) - E(X)^2.$$

$$\text{Relation } V(aX + b) = a^2 V(X).$$

Variance d'une variable aléatoire suivant l'une des lois  
 $\mathcal{B}(p)$ ,  $\mathcal{B}(n, p)$ .  
Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

---



# Annexe 2

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique, technologie et sciences de l'ingénieur (PTSI)**

Discipline : **Physique-chimie**

**Première année**

# Programme de Physique – Chimie de la voie PTSI

Le programme de physique-chimie de la classe de PTSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

A travers l'enseignement de la physique et de la chimie, il s'agit de renforcer chez l'étudiant les compétences inhérentes à la pratique de la démarche scientifique et de ses grandes étapes : observer et mesurer, comprendre et modéliser, agir pour créer, pour produire, pour appliquer ces sciences aux réalisations humaines. Ces compétences ne sauraient être opérationnelles sans connaissances, ni savoir-faire ou capacités. C'est pourquoi ce programme définit un socle de connaissances et de capacités, conçu pour être accessible à tous les étudiants, en organisant de façon progressive leur introduction au cours de la première année. L'acquisition de ce socle par les étudiants constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Parce que la physique et la chimie sont avant tout des sciences expérimentales, parce que l'expérience intervient dans chacune des étapes de la démarche scientifique, parce qu'une démarche scientifique rigoureuse développe l'observation, l'investigation, la créativité et l'analyse critique, l'expérience est mise au cœur de l'enseignement de la discipline, en cours et lors des séances de travaux pratiques. Les activités expérimentales répondent à la nécessité de se confronter au réel, nécessité que l'ingénieur, le chercheur, le scientifique auront inévitablement à prendre en compte dans l'exercice de leur activité.

Pour acquérir sa validité, l'expérience nécessite le support d'un modèle. La notion même de modèle est centrale pour la discipline. Par conséquent modéliser est une compétence essentielle développée en PTSI. Pour apprendre à l'étudiant à modéliser de façon autonome, il convient de lui faire découvrir les différentes facettes de la physique-chimie, qui toutes peuvent le guider dans l'interprétation et la compréhension des phénomènes. Ainsi le professeur doit rechercher un point d'équilibre entre des approches complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

La construction d'un modèle passe par l'utilisation nécessaire des mathématiques, symboles et méthodes, dont le fondateur de la physique expérimentale, Galilée, énonçait déjà qu'elles sont le langage dans lequel est écrit le monde. Si les mathématiques sont un outil puissant de modélisation, que l'étudiant doit maîtriser, elles sont parfois plus contraignantes lorsqu'il s'agit d'en extraire une solution. L'évolution des techniques permet désormais d'utiliser aussi l'approche numérique afin de faire porter prioritairement l'attention des étudiants sur l'interprétation et la discussion des résultats plutôt que sur une technique d'obtention. Cette approche permet en outre une modélisation plus fine du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est aussi l'occasion pour l'étudiant d'exploiter les compétences acquises en informatique. C'est enfin l'opportunité de mener avec le professeur de mathématiques d'éventuelles démarches collaboratives.

Enfin l'autonomie de l'étudiant et la prise d'initiative sont développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à un questionnement ou atteindre un but.

Le programme est organisé en trois parties :

1. dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problèmes. Ces compétences et

les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.

2. dans la deuxième partie, intitulée « **formation expérimentale** », sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.

3. dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux **contenus disciplinaires**. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est organisée sur deux semestres. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.

La progression dans les contenus disciplinaires est organisée en deux semestres. Pour faciliter la progressivité des acquisitions, au premier semestre les grandeurs physiques introduites sont essentiellement des grandeurs scalaires dépendant du temps et éventuellement d'une variable d'espace ; et on utilise les grandeurs physiques vectorielles au deuxième semestre.

Certains items de cette troisième partie, **identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une **approche numérique** ou d'une **approche documentaire**.

Deux appendices sont consacrés aux types de matériel et aux outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique-chimie en fin de l'année de PTSI.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. Comme le rappellent les programmes du lycée, la liberté pédagogique de l'enseignant est le pendant de la liberté scientifique du chercheur. Dans le cadre de cette liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant peut aussi avoir intérêt à mettre son enseignement « en culture » si cela rend sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.
- Il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique, sciences industrielles.

# Démarche scientifique

## 1. Démarche expérimentale

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux composantes de la démarche scientifique s'enrichissent mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement.

Ce programme fait donc une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'importance du volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat...) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme, dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique (impédance, facteur de qualité, lois de modulation pour ne citer que quelques exemples).
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée, et chaque fois que cela est possible transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la quantification des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Cette liste est délibérément placée en appendice du programme. L'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des savoir-faire techniques associés est ainsi explicitement exclue.

### Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en CPGE mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.)



<b>Compétence</b>	<b>Exemples de capacités associées</b>
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale</li> <li>- énoncer une problématique d'approche expérimentale</li> <li>- définir des objectifs correspondants</li> </ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- formuler et échanger des hypothèses</li> <li>- proposer une stratégie pour répondre à la problématique</li> <li>- proposer un modèle associé</li> <li>- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental</li> <li>- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en œuvre un protocole</li> <li>- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel</li> <li>- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates</li> <li>- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes</li> <li>- confronter un modèle à des résultats expérimentaux</li> <li>- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information</li> <li>- analyser les résultats de manière critique</li> <li>- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- à l'écrit comme à l'oral : <ul style="list-style-type: none"> <li>o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible</li> <li>o utiliser un vocabulaire scientifique adapté</li> <li>o s'appuyer sur des schémas, des graphes</li> </ul> </li> <li>- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue</li> </ul>
<b>Être autonome, faire preuve d'initiative</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- travailler seul ou en équipe</li> <li>- solliciter une aide de manière pertinente</li> <li>- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper</li> </ul>

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation, les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

## 2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on

soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique. La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ....
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. .....
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue.
Communiquer.	Présenter la solution, ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats.

### 3. Approches documentaires

Dans un monde où le volume d'informations disponibles rend en pratique difficile l'accès raisonné à la connaissance, il importe de continuer le travail commencé au collège et au lycée sur la recherche, l'extraction et l'organisation de l'information afin de permettre l'accès à la connaissance en toute autonomie, avec la prise de conscience de l'existence d'un continuum de niveaux de compétence sur un domaine donné, de la méconnaissance (et donc la découverte) à la maîtrise totale.

Le programme de physique-chimie prévoit qu'un certain nombre de rubriques, identifiées dans la colonne capacités exigibles relèvent d'une « **approche documentaire** ». L'objectif est double ; il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver différemment en utilisant des documents au support varié (texte, vidéo, photo...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (grandes idées, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs) dans les domaines de la physique et de la chimie du XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècle et de leurs applications.

Ces approches documentaires sont aussi l'occasion d'apporter des éléments de compréhension de la construction du "savoir scientifique" (histoire des sciences, débats d'idées, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...). Elles doivent permettre de développer des compétences d'analyse et de synthèse. Sans que cette liste de pratiques soit exhaustive on pourra, par exemple, travailler sur un document extrait directement d'un article de revue scientifique, sur une vidéo, une photo ou sur un document produit par le professeur ; il est également envisageable de demander aux élèves de chercher eux-mêmes des informations sur un thème donné ; ce travail pourra se faire sous forme d'analyse de documents dont les résultats seront présentés aussi bien à l'écrit qu'à l'oral. Quelle que soit la façon d'aborder ces approches documentaires, le rôle du professeur est de travailler à un niveau adapté à sa classe et d'assurer une synthèse de ce qu'il convient de retenir. Elles doivent être en cohérence avec le socle du programme. Elles peuvent être l'occasion d'acquérir de nouvelles connaissances ou d'approcher de nouveaux modèles mais il faut proscrire toute dérive en particulier calculatoire.

## Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la formation expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans le reste du programme – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie.

D'une part, elle précise les connaissances et savoir-faire qui doivent être acquis dans le domaine de la **mesure** et de l'évaluation des **incertitudes**, dans la continuité de la nouvelle épreuve d'Évaluation des Compétences Expérimentales (ECE) de Terminale S, avec cependant un niveau d'exigence plus élevé qui correspond à celui des deux premières années d'enseignement supérieur.

D'autre part, elle présente de façon détaillée l'ensemble des **capacités expérimentales** qui doivent être acquises et pratiquées en autonomie par les étudiants à l'issue de leur première année de CPGE.

Une liste de matériel, que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice succincte, figure en appendice du présent programme.

### 1. Mesures et incertitudes

L'importance de la composante expérimentale de la formation des étudiants des CPGE scientifiques est réaffirmée. Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les élèves doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure..., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières S, STI2D et STL du lycée. Les objectifs sont identiques, certains aspects sont approfondis : utilisation du vocabulaire de base de la métrologie, connaissance de la loi des incertitudes composées, ... ; une première approche sur la validation d'une loi physique est proposée. Les capacités identifiées sont abordées dès la première année et doivent être maîtrisées à l'issue des deux années de formation. Les activités expérimentales permettent

de les introduire et de les acquérir de manière progressive et authentique. Elles doivent régulièrement faire l'objet d'un apprentissage intégré et d'une évaluation.

Les élèves doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	<p>Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.</p> <p>Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.</p>
<p>Notion d'incertitude, incertitude-type.</p> <p>Évaluation d'une incertitude-type.</p> <p>Incetitude-type composée.</p> <p>Incetitude élargie.</p>	<p>Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.</p> <p>Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).</p> <p>Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie...).</p> <p>Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes dans les cas simples d'une expression de la valeur mesurée sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient ou bien à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel.</p> <p>Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.</p> <p>Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.</p>
<p>Présentation d'un résultat expérimental.</p> <p>Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure).</p>	<p>Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.</p> <p>Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence.</p> <p>Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.</p>

<p>Vérification d'une loi physique ou validation d'un modèle ; ajustement de données expérimentales à l'aide d'une fonction de référence modélisant le phénomène.</p>	<p>Utiliser un logiciel de régression linéaire.</p> <p>Expliquer en quoi le coefficient de corrélation n'est pas un outil adapté pour juger de la validité d'un modèle linéaire.</p> <p>Juger qualitativement si des données expérimentales avec incertitudes sont en accord avec un modèle linéaire.</p> <p>Extraire à l'aide d'un logiciel les incertitudes sur la pente et sur l'ordonnée à l'origine dans le cas de données en accord avec un modèle linéaire.</p>
---	--

## 2. Mesures et capacités expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les élèves doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes - repérés en gras dans le corps du programme de formation disciplinaire - peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel : par exemple, toutes les capacités mises en œuvre autour de l'oscilloscope ne sauraient être l'objectif d'une séance unique, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaine, les deux premiers étant davantage transversaux. Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine. La capacité à former une image de bonne qualité, par exemple, peut-être mobilisée au cours d'une expérience de mécanique ou de thermodynamique, cette transversalité de la formation devant être un moyen, entre d'autres, de favoriser l'autonomie et la prise d'initiative décrites plus haut dans la partie « Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales ».

Le matériel nécessaire à l'acquisition de l'ensemble des compétences ci-dessous figure en **Appendice 1** du programme.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
<p><b>1. Mesures de longueurs, d'angles, de volumes et de masses</b></p> <p>Longueurs : sur un banc d'optique.</p> <p>Longueurs : à partir d'une photo ou d'une vidéo.</p> <p>Angles : avec un goniomètre.</p>	<p>Mettre en œuvre une mesure de longueur par déplacement du viseur entre deux positions.</p> <p>Pouvoir évaluer avec une précision donnée, par comparaison à un étalon, une longueur (ou les coordonnées d'une position) sur une image numérique.</p> <p>Utiliser un viseur à frontale fixe, une lunette auto-collimatrice.</p> <p>Utiliser des vis micrométriques et un réticule pour tirer parti de la précision affichée de l'appareil utilisé.</p>

<p>Longueurs d'onde.</p> <p>Volume : avec une pipette, éprouvette, fiole, burette. Verrerie jaugée et graduée.</p> <p>Masse : avec une balance de précision</p>	<p>Étudier un spectre à l'aide d'un spectromètre à fibre optique.</p> <p>Mesurer une longueur d'onde optique à l'aide d'un goniomètre à réseau.</p> <p>Mesurer une longueur d'onde acoustique à l'aide d'un support gradué et d'un oscilloscope bicourbe.</p> <p>Sélectionner et utiliser le matériel adapté à la précision requise.</p> <p>Préparer une solution aqueuse de concentration donnée à partir d'un solide ou d'une solution de concentration molaire connue.</p>
<p><b>2. Mesures de temps et de fréquences</b></p> <p>Fréquence ou période : mesure directe au fréquencemètre numérique, à l'oscilloscope ou <i>via</i> une carte d'acquisition.</p> <p>Analyse spectrale.</p> <p>Décalage temporel/Déphasage à l'aide d'un oscilloscope numérique.</p>	<p>Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition.</p> <p>Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.</p> <p>Reconnaître une avance ou un retard.</p> <p>Passer d'un décalage temporel à un déphasage et inversement.</p> <p>Repérer précisément le passage par un déphasage de 0 ou <math>\pi</math> en mode XY.</p>
<p><b>3. Électricité</b></p> <p>Mesurer une tension :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique.</li> </ul> <p>Mesurer un courant :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ampèremètre numérique</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée.</li> </ul> <p>Mesurer une résistance ou une impédance :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ohmmètre/capacimètre</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope ou au voltmètre sur un diviseur de tension.</li> </ul> <p>Caractériser un dipôle quelconque.</p> <p>Élaborer un signal électrique analogique périodique simple à l'aide d'un GBF.</p>	<p>Définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête,...).</p> <p>Gérer, dans un circuit électronique, les contraintes liées à la liaison entre les masses.</p> <p>Visualiser la caractéristique d'un capteur à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.</p> <p>Obtenir un signal de valeur moyenne, de forme, d'amplitude et de fréquence données.</p>

<p>Agir sur un signal électrique à l'aide des fonctions simples suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- isolation, amplification, filtrage</li> <li>- sommation, intégration</li> </ul> <p>- numérisation.</p>	<p>Mettre en œuvre les fonctions de base de l'électronique réalisées par des blocs dont la structure ne fait pas l'objet d'une étude spécifique. Associer ces fonctions de base pour réaliser une fonction complexe en gérant les contraintes liées aux impédances d'entrée et/ou de sortie des blocs.</p> <p>Élaborer un protocole permettant de déterminer le nombre de bits d'une conversion A/N et N/A.</p>
<p><b>4. Optique</b></p> <p>Former une image.</p> <p>Créer ou repérer une direction de référence.</p> <p>Analyser une image numérique.</p>	<p>Éclairer un objet de manière adaptée. Choisir une ou plusieurs lentilles en fonction des contraintes expérimentales, et choisir leur focale de façon raisonnée. Optimiser la qualité d'une image (alignement, limitation des aberrations...).</p> <p>Estimer l'ordre de grandeur d'une distance focale.</p> <p>Régler et mettre en œuvre une lunette auto-collimatrice et un collimateur.</p> <p>Acquérir (webcam, appareil photo numérique,...) l'image d'un phénomène physique sous forme numérique, et l'exploiter à l'aide d'un logiciel (obtention d'un profil d'intensité sur un segment, extraction d'un contour en modifiant le contraste, mesure d'une longueur par comparaison à un étalon, ...) pour conduire l'étude du phénomène.</p>
<p><b>5. Mécanique</b></p> <p>Visualiser et décomposer un mouvement.</p> <p>Mesurer une accélération.</p>	<p>Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie. Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.</p> <p>Mettre en œuvre un accéléromètre.</p>
<p><b>6. Thermodynamique</b></p> <p>Mesurer une pression.</p> <p>Mesurer une température.</p> <p>Effectuer des bilans d'énergie.</p>	<p>Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu.</p> <p>Mettre en œuvre un capteur de température : thermomètre, thermocouple, thermistance, ou capteur infrarouge.</p> <p>Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.</p>
<p><b>7. Mesures de pH, de conductance, d'absorbance</b></p> <p>pH</p>	<p>Utiliser les appareils de mesure (pH, conductance, tension, absorbance) en s'aidant d'une notice.</p>

Conductance et conductivité	Étalonner une chaîne de mesure si nécessaire.
Absorbance	
<p><b>8. Analyses chimiques qualitatives et quantitatives</b></p> <p><b>- Caractérisation d'un composé</b> Tests de reconnaissance ; témoin.</p> <p><b>- Dosages par étalonnage</b> Conductimétrie Spectrophotométrie</p> <p><b>- Dosages par titrage</b> Titrages directs, indirects. Équivalence. Titrages simples, successifs, simultanés.</p> <p>Méthodes expérimentales de suivi d'un titrage : pH-métrie, potentiométrie à intensité nulle, indicateurs colorés de fin de titrage.</p> <p>Méthodes d'exploitation des courbes expérimentales.</p> <p><b>- Suivi cinétique de transformations chimiques</b> Suivi en continu d'une grandeur physique. Rôle de la température.</p>	<p>Proposer à partir d'une banque de données et mettre en œuvre un test de reconnaissance pour identifier une espèce chimique présente (ou susceptible de l'être) dans un système.</p> <p>Déterminer une concentration en exploitant la mesure de grandeurs physiques caractéristiques du composé ou en construisant et en utilisant une courbe d'étalonnage.</p> <p>Pratiquer une démarche expérimentale pour déterminer une concentration ou une quantité de matière par spectrophotométrie UV-Visible.</p> <p>Identifier et exploiter la réaction support du titrage (recenser les espèces présentes dans le milieu au cours du titrage, repérer l'équivalence, justifier qualitativement l'allure de la courbe ou le changement de couleur observé). Justifier le protocole d'un titrage à l'aide de données fournies ou à rechercher.</p> <p>Mettre en œuvre un protocole expérimental correspondant à un titrage direct ou indirect. Choisir et utiliser un indicateur coloré de fin de titrage. Exploiter une courbe de titrage pour déterminer la concentration d'une espèce dosée. Exploiter une courbe de titrage pour déterminer une valeur expérimentale d'une constante thermodynamique d'équilibre.</p> <p>Utiliser un logiciel de simulation pour déterminer des courbes de distribution et confronter la courbe de titrage simulée à la courbe expérimentale.</p> <p>Justifier la nécessité de faire un titrage indirect.</p> <p>Distinguer l'équivalence et le virage d'un indicateur coloré de fin de titrage.</p> <p>Mettre en œuvre une méthode de suivi temporel. Exploiter les résultats d'un suivi temporel de concentration pour déterminer les caractéristiques cinétiques d'une réaction. Proposer et mettre en œuvre des conditions expérimentales permettant la simplification de la loi de vitesse. Déterminer la valeur d'une énergie d'activation.</p>



## Prévention des risques au laboratoire

Les étudiants doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité chimique, électrique et optique leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Prévention des risques</b> <b>- chimique</b> Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Phrases H et P.  <b>- électrique</b>  <b>- optique</b>	Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques. Développer une attitude autonome dans la prévention des risques.  Adopter une attitude responsable lors de l'utilisation d'appareils électriques.  Utiliser les sources laser de manière adaptée.
<b>2. Impact environnemental</b> Traitement et rejet des espèces chimiques.	Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques. Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

## Utilisation de l'outil informatique

L'outil informatique sera utilisé :

- dans le domaine de la simulation : pour interpréter et anticiper des résultats ou des phénomènes, pour comparer des résultats obtenus expérimentalement à ceux fournis par un modèle et pour visualiser, notamment dans les domaines de la cristallographie, de la modélisation moléculaire, et plus généralement dans les situations exigeant une représentation tridimensionnelle,
- pour l'acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l'ordinateur.
- pour la saisie et le traitement de données à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel dédié.

## Formation disciplinaire

### A. Premier semestre

#### 1. Signaux Physiques

##### Présentation

Cette partie doit être traitée en totalité avant d'aborder les autres parties du programme. Elle porte sur l'étude des signaux physiques, et plus particulièrement sur celle des signaux sinusoïdaux, qui jouent un rôle central dans les systèmes linéaires. Cette première partie s'appuie sur un spectre large de concepts qui ont été abordés au lycée :

- en classe de seconde : signal périodique et spectre ;
- en classe de première scientifique : énergie électrique, loi d'Ohm, loi de Joule, lentilles minces, longueur d'onde dans le visible, spectres de sources lumineuses ;
- en classe de terminale scientifique : signaux numériques, ondes progressives, diffraction, interférences, effet Doppler, lois de Newton, énergie mécanique, oscillateur amorti.

La familiarité des étudiants avec la plupart des notions abordées dans cette partie doit faciliter la transition vers une physique plus quantitative qu'au lycée, ce qui nécessite une acquisition progressive d'outils nécessaires à la formalisation mathématique des lois de la physique. Les thèmes abordés dans cette partie ont été retenus pour leur caractère motivant ou formateur. Il convient d'introduire progressivement le formalisme en soulignant la richesse des conclusions auxquelles il permet d'accéder. Dans toute cette partie, on ne s'intéresse, à une exception près, qu'à des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace.

L'enseignement de cette partie doit faire très largement appel à la démarche expérimentale, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou de travaux pratiques. Il convient à cet égard d'être conscient que la pratique des circuits électriques ne figure que très peu dans les programmes du lycée.

### Objectifs généraux de formation

Cette première partie de programme « Signaux physiques » s'inscrit dans la continuité du programme de Terminale S, tout en amorçant une nécessaire transition vers une formalisation plus approfondie des lois de la physique. À travers les contenus et les capacités exigibles sont développées des compétences qui seront par la suite valorisées, parmi lesquelles :

- comprendre le rôle joué par une équation différentielle dans l'étude de l'évolution temporelle d'un système physique
- comprendre la représentation des solutions dans un portrait de phase
- relier linéarité et superposition
- exploiter la décomposition sinusoïdale d'un signal pour prévoir son évolution à travers un système linéaire
- interpréter physiquement et savoir reconnaître la forme analytique d'un signal qui se propage
- relier conditions aux limites et quantification, conditions aux limites et décomposition en ondes stationnaires
- dégager les similitudes de comportement entre systèmes analogues par une mise en équation pertinente utilisant variables réduites et paramètres caractéristiques adimensionnés
- réaliser des constructions graphiques claires et précises pour appuyer un raisonnement ou un calcul

À l'issue de cette première partie de programme, ces compétences ne sauraient être complètement acquises ; il convient donc de les travailler chaque fois que l'occasion s'en présente dans la suite de la formation.

Le **bloc 1** s'articule autour d'un système simple connu, l'oscillateur harmonique non amorti en mécanique. Ce système permet d'introduire le concept fondamental d'équation différentielle modèle de l'évolution

temporelle, dans un contexte où la mise en équations ne pose pas de difficulté majeure, et d'introduire un vocabulaire précis qui sera réinvesti par la suite.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Oscillateur harmonique</b>	
Mouvement horizontal sans frottement d'une masse accrochée à un ressort linéaire sans masse. Position d'équilibre.	Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique. La résoudre compte tenu des conditions initiales.  Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.  Contrôler la cohérence de la solution obtenue avec la conservation de l'énergie mécanique, l'expression de l'énergie potentielle élastique étant ici affirmée.

Le **bloc 2** est consacré à la propagation du signal. Il est ici indispensable de s'appuyer sur l'approche expérimentale ou sur des logiciels de simulation pour permettre aux étudiants de faire le lien entre l'observation de signaux qui se propagent et la traduction mathématique de cette propagation, sans qu'aucune référence ne soit faite ici à une équation d'ondes. L'étude de la somme de deux signaux sinusoïdaux de même fréquence et du phénomène d'interférences associé permet de mettre en évidence le rôle essentiel joué par le déphasage entre les deux signaux dans le signal résultant. Les ondes stationnaires permettent d'illustrer le rôle des conditions aux limites dans l'apparition de modes propres et de préparer à la quantification de l'énergie en mécanique quantique. La diffraction est abordée de manière purement descriptive et expérimentale, et est envisagée comme une propriété universelle des ondes ; l'objectif est ici d'une part d'introduire l'approximation de l'optique géométrique et d'autre part de préparer l'interprétation ultérieure de l'inégalité de Heisenberg. Ce bloc se termine par une première approche, expérimentale elle aussi, de la manifestation vectorielle d'une onde transverse, autour de la loi de Malus.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Propagation d'un signal</b>	
Exemples de signaux, spectre.	Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.  <b>Réaliser l'analyse spectrale d'un signal.</b>  Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.
Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive. Célérité, retard temporel.	Écrire les signaux sous la forme $f(x-ct)$ ou $g(x+ct)$ . Écrire les signaux sous la forme $f(t-x/c)$ ou $g(t+x/c)$ . Prévoir dans le cas d'une onde progressive pure l'évolution temporelle à position fixée, et prévoir la forme à différents instants.
Onde progressive sinusoïdale : déphasage, double périodicité spatiale et temporelle.	Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.  <b>Mesurer la célérité, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.</b>

Interférences entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence.	<p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour visualiser le phénomène d'interférences de deux ondes.</b></p> <p>Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives.</p>
Ondes stationnaires mécaniques.	<p><b>Décrire une onde stationnaire observée par stroboscopie sur la corde de Melde.</b></p> <p>Caractériser une onde stationnaire par l'existence de nœuds et de ventres.</p> <p>Exprimer les fréquences des modes propres connaissant la célérité et la longueur de la corde.</p> <p>Savoir qu'une vibration quelconque d'une corde accrochée entre deux extrémités fixes se décompose en modes propres.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant d'analyser le spectre du signal acoustique produit par une corde vibrante.</b></p>
Diffraction à l'infini.	<p><b>Choisir les conditions expérimentales permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction en optique ou en mécanique.</b></p> <p>Utiliser la relation <math>\sin\theta \approx \lambda/d</math> entre l'échelle angulaire du phénomène de diffraction et la taille caractéristique de l'ouverture.</p>

Le **bloc 3** porte sur l'optique géométrique. Il ne doit pas être enseigné ou évalué pour lui-même, mais doit servir de point d'appui à des approches expérimentales en première année et à l'étude de l'optique physique en deuxième année.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Optique géométrique</b>	
Sources lumineuses.  Modèle de la source ponctuelle monochromatique.	Caractériser une source lumineuse par son spectre.
Indice d'un milieu transparent.	Relier la longueur d'onde dans le vide et la longueur d'onde dans le milieu. Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.
Approximation de l'optique géométrique et notion de rayon lumineux.	Définir le modèle de l'optique géométrique et indiquer ses limites.
Réflexion - Réfraction. Lois de Descartes.	Établir la condition de réflexion totale.
Miroir plan.	Construire l'image d'un objet, identifier sa nature réelle ou virtuelle.
<b>Conditions de Gauss.</b>	Énoncer les conditions permettant un stigmatisme approché et les relier aux caractéristiques d'un détecteur.

<p><b>Lentilles minces sphériques.</b></p>	<p>Utiliser les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.</p> <p>Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux.</p> <p>Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal fournies (Descartes, Newton).</p> <p>Établir et utiliser la condition <math>D \geq 4f'</math> pour former l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.</p> <p><b>Modéliser expérimentalement à l'aide de plusieurs lentilles un dispositif optique d'utilisation courante.</b></p> <p><b>Approche documentaire :</b> en comparant des images produites par un appareil photographique numérique, discuter l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image.</p>
<p>L'œil.</p>	<p>Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe.</p> <p>Connaître les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.</p>

L'introduction au monde quantique fait l'objet du **bloc 4**. Elle s'inscrit dans la continuité du programme de la classe de terminale scientifique. Elle est restreinte, comme dans toute cette partie « Signaux physiques » à l'étude de systèmes unidimensionnels. La réflexion sur les thèmes abordés ici doit avant tout être qualitative ; toute dérivation calculatoire devra être soigneusement évitée. Les concepts essentiels abordés sont la dualité onde-corpuscule et l'interprétation probabiliste de la fonction d'onde.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>4. Introduction au monde quantique</b></p>	
<p>Dualité onde-particule pour la lumière et la matière. Relations de Planck-Einstein et de Louis de Broglie.</p>	<p>Évaluer des ordres de grandeurs typiques intervenant dans des phénomènes quantiques.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> décrire un exemple d'expérience mettant en évidence la nécessité de la notion de photon.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> décrire un exemple d'expérience illustrant la notion d'ondes de matière.</p>
<p>Interprétation probabiliste associée à la fonction d'onde : approche qualitative.</p>	<p>Interpréter une expérience d'interférences (matière ou lumière) « particule par particule » en termes probabilistes.</p>

Inégalités de Heisenberg.	<b>Approche documentaire :</b> comprendre les conséquences d'une inégalité d'Heisenberg fournie dans une expérience nécessitant une description quantique.
Quantification de l'énergie d'une particule libre confinée 1D.	Établir le lien qualitatif entre confinement spatial et quantification

Le **bloc 5** pose les bases nécessaires à l'étude des circuits dans l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS). Si le programme se concentre sur l'étude des dipôles R, L et C, lors des travaux pratiques il est possible de faire appel à des composants intégrés ou non linéaires (amplificateurs opérationnels, filtres à capacité commutée, échantillonneur-bloqueur, diodes, photorésistances, etc.) dès lors qu'aucune connaissance préalable n'est nécessaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Circuits électriques dans l'ARQS</b>	
Charge électrique, intensité du courant.  Potentiel, référence de potentiel, tension.	Savoir que la charge électrique est quantifiée.  Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge.  Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence. Relier la loi des nœuds au postulat de la conservation de la charge.  Utiliser la loi des mailles.  Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.  Citer les ordres de grandeur des intensités et des tensions dans différents domaines d'application.
Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire.  Puissance.	Utiliser les relations entre l'intensité et la tension.  Citer les ordres de grandeurs des composants R, L, C.  Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance.  Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine.  Modéliser une source non idéale en utilisant la représentation de Thévenin.
Association de deux résistances.	Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente.  Établir et exploiter les relations de diviseurs de tension ou de courant.

Résistance de sortie, résistance d'entrée.	<p><b>Étudier l'influence de ces résistances sur le signal délivré par un GBF, sur la mesure effectuée par un oscilloscope ou un multimètre.</b></p> <p>Évaluer les grandeurs à l'aide d'une notice ou d'un appareil afin d'appréhender les conséquences de leurs valeurs sur le fonctionnement d'un circuit.</p>
Caractéristique d'un dipôle. Point de fonctionnement.	<p><b>Étudier la caractéristique d'un dipôle pouvant être éventuellement non-linéaire et mettre en œuvre un capteur dans un dispositif expérimental.</b></p>

Les **blocs 6, 7 et 8** abordent l'étude des circuits linéaires du premier et du second ordre en régime libre puis forcé, et une introduction au filtrage linéaire. Il s'agit avant tout de comprendre les principes des outils utilisés, et leur exploitation pour étudier le comportement d'un signal traversant un système linéaire. Ainsi l'évaluation ne peut-elle porter sur le tracé d'un diagramme de Bode à partir d'une fonction de transfert, ou sur la connaissance *a priori* de catalogues de filtres. Cependant, le professeur pourra, s'il le souhaite, détailler sur l'exemple simple du filtre du premier ordre le passage de la fonction de transfert au diagramme de Bode. L'objectif est bien plutôt ici de comprendre le rôle central de la linéarité des systèmes pour interpréter le signal de sortie. L'étude de régimes libres à partir de portraits de phase est une première introduction à l'utilisation de tels outils qui seront enrichis dans le cours de mécanique pour aborder la physique non linéaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>6. Circuit linéaire du premier ordre</b>	
Régime libre, réponse à un échelon.	<p><b>Réaliser pour un circuit l'acquisition d'un régime transitoire du premier ordre et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux expressions théoriques.</b></p> <p>Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon.</p> <p>Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine.</p> <p>Déterminer les grandeurs électriques en régime permanent en remplaçant les bobines et les condensateurs par des interrupteurs fermés ou ouverts.</p> <p>Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.</p> <p>Prévoir l'évolution du système, avant toute résolution de l'équation différentielle, à partir d'une analyse s'appuyant sur une représentation graphique de la dérivée temporelle de la grandeur en fonction de cette grandeur.</p>

	Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon. Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.
Stockage et dissipation d'énergie.	Réaliser des bilans énergétiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>7. Oscillateurs amortis</b>	
Circuit RLC série et oscillateur mécanique amorti par frottement visqueux.	<p><b>Mettre en évidence la similitude des comportements des oscillateurs mécanique et électronique.</b></p> <p><b>Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.</b></p> <p>Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système en utilisant un portrait de phase fourni.</p> <p>Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.</p> <p>Connaître la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité.</p> <p>Déterminer la réponse détaillée dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon en recherchant les racines du polynôme caractéristique.</p> <p>Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire, selon la valeur du facteur de qualité.</p>
Régime sinusoïdal forcé, impédances complexes.	Établir et connaître l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine en régime harmonique.
Association de deux impédances.	Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
Oscillateur électrique ou mécanique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	<p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental mettant en évidence un phénomène de résonance.</b></p> <p>Utiliser la méthode des complexes pour étudier le</p>



	<p>régime forcé.</p> <p>À l'aide d'un outil de résolution numérique, mettre en évidence le rôle du facteur de qualité pour l'étude de la résonance en élongation.</p> <p>Relier l'acuité d'une résonance forte au facteur de qualité.</p> <p>Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase.</p>
--	---

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>8. Filtrage linéaire</b>	
Signaux périodiques.	<p>Savoir que l'on peut décomposer un signal périodique en une somme de fonctions sinusoïdales.</p> <p>Définir la valeur moyenne et la valeur efficace.</p>
Fonction de transfert harmonique. Diagramme de Bode.	<p>Prévoir le comportement d'un filtre à fréquence nulle ou infinie en remplaçant les bobines et les condensateurs par des interrupteurs fermés ou ouverts.</p> <p>Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 et ses représentations graphiques pour conduire l'étude de la réponse d'un système linéaire à une excitation sinusoïdale, à une somme finie d'excitations sinusoïdales.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'utilité des fonctions de transfert pour un système linéaire à un ou plusieurs étages.</b></p> <p>Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode d'après l'expression de la fonction de transfert.</p>
Notion de gabarit.	Établir le gabarit d'un filtre en fonction du cahier des charges.
Modèles simples de filtres passifs : passe-bas et passe-haut d'ordre 1, passe-bas et passe-bande d'ordre 2.	<p>Expliciter les conditions d'utilisation d'un filtre afin de l'utiliser comme moyennneur, intégrateur, ou dérivateur.</p> <p><b>Approche documentaire :</b> expliquer la nature du filtrage introduit par un dispositif mécanique (sismomètre, amortisseur, accéléromètre...).</p>

## 2. Mécanique 1

### Présentation

Le programme de mécanique de PTSI s'inscrit dans le prolongement du programme de Terminale S où la loi fondamentale de la dynamique a été exprimée en termes de quantité de mouvement, puis utilisée pour l'étude du mouvement du point matériel. L'objectif majeur du programme de PTSI est la maîtrise opérationnelle des lois fondamentales (principe d'inertie, loi de la quantité de mouvement, principe des actions réciproques, loi du moment cinétique, loi de l'énergie cinétique). S'agissant du caractère postulé ou démontré, le professeur est libre de présenter tout ou partie de ces lois comme des postulats ou comme des conséquences de postulats en nombre plus restreint. En conséquence, aucune question ne peut être posée à ce sujet. Pour illustrer ces lois fondamentales, il ne s'agit pas de se restreindre à la dynamique du point matériel. Des exemples de dynamique du solide seront introduits (translation et rotation autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen), avec toutefois des limitations strictes : l'étude générale d'un mouvement composé d'une translation dans un référentiel galiléen et d'une rotation autour d'un axe fixe dans le référentiel barycentrique ne figure pas au programme.

En première année on se limite à l'étude de la dynamique dans un référentiel galiléen : l'introduction des forces d'inertie est prévue en deuxième année.

### Objectifs généraux de formation

Après la partie « Signaux physiques » du programme, qui implique uniquement des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace, la partie « mécanique » constitue une entrée concrète vers la manipulation de grandeurs vectorielles associées à plusieurs variables d'espace : il convient d'accorder toute son importance à la marche à franchir pour les étudiants. Par ailleurs, la mécanique doit contribuer à développer plus particulièrement des compétences générales suivantes :

- faire preuve de rigueur : définir un système, procéder à un bilan complet des forces appliquées
- faire preuve d'autonomie : choisir un référentiel, choisir un système de repérage, identifier les inconnues, choisir une méthode de mise en équations lorsque plusieurs méthodes sont possibles
- modéliser une situation : choisir un niveau de modélisation adapté ; prendre conscience des limites d'un modèle ; comprendre l'intérêt de modèles de complexité croissante (prise en compte des frottements, des effets non-linéaires)
- utiliser divers outils (discussions graphiques, résolution analytique, résolution numérique) pour discuter les solutions de la ou des équations différentielles modélisant l'évolution temporelle d'un système
- identifier et utiliser des grandeurs conservatives
- rechercher les paramètres significatifs d'un problème
- mener un raisonnement qualitatif ou semi-quantitatif rigoureux
- faire apparaître et exploiter des analogies : circuit RLC en électrocinétique, pendule simple aux « petits » angles et système masse-ressort
- schématiser une situation et en étayer l'analyse à l'aide d'un schéma pertinent (bilan des forces par exemple)
- prendre conscience des limites d'une théorie (limites relativistes par exemple)
- confronter les résultats d'une étude à ce qu'on attendait intuitivement ou à des observations.

Pour que l'ensemble de ces compétences soit pleinement développé, il est indispensable de ne pas proposer aux étudiants exclusivement des situations modélisées à l'extrême (masse accrochée à un ressort...) et de ne pas se limiter à des situations débouchant sur la résolution analytique d'une équation différentielle. L'étude approfondie d'un nombre limité de dispositifs réels doit être préférée à l'accumulation d'exercices standardisés.

Le **bloc 1** est une approche de la cinématique du point, les exemples étant limités aux mouvements plans, et de la cinématique du solide, limitée aux cas de la translation et de la rotation autour d'un axe fixe. Il convient de construire les outils sans formalisme excessif, en motivant l'étude par des exemples réels, tirés par exemple d'expériences de cours ou d'enregistrements vidéo. Ainsi, l'introduction du repérage en coordonnées cartésiennes s'appuie sur l'étude du mouvement à accélération constante et l'introduction du repérage en coordonnées polaires s'appuie sur l'étude du mouvement circulaire. Si la compréhension du rôle de l'accélération normale dans un mouvement curviligne plan quelconque est une compétence attendue, tout calcul à ce sujet est hors de portée des élèves qui ne connaissent pas la géométrie différentielle (rayon de courbure, trièdre de Frenet). Pour le solide en rotation autour d'un axe fixe, il s'agit simplement de définir le mouvement en remarquant que tout point du solide décrit un cercle autour de l'axe avec une même vitesse angulaire  $\omega$  et d'explicitier la vitesse de chaque point en fonction de  $\omega$  et de la distance à l'axe de rotation ; la connaissance du vecteur-rotation n'est pas exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1.1. Description et paramétrage du mouvement d'un point</b>	
Espace et temps classiques. Référentiel d'observation. Caractère relatif du mouvement. Description d'un mouvement. Vecteur-position, vecteur-vitesse, vecteur-accélération.	<b>Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.</b>
Systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.	Établir les expressions des composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques.  Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées, construire le trièdre local associé et en déduire les composantes du vecteur-vitesse en coordonnées cartésiennes et cylindriques.  Choisir un système de coordonnées adapté au problème posé.
Exemple 1 : mouvement de vecteur-accélération constant.	Exprimer la vitesse et la position en fonction du temps. Obtenir la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Exemple 2 : mouvement circulaire uniforme et non uniforme.	Exprimer les composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération en coordonnées polaires planes.  Identifier les liens entre les composantes du vecteur-accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur-vitesse et sa variation temporelle. Situer qualitativement la direction du vecteur-accélération dans la concavité d'une trajectoire plane.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1.2 Description du mouvement d'un solide dans deux cas particuliers</b>	
Définition d'un solide.	Différencier un solide d'un système déformable.
Translation.	Reconnaître et décrire une translation rectiligne, une translation circulaire.
Rotation autour d'un axe fixe.	Décrire la trajectoire d'un point quelconque du solide et exprimer sa vitesse en fonction de sa distance à l'axe et de la vitesse angulaire.

Le **bloc 2** introduit les bases de la dynamique newtonienne. Il est essentiel de ne pas se limiter à l'étude de situations simplifiées à l'excès afin de parvenir à une solution analytique. Au contraire il convient d'habituer les étudiants à utiliser les outils de calcul numérique (calculatrices graphiques, logiciels de calcul numérique...) qui permettent de traiter des situations réelles dans toute leur richesse (rôle des frottements, effets non linéaires...). Le programme insiste sur le portrait de phase considéré comme un regard complémentaire sur les équations différentielles. Les portraits de phase ne doivent pas donner lieu à des débordements calculatoires : leur construction explicite est donc limitée au cas des oscillations harmoniques au voisinage d'une position d'équilibre. En revanche les étudiants devront savoir interpréter un portrait de phase plus complexe qui leur serait fourni ou qu'ils auraient obtenu expérimentalement ou à l'aide d'un logiciel.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.1 Loi de la quantité de mouvement</b>	
Forces. Principe des actions réciproques.	Établir un bilan des forces sur un système, ou plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur une figure.  <b>Proposer un protocole expérimental permettant d'étudier une loi de force.</b>
Quantité de mouvement d'un point et d'un système de points. Lien avec la vitesse du centre d'inertie d'un système fermé.	Établir l'expression de la quantité de mouvement d'un système restreint au cas de deux points sous la forme $\vec{p} = m\vec{v}(G)$ .
Référentiel galiléen. Principe de l'inertie.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.
Loi de la quantité de mouvement dans un référentiel galiléen.	Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre d'inertie d'un système fermé.
Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme.	Mettre en équation le mouvement sans frottement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accelération constant.
Poussée d'Archimède.	<b>Exploiter la loi d'Archimède.</b>
Influence de la résistance de l'air.	<b>Approche numérique :</b> Prendre en compte la traînée pour modéliser une situation réelle.  <b>Approche numérique :</b> Exploiter une équation différentielle sans la résoudre analytiquement : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats fournis par un logiciel d'intégration numérique.  <b>Proposer un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.</b>

Pendule simple.	Établir l'équation du mouvement du pendule simple.  Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.  Établir l'équation du portrait de phase (intégrale première) dans ce cadre et le tracer.
-----------------	---

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.2 Approche énergétique du mouvement d'un point matériel</b>	
Puissance et travail d'une force.	Reconnaître le caractère moteur ou résistant d'une force. Savoir que la puissance dépend du référentiel.
Loi de l'énergie cinétique et loi de la puissance cinétique dans un référentiel galiléen.	Utiliser la loi appropriée en fonction du contexte.
Énergie potentielle. Énergie mécanique.	Établir et connaître les expressions des énergies potentielles de pesanteur (champ uniforme), énergie potentielle gravitationnelle (champ créé par un astre ponctuel), énergie potentielle élastique, énergie électrostatique (champ uniforme et champ créé par une charge ponctuelle).
Mouvement conservatif.  Mouvement conservatif à une dimension.	Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaître les cas de conservation de l'énergie mécanique. Utiliser les conditions initiales.  Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle.  Expliquer qualitativement le lien entre le profil d'énergie potentielle et le portrait de phase.
Positions d'équilibre. Stabilité.	Déduire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre, et la nature stable ou instable de ces positions.
Petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre stable, approximation locale par un puits de potentiel harmonique.	Identifier cette situation au modèle de l'oscillateur harmonique.  <b>Approche numérique</b> : utiliser les résultats fournis par une méthode numérique pour mettre en évidence des effets non linéaires.
Barrière de potentiel.	Évaluer l'énergie minimale nécessaire pour franchir la barrière.

Le **bloc 3**, centré sur l'étude des mouvements de particules chargées, se prête à une ouverture vers la dynamique relativiste, qui ne doit en aucun cas être prétexte à des débordements, en particulier sous forme de dérives calculatoires ; la seule compétence attendue est l'exploitation des expressions fournies de l'énergie et de la quantité de mouvement d'une particule relativiste pour analyser des documents scientifiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Mouvement de particules chargées dans des champs électrique et magnétique, uniformes et stationnaires</b>	
Force de Lorentz exercée sur une charge ponctuelle ; champs électrique et magnétique.	Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles.
Puissance de la force de Lorentz.	Savoir qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme.	Mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.  Effectuer un bilan énergétique pour calculer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.  Citer une application
Mouvement circulaire d'une particule chargée dans un champ magnétostatique uniforme dans le cas où le vecteur-vitesse initial est perpendiculaire au champ magnétique.	Déterminer le rayon de la trajectoire sans calcul en admettant que celle-ci est circulaire.  <b>Approche documentaire</b> : analyser des documents scientifiques montrant les limites relativistes en s'appuyant sur les expressions fournies $E_c = (\gamma-1)mc^2$ et $p = \gamma mv$ .  Citer une application

### 3. Transformation de la matière

La chimie est une science de la nature, science de la matière et de sa transformation.

Les différents états de la matière et les différents types de transformation de la matière ont déjà été en partie étudiés dans le parcours antérieur de l'élève, au collège et au lycée. Il s'agit de réactiver et de compléter ces connaissances déjà acquises, afin d'amener les élèves à les mobiliser de manière autonome pour décrire, au niveau macroscopique, un système physico-chimique et son évolution. Dans ce cadre, l'étude quantitative de l'état final d'un système en transformation chimique est réalisée à partir d'une seule réaction chimique symbolisée par une équation de réaction à laquelle est associée une constante thermodynamique d'équilibre. L'objectif visé est la prévision du sens d'évolution de systèmes homogènes ou hétérogènes et la détermination de leur composition dans l'état final ; on s'appuiera sur des exemples variés de transformations chimiques rencontrées dans la vie courante, au laboratoire, dans le monde du vivant ou en milieu industriel. Les compétences relatives à cette partie du programme seront ensuite mobilisées régulièrement au cours de l'année, plus particulièrement au second semestre lors des transformations en solution aqueuse, et en seconde année, notamment dans le cadre de la partie thermodynamique chimique. Dans un souci de continuité de formation, les acquis du lycée concernant les réactions acido-basiques et d'oxydo-réduction, la conductimétrie, la pH-métrie et les spectroscopies sont réinvestis lors des démarches expérimentales.

L'importance du facteur temporel dans la description de l'évolution d'un système chimique apparaît dans l'observation du monde qui nous entoure et a déjà fait l'objet d'une première approche expérimentale en classe de Terminale, permettant de dégager les différents facteurs cinétiques que sont les concentrations, la présence ou non d'un catalyseur et la température. La prise de conscience de la nécessité de modéliser cette évolution temporelle des systèmes chimiques est naturelle. Si la réaction chimique admet un ordre, le suivi temporel de la transformation chimique doit permettre l'établissement de sa loi de vitesse. Cette détermination fait appel à la méthode différentielle voire à la méthode intégrale, pour

l'exploitation de mesures expérimentales d'absorbance ou de conductivité du milieu réactionnel par exemple, dans le cadre d'un réacteur fermé parfaitement agité. Les équations différentielles étant abordées pour la première fois en PTSI, il est recommandé de travailler en étroite collaboration avec le professeur de mathématiques et d'avoir en chimie des exigences progressives dans la maîtrise de cet outil.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Faire preuve de rigueur dans la description d'un système physico-chimique ;
- Distinguer modélisation d'une transformation (écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation ;
- Exploiter les outils de description des systèmes chimiques pour modéliser leur évolution temporelle ;
- Proposer des approximations simplifiant l'exploitation quantitative de données expérimentales et en vérifier la pertinence ;
- Confronter un modèle mathématique avec des mesures expérimentales.

## 1. Description d'un système et évolution vers un état final

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>États physiques et transformations de la matière</b>	
États de la matière : gaz, liquide, solide cristallin, solide amorphe et solide semi-cristallin, variétés allotropiques Notion de phase.  Transformations physique, chimique, nucléaire.  Les transformations physiques: diagramme d'état ( $P$ , $T$ ).	Reconnaître la nature d'une transformation.  Déterminer l'état physique d'une espèce chimique pour des conditions expérimentales données de $P$ et $T$ .
<b>Système physico-chimique</b>	
Constituants physico-chimiques.  Corps purs et mélanges : concentration molaire, fraction molaire, pression partielle. Composition d'un système physico-chimique.	Recenser les constituants physico-chimiques présents dans un système.  Décrire la composition d'un système à l'aide des grandeurs physiques pertinentes.
<b>Transformation chimique</b>	
Modélisation d'une transformation par une ou plusieurs réactions chimiques.  Équation de réaction ; constante thermodynamique d'équilibre.  Évolution d'un système lors d'une transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique : avancement, activité, quotient	Écrire l'équation de la réaction qui modélise une transformation chimique donnée.  <b>Déterminer une constante d'équilibre.</b>  Décrire qualitativement et quantitativement un système chimique dans l'état initial ou dans un état d'avancement quelconque.

<p>réactionnel, critère d'évolution.</p> <p>Composition chimique du système dans l'état final : état d'équilibre chimique, transformation totale.</p>	<p>Exprimer l'activité d'une espèce chimique pure ou dans un mélange dans le cas de solutions aqueuses très diluées ou de mélanges de gaz parfaits avec référence à l'état standard.</p> <p>Exprimer le quotient réactionnel.</p> <p>Prévoir le sens de l'évolution spontanée d'un système chimique.</p> <p>Identifier un état d'équilibre chimique.</p> <p>Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</p>
---	---

## 2. Évolution temporelle d'un système chimique et mécanismes réactionnels

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>En réacteur fermé de composition uniforme</b></p> <p>Vitesses de disparition d'un réactif et de formation d'un produit.</p> <p>Vitesse de réaction pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</p> <p>Lois de vitesse : réactions sans ordre, réactions avec ordre simple (0, 1, 2), ordre global, ordre apparent.</p> <p>Temps de demi-réaction.</p> <p>Temps de demi-vie d'un nucléide radioactif.</p> <p>Loi empirique d'Arrhenius ; énergie d'activation.</p>	<p><b>Déterminer l'influence d'un paramètre sur la vitesse d'une réaction chimique.</b></p> <p>Relier la vitesse de réaction à la vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit, quand cela est possible.</p> <p><b>Établir une loi de vitesse à partir du suivi temporel d'une grandeur physique.</b></p> <p>Exprimer la loi de vitesse si la réaction chimique admet un ordre et déterminer la valeur de la constante cinétique à une température donnée.</p> <p>Déterminer la vitesse de réaction à différentes dates en utilisant une méthode numérique ou graphique.</p> <p>Déterminer un ordre de réaction à l'aide de la méthode différentielle ou à l'aide des temps de demi-réaction.</p> <p>Confirmer la valeur d'un ordre par la méthode intégrale, en se limitant strictement à une décomposition d'ordre 0, 1 ou 2 d'un unique réactif, ou se ramenant à un tel cas par dégénérescence de l'ordre ou conditions initiales stœchiométriques.</p> <p><b>Approche documentaire</b> : à partir de documents autour des radionucléides, aborder par exemple les problématiques liées à leur utilisation, leur stockage ou leur retraitement.</p> <p><b>Déterminer l'énergie d'activation d'une réaction chimique.</b></p> <p>Déterminer la valeur de l'énergie d'activation d'une réaction chimique à partir de valeurs de la constante cinétique à différentes températures.</p>



## 4. Architecture de la matière

Décrivant la matière au niveau macroscopique par des espèces chimiques aux propriétés physiques et chimiques caractéristiques, le chimiste la modélise au niveau microscopique par des entités chimiques dont la structure électronique permet de rendre compte et de prévoir diverses propriétés.

L'étude proposée dans cette partie du programme est centrée sur la classification périodique des éléments, outil essentiel du chimiste, dans l'objectif de développer les compétences relatives à son utilisation : extraction des informations qu'elle contient, prévision de la réactivité des corps simples, prévision de la nature des liaisons chimiques dans les corps composés, etc. En première année, on se limite aux principales caractéristiques de la liaison chimique, à l'exclusion de modèles plus élaborés comme la théorie des orbitales moléculaires.

Depuis le collège et tout au long du lycée, les élèves ont construit successivement différents modèles pour décrire la constitution des atomes, des ions et des molécules. L'objectif de cette partie est de continuer à affiner les modèles de description des diverses entités chimiques isolées pour rendre compte des propriétés au niveau microscopique (longueur de liaison, polarité...) ou macroscopique (solubilité, température de changement d'état...). Les connaissances déjà acquises sont réactivées et complétées :

- Le modèle de Lewis, vu en terminale, est réinvesti.
- L'électronégativité, introduite en classe de première, est abordée en s'appuyant sur une approche expérimentale : réactions d'oxydo-réduction, propriétés de corps composés en lien avec la nature de la liaison chimique. Elle est prolongée par la présentation de l'existence d'échelles numériques, notamment celle de Pauling, mais la connaissance de leurs définitions n'est pas exigible ;
- La polarité des molécules a été abordée et utilisée dès la classe de première S, mais pas l'aspect vectoriel du moment dipolaire, qui est souligné ici. Aucune compétence sur l'addition de vecteurs non coplanaires n'est exigible ;
- La description des forces intermoléculaires est complétée pour développer les capacités d'interprétation ou de prévision de certaines propriétés physiques ou chimiques (température de changement d'état, miscibilité, solubilité) prenant en considération l'existence de telles forces.
- À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :
  - Utiliser la classification périodique des éléments pour déterminer, justifier ou comparer des propriétés (oxydo-réduction, solubilité, aptitude à la complexation, polarité, polarisabilité...) ;
  - Pratiquer un raisonnement qualitatif rigoureux ;
  - S'approprier les outils de description des entités chimiques (liaison covalente, notion de nuage électronique...) et leur complémentarité dans la description des interactions intermoléculaires ;
  - Appréhender la notion de solvant, au niveau microscopique à travers les interactions intermoléculaires et au niveau macroscopique par leur utilisation au laboratoire, dans industrie et dans la vie courante.

### 1. Classification périodique des éléments et électronégativité

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Atomes et éléments</b>	
Isotopes, abondance isotopique, stabilité. Ordres de grandeur de la taille d'un atome, des masses et des charges de l'électron et du noyau.	Utiliser un vocabulaire précis : élément, atome, corps simple, espèce chimique, entité chimique.
Nombres quantiques $n$ , $l$ , $m_l$ et $m_s$ .	Déterminer la longueur d'onde d'une radiation émise ou absorbée à partir de la valeur de la transition énergétique mise en jeu, et inversement.

Configuration électronique d'un atome et d'un ion monoatomique. Électrons de cœur et de valence.	Établir un diagramme qualitatif des niveaux d'énergie électroniques d'un atome donné. Établir la configuration électronique d'un atome dans son état fondamental (la connaissance des exceptions à la règle de Klechkowski n'est pas exigible). Déterminer le nombre d'électrons non appariés d'un atome dans son état fondamental. Prévoir la formule des ions monoatomiques d'un élément.
<b>Classification périodique des éléments</b>	
Architecture et lecture du tableau périodique.  Électronégativité.	Relier la position d'un élément dans le tableau périodique à la configuration électronique et au nombre d'électrons de valence de l'atome correspondant. Positionner dans le tableau périodique et reconnaître les métaux et non métaux. Situer dans le tableau les familles suivantes : métaux alcalins, halogènes et gaz nobles. Citer les éléments des périodes 1 à 2 de la classification et de la colonne des halogènes (nom, symbole, numéro atomique).  <b>Mettre en œuvre des expériences illustrant le caractère oxydant ou réducteur de certains corps simples.</b> <b>Élaborer ou mettre en œuvre un protocole permettant de montrer qualitativement l'évolution du caractère oxydant dans une colonne.</b> Relier le caractère oxydant ou réducteur d'un corps simple à l'électronégativité de l'élément. Comparer l'électronégativité de deux éléments selon leur position dans le tableau périodique.

## 2. Molécules et solvants

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Description des entités chimiques moléculaires</b>	
Schéma de Lewis d'une molécule ou d'un ion polyatomique. Liaison covalente localisée. Ordres de grandeur de la longueur et de l'énergie d'une liaison covalente.  Liaison polarisée. Molécule polaire. Moment dipolaire.	Établir un schéma de Lewis pour une entité donnée.  Relier la structure géométrique d'une molécule à l'existence ou non d'un moment dipolaire permanent. Déterminer direction et sens du vecteur moment dipolaire d'une molécule ou d'une liaison.
<b>Forces intermoléculaires</b>	
Interactions de van der Waals. Liaison hydrogène. Ordres de grandeur énergétiques.	Lier qualitativement la valeur plus ou moins grande des forces intermoléculaires à la polarité et la polarisabilité des molécules.

	Prévoir ou interpréter les propriétés physiques de corps purs par l'existence d'interactions de van der Waals ou de liaisons hydrogène intermoléculaires.
<b>Les solvants moléculaires</b>	
Grandeurs caractéristiques : moment dipolaire, permittivité relative. Solvants protogènes (protiques). Mise en solution d'une espèce chimique moléculaire ou ionique.	Interpréter la miscibilité ou la non-miscibilité de deux solvants. <b>Justifier ou proposer le choix d'un solvant adapté à la dissolution d'une espèce donnée, à la réalisation d'une extraction et aux principes de la chimie verte.</b>

## B. Deuxième semestre

### 5. Mécanique 2

Dans le **bloc 4**, l'étude du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe gardant une direction fixe dans un référentiel galiléen mais pour lequel l'axe de rotation ne serait pas fixe est exclue.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4.1 Loi du moment cinétique</b>	
Moment cinétique d'un point matériel par rapport à un point et par rapport à un axe orienté.	Relier la direction et le sens du vecteur moment cinétique aux caractéristiques du mouvement.
Moment cinétique scalaire d'un solide en rotation autour d'un axe fixe orienté ; moment d'inertie.	Maîtriser le caractère algébrique du moment cinétique scalaire.  Exploiter la relation pour le solide entre le moment cinétique scalaire, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie fourni.
Moment d'une force par rapport à un point ou un axe orienté.  Couple.  Liaison pivot.  Notions simples sur les moteurs ou freins dans les dispositifs rotatifs.	Calculer le moment d'une force par rapport à un axe orienté en utilisant le bras de levier.  Définir un couple.  Définir une liaison pivot et justifier le moment qu'elle peut produire.  Savoir qu'un moteur ou un frein contient nécessairement un stator pour qu'un couple puisse s'exercer sur le rotor.
Loi du moment cinétique en un point fixe dans un référentiel galiléen.	Reconnaître les cas de conservation du moment cinétique.
Loi scalaire du moment cinétique appliquée au solide en rotation autour d'un axe fixe orienté dans un référentiel galiléen.	
Pendule pesant.	Établir l'équation du mouvement.  Expliquer l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique. Établir une intégrale première du mouvement.  Lire et interpréter le portrait de phase : bifurcation entre un mouvement pendulaire et un mouvement

	<p>révolutif.</p> <p><b>Approche numérique :</b> Utiliser les résultats fournis par un logiciel de résolution numérique ou des simulations pour mettre en évidence le non isochronisme des oscillations.</p> <p><b>Réaliser l'acquisition expérimentale du portrait de phase d'un pendule pesant. Mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique.</b></p>
--	---

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4.2 Approche énergétique du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe orienté, dans un référentiel galiléen</b>	
Énergie cinétique d'un solide en rotation.	Utiliser la relation $E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2$ , l'expression de $J_{\Delta}$ étant fournie.
Loi de l'énergie cinétique pour un solide.	Établir l'équivalence dans ce cas entre la loi scalaire du moment cinétique et celle de l'énergie cinétique.

Le **bloc 5** est motivé par ses nombreuses applications. La nature conique des trajectoires étant affirmé, on se limite à discuter la nature de la trajectoire sur un graphe donnant l'énergie potentielle effective et on ne poursuit l'étude dans le cas d'un champ newtonien (lois de Kepler) que dans le cas d'une trajectoire circulaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Mouvements dans un champ de force centrale conservatif</b>	
Point matériel soumis à un seul champ de force centrale.	Déduire de la loi du moment cinétique la conservation du moment cinétique.  Connaître les conséquences de la conservation du moment cinétique : mouvement plan, loi des aires.
Énergie potentielle effective. État lié et état de diffusion.	Exprimer la conservation de l'énergie mécanique et construire une énergie potentielle effective.  Décrire qualitativement le mouvement radial à l'aide de l'énergie potentielle effective. Relier le caractère borné à la valeur de l'énergie mécanique.
Champ newtonien. Lois de Kepler.	Énoncer les lois de Kepler pour les planètes et les transposer au cas des satellites terrestres.
Cas particulier du mouvement circulaire : satellite, planète.	Montrer que le mouvement est uniforme et savoir calculer sa période.  Établir la troisième loi de Kepler dans le cas particulier de la trajectoire circulaire.

Satellite géostationnaire.	Calculer l'altitude du satellite et justifier sa localisation dans le plan équatorial.
Énergie mécanique dans le cas du mouvement circulaire puis dans le cas du mouvement elliptique.	Exprimer l'énergie mécanique pour le mouvement circulaire.
Vitesses cosmiques : vitesse en orbite basse et vitesse de libération.	Exprimer ces vitesses et connaître leur ordre de grandeur en dynamique terrestre.

## 6. Thermodynamique

### Présentation

Dans le cycle terminal de la filière S du lycée, les élèves ont été confrontés à la problématique des transferts d'énergie entre systèmes macroscopiques. L'énergie interne d'un système a été introduite puis reliée à la grandeur température *via* la capacité thermique dans le cas d'une phase condensée. Les élèves ont alors été amenés à se questionner sur le moyen de parvenir à une modification de cette énergie interne ce qui a permis d'introduire le premier principe et deux types de transferts énergétiques, le travail et le transfert thermique. Enfin, les élèves ont été sensibilisés à la notion d'irréversibilité en abordant le phénomène de diffusion thermique.

Après avoir mis l'accent sur le passage fondamental d'une réalité microscopique à des grandeurs mesurables macroscopiques, cette partie propose, en s'appuyant sur des exemples concrets, de poursuivre la description et l'étude de la matière à l'échelle macroscopique, l'objectif étant d'aborder des applications motivantes. Les capacités identifiées doivent être introduites en s'appuyant dès que possible sur des dispositifs expérimentaux qui permettent ainsi leur acquisition progressive et authentique. Ces capacités se limitent à l'étude du corps pur subissant des transformations finies, excluant ainsi toute thermodynamique différentielle : le seul recours à une quantité élémentaire intervient lors de l'évaluation du travail algébriquement reçu par un système par intégration du travail élémentaire. En particulier, pour les bilans finis d'énergie, les expressions des fonctions d'état  $U_m(T, V_m)$  et  $H_m(T, P)$  seront données si le système ne relève pas du modèle gaz parfait ou du modèle de la phase condensée incompressible et indilatable. Pour les bilans finis d'entropie, l'expression de la fonction d'état entropie sera systématiquement donnée et on ne s'intéressera pas à sa construction.

S'agissant de l'application des principes de la thermodynamique aux machines thermiques avec écoulement stationnaire, il s'agit d'une introduction modeste: les étudiants doivent avoir compris pourquoi l'enthalpie intervient mais l'essentiel n'est pas la démonstration (qui sera reprise en deuxième année) ; il s'agit en revanche d'orienter l'enseignement de la thermodynamique vers des applications industrielles réelles motivantes grâce à l'utilisation de diagrammes.

L'application des principes de la thermodynamique aux machines thermiques avec écoulement stationnaire est prévue en deuxième année.

On utilisera les notations suivantes : pour une grandeur extensive  $A$ ,  $a$  sera la grandeur massique associée et  $A_m$  la grandeur molaire associée.

### Objectifs généraux de formation

Il est essentiel de bien situer le niveau de ce cours de thermodynamique, en le considérant comme une introduction à un domaine complexe dont le traitement complet relève de la physique statistique,

inabordable à ce stade. On s'attachera néanmoins, de façon prioritaire, à la rigueur des raisonnements mis en place (définition du système, lois utilisées...).

Outre la maîtrise des capacités liées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- définir un système qui permette de faire les bilans nécessaires à l'étude
- faire le lien entre un système réel et sa modélisation
- comprendre qu'il peut exister plusieurs modèles de complexité croissante pour rendre compte des observations expérimentales
- utiliser des tableaux de données ou des représentations graphiques complexes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Descriptions microscopique et macroscopique d'un système à l'équilibre</b>	
Échelles microscopique, mésoscopique, et macroscopique.	Citer l'ordre de grandeur du nombre d'Avogadro.
Système thermodynamique. Surface de contrôle.	Identifier un système ouvert, un système fermé, un système isolé.
État d'équilibre d'un système soumis aux seules forces de pression. Pression, température, volume, équation d'état. Grandeur extensive, grandeur intensive. Exemples du gaz parfait et d'une phase condensée indilatable et incompressible.	Calculer une pression à partir d'une condition d'équilibre mécanique.  Déduire une température d'une condition d'équilibre thermique.  Citer quelques ordres de grandeur de volumes molaires ou massiques dans les conditions usuelles de pression et de température.  Citer et utiliser l'équation d'état des gaz parfaits.
Vitesse quadratique moyenne. Température cinétique. Exemple du gaz parfait monoatomique : $E_c = 3/2kT$ .	Calculer l'ordre de grandeur d'une vitesse quadratique moyenne dans un gaz parfait.
Énergie interne d'un système. Capacité thermique à volume constant dans le cas du gaz parfait.	Exprimer l'énergie interne d'un gaz parfait monoatomique à partir de l'interprétation microscopique de la température.  Savoir que $U_m = U_m(T)$ pour un gaz parfait.
Énergie interne et capacité thermique à volume constant d'une phase condensée considérée incompressible et indilatable.	Savoir que $U_m = U_m(T)$ pour une phase condensée incompressible et indilatable.
Approximation des phases condensées peu compressibles et peu dilatables.	Interpréter graphiquement la différence de compressibilité entre un liquide et un gaz à partir d'isothermes expérimentales.
Corps pur diphasé en équilibre. Diagramme de phases (P,T). Cas de l'équilibre liquide-vapeur : diagramme de Clapeyron (P,v), titre en vapeur.	Analyser un diagramme de phase expérimental (P,T).  Proposer un jeu de variables d'état suffisant pour caractériser l'état d'équilibre d'un corps pur diphasé soumis aux seules forces de pression.

	<p>Positionner les phases dans les diagrammes (P,T) et (P,v).</p> <p>Déterminer la composition d'un mélange diphasé en un point d'un diagramme (P,v).</p> <p>Expliquer la problématique du stockage des fluides.</p>
--	--

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Énergie échangée par un système au cours d'une transformation</b>	
Transformation thermodynamique subie par un système.	<p>Définir le système.</p> <p>Exploiter les conditions imposées par le milieu extérieur pour déterminer l'état d'équilibre final.</p> <p>Utiliser le vocabulaire usuel : évolutions isochore, isotherme, isobare, monobare, monotherme.</p>
Travail des forces de pression. Transformations isochore, monobare. Transformations polytropiques d'un gaz parfait.	<p>Calculer le travail par découpage en travaux élémentaires et sommation sur un chemin donné dans le cas d'une seule variable.</p> <p>Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans un diagramme de Clapeyron.</p>
Transfert thermique. Transformation adiabatique. Thermostat, transformations monotherme et isotherme.	<p>Distinguer qualitativement les trois types de transferts thermiques : conduction, convection et rayonnement.</p> <p>Identifier dans une situation expérimentale le ou les systèmes modélisables par un thermostat.</p> <p>Proposer de manière argumentée le modèle limite le mieux adapté à une situation réelle entre une transformation adiabatique et une transformation isotherme.</p>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Premier principe. Bilans d'énergie</b>	
Premier principe de la thermodynamique : $\Delta U + \Delta E_c = Q + W$	<p>Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir travail W et transfert thermique Q.</p> <p>Exploiter l'extensivité de l'énergie interne.</p> <p>Distinguer le statut de la variation de l'énergie interne du statut des termes d'échange.</p> <p>Calculer le transfert thermique Q sur un chemin donné connaissant le travail W et la variation de l'énergie interne <math>\Delta U</math>.</p> <p><b>Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure d'une grandeur thermodynamique énergétique (capacité thermique, enthalpie de fusion...).</b></p>

<p>Enthalpie d'un système. Capacité thermique à pression constante dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable.</p>	<p>Exprimer l'enthalpie <math>H_m(T)</math> du gaz parfait à partir de l'énergie interne.</p> <p>Comprendre pourquoi l'enthalpie <math>H_m</math> d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable peut être considérée comme une fonction de l'unique variable <math>T</math>.</p> <p>Exprimer le premier principe sous forme de bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare avec équilibre mécanique dans l'état initial et dans l'état final.</p> <p>Connaître l'ordre de grandeur de la capacité thermique massique de l'eau liquide.</p>
<p>Enthalpie associée à une transition de phase : enthalpie de fusion, enthalpie de vaporisation, enthalpie de sublimation.</p>	<p>Exploiter l'extensivité de l'enthalpie et réaliser des bilans énergétiques en prenant en compte des transitions de phases.</p>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>4. Deuxième principe. Bilans d'entropie.</b></p> <p>Deuxième principe : fonction d'état entropie, entropie créée, entropie échangée.  <math>\Delta S = S_{ech} + S_{créé}</math> avec <math>S_{ech} = \sum Q_i/T_i</math>.</p>	<p>Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan entropique. Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.</p>
<p>Variation d'entropie d'un système.</p> <p>Loi de Laplace.</p> <p>Cas particulier d'une transition de phase.</p>	<p>Utiliser l'expression fournie de la fonction d'état entropie.</p> <p>Exploiter l'extensivité de l'entropie.</p> <p>Énoncer les conditions d'application de la loi de Laplace et l'utiliser.</p> <p>Connaître et utiliser la relation entre les variations d'entropie et d'enthalpie associées à une transition de phase : <math>\Delta h_{12}(T) = T \Delta s_{12}(T)</math></p>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>5. Machines thermiques</b></p> <p>Application du premier principe et du deuxième principe aux machines thermiques cycliques dithermes : rendement, efficacité, théorème de Carnot.</p>	<p>Donner le sens des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme.</p> <p>Analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme.</p> <p>Définir un rendement ou une efficacité et la relier aux énergies échangées au cours d'un cycle. Justifier et utiliser le théorème de Carnot.</p> <p>Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles.</p>



## 7. Induction et forces de Laplace

### Présentation

Cette partie est nouvelle pour les étudiants, puisque seule une approche descriptive du champ magnétique a fait l'objet d'une présentation en classe de première S. Cette partie s'appuie sur les nombreuses applications présentes dans notre environnement immédiat : boussole, moteur électrique, alternateur, transformateur, haut-parleur, plaques à induction, carte RFID... Il s'agit de restituer toute la richesse de ces applications dans un volume horaire modeste, ce qui limite les géométries envisagées et le formalisme utilisé. Le point de vue adopté cherche à mettre l'accent sur les phénomènes et sur la modélisation sommaire de leurs applications. L'étude sera menée à partir du flux magnétique en n'envisageant que des champs magnétiques uniformes à l'échelle de la taille des systèmes étudiés. Toute étude du champ électromoteur est exclue. L'induction et les forces de Laplace dans un circuit mobile sont introduites dans le cas d'un champ uniforme et stationnaire, soit dans le modèle des rails de Laplace, soit dans celui d'un cadre rectangulaire en rotation. Ce dernier modèle permet d'introduire la notion de dipôle magnétique et une analogie de comportement permet de l'étendre au cas de l'aiguille d'une boussole.

Le succès de cet enseignement au niveau de la classe de PTSI suppose le respect de ces limitations : cet enseignement n'est pas une étude générale des phénomènes d'induction. Corrélativement, l'enseignement de cette partie doit impérativement s'appuyer sur une démarche expérimentale authentique, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou d'activités expérimentales.

À l'exception du bloc 6, les milieux sont considérés comme non magnétiques.

### Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- maîtriser les notions de champ de vecteurs et de flux d'un champ de vecteurs
- évaluer les actions d'un champ magnétique extérieur sur un circuit parcouru par un courant ou par analogie sur un aimant
- utiliser la notion de moment magnétique
- connaître ou savoir évaluer des ordres de grandeur
- analyser qualitativement les systèmes où les phénomènes d'induction sont à prendre en compte
- maîtriser les règles d'orientation et leurs conséquences sur l'obtention des équations mécaniques et électriques
- effectuer des bilans énergétiques
- connaître des applications relevant du domaine de l'industrie ou de la vie courante où les phénomènes d'induction sont présents et déterminants dans le fonctionnement des dispositifs
- mettre en œuvre des expériences illustrant la manifestation des phénomènes d'induction

Le **bloc 1. « Champ magnétique »** vise à faire le lien avec le programme de la classe de première S et à permettre à l'étudiant de disposer des outils minimaux nécessaires ; l'accent est mis sur le concept de

champ vectoriel, sur l'exploitation des représentations graphiques et sur la connaissance d'ordres de grandeur. Une étude plus approfondie de la magnétostatique sera conduite en seconde année.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Champ magnétique</b>	
Sources de champ magnétique ; cartes de champ magnétique.	Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible, et l'emplacement des sources.  Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.  Connaître des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant.	Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.
Moment magnétique.	Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane.  Par analogie avec une boucle de courant, associer à un aimant un moment magnétique.  Connaître un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.

Dans le **bloc 2. « Actions d'un champ magnétique »**, le professeur est libre d'introduire la force de Laplace avec ou sans référence à la force de Lorentz. Il s'agit ici de se doter d'expressions opérationnelles pour étudier le mouvement dans un champ uniforme et stationnaire (soit d'une barre en translation, soit d'un moment magnétique en rotation modélisé par un cadre rectangulaire).

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Actions d'un champ magnétique</b>	
Résultante et puissance des forces de Laplace s'exerçant sur une barre conductrice en translation rectiligne sur deux rails parallèles (rails de Laplace) dans un champ magnétique extérieur uniforme, stationnaire et orthogonal à la barre.	Connaître l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.  Évaluer la puissance des forces de Laplace.
Couple et puissance des actions mécaniques de Laplace dans le cas d'une spire rectangulaire, parcourue par un courant, en rotation autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe.	Connaître l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.
Action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un aimant. Positions d'équilibre et stabilité.	<b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'action d'un champ magnétique uniforme sur une boussole.</b>

Effet moteur d'un champ magnétique tournant.	<b>Créer un champ magnétique tournant à l'aide de deux ou trois bobines et mettre en rotation une aiguille aimantée.</b>
--	--

Le **bloc 3. « Lois de l'induction »** repose sur la loi de Faraday  $e = -\frac{d\phi}{dt}$  qui se prête parfaitement à une introduction expérimentale et qui peut constituer un bel exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On n'omettra pas, à ce sujet, d'évoquer les différents points de vue possibles sur le même phénomène selon le référentiel dans lequel on se place.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Lois de l'induction</b>	
<u>Flux d'un champ magnétique.</u>  Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.	Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
<u>Loi de Faraday.</u>  Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit.  Loi de modération de Lenz.  Force électromotrice induite, loi de Faraday.	<b>Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.</b>  Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.  Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algèbrisation.

Le **bloc 4. « Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps »** aborde le phénomène d'auto-induction puis le couplage par mutuelle inductance entre deux circuits fixes. Elle traite du modèle du transformateur parfait.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps</b>	
<u>Auto-induction.</u>  Flux propre et inductance propre.	Différencier le flux propre des flux extérieurs.  Utiliser la loi de modération de Lenz.  Évaluer et connaître l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par une bobine infinie étant donné.  <b>Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.</b>

Étude énergétique.	Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
<u>Cas de deux bobines en interaction.</u>  Inductance mutuelle entre deux bobines.  Circuits électriques à une maille couplés par le phénomène de mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.  Transformateur de tension.	Connaître des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.  Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.  Établir la loi des tensions.
Étude énergétique.	Conduire un bilan de puissance et d'énergie.

Le **bloc 5. « Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire »** est centré sur la conversion de puissance. Des situations géométriques simples permettent de dégager les paramètres physiques pertinents afin de modéliser le principe d'un moteur à courant continu ou un dispositif de freinage, puis par adjonction d'une force de rappel un haut-parleur électrodynamique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire</b>	
<u>Conversion de puissance mécanique en puissance électrique.</u>  Rail de Laplace. Spire rectangulaire soumise à un champ magnétique extérieur uniforme et en rotation uniforme autour d'un axe fixe orthogonal au champ magnétique.  Freinage par induction	Interpréter qualitativement les phénomènes observés.  Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe.  Effectuer un bilan énergétique.  Connaître des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.  Expliquer l'origine des courants de Foucault et en connaître des exemples d'utilisation.  <b>Mettre en évidence qualitativement les courants de Foucault.</b>
<u>Conversion de puissance électrique en puissance mécanique.</u>  Moteur à courant continu à entrefer plan.	Analyser le fonctionnement du moteur à courant continu à entrefer plan en s'appuyant sur la configuration des rails de Laplace.  Citer des exemples d'utilisation du moteur à courant continu.

Haut-parleur électrodynamique.	Expliquer le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique dans la configuration simplifiée des rails de Laplace.  Effectuer un bilan énergétique.
--------------------------------	--

Enfin, le **bloc 6. Convertisseurs électromécaniques** se veut être une modeste approche des machines électriques réelles mettant en évidence l'utilisation raisonnée de matériaux magnétiques.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>6. Convertisseurs électromécaniques</b>	
Machines à courant continu, machines synchrones, machines asynchrones.	<b>Approche documentaire</b> : Justifier l'utilisation d'un matériau magnétique au regard de la puissance massique désignée.

## 8. Architecture de la matière condensée : solides cristallins

L'existence des états cristallins et amorphes ainsi que la notion de transition allotropique, présentées au premier semestre dans la partie « Transformations de la matière », vont être réinvesties et approfondies dans cette partie.

Les éléments de description microscopique relatifs au « modèle du cristal parfait » sont introduits lors de l'étude des solides sur l'exemple de la maille cubique faces centrées (CFC), seule maille dont la connaissance est exigible. Cet ensemble d'outils descriptifs sera réinvesti pour étudier d'autres structures cristallines dont la constitution sera alors fournie à l'étudiant.

Aucune connaissance de mode de cristallisation pour une espèce donnée n'est exigible ; le professeur est libre de choisir les exemples de solides pertinents pour présenter les différents types de cristaux et montrer leur adéquation, plus ou moins bonne, avec le modèle utilisé.

En effet, l'objectif principal de l'étude des cristaux métalliques, covalents et ioniques est d'aborder une nouvelle fois la notion de modèle : les allers-retours entre le niveau macroscopique (solides de différentes natures) et la modélisation microscopique (cristal parfait) permettent de montrer les limites du modèle du cristal parfait et de confronter les prédictions faites avec ce modèle aux valeurs expérimentales mesurées sur le solide réel (rayons ioniques, masse volumique). Cette partie constitue une occasion de revenir sur les positions relatives des éléments dans la classification périodique, en lien avec la nature des interactions assurant la cohésion des édifices présentés, ainsi que sur les interactions intermoléculaires et la notion de solubilisation pour les solides ioniques et moléculaires.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Relier la position d'un élément dans le tableau périodique et la nature des interactions des entités correspondantes dans un solide ;
- Effectuer des liens entre différents champs de connaissance ;
- Appréhender la notion de limite d'un modèle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Modèle du cristal parfait</b>	
Description du cristal parfait ; population, coordinence, compacité, masse volumique.	Décrire un cristal parfait comme un assemblage de mailles parallélépipédiques. Déterminer la population, la coordinence et la compacité pour une structure fournie. Déterminer la valeur de la masse volumique d'un matériau cristallisé selon une structure cristalline fournie.

Limites du modèle du cristal parfait.	Relier le rayon métallique, covalent, de van der Waals ou ionique, selon le cas, aux paramètres d'une maille donnée. <b>Utiliser un logiciel ou des modèles cristallins pour visualiser des mailles et des sites interstitiels et pour déterminer des paramètres géométriques.</b>  Confronter des données expérimentales aux prévisions du modèle.
<b>Métaux et cristaux métalliques</b> Description des modèles d'empilement compact de sphères identiques.  Maille conventionnelle cubique à faces centrées (CFC).	Relier les caractéristiques de la liaison métallique (ordre de grandeur énergétique, non directionnalité) aux propriétés macroscopiques des métaux.  Localiser, dénombrer les sites tétraédriques et octaédriques d'une maille CFC et déterminer leur habitabilité.  <b>Approche documentaire</b> : à partir de documents, découvrir quelques alliages, leurs propriétés et leurs utilisations.
<b>Solides covalents et moléculaires</b>	Relier les caractéristiques des liaisons covalentes, des interactions de van der Waals et des liaisons hydrogène (directionnalité ou non, ordre de grandeur des énergies mises en jeu) et les propriétés macroscopiques des solides correspondants.
<b>Solides ioniques</b>	Relier les caractéristiques de l'interaction ionique dans le cadre du modèle ionique parfait (ordre de grandeur de l'énergie d'interaction, non directionnalité, charge localisée) avec les propriétés macroscopiques des solides ioniques.

## 9. Transformations chimiques en solution aqueuse

Les transformations chimiques en solution aqueuse jouent un rôle essentiel en chimie, en biochimie et dans les processus environnementaux.

Un nombre considérable de développements technologiques (générateurs électrochimiques, lutte contre la corrosion, traitement des eaux, méthodes d'analyse...) repose sur des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse. L'influence du milieu (pH, possibilité de formation de composés insolubles...) est primordiale dans la compréhension et la prévision des phénomènes mis en jeu.

L'objectif de cette partie est donc de présenter les différents types de réactions susceptibles d'intervenir en solution aqueuse, d'en déduire des diagrammes de prédominance ou d'existence d'espèces chimiques, notamment des diagrammes potentiel-pH et de les utiliser comme outil de prévision et d'interprétation des transformations chimiques quel que soit le milieu donné. Les conventions de tracé seront toujours précisées.

S'appuyant sur les notions de couple redox et de pile rencontrées au lycée, l'étude des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse est complétée par l'utilisation de la relation de Nernst (admise en première année) et de la relation entre la constante thermodynamique d'équilibre d'une réaction d'oxydo-réduction et les potentiels standard.

Afin de pouvoir étudier l'influence du milieu sur les espèces oxydantes ou réductrices effectivement présentes, les connaissances sur les réactions acido-basiques en solution aqueuse acquises au lycée sont réinvesties et complétées. Compte tenu des différentes conventions existantes, l'équation de la réaction correspondante est donnée dans chaque cas. Enfin, les phénomènes de précipitation et de dissolution, ainsi que la condition de saturation d'une solution aqueuse sont présentés.

Ces différentes transformations en solution aqueuse sont abordées en montrant bien qu'elles constituent des illustrations de l'évolution des systèmes chimiques introduites au premier semestre, les étudiants étant amenés à déterminer l'état final d'un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique. On montrera qu'il est ainsi possible d'analyser et de simplifier une situation complexe pour parvenir à la décrire rigoureusement et quantitativement, en l'occurrence dans le cas des solutions aqueuses par une réaction prépondérante. Il est cependant important de noter qu'on évite tout calcul inutile de concentration, en privilégiant l'utilisation des diagrammes pour valider le choix de la réaction mise en jeu. Dans ce cadre, aucune formule de calcul de pH n'est exigible.

Enfin, les diagrammes potentiel-pH sont présentés, puis superposés pour prévoir ou interpréter des transformations chimiques.

Les choix pédagogiques relatifs au contenu des séances de travail expérimental permettront de contextualiser ces enseignements.

Les dosages par titrage sont étudiés exclusivement en travaux pratiques. L'analyse des conditions choisies ou la réflexion conduisant à une proposition de protocole expérimental pour atteindre un objectif donné constituent des mises en situation des enseignements évoqués précédemment. La compréhension des phénomènes mis en jeu dans les titrages est par ailleurs un outil pour l'écriture de la réaction prépondérante. Ces séances de travail expérimental constituent une nouvelle occasion d'aborder qualité et précision de la mesure.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être par la suite valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Modéliser ou simplifier un problème complexe ;
- Utiliser différents outils graphique, numérique, analytique ;
- Repérer les informations ou paramètres importants pour la résolution d'un problème.

## 1. Réactions d'oxydo-réduction

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Oxydants et réducteurs</b>	
Nombre d'oxydation. Exemples usuels : nom, nature et formule des ions thiosulfate, permanganate, dichromate, hypochlorite, du peroxyde d'hydrogène.  Potentiel d'électrode, formule de Nernst, électrodes de référence. Diagrammes de prédominance ou d'existence.	Prévoir les nombres d'oxydation extrêmes d'un élément à partir de sa position dans le tableau périodique. Identifier l'oxydant et le réducteur d'un couple. Décrire le fonctionnement d'une pile à partir d'une mesure de tension à vide ou à partir des potentiels d'électrodes. Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.
<b>Réactions d'oxydo-réduction</b>	
Aspect thermodynamique. Dismutation et médimutation.	Prévoir qualitativement ou quantitativement le caractère thermodynamiquement favorisé ou défavorisé d'une réaction d'oxydo-réduction. <b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu des réactions d'oxydo-réduction.</b>

## 2. Réactions acido-base et de précipitation

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>Réactions acido-basiques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- constante d'acidité ;</li> <li>- diagramme de prédominance ;</li> <li>- exemples usuels d'acides et bases : nom, formule et nature – faible ou forte – des acides sulfurique, nitrique, chlorhydrique, phosphorique, acétique, de la soude, l'ion hydrogénocarbonate, l'ammoniac.</li> </ul> <p><b>Réactions de dissolution ou de précipitation</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- constante de l'équation de dissolution, produit de solubilité <math>K_s</math> ;</li> <li>- solubilité et condition de précipitation ;</li> <li>- domaine d'existence ;</li> <li>- facteurs influençant la solubilité.</li> </ul>	<p>Déterminer la valeur de la constante d'équilibre pour une équation de réaction, combinaison linéaire d'équations dont les constantes thermodynamiques sont connues.</p> <p>Retrouver les valeurs de constantes d'équilibre par lecture de courbes de distribution et de diagrammes de prédominance (et réciproquement). Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</p> <p>Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</p> <p>Prévoir l'état de saturation ou de non saturation d'une solution, en solide.</p> <p>Exploiter des courbes d'évolution de la solubilité en fonction d'une variable.</p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale illustrant les transformations en solutions aqueuses.</b></p> <p><b>Approche documentaire :</b> à partir de documents autour du traitement d'effluents, dégager par exemple les méthodes de détection d'espèces (méthodes physiques ou chimiques), d'évaluation des concentrations, ou les procédés et transformations mis en jeu pour la séparation des espèces et la dépollution.</p>

## 3. Diagrammes potentiel-pH

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>Diagrammes potentiel-pH</b></p> <p>Principe de construction d'un diagramme potentiel-pH.</p> <p>Lecture et utilisation des diagrammes potentiel-pH</p> <p>Limite thermodynamique du domaine d'inertie électrochimique de l'eau.</p>	<p>Attribuer les différents domaines d'un diagramme fourni à des espèces données.</p> <p>Retrouver la valeur de la pente d'une frontière dans un diagramme potentiel-pH.</p> <p>Justifier la position d'une frontière verticale.</p> <p>Prévoir le caractère thermodynamiquement favorisé ou non d'une transformation par superposition de diagrammes.</p> <p>Discuter de la stabilité des espèces dans l'eau.</p> <p>Prévoir la stabilité d'un état d'oxydation en fonction du pH du milieu.</p> <p>Prévoir une éventuelle dismutation ou médimutation.</p>



	Confronter les prévisions à des données expérimentales et interpréter d'éventuels écarts en termes cinétiques. <b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale s'appuyant sur l'utilisation d'un diagramme potentiel-pH.</b>
--	---

## Appendice 1 : matériel

Cette liste regroupe le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de cette liste lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

### 1. Domaine optique

- Goniomètre
- Viseur à frontale fixe
- Lunette auto-collimatrice
- Spectromètre à fibre optique
- Laser à gaz
- Lampes spectrales
- Source de lumière blanche à condenseur

### 2. Domaine électrique

- Oscilloscope numérique
- Carte d'acquisition et logiciel dédié
- Générateur de signaux Basse Fréquence
- Multimètre numérique
- Émetteur et récepteur acoustique (domaine audible et domaine ultrasonore)

### 3. Domaines mécanique et thermodynamique

- Capteur de pression
- Accéléromètre
- Stroboscope
- Webcam avec logiciel dédié
- Appareil photo numérique ou caméra numérique avec cadence de prise de vue supérieure à 100 images par seconde
- Thermomètre, thermocouple, thermistance, capteur infra-rouge
- Calorimètre

### 4. Chimie

- Verrerie classique de chimie analytique : burettes, pipettes jaugées et graduées, fioles jaugées, erlenmeyers, bechers, etc.
- pH-mètre et sondes de mesure
- Millivoltmètre et électrodes
- Conductimètre et sonde de mesure
- Sonde thermométrique
- Balance de précision

## Appendice 2 : outils mathématiques

L'utilisation d'outils mathématiques est indispensable en physique comme en chimie.

La capacité à mettre en œuvre de manière autonome certains de ces outils mathématiques dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie fait partie des compétences exigibles à la fin de la première année de PTSI. Le tableau ci-dessous explicite ces outils ainsi que le niveau de maîtrise attendu en fin de première année. Il sera complété dans le programme de seconde année.

Cependant les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils numériques (calculatrices, logiciels de calcul numérique ou formel).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>1. Équations algébriques</b>	
Systèmes linéaires de $n$ équations à $p$ inconnues	Identifier les variables (inconnues) nécessaires à la modélisation du problème sous forme d'un système d'équations linéaires. Donner l'expression formelle des solutions dans le seul cas $n = p = 2$ . Utiliser des outils numériques ou de calcul formel dans les autres cas.
Équations non linéaires	Représenter graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$ . Interpréter graphiquement la ou les solutions. Dans le cas général, résoudre à l'aide d'un outil numérique ou de calcul formel.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>2. Équations différentielles</b>	
Equations différentielles linéaires à coefficients constants	Identifier l'ordre. Mettre l'équation sous forme canonique.
Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants : $y' + ay = f(x)$	Trouver la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \cos(\omega x + \varphi)$ (en utilisant la notation complexe).
Équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants : $y'' + ay' + by = f(x)$	Utiliser l'équation caractéristique pour trouver la solution générale de l'équation sans second membre. Prévoir le caractère borné ou non de ses solutions (critère de stabilité). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \exp(\lambda x)$ avec $\lambda$ complexe. Trouver la solution de l'équation complète correspondant à des conditions initiales données. Représenter graphiquement cette solution.
Autres équations différentielles d'ordre 1 ou 2.	Intégrer numériquement avec un outil fourni. Obtenir une intégrale première d'une équation de Newton $x'' = f(x)$ et l'exploiter graphiquement. Séparer les variables d'une équation du premier ordre à variables séparables. Faire le lien entre les conditions initiales et le graphe de la solution correspondante.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, puissance réelle ( $x \rightarrow x^a$ ), Cosinus hyperbolique et sinus hyperbolique (ces fonctions hyperboliques, non traitées dans le cours de mathématiques, sont introduites par le professeur de physique).
Dérivée. Notation dx/dt.  Développements limités.	Utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement.  Connaître et utiliser les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $(1+x)^\alpha$ , $e^x$ et $\ln(1+x)$ , et à l'ordre 2 des fonctions $\cos(x)$ et $\sin(x)$ .
Primitive et intégrale.  Valeur moyenne.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales, en lien avec la méthode des rectangles en mathématiques.  Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions $\cos$ , $\sin$ , $\cos^2$ et $\sin^2$ .
Représentation graphique d'une fonction.	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation $y = f(x)$ donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum local. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance à une droite en échelle log-log.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni par un formulaire (cette capacité est développée par le professeur de physique, la notion de série de Fourier n'étant pas abordée dans le cours de mathématiques).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et système de coordonnées.	Exprimer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée d'un espace de dimension inférieure ou égale à 3. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.
Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres.

Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations de l'espace. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.  Les translations sont présentées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Courbes planes.  Courbes planes paramétrées.	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite, d'un cercle, d'une ellipse, d'une branche d'hyperbole, d'une parabole (concernant les coniques, cette capacité est développée par le professeur de physique, l'étude des coniques n'étant pas traitée en mathématiques).  Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur. Identifier une ellipse à l'aide de sa représentation paramétrique ( $x = a.\cos(\omega t)$ , $y = b.\cos(\omega t - \varphi)$ ) et la tracer dans les cas particuliers $\varphi = 0$ , $\varphi = \pi/2$ et $\varphi = \pi$ .  Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation $r = f(\theta)$ .
Longueurs, aires et volumes classiques.	Connaître les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points.	Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène. (cette capacité sera développée par le professeur de physique, l'étude du barycentre n'étant pas traitée en mathématiques).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté.	Définir une convention d'orientation des angles d'un plan (euclidien) et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles d'un plan perpendiculaire à cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ , relations entre fonctions trigonométriques et toutes relations du type $\cos(\pi \pm x)$ et $\cos(\frac{\pi}{2} \pm x)$ , parités, périodicité, valeurs des fonctions pour les angles usuels.  Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.

Nombres complexes et représentation dans le plan.  
Somme et produit de nombres complexes.

Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.



# Annexe 3

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Physique, technologie et sciences de l'ingénieur (PTSI) – Physique et technologie (PT)**

Discipline : **Sciences industrielles de l'ingénieur**

**Première et seconde années**

# **PROGRAMME DE SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR DANS LA FILIÈRE PT-SI-PT**

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur dans la filière PT-SI-PT s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

## **1. OBJECTIFS DE FORMATION**

### **1.1. Finalités**

Les prochaines décennies verront nos sociétés économiquement avancées contraintes de faire face à de nouveaux enjeux dans de nombreux domaines concernant les grands équilibres mondiaux. La demande d'une population mondiale en constante progression pèse sur l'accès à l'énergie, l'eau, l'alimentation, la formation, l'information, l'éducation et la santé. Par ailleurs, la mondialisation des échanges qui a un fort effet diffusant des savoirs-faire et des technologies, impose un effort de compétitivité qui permette au monde de la production et des services de rechercher sans cesse de nouvelles réalisations. Il en résulte la constante nécessité d'innover avec des cycles de développement de plus en plus courts et donc, de s'appuyer sur toutes les forces créatrices en sciences et technologies. Tel est notamment le défi imposé à notre pays, dont la matière première dans ce contexte est celle de l'intelligence, de la créativité et de la capacité d'innovation de ses ingénieurs et de ses chercheurs.

Tous ces défis sont d'autant plus cruciaux qu'ils devront être relevés dans un contexte de développement durable préservant les ressources naturelles non renouvelables et privilégiant un développement équilibré des ressources naturelles renouvelables.

Dans ce contexte, la formation des ingénieurs et des chercheurs devient un enjeu crucial de compétitivité pour notre pays. La filière PT-SI / PT, maillon du continuum de formation Classes Préparatoires aux Grandes Écoles / Grandes Écoles, s'adresse aux étudiants désireux d'acquérir une solide formation scientifique et humaine pour devenir, en cinq ans des ingénieurs et des chercheurs créatifs, pragmatiques et polyvalents capables de piloter des projets innovants au service des enjeux sociétaux.

Au cœur de la filière PT-SI / PT et associées aux disciplines scientifiques et humanistes, les sciences industrielles de l'ingénieur permettent aux étudiants d'acquérir et développer les compétences requises pour s'intégrer dans ce continuum de formation où le haut niveau scientifique et technique est au service de l'apprentissage d'un « vouloir et savoir entreprendre » pour maîtriser la conception et la réalisation d'objets technologiques et services complexes. Les étudiants doivent mobiliser toutes ces compétences en respectant les étapes de raisonnement de l'ingénieur reposant sur les démarches d'investigation, de résolution de problèmes et de projet.

Les études de systèmes industriels traitées relèvent des grands domaines comme l'énergie, l'agroalimentaire, la santé, les bâtiments et travaux publics, l'information et la communication, la production de biens et de services ou les transports.

## 1.2. Objectifs généraux

L'enseignement des sciences industrielles de l'ingénieur, dans la filière PTSI / PT, a pour objectif d'aborder et consolider l'apprentissage des démarches de création, d'innovation, d'anticipation, de conception, de réalisation et d'intégration qui permettent, de maîtriser une partie du cycle de vie du produit allant du cahier des charges (performances souhaitées par le commanditaire) jusqu'à la matérialisation du produit sous forme de maquette ou de prototype.

La conception et la modélisation des solutions, permettant de simuler tout ou partie du fonctionnement du produit et la réalisation d'un prototype permettant de mesurer expérimentalement les performances du produit constituent deux phases intermédiaires majeures du cycle de vie, nécessaires pour valider les choix d'architecture technique.

L'apprentissage de ces démarches amène l'étudiant à :

- prévoir les performances attendues de systèmes ou sous-systèmes à partir de modélisations, par l'évaluation de l'écart entre les performances simulées et les performances attendues imposées par le cahier des charges ;
- vérifier les performances attendues de systèmes ou sous-systèmes, par l'évaluation de l'écart entre le cahier des charges et les réponses expérimentales ;
- proposer des modélisations de systèmes ou sous-systèmes à partir d'essais d'identification et de modèles de comportement ou de connaissance, et valider ces modèles par l'évaluation de l'écart entre les performances mesurées et les performances simulées ;
- concevoir tout ou une partie d'un système en intégrant le champ de contraintes induit par la gestion du cycle de vie du produit dans le cadre du développement durable. L'innovation et la créativité sont également des marqueurs forts de la démarche de conception ;
- intégrer les procédés de réalisation dans la démarche globale de création d'un produit.

L'observation, la caractérisation et la quantification de ces écarts confrontent les étudiants de la filière PTSI / PT à une approche multi-échelles indispensable à la maîtrise de la démarche de conception / expérimentation / validation de produits industriels et services industriels pluri-technologiques. L'étudiant de la filière PTSI / PT doit d'abord s'appuyer sur le système réel pour appréhender le modèle selon l'échelle d'analyse choisie et ceci dans le but indispensable de rétroagir sur le réel.

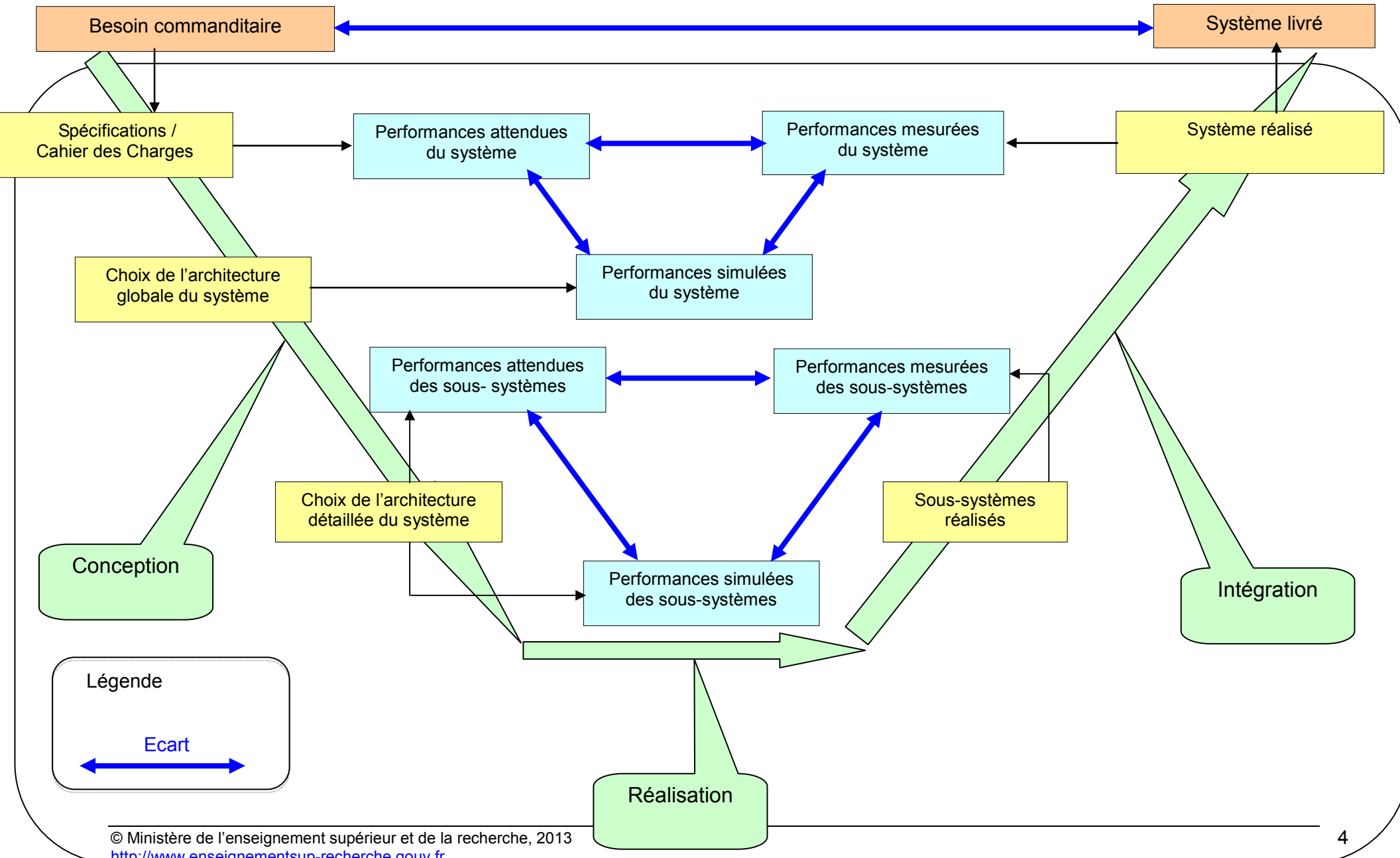
L'identification et l'analyse des écarts présentés mobilisent des compétences transversales, qui sont développées en particulier en mathématiques et en sciences physiques. Les sciences industrielles de l'ingénieur constituent ainsi un vecteur de coopération interdisciplinaire et participent à la poursuite d'études dans l'enseignement supérieur.

Les sciences industrielles de l'ingénieur développent des démarches pour analyser, concevoir et réaliser des systèmes complexes pluri-technologiques. Les compétences acquises sont ainsi transposables à l'ensemble des domaines scientifiques et technologiques, et permettent d'appréhender des situations inédites.

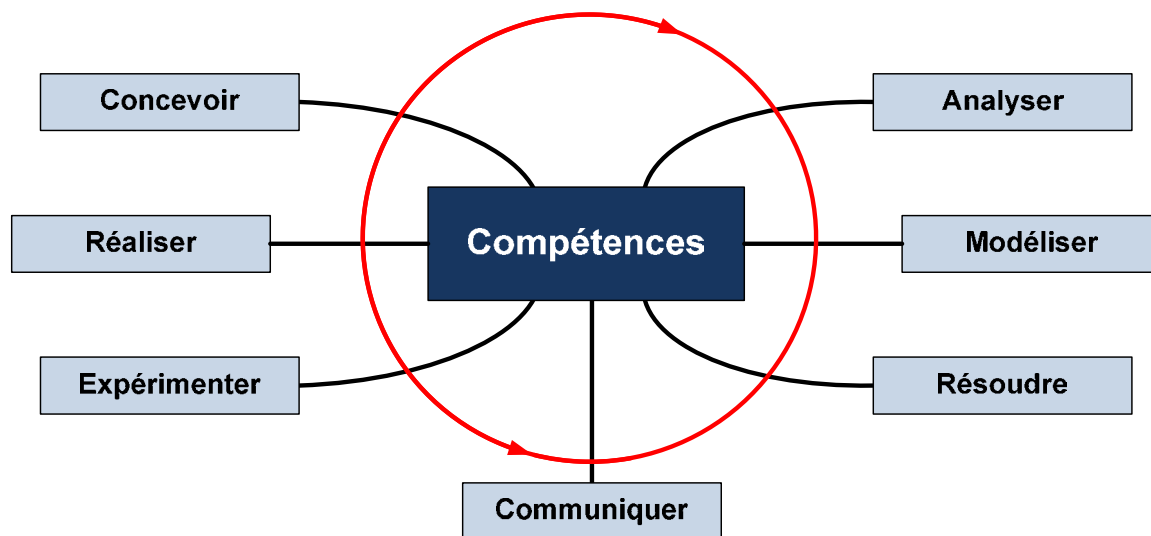
Les technologies de l'information et de la communication sont systématiquement mises en œuvre dans l'enseignement. Elles accompagnent toutes les activités proposées.

Toutes ces activités, individuelles et en équipe, s'inscrivent naturellement dans le contexte collaboratif d'un environnement numérique de travail (ENT).





L'enseignement des Sciences Industrielles de l'Ingénieur a pour objectif de développer les compétences présentées ci-dessous :



### 1.3. Usage de la liberté pédagogique

Les finalités et objectifs généraux de la formation en sciences industrielles de l'ingénieur laissent à l'enseignant une latitude certaine dans le choix de l'organisation de son enseignement, de ses méthodes, de sa progression globale, mais aussi dans la sélection de ses problématiques ou ses relations avec ses élèves, qui met fondamentalement en exergue sa liberté pédagogique, suffisamment essentielle pour lui être reconnue par la loi. La liberté pédagogique de l'enseignant peut être considérée comme le pendant de la liberté d'investigation de l'ingénieur et du scientifique.

Globalement dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur peut organiser son enseignement en respectant deux principes :

- pédagogue, il doit privilégier la mise en activités d'étudiants en évitant le dogmatisme ; l'acquisition de connaissances et de savoir-faire sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La détermination des problématiques et des systèmes, alliée à un temps approprié d'échanges, favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il doit recourir à la mise en contexte des connaissances, des savoir-faire et des systèmes étudiés : les sciences industrielles de l'ingénieur et les problématiques qu'elles induisent se prêtent de façon privilégiée à une mise en perspective de leur enseignement avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées ; l'enseignant de sciences industrielles de l'ingénieur est ainsi conduit naturellement à mettre son enseignement « en culture » pour rendre la démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.

## 2. PROGRAMME

L'organisation et les attendus du programme sont directement inspirés de la démarche de projet de l'ingénieur. Le séquençage, proposé ci-après, n'a en aucune manière pour objet d'imposer une chronologie dans l'étude du programme. Celui-ci est réparti en 4 semestres. Il sera fait appel, chaque fois que nécessaire, à une étude documentaire destinée à analyser et à traiter l'information relative à la problématique choisie.

### **A – Analyser**

- A1 - Identifier le besoin et définir les exigences du système
- A2 - Définir les frontières de l'analyse
- A3 - Conduire l'analyse

### **B – Modéliser**

- B1 - Justifier ou choisir les grandeurs nécessaires à la modélisation
- B2 - Proposer un modèle
- B3 - Valider un modèle

### **C – Résoudre**

### **D – Expérimenter**

- D1 - Découvrir le fonctionnement d'un système complexe
- D2 - Justifier et/ou proposer un protocole expérimental
- D3 - Mettre en œuvre un protocole expérimental et vérifier sa validité

### **E – Concevoir**

- E1 - Imaginer des architectures et des solutions technologiques
- E2 - Choisir une solution technique
- E3 - Dimensionner une solution technique

### **F – Réaliser**

### **G – Communiquer**

- G1 - Élaborer, rechercher et traiter des informations
- G2 - Mettre en œuvre une communication

Lorsque les connaissances et le(s) savoir-faire associé(s) sont positionnés au semestre Si, cela signifie :

- qu'ils doivent être acquis en fin de semestre Si ;
- qu'ils peuvent être utilisés aux semestres suivants ;
- qu'ils ont pu être introduits au cours des semestres précédents.

## A – Analyser

### A1 - Identifier le besoin et définir les exigences du système

À partir d'un système et/ou de sa documentation technique, l'étudiant doit être capable de décrire le besoin et les exigences auxquels le système doit répondre.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<b>Définitions normalisées</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Besoin, système, services attendus du système, cahier des charges fonctionnel, spécifications fonctionnelles, analyse du cycle de vie, acteurs, interactions, solution technique.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Décomposer une exigence en plusieurs exigences unitaires ;</li> <li>Identifier des exigences de niveaux différents.</li> </ul>	<b>S1</b>	
<p><i>Commentaires</i>            On ne demande pas à l'étudiant de faire une analyse fonctionnelle à partir du besoin commanditaire mais d'être capable de lire les différents documents issus d'une analyse fonctionnelle. Le diagramme des exigences de SysML qui permet de représenter graphiquement les spécifications dans le modèle est particulièrement adapté dans ce cas.</p>			

### A2 - Définir les frontières de l'analyse

À partir d'un système et/ou de sa documentation technique, l'étudiant doit être capable de définir la frontière du système et ses interactions avec les acteurs.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<b>Description générale du système</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Frontière d'étude, fonction globale et performance, cas d'utilisation, acteurs (humain ou systèmes connectés), interactions fonctionnelles, relations entre cas d'utilisation ;</li> <li>Diagramme des cas d'utilisation de sysML ;</li> <li>Diagramme de séquence de sysML.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Définir la frontière d'étude ;</li> <li>Identifier les interactions entre les acteurs et le système étudié.</li> </ul>	<b>S1</b>	
<p><i>Commentaires</i>            On privilégiera l'utilisation des diagrammes sysML en lecture.            La connaissance de la syntaxe du langage sysML ne peut être exigée.            Pour montrer les interactions entre les acteurs et le système étudié, le diagramme des cas d'utilisation est particulièrement adapté.            On utilisera le diagramme de séquence pour modéliser la chronologie des interactions entre les éléments du système ou entre le système et l'extérieur.</p>			

### A3 - Conduire l'analyse

À partir d'un système et/ou de sa documentation technique, l'étudiant doit être capable de :

- définir la structure d'un système ;
- qualifier le comportement.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<b>Architecture générale d'un produit</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Analyse structurelle et comportementale ;</li> <li>• Chaîne d'information, chaîne d'énergie.</li> </ul>	Analyser un système d'un point de vue structurel et comportemental.	<b>S1</b>	
<i>Commentaires</i> <i>Les chaînes d'information et d'énergie peuvent être décrites par des diagrammes sysML.</i>			
<b>Analyse d'architecture et de comportement</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Élément structurel, décomposition d'un ensemble en systèmes, sous systèmes, composants, logique de connexion, interaction entre deux parties ;</li> <li>• Comportement du système : machine d'état, transition, états, actions, activité, évènement, conditions, état initial, état final ;</li> <li>• Flux de données, contrôle entre les actions.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Situer le système dans son environnement en phase d'usage ;</li> <li>- Définir les phases principales de vie du système ;</li> <li>- Décomposer un système en sous systèmes, composants ;</li> <li>- Décrire la structure interne du système en termes de parties, ports et connecteurs ;</li> <li>- Identifier les fonctions;</li> <li>- Identifier les composants associés.</li> </ul>	<b>S2</b>	
<i>Commentaires</i> <i>L'outil sysML est privilégié pour la décomposition structurelle en sous-ensembles fonctionnels et l'analyse du comportement du système.</i>			
<b>Association de pré actionneurs et d'actionneurs</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Caractéristiques ;</li> <li>• Domaines d'application.</li> </ul>	Analyser une association de pré actionneurs et d'actionneurs.		<b>S3</b>
<i>Commentaires</i> <i>À étudier par exemple pour les solutions techniques d'association machines + convertisseurs et distributeur + vérin/moteur.</i>			
<b>Transmetteurs de puissance</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Caractéristiques ;</li> <li>• Domaines d'application.</li> </ul>	Analyser une solution de transmission de puissance	<b>S2</b>	
<i>Commentaires</i> <i>À étudier principalement pour les mécanismes de transformation et/ou transmission de mouvement.</i>			

<b>Commandes programmables</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fonctions ;</li> <li>• Composants programmables.</li> </ul>	Identifier les caractéristiques de la commande, E/S analogiques, numériques.		<b>S3</b>
<b>Description fonctionnelle des systèmes de traitement de l'information</b> Architecture générale de la chaîne d'information.	Identifier et décrire les composants associés au traitement de l'information.		<b>S3</b>
<b>Information</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Définition et nature, information et support d'information ;</li> <li>• Information discrète (TOR et numérique), codage ;</li> <li>• Information analogique.</li> </ul>	Identifier la nature et le support d'information.		<b>S3</b>
<b>Capteurs</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fonctions ;</li> <li>• Nature des grandeurs physiques d'entrées et de sorties ;</li> <li>• Nature du signal, support de l'information.</li> </ul>	Caractériser un capteur (grandeur physique observée et utilisable, transducteur).		<b>S3</b>
<b>Commentaires</b> <i>À étudier pour une ou plusieurs solutions techniques relatives aux :</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>position, déplacement, vitesse et accélération ;</i></li> <li>- <i>efforts et pressions ;</i></li> <li>- <i>débits et températures.</i></li> </ul>			

<p><b>Structure des systèmes asservis</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Définition et structure d'un système asservi : chaîne directe (ou chaîne d'action), chaîne de retour (ou chaîne d'acquisition), comparateur et écart ;</li> <li>• Consigne, perturbation ;</li> <li>• Régulation, poursuite ;</li> <li>• Définition des performances : rapidité, précision et stabilité.</li> </ul>	<p>Justifier la nécessité d'un asservissement (analyse du couple performances / perturbations).</p>	<p><b>S2</b></p>	
<p><b>Matériaux</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Classes des matériaux, domaines généraux d'application ;</li> <li>• Propriétés physiques (métallurgique, magnétique, électrique, mécanique, thermique, acoustique).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparer qualitativement les caractéristiques physiques des matériaux ;</li> <li>- Justifier le choix d'un matériau en fonction de ses caractéristiques.</li> </ul>	<p><b>S3</b></p>	
<p><i>Commentaires</i>  <i>Pour les propriétés électriques des matériaux on se reportera au cours de physique.</i>  <i>Pour les propriétés mécaniques (issues des essais de traction, dureté, résilience, fatigue), on se limitera aux propriétés :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- liées au procédé (usinabilité, moulabilité, soudabilité, ductilité) ;</li> <li>- tribologiques : coefficient de frottement et propriétés de comportement des contacts entre couples de matériaux ;</li> </ul> <p><i>La connaissance des désignations normalisées ne peut-être exigée qu'à partir de ressources fournies.</i></p>			
<p><b>Spécifications géométriques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Les principes, les exigences (enveloppe et maxi matière) ;</li> <li>• Spécifications géométriques des produits ;</li> <li>• Tolérancement dimensionnel et géométrique ;</li> <li>• Références spécifiés et système de références.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Décoder les spécifications géométriques ;</li> <li>- Justifier le caractère fonctionnel de la spécification.</li> </ul>	<p><b>S2</b></p>	
<p><i>Commentaires</i>  <i>Les définitions sont décrites par les normes ISO en vigueur.</i>  <i>La démarche sera celle du GPS.</i></p>			

## B – Modéliser

### B1 - Justifier ou choisir les grandeurs nécessaires à la modélisation

Un système étant fourni, et les exigences définies, l'étudiant doit être capable de :

- définir la frontière de tout ou partie d'un système et répertorier les interactions ;
- identifier et choisir les grandeurs et les paramètres influents en vue de modéliser.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<p><b>Isolement d'un solide ou d'un système de solides</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Approche mécanique ;</li>   <li>• Approche énergétique.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifier les paramètres cinématiques d'entrée et de sortie d'une chaîne cinématique de transformation de mouvement ;</li> <li>- Réaliser l'inventaire des actions mécaniques agissant sur un solide ou un système de solides ;</li> <li>- Identifier les puissances extérieures à un solide ou à un système de solides ;</li> <li>- Identifier les puissances intérieures à un système de solides.</li> </ul>	<b>S2</b>	

*Commentaire*

*Pour l'approche énergétique, l'objectif se limite à identifier la qualité (interne ou externe) et la nature des énergies échangées ou converties.*

### B2 - Proposer un modèle

Un système étant fourni, et les exigences définies, l'étudiant doit être capable de :

- définir les hypothèses retenues pour la proposition d'un modèle ;
- proposer un modèle de connaissance du système ou partie du système à partir des lois physiques ;
- proposer un modèle de comportement du système ou partie du système à partir des résultats expérimentaux.



Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<b>Systèmes linéaires continus et invariants</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modélisation par équations différentielles ;</li> <li>• Représentation par fonction de transfert (formalisme de Laplace) ;</li> <li>• Modèles canoniques 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> ordre.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifier le comportement d'un système pour l'assimiler à un modèle canonique, à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle ;</li> <li>- Établir un modèle de comportement à partir de relevés expérimentaux.</li> </ul>	<b>S1</b>	
<i>Commentaire</i> <i>On pourra étudier les systèmes du premier ordre présentant un retard pur.</i>			
<b>Systèmes linéaires discrets</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Caractérisation des signaux à temps discret ;</li> <li>• Modélisation par équations aux différences ;</li> <li>• Modélisation de l'intégrateur par une somme discrète.</li> </ul>	Déterminer la période d'échantillonnage.		<b>S3</b>
<i>Commentaires</i> <i>On s'attachera à mettre en évidence les limites du modèle linéaire continu vis-à-vis de l'augmentation de la période de l'échantillonnage.</i> <i>La transformée en z n'est pas au programme.</i>			
<b>Systèmes linéaires continus invariants asservis</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Représentation par schéma-bloc ;</li> <li>• Fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée ;</li> <li>• Classe d'un système.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Établir le schéma-bloc du système ;</li> <li>- Déterminer les fonctions de transfert du système en boucle ouverte et en boucle fermée.</li> </ul>	<b>S1</b>	
<b>Systèmes à événements discrets</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modélisation des systèmes à événements discrets (fonctions logiques, tables de vérité, algorigrammes, graphe d'état);</li> <li>• Modèles algorithmiques : structures algorithmiques élémentaires (boucles, conditions, transitions conditionnelles) ;</li> <li>• Variables.</li> </ul>	Traduire le comportement d'un système à événement discret.	<b>S2</b>	
<i>Commentaires</i> <i>On utilisera le diagramme d'états et le diagramme de séquences de SysML.</i> <i>La mise en œuvre de systèmes n'exclut pas l'utilisation de descripteurs spécifiques imposés par leur environnement.</i> <i>La simplification des équations logiques n'est pas au programme.</i>			

<p><b>Modélisation des sources et des circuits électriques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modèle des sources parfaites continues et alternatives (générateur de tension ou de courant) ;</li> <li>• Modèles de sources réelles par association de dipôles parfaits ;</li> <li>• Modélisation des circuits électriques par les lois de l'électrocinétique.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utiliser les modèles élémentaires pour modéliser les sources réelles ;</li> <li>- Choisir le modèle de source approprié aux conditions de variation des grandeurs physiques.</li> </ul>	<b>S2</b>	
<p><b>Modélisation des convertisseurs statiques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Règles d'association des sources électriques ;</li> <li>• Modèles des interrupteurs ;</li> <li>• Association des interrupteurs : cellule élémentaire de commutation ;</li> <li>• Caractéristiques des convertisseurs : <ul style="list-style-type: none"> <li>- nature des grandeurs d'entrée-sortie,</li> <li>- réversibilité.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Associer des sources directement ou par des cellules de commutation ;</li> <li>- Choisir la nature des interrupteurs de la cellule de commutation.</li> </ul>	<b>S2</b>	
<p><i>Commentaires</i>  On se limitera à l'étude :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>fonctionnelle des interrupteurs deux ou trois segments ;</i></li> <li>- <i>structurelle des convertisseurs à deux ou trois cellules de commutation (hacheurs et onduleurs).</i></li> </ul>			

<p><b>Modélisation d'une chaîne de conversion électromécanique</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modèle de connaissance électromécanique de la machine à courant continu ;</li> <li>• Modèle de comportement de la machine à courant continu (premier ordre électrique et premier ordre mécanique) ;</li> <li>• Modèle statique de la machine synchrone : schéma monophasé (FEM induite, réactance synchrone et résistance) ;</li> <li>• Modèle statique de la machine asynchrone : schéma monophasé équivalent (inductance magnétisante en parallèle avec la résistance et l'inductance de fuite du rotor) ;</li> <li>• Variation de vitesse des machines en couple ou en vitesse ;</li> <li>• Intégration du convertisseur, de la machine associée et de sa charge dans un système linéaire bouclé ;</li> <li>• Bilan des puissances de la chaîne de transformation de l'énergie.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Caractériser le comportement de l'association convertisseur, machine et charge associée en vue de caractériser la réversibilité de la chaîne d'énergie ;</li> <li>- Identifier les quadrants de fonctionnement d'une chaîne d'énergie.</li> </ul>		<b>S3</b>
<p><i>Commentaires</i>  On ne traitera pas de la physique de la machine. Les modèles des machines alternatives seront fournis. Le comportement des machines alternatives sera étudié en alimentation en fréquence fixe (ou lentement variable) utilisant les modèles linéaires continus statiques. Seule la commande scalaire sera étudiée (commande en « U/f » et en courant).</p>			
<p><b>Transmission de données</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Approche fonctionnelle des réseaux de communication, cas du TCP/IP ;</li> <li>• Paramètres de configuration d'un réseau.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Caractériser un réseau (débit, robustesse, dimension, topologie) ;</li> <li>- Choisir un type de réseau à partir des exigences ;</li> <li>- Paramétrer la liaison d'un équipement raccordé à un réseau.</li> </ul>	<b>S2</b>	
<p><i>Commentaires</i>  L'étude des réseaux est appliquée à des exemples simples et réels, I<sup>2</sup>C, CAN, Ethernet.</p>			

<b>Modèles de solide</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modèle de solide indéformable.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Associer le modèle du solide indéformable au comportement cinématique d'un solide ;</li> <li>- Réaliser la maquette numérique d'un solide à l'aide d'un modèleur volumique 3D.</li> </ul>	<b>S1</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modèle tolérancé.</li> </ul>	Définir les éléments de cotation permettant de qualifier un solide du point de vue dimensionnel et géométrique par rapport à une fonction définie.	<b>S2</b>	
<b>Commentaires</b> <i>On se limite au tolérancement dimensionnel et géométrique en rapport avec une fonction d'assemblage.</i> <i>On ne chiffre pas la valeur du tolérancement.</i>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caractéristiques d'inertie d'un solide indéformable (masse, opérateur d'inertie).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaître la forme de la matrice d'inertie d'un solide et ses particularités et simplifications en fonction de la forme d'un solide ;</li> <li>- Utiliser un modèleur volumique 3D pour déterminer la masse et les termes de la matrice d'inertie d'un solide ;</li> <li>- Interpréter la signification des termes de la matrice d'inertie ;</li> </ul>	<b>S3</b>	
<i>Le calcul des termes non nuls sera limité aux cas simples.</i>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Solide déformable localement en surface.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Associer le modèle du solide déformable localement en surface au comportement de solides en contact ;</li> <li>- Utiliser le modèle de Hertz (fourni) pour déterminer les déplacements et les pressions dans les contacts linéiques ou ponctuels ;</li> </ul>	<b>S3</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Solide déformable globalement en petites déformations (modèle poutre droite) :           <ul style="list-style-type: none"> <li>- Hypothèses de comportement (isotropie, homogénéité) ;</li> <li>- Loi de déformation élastique linéaire.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Associer le modèle poutre du solide déformable globalement en petites déformations à la géométrie et au comportement d'un solide ;</li> <li>- Connaître la signification et des ordres de grandeur du module d'Young, coefficient de Poisson des matériaux courants.</li> </ul>	<b>S3</b>	

<p><b>Modélisation géométrique et cinématique des mouvements entre solides indéformables</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Déplacement des points d'un solide : repère lié à un solide, paramètres géométriques linéaires et angulaires définissant la position d'un solide par rapport à un autre, déplacements et petits déplacements d'un solide, torseur des petits déplacements.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Associer un repère à un solide ;</li> <li>- Identifier les degrés de liberté d'un solide en mouvement par rapport à un repère ;</li> <li>- Réaliser le paramétrage d'un mécanisme simple ;</li> <li>- Prendre en compte les symétries ou les restrictions de mouvement pour simplifier les modèles.</li> </ul>	<b>S1</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Champ des vecteurs vitesses des points d'un solide ;</li> <li>• Torseur cinématique caractérisant le mouvement d'un solide ;</li> <li>• Composition des vitesses ;</li> <li>• Champ des vecteurs accélérations des points d'un solide ;</li> <li>• Composition des accélérations.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Déterminer la trajectoire d'un point d'un solide ;</li> <li>- Écrire le vecteur position, vitesse d'un point d'un solide, dans les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques, sphériques ;</li> <li>- Écrire le torseur cinématique caractérisant le mouvement d'un solide ;</li> <li>- Écrire le vecteur accélération d'un point d'un solide.</li> </ul>	<b>S1</b>	
<p><i>On étudiera les mouvements particuliers suivants : rotation autour d'un axe fixe, translation, hélicoïdal, mouvement plan sur plan.</i></p>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modélisation cinématique des liaisons entre solides : <ul style="list-style-type: none"> <li>- liaisons parfaites normalisées,</li> <li>- degré de liberté,</li> <li>- liaisons réelles.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifier la nature du contact entre deux solides ;</li> <li>- Identifier, dans le cas du contact ponctuel, le vecteur vitesse de glissement ainsi que les vecteurs rotation de roulement et de pivotement ;</li> <li>- Associer un modèle de liaison au comportement cinématique d'une liaison réelle.</li> </ul>	<b>S1</b>	
<p><b>Modélisation géométrique du déplacement des points d'un solide déformable</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Hypothèse de Navier Bernoulli ;</li> <li>• Hypothèse des petits déplacements : torseur des petits déplacements d'une section droite ;</li> <li>• Torseur des déformations.</li> </ul>	<p>Écrire le torseur des petits déplacements et le torseur des déformations au centre d'inertie d'une section droite.</p>	<b>S3</b>	
<p><i>Commentaires</i> <i>On utilisera le modèle poutre.</i></p>			

<p><b>Modèle cinématique d'un mécanisme</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Liaison cinématiquement équivalente ;</li> <li>• Mobilité d'une chaîne ouverte ;</li> <li>• Hyperstatisme et mobilité d'une chaîne fermée.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Élaborer un graphe de liaisons ;</li> <li>- Élaborer un schéma cinématique plan ou 3D d'un mécanisme (réel, maquette numérique, plan d'ensemble, etc.) ;</li> <li>- Déterminer la liaison cinématiquement équivalente à une association de liaisons ;</li> <li>- Déterminer les mobilités d'un mécanisme ;</li> <li>- Déterminer le degré d'hyperstaticité d'un mécanisme ;</li> <li>- Identifier les conséquences géométriques de l'hyperstaticité.</li> </ul>	<b>S2</b>	
<p><b>Modélisation des actions mécaniques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modèle local (densité surfacique, linéique et volumique d'effort) : <ul style="list-style-type: none"> <li>- contact parfait ;</li> <li>- modélisation du frottement sec - Lois de Coulomb ;</li> <li>- modélisation de résistance au roulement ;</li> <li>- modélisation de résistance au pivotement ;</li> </ul> </li> <li>• Modèle global (torseur d'action mécanique) ;</li> <li>• Modèle global du frottement visqueux.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Associer un modèle à une action mécanique ;</li> <li>- Écrire la relation entre le modèle local et le modèle global associé aux actions mécaniques dans les cas suivants : action d'un fluide, action entre solides (liaisons avec et sans frottement) ;</li> <li>- Écrire le modèle global de l'action de la pesanteur, du frottement fluide, de la résistance au roulement et du pivotement ;</li> <li>- Associer un modèle global d'effort au comportement d'une liaison réelle ;</li> </ul>	<b>S2</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Principe fondamental de la statique.</li> </ul>	<p>Appliquer le principe fondamental de la statique à un solide ou un système de solides.</p>	<b>S2</b>	
<p><i>Commentaires</i>  Le PFS peut être présenté comme un cas particulier du PFD.</p>			

<p><b>Modélisation des actions intérieures à un solide (torseur de cohésion) ;</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Équations d'équilibre global et local ;</li> <li>• Modélisation du champ de contraintes locales ;</li> <li>• Champ des contraintes dans une section droite ;</li> <li>• Hypothèse de Barré-de Venant.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Déterminer le torseur de cohésion dans un solide ;</li> <li>- Identifier les sollicitations (traction, compression, flexion, torsion, cisaillement) ;</li> <li>- Identifier la nature des contraintes (normale et tangentielle) en un point de la section droite.</li> </ul>		<b>S3</b>
<p><b>Modélisation dynamique des solides</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Torseur cinétique et torseur dynamique d'un système de solides en mouvement par rapport à un repère ;</li> <li>• Énergie cinétique d'un système de solides par rapport à un repère ;</li> <li>• Puissance des actions mécaniques extérieures à un système de solides en mouvement par rapport à un repère ;</li> <li>• Puissance des actions mécaniques intérieures à un système de solides.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Écrire les torseurs cinétique et dynamique d'un système de solides en mouvement par rapport à un repère ;</li> <li>- Exprimer l'énergie cinétique d'un système de solides dans un repère;</li> <li>- Exprimer la puissance des actions mécaniques extérieures à un système de solides par rapport à un repère ;</li> <li>- Exprimer la puissance des actions mécaniques intérieures à un système de solides.</li> </ul>		<b>S3</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Principe fondamental de la dynamique dans un référentiel galiléen ;</li> <li>• Théorème de l'énergie-puissance dans un référentiel galiléen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Appliquer le principe fondamental de la dynamique à un système de solides ;</li> <li>- Appliquer le théorème de l'énergie-puissance à un système de solides.</li> </ul>		<b>S3</b>
<p><b>Représentation causale</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Variable d'état ;</li> <li>• Relation de transformation (équations différentielles) ;</li> <li>• Accumulateur d'énergie cinétique, accumulateur d'énergie potentielle ;</li> <li>• Dissipateur d'énergie ;</li> <li>• Modulateur, gyrateur.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifier les flux d'énergie qui transitent dans un système ;</li> <li>- Écrire un schéma bloc du système.</li> </ul>		<b>S3</b>
<p><i>Commentaires</i>  <i>Cette démarche a pour but d'écrire un schéma bloc et d'illustrer le transfert d'énergie. Par exemple, on pourra s'appuyer sur un graphe informationnel causal pour identifier les flux d'énergie qui transitent dans un système.</i></p>			

<p><b>Systèmes non linéaires</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modèle de non linéarité (hystérésis, saturation, seuil, retard) ;</li> <li>• Linéarisation du comportement des systèmes non linéaires continus.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifier les non linéarités ;</li> <li>- Identifier le point de fonctionnement pour la linéarisation du modèle du système non linéaire.</li> </ul>		<b>S3</b>
<p><i>Commentaires</i> On cherchera à montrer les limites du modèle linéaire.</p>			
<p><b>Modélisation des systèmes asservis</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Stabilité : <ul style="list-style-type: none"> <li>- définition, nature de l'instabilité (apériodique, oscillatoire),</li> <li>- contraintes technologiques engendrées,</li> <li>- interprétation dans le plan des pôles,</li> <li>- critère du revers,</li> <li>- marges de stabilité,</li> <li>- dépassement.</li> </ul> </li> </ul>	<p>Caractériser la stabilité (marges de stabilité).</p>		<b>S4</b>
<p><i>Commentaires</i> L'étude des fonctions de transfert en boucle ouverte à pôles à partie réelle strictement positive est exclue du programme.</p>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pôles dominants et réduction de l'ordre du modèle ;</li> <li>• Performances et réglages ;</li> <li>• Précision d'un système asservi en régime permanent pour une entrée en échelon, une entrée en rampe, une entrée en accélération ;</li> <li>• Rapidité d'un système asservi : <ul style="list-style-type: none"> <li>- temps de réponse,</li> <li>- bande passante.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Justifier une simplification du modèle ;</li> <li>- Déterminer l'influence du gain et de la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte sur la précision et la rapidité ;</li> </ul>		<b>S4</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Amélioration des performances d'un système asservi ; <ul style="list-style-type: none"> <li>- critères graphiques de stabilité dans les plans de Black, Bode, marges de stabilité ;</li> <li>- influence et réglage d'une correction proportionnelle, intégrale, dérivée ;</li> <li>- prise en compte d'une perturbation constante, créneau ou sinusoïdale.</li> </ul> </li> </ul>	<p>Mener une démarche de réglage d'un correcteur pour obtenir les performances attendues.</p>		<b>S4</b>
<p><i>Commentaires</i> Le réglage complet d'une correction P.I.D. ne peut être exigé.</p>			



On pourra décrire les correcteurs à avance et à retard de phase.

### B3 – Valider un modèle

Définir le domaine de validité d'un modèle

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<b>Systemes asservis</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Point de fonctionnement ;</li> <li>Non-linéarités (hystérésis, saturation, seuil...).</li> </ul>	Vérifier la cohérence du modèle choisi avec les résultats d'expérimentation ou/et de simulation.		<b>S3</b>
<i>Commentaires</i> Les approximations faites, leur cohérence et le domaine de validité sont précisés par rapport aux objectifs.			
<ul style="list-style-type: none"> <li>Grandeurs influentes d'un modèle.</li> </ul>	Déterminer les grandeurs influentes, modifier les paramètres et enrichir le modèle pour minimiser l'écart entre les résultats simulés et les réponses mesurées.		<b>S4</b>

## C - Résoudre

À partir des modèles retenus :

- choisir une méthode de résolution analytique, graphique, numérique ;
- mettre en œuvre une méthode de résolution.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<b>Loi entrée sortie géométrique et cinématique</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Fermeture géométrique ;</li> <li>Fermeture cinématique.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Choisir un modèle et une méthode de résolution ;</li> <li>Déterminer graphiquement le champ des vecteurs vitesses des points d'un solide dans le cas de mouvements plan sur plan ;</li> <li>Déterminer une loi entrée sortie.</li> </ul>	<b>S1</b>	
<b>Actions mécaniques dans les liaisons, équations de mouvement</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Théorème des actions réciproques ;</li> <li>Hyperstatisme.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Choisir un modèle et une méthode de résolution (choix des isollements et théorèmes appliqués) ;</li> <li>Déterminer les actions mécaniques désirées ;</li> <li>Écrire l'équation différentielle du mouvement ;</li> </ul>		<b>S3</b>
<i>Commentaires</i> On étudiera les cas particuliers suivants : <ul style="list-style-type: none"> <li>- solide soumis à deux glisseurs et à trois glisseurs (résolution graphique) ;</li> <li>- condition d'arc-boutement, disposition de deux contacts autobloquants ;</li> <li>- méthodes de résolution des problèmes (graphique, analytique avec ou sans outil informatique).</li> </ul>			

<i>L'ordre des systèmes hyperstatiques est limité à 1.</i>			
<b>Contraintes</b>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>Relations entre contraintes et composantes du torseur de cohésion.</li> </ul>	Déterminer les contraintes dans une section droite à partir des composantes du torseur de cohésion.		<b>S3</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Déplacements des points de la ligne moyenne d'une poutre : <ul style="list-style-type: none"> <li>- Théorème de superposition,</li> <li>- Lois de comportement.</li> </ul> </li> </ul>	Déterminer les déplacements le long de la ligne moyenne à partir des déformations.		<b>S3</b>
<i>Contraintes</i> <i>L'étude des déformées est limitée aux cas simples : traction simple, torsion des poutres cylindriques à section circulaire, flexion plane d'une poutre comportant au maximum deux tronçons.</i>			
<b>Grandeurs électriques dans un circuit</b>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>Loi des nœuds, loi des mailles.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Choisir une méthode de résolution pour déterminer les grandeurs électriques ;</li> <li>- Déterminer les grandeurs choisies.</li> </ul>	<b>S1</b>	
<i>Commentaires</i> <i>Cette partie peut être traitée en lien avec le cours de physique.</i>			
<b>Performances d'un système asservi</b>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>Simplification d'un schéma bloc : déplacement d'un sommateur, déplacement d'un point de prélèvement.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Déterminer à partir d'un schéma bloc ou d'une fonction de transfert les grandeurs caractérisant les performances du modèle ;</li> <li>- Tracer une réponse temporelle ou fréquentielle.</li> </ul>	<b>S2</b>	
<b>Utilisation d'un solveur ou d'un logiciel multi physique</b>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>Paramètres de résolution numérique ;</li> <li>Durée de calcul ;</li> <li>Pas de calcul.</li> </ul>	Choisir les valeurs des paramètres de la résolution numérique ;	<b>S2</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Grandeurs simulées.</li> </ul>	Choisir les grandeurs physiques tracées ;	<b>S2</b>	
<i>Commentaires</i> <i>Le choix des grandeurs analysées doit être en lien avec les performances à vérifier.</i>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>Variabilité des paramètres du modèle de simulation.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Choisir les paramètres de simulation ;</li> <li>- Faire varier un paramètre et comparer les courbes obtenues ;</li> </ul>		<b>S4</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ordres de grandeurs des résultats attendus ;</li> <li>Modèles de comportement et de connaissances des systèmes expérimentés.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparer les résultats obtenus aux grandeurs physiques réelles mesurées ou attendues ;</li> <li>- Interpréter les écarts.</li> </ul>		<b>S4</b>

## D - Expérimenter

### D1 – Découvrir le fonctionnement d'un système complexe

Mettre en œuvre un système fourni ou d'un prototype en vue de recueillir des données expérimentales en toute sécurité.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<b>Chaîne d'énergie et d'information</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Connaissances liées aux composants de la chaîne d'énergie.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mettre en œuvre un système ;</li> <li>Extraire et organiser les données des constructeurs ;</li> <li>Repérer les constituants d'une chaîne d'énergie et d'informations ;</li> <li>Identifier les grandeurs physiques d'effort et de flux.</li> </ul>		<b>S4</b>

### D2 - Justifier et/ou proposer un protocole expérimental

À partir d'un système fourni et d'un cahier des charges associé :

- identifier les capteurs utilisés et les grandeurs associées ;
- choisir une chaîne de mesure adaptée ;
- modifier un système en agissant sur un programme de commande ou un constituant matériel en vue d'évaluer l'influence de la modification sur le comportement du système.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<b>Chaîne d'acquisition</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Bande passante ;</li> <li>Qualités caractéristiques des capteurs (sensibilité, fidélité, linéarité, précision ;</li> <li>Perturbation produite par un capteur sur la grandeur mesurée.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identifier les grandeurs à mesurer ;</li> <li>Associer un principe physique à l'acquisition de la grandeur mesurée (en lien avec le cours de physique) ;</li> <li>Choisir les réglages et les configurations matérielles sur le système ou la chaîne d'acquisition ;</li> <li>Qualifier les caractéristiques d'entrée-sortie d'un capteur ;</li> <li>Justifier le choix et les caractéristiques d'un capteur ou d'un appareil de mesure vis-à-vis de la grandeur physique à mesurer ;</li> <li>Proposer ou justifier l'implantation de la prise de mesure.</li> </ul>		<b>S4</b>

### D3 - Mettre en œuvre un protocole expérimental et vérifier sa validité

Un protocole expérimental étant défini :

- conduire les essais en respectant les consignes de sécurité ;
- évaluer la pertinence et apprécier la validité des résultats expérimentaux.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<p><b>Résultats expérimentaux</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ordres de grandeurs des résultats attendus ;</li> <li>• Modèles de comportement et de connaissances des systèmes expérimentés.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mettre en œuvre un environnement recréé (par exemple : expérimentation assisté par ordinateur) ;</li> <li>- Identifier les erreurs de mesure ;</li> <li>- Identifier les erreurs de méthode ;</li> <li>- Évaluer et commenter les écarts entre les résultats expérimentaux avec l'ordre de grandeurs des résultats attendus (simulés ou définis au cahier des charges).</li> </ul>		<b>S4</b>
<p><b>Ordres de grandeurs des résultats attendus</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modèles de comportement et de connaissances des systèmes expérimentés.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparer les résultats obtenus aux grandeurs physiques simulées ou attendues ;</li> <li>- Interpréter les écarts.</li> </ul>		<b>S4</b>

## E - Concevoir

### E1 - Imaginer des architectures et des solutions technologiques

À partir d'un cahier des charges fonctionnel, proposer et justifier des architectures (fonctionnelles, structurelles) de tout ou partie d'un système.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<p><b>Conception de systèmes pluri technologiques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Architecture fonctionnelle de systèmes ;</li> <li>Architecture structurelle de systèmes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Proposer une architecture fonctionnelle ;</li> <li>Proposer une architecture structurelle.</li> </ul>		<b>S4</b>
<p><i>Commentaires</i> On pourra proposer une solution constructive en associant ou en dissociant les fonctions. On s'intéressera à la transformation de mouvements et la transformation de l'énergie.</p>			
<p><b>Démarche de conception appliquée aux fonctions techniques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Caractérisation d'une fonction technique ;</li> <li>Recherche de solutions techniques.</li> </ul>	<p>Intégrer des composants de la chaîne d'information ou de la chaîne d'énergie du système ou du sous système étudié.</p>		<b>S4</b>
<p><b>Les fonctions techniques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Caractérisation de la fonction technique ;</li> <li>Familles de solutions associées ;</li> <li>Technologie des composants ;</li> <li>Critères de choix.</li> </ul> <p>Pour les fonctions suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>la fonction assemblage ;</li> <li>la fonction guidage en rotation ;</li> <li>la fonction guidage en translation.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Proposer des solutions ;</li> <li>Choisir et justifier une solution parmi plusieurs.</li> </ul>		<b>S4</b>
<p><i>Commentaires</i> La culture des solutions technologiques sera basée sur les solutions par contact. D'autres solutions technologiques pourront être étudiées à partir de documents ressources fournis.</p>			

- Typologie (ou classification) des procédés et leurs caractéristiques ;
  - Typologie des matériaux et leurs caractéristiques ;
  - Interactions fonction – matériau – procédé ;
  - Méthode de choix des matériaux et des procédés (fonction, objectif, contraintes) ;
  - Indicateur de performance. Diagramme de choix des matériaux ;
  - Influence du procédé sur la géométrie des pièces ;
  - Ordre de grandeurs des classes de tolérances dimensionnelles des familles de procédés.
- Élaborer des indicateurs de performance relatifs aux fonctions auxquelles participe la pièce ;
  - Choisir des couples matériaux/procédés à partir de documents ou de bases de données.

*Commentaires*  
 Les critères économiques de sélection seront évoqués.  
 Seule une connaissance des procédés figurant dans la partie F (réaliser) peut être demandée.  
 D'autres procédés pourront être étudiés à partir de documents ressources fournis.

**E2 – Choisir une solution technique**

À partir d'un cahier des charges fonctionnel, d'une documentation technique et d'une architecture système donnée, l'étudiant doit être capable de choisir les solutions techniques.

<b>Connaissances</b>	<b>Savoir-faire</b>	<b>1<sup>re</sup> année</b>	<b>2<sup>e</sup> année</b>
<p><b>Méthodes de conception</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Critères de choix de la solution technique.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Proposer et hiérarchiser des critères de choix ;</li> <li>- Choisir et justifier la solution technique.</li> </ul>		<b>S4</b>

*Commentaires*  
 En relation avec le cahier des charges du système, on s'intéressera en particulier aux critères suivants :

- précision, rapidité ;
- autonomie ;
- réversibilité ;
- rendement ;
- durée de vie ;
- rigidité, déformation ;
- impact environnemental ;
- encombrement.

*Cette liste est non exhaustive.*

### E3 - Dimensionner une solution technique

À partir d'une solution technique choisie, dimensionner les composants.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<p><b>Méthodes de dimensionnement des solutions techniques</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Puissance dissipée ;</li> <li>• Grandeurs maximales admissibles.</li> </ul> <p>Critères de dimensionnement retenus :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- couple thermique équivalent pour un actionneur électrique ;</li> <li>- durée de vie L90 pour les roulements ;</li> <li>- critères p, V et p·V pour les contacts directs ;</li> <li>- limites élastiques, rigidité et déformation pour les pièces ;</li> <li>- jeu fonctionnel pour un assemblage, chaîne de cotes unidirectionnelles.</li> </ul>	<p>Dimensionner une solution technique.</p>		<p><b>S3</b></p>
<p><i>Commentaires</i>  <i>Seuls les cinq critères de dimensionnement proposés doivent être connus. Le dimensionnement d'autres solutions techniques pourra être étudié à partir de documents ressources fournis.</i></p>			

## F – Réaliser

<p>Les solutions techniques étant définies :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- définir et choisir les procédés de réalisation ;</li> <li>- réaliser tout ou partie d'un prototype.</li> </ul>
--

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<p><b>Procédés d'obtention des pièces brutes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Incidence des principaux modes d'obtention des pièces brutes sur la conception des pièces : procédés de fonderie, injection plastique, procédés par déformation, métallurgie des poudres, soudage. Domaines respectifs d'application.</li> </ul> <p><b>Procédés d'obtention des surfaces par enlèvement de matière</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Techniques principales d'obtention des surfaces des pièces usinées (principe de génération et cinématique). Domaines respectifs d'application.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Évaluer la capacité des procédés cités à réaliser une pièce (fonderie, injection, pliage, soudage) ;</li> <li>- Lire et justifier les étapes de réalisation d'une pièce brute à la pièce finie ;</li> <li>- Choisir ou justifier une cinématique de machine pour la réalisation d'un groupe de surfaces.</li> </ul>	<b>S2</b>	
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>On se limitera à une description des procédés et des matériaux associés en s'appuyant sur :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- les phénomènes physiques associés aux procédés ;</li> <li>- les contraintes technologiques et économiques ;</li> <li>- l'influence du procédé sur la géométrie des pièces.</li> </ul> <p><i>On se limitera aux procédés de mise en forme des matériaux métalliques et plastiques.</i></p> <p><i>On se limitera aux procédés d'usinage et de rectification.</i></p> <p><i>Pour les moyens d'usinage, on mettra en évidence la classification des machines à commande numérique : tours 2 et 3 axes, centre d'usinage 3, 4 et 5 axes.</i></p>			
<p><b>Mise en place d'un processus de fabrication</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identification des différents états de transformation d'une pièce mécanique ;</li> <li>• Ordonnancement des différentes étapes de transformations (les différentes phases), en fonction de l'interaction entre la pièce, le matériau, les procédés et les moyens de production utilisés.</li> </ul>	<p>Définir l'ordonnancement des différentes phases.</p>		<b>S3</b>
<p><i>Commentaires</i></p> <p><i>La définition détaillée des phases de fabrication n'est pas au programme.</i></p> <p><i>Les procédés étudiés se limitent aux procédés détaillés dans le programme.</i></p>			



<p><b>Traitements thermiques des aciers</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Principes physiques, matériaux associés et caractéristiques mécaniques modifiées par les traitements volumiques (trempe, revenu, recuit) et surfaciques (trempe, cémentation, nitruration).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>À partir de documents ressources, proposer un traitement thermique en fonction d'un cahier des charges de pièce ;</li> <li>Justifier le positionnement d'un traitement thermique dans un processus de réalisation de pièce.</li> </ul>		<b>S4</b>
<p><i>Commentaires</i>  <i>L'étude des phénomènes métallurgiques est exclue.</i>  <i>On se limitera à l'aspect fonctionnel des traitements thermiques des aciers.</i></p>			
<p><b>Mesure et contrôle dimensionnels et géométriques des pièces</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Nuages de points ;</li> <li>Méthodes d'association ;</li> <li>Traitement des résultats.</li> </ul>	<p>À partir du dessin de définition d'une pièce, vérifier une spécification dimensionnelle ou géométrique.</p>		<b>S4</b>
<p><i>Commentaires</i>  <i>Le traitement des mesures est développé à l'aide d'un solveur ou d'un logiciel spécifique.</i>  <i>La métrologie tridimensionnelle se limite aux géométries suivantes : plan, cercle et droite, cylindre de révolution.</i></p>			
<p><b>Réalisation d'un prototype</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Réaliser tout ou partie d'un prototype ;</li> <li>Valider l'architecture fonctionnelle et structurelle ;</li> <li>Valider les choix des composants vis-à-vis des performances attendues.</li> </ul>		<b>S4</b>
<p><i>Commentaires</i>  <i>On utilisera les moyens de réalisation de l'établissement (par exemple les machines à commande numérique) en appui sur la chaîne numérique.</i>  <i>L'acquisition de savoir-faire professionnels est exclue.</i>  <i>On se limitera à :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><i>réaliser une pièce prototype ;</i></li> <li><i>implanter (alimenter, paramétrer) une carte de commande dans son environnement matériel ;</i></li> <li><i>programmer à partir d'outils graphiques.</i></li> </ul> <p><i>Les langages de programmation ne donnent pas lieu à évaluation.</i></p>			

## G – Communiquer

### G1 - Élaborer, rechercher et traiter des informations

Élaborer, rechercher, choisir et synthétiser les éléments nécessaires à une communication.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<b>Différents descripteurs introduits dans le programme</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Produire des documents techniques adaptés à une communication (interne et externe) ;</li> <li>- Décoder une représentation normalisée 2D ;</li> <li>- Élaborer et utiliser des outils de représentation (dessin et schéma 2D et 3D).</li> </ul>	<b>S2</b>	
<p><i>Commentaires</i>            Les représentations effectuées « à la main », devront traduire, sans ambiguïté, les intentions de conception sans se focaliser sur les détails de tracé. La représentation normalisée des éléments standard ne peut être exigée.</p>			
<b>Schémas cinématique, d'architecture, technologique, électrique, hydraulique et pneumatique</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Extraire les informations utiles d'un dossier technique ;</li> <li>- Effectuer une synthèse des informations disponibles dans un dossier technique ;</li> <li>- Vérifier la nature des informations ;</li> <li>- Trier les informations selon des critères ;</li> <li>- Distinguer les différents types de documents en fonction de leurs usages ;</li> <li>- Lire et décoder un schéma.</li> </ul>		<b>S4</b>
<p><i>Commentaires</i>            Les normes de représentation des schémas sont fournies.</p>			
<b>Représentation fonctionnelle et structurelle des systèmes multi-physiques</b>	Représenter une solution pour visualiser les conditions fonctionnelles.		<b>S3</b>

## G2 - Mettre en œuvre une communication

Présenter et expliquer :

- les enjeux techniques et culturels d'un produit ;
- une situation de contradiction technique à résoudre ou résolue ;
- la démarche de conception-réalisation d'un système ;
- des protocoles d'expérimentation et de validation associés.

Connaissances	Savoir-faire	1 <sup>re</sup> année	2 <sup>e</sup> année
<b>Outils de communication</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Choisir les outils de communication adaptés à l'interlocuteur ;</li><li>- Présenter les étapes de son travail ;</li><li>- Présenter de manière argumentée une synthèse des résultats.</li></ul>	<b>S2</b>	
<b>Langage technique</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Choisir l'outil de description adapté à l'objectif de la communication ;</li><li>- Décrire le fonctionnement du système en utilisant un vocabulaire adéquat.</li></ul>		<b>S4</b>

## Programmes de première année de la classe préparatoire scientifique Technologie, physique et chimie (TPC)

NOR : ESRS1306093A

arrêté du 25-3-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

---

Vu code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 10-2-1995 ; arrêté du 3-7-1995 ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 25-2-2013

---

Article 1 - Est modifiée comme suit l'annexe 3 de l'arrêté du 10 février 1995 relatif à l'organisation et aux horaires des classes préparatoires scientifiques aux grandes écoles, en ce qui concerne l'intitulé de deux disciplines :

**A) Au lieu de :** physique et technologie physique

**Lire :** physique ;

**B) Au lieu de :** chimie et technologie chimique

**Lire :** chimie.

Article 2 - Les programmes de première année de mathématiques, physique et technologie physique, chimie et technologie chimique, de la classe préparatoire scientifique Technologie, physique et chimie (TPC), figurant respectivement aux annexes 1, 2 et 3 de l'arrêté du 3 juillet 1995 relatif à l'organisation et aux horaires des classes préparatoires scientifiques aux grandes écoles, sont remplacés par ceux figurant respectivement aux annexes 1, 2a et 2b du présent arrêté.

Article 3 - Les programmes du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013.

Article 4 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 25 mars 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,  
Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

### Annexes

↳ Programmes



# Annexe 1

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Technologie, physique, chimie (TPC)**

Discipline : **Mathématiques**

**Première année**

# Classe préparatoire TPC première année

## Programme de mathématiques

### Table des matières

<b>Objectifs de formation</b>	<b>2</b>
Compétences développées . . . . .	2
Description et prise en compte des compétences . . . . .	2
Unité de la formation scientifique . . . . .	3
Usage de la liberté pédagogique . . . . .	4
Architecture et contenu du programme . . . . .	4
Organisation du texte . . . . .	4
 <b>PROGRAMME</b>	 <b>6</b>
<b>Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement</b>	<b>6</b>
 <b>Premier semestre</b>	 <b>8</b>
Pratique de calcul . . . . .	8
Nombres complexes . . . . .	10
Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles . . . . .	11
Géométrie élémentaire du plan . . . . .	13
Géométrie élémentaire de l'espace . . . . .	14
Équations différentielles linéaires . . . . .	15
Dénombrement . . . . .	16
Systèmes linéaires et calcul matriciel . . . . .	17
A - Systèmes linéaires . . . . .	17
B - Calcul matriciel . . . . .	19
Polynômes . . . . .	20
 <b>Deuxième semestre</b>	 <b>21</b>
Nombres réels et suites numériques . . . . .	21
Limites, continuité et dérivabilité . . . . .	23
A - Limites et continuité . . . . .	23
B - Dérivabilité . . . . .	24
Intégration sur un segment . . . . .	25
Développements limités . . . . .	26
Espaces vectoriels et applications linéaires . . . . .	27
A - Espaces vectoriels . . . . .	28
B - Espaces vectoriels de dimension finie . . . . .	29
C - Applications linéaires . . . . .	30
Matrices . . . . .	31
Probabilités sur un univers fini . . . . .	32
Variables aléatoires sur un univers fini . . . . .	33

## Objectifs de formation

Le programme de mathématiques de TPC s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Le programme du premier semestre est conçu de façon à viser trois objectifs majeurs :

- assurer la progressivité du passage aux études supérieures, en tenant compte des nouveaux programmes du cycle terminal, dont il consolide et élargit les acquis en prenant appui sur divers chapitres des classes de Terminales STI2D et STL : notations et raisonnement mathématiques, nombres complexes, géométrie dans le plan et dans l'espace, fonctions usuelles, équations différentielles ;
- consolider la formation des étudiants dans les domaines de la logique, du raisonnement et des techniques de calcul, qui sont des outils indispensables tant aux mathématiques qu'aux autres disciplines scientifiques ;
- présenter des notions nouvelles riches, de manière à susciter l'intérêt des étudiants.

## Compétences développées

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Dans ce cadre, la formation mathématique vise le développement des compétences générales suivantes :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

## Description et prise en compte des compétences

### S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

### Modéliser

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles, mathématiques et informatique).

## **Représenter**

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles.

De façon générale, par son langage et ses modes de représentation, la géométrie imprègne l'ensemble du programme ; le recours régulier à des figures ou à des croquis est nécessaire, afin de développer une vision géométrique des objets abstraits et de permettre de fructueux transferts d'intuition.

## **Raisonner, argumenter**

La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

## **Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique**

Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.

Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

## **Communiquer à l'écrit et à l'oral**

La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

## **Unité de la formation scientifique**

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et les sciences industrielles ; les probabilités permettent d'illustrer certains résultats d'analyse et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.

C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques, chimiques ou industriels (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques...).

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions, notamment dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.



**Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires** afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;
- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il pourra s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un problème spécifique et la construction, pour le résoudre, d'outils conceptuels qui, pris ensuite par les mathématiciens comme objets d'étude, ont pu ultérieurement servir au traitement d'autres classes de problèmes.

## Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes de résolution favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

## Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.

Il a été conçu pour s'adapter aux intentions de la réforme de la série STL. Les étudiants de cette série ont désormais pour vocation d'entrer dans un cycle long de formation supérieure : le programme de mathématiques se doit d'être d'une ambition réaliste.

Les grands équilibres du programme n'ont pas été modifiés. C'est ainsi que les deux grands axes « Analyse et géométrie » et « Algèbre et géométrie » demeurent présents. S'y ajoute une introduction limitée d'un enseignement de probabilités visant à consolider les notions figurant dans le programme de Terminale STL et à préparer celles qui seront ultérieurement introduites dans les grandes écoles. Les probabilités permettent de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, d'établir des ponts avec les autres disciplines, et d'enrichir les thèmes susceptibles d'être abordés lors du TIPE.

En cohérence avec l'introduction d'un enseignement d'algorithmique au lycée, le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants. Ceux-ci doivent également savoir utiliser les fonctionnalités graphiques des calculatrices et des logiciels.

La géométrie, en tant qu'outil de modélisation et de représentation, est intégrée à l'ensemble du programme, qui préconise le recours à des figures pour aborder l'algèbre linéaire ou les fonctions de variable réelle. En introduction à l'algèbre linéaire, le chapitre sur les systèmes linéaires permet de rappeler les propriétés élémentaires relatives aux droites du plan, aux droites et plans de l'espace, donnant du sens au volet affine de l'algèbre linéaire et s'appuyant sur les acquis du lycée.

Le choix a été fait d'introduire assez tôt dans l'année un module substantiel visant à consolider ou à introduire des pratiques de calcul (dérivation des fonctions, calcul de primitives, résolution de certains types d'équations différentielles) avant d'introduire les théories sous-jacentes, afin d'en faciliter l'assimilation.

Ces aménagements devraient permettre de constituer un programme cohérent autour de quelques notions essentielles, en dégageant les idées majeures et leur portée, en fournissant des outils puissants et efficaces, en évitant toute technicité gratuite, et en écartant les notions qui ne pourraient être traitées que de façon superficielle.

Le volume global du programme a été conçu pour libérer des temps dédiés à une mise en activité effective des étudiants. Cela doit être notamment la règle lors des séances de travaux dirigés et de travaux pratiques d'informatique.

## Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à

respecter tant au niveau de l'enseignement que des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours. À l'intérieur de chaque semestre, le professeur conduit en toute liberté, dans le respect de la cohérence de la formation globale, l'organisation de son enseignement et le choix de ses méthodes. En particulier, la chronologie retenue dans la présentation des différents chapitres du programme **ne doit pas être interprétée comme un modèle de progression** : afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement **en coordination avec les disciplines scientifiques et technologiques**.

Les liens avec les autres disciplines scientifiques sont identifiés avec le symbole  $\Leftrightarrow$  PC pour les liens avec la physique et la chimie,  $\Leftrightarrow$  I pour les liens avec l'informatique.

# PROGRAMME

## Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement

Cette partie regroupe les différents points de vocabulaire, notations et raisonnement nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'un raisonnement mathématique. Ces notions sont introduites de manière progressive et trouvent naturellement leur place dans les autres chapitres en vue d'être acquises en fin de premier semestre. Dans tous les cas, cette partie ne doit pas se traduire par un cours de logique, au sens classique du terme. Plusieurs groupes classiques étant rencontrés dans le cadre du programme, la terminologie associée peut être utilisée mais aucune connaissance théorique n'est exigible

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Rudiments de logique

Quantificateurs.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant les quantificateurs.

Formuler une négation.

Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.

Connecteurs logiques : disjonction (ou), conjonction (et), implication, équivalence.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant des connecteurs. Formuler une négation.

#### b) Ensembles

Cette partie trouvera, entre autres, des applications dans le chapitre sur le dénombrement. On se limite à une approche naïve. Aucun développement n'est fait sur la théorie des ensembles.

Appartenance, inclusion.

Démontrer une égalité, une inclusion de deux ensembles.

Sous-ensemble (ou partie) de  $E$ . Ensemble vide.

Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, complémentaire.

Maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes.

Notations  $\mathbb{C}_E A$ ,  $\overline{A}$ ,  $E \setminus A$ .

$\Leftrightarrow$  I

Produit cartésien de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles.

Un élément de  $E^p$  sera appelé  $p$ -liste ou  $p$ -uplet d'éléments de  $E$ .

Ensemble des parties d'un ensemble.

#### c) Propriétés de $\mathbb{N}$ et raisonnement par récurrence

L'objectif principal de cette partie est la maîtrise du principe de récurrence.

Propriétés de l'ensemble  $\mathbb{N}$ .

Les propriétés de l'addition, de la multiplication et de la relation d'ordre dans  $\mathbb{N}$  sont supposées connues. Toute construction et toute axiomatique de  $\mathbb{N}$  sont hors programme.

Définition du plus grand élément, du plus petit élément.

Toute partie non vide a un plus petit élément. Application au principe de récurrence.

Mener un raisonnement par récurrence simple ou avec prédécesseurs.

$\Leftrightarrow$  I

Toute partie majorée non vide a un plus grand élément.

#### d) Autres méthodes de raisonnement

Raisonnement par contraposition.

Écrire la contraposée d'une assertion.

Raisonnement par l'absurde.

Mener un raisonnement par l'absurde.

Principe d'analyse/synthèse.

Distinguer condition nécessaire et condition suffisante. L'objectif est de donner une méthode de résolution détaillée pour les exemples du programme nécessitant ce type de raisonnement. On se limite à des exemples simples, aucune technicité excessive n'est attendue. Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et de condition suffisante.

### e) Applications

*Les notions ci-dessous, doivent être acquises progressivement au fur et à mesure des exemples rencontrés dans les différents chapitres d'algèbre, d'analyse et de géométrie.*

Application (ou fonction) d'un ensemble non vide  $E$  dans un ensemble non vide  $F$  ; graphe d'une application.

Le point de vue est intuitif : une application de  $E$  dans  $F$  associe à tout élément de  $E$  un unique élément de  $F$ . Toute formalisation est hors programme.

Restrictions.

Notation :  $f|_I$ .

Image directe, image réciproque.

On évitera tout développement technique sur la notion d'image réciproque, introduite principalement en vue des probabilités.

Composition.

Reconnaître une fonction composée.

Injection, surjection, bijections, réciproque d'une bijection.

Résoudre des équations.

Application identité.

# Premier semestre

## Pratique de calcul

Prenant appui sur les acquis de la classe de Terminale, ce chapitre a pour but de mettre en œuvre des techniques de calcul indispensables en mathématiques et dans les autres disciplines scientifiques. Le point de vue adopté ici est principalement pratique. Le professeur organise ce chapitre de la façon qui lui semble la plus appropriée, en tenant compte des acquis des étudiants et des besoins des autres disciplines. Il est nécessaire d'insister sur ces notions tôt dans l'année afin de faciliter le reste de l'apprentissage.

Les objectifs de formation sont les suivants :

- Une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités ;
- L'introduction de fonctions pour établir des inégalités ;
- La manipulation des fonctions usuelles.
- Le calcul de limites, de dérivées et de primitives ;
- L'utilisation de notations et des techniques fondamentales de calcul algébrique.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Inégalités dans $\mathbb{R}$

Inégalités larges, inégalités strictes, intervalles de  $\mathbb{R}$ .  
Compatibilité avec les opérations.

Dresser un tableau de signes ;  
Résoudre des inéquations ;  
Interpréter graphiquement une inéquation du type  $f(x) \leq \lambda$ .

Valeur absolue, inégalité triangulaire.

Interpréter sur la droite réelle des inégalités du type  $|x - a| \leq b$ .

Majoration, minoration et encadrement de sommes, de produits et de quotients.

#### b) Équations, inéquations polynomiales et trigonométriques :

Équation du second degré.

Déterminer le signe d'un trinôme.

Factorisation d'un polynôme dont une racine est connue.

Factoriser un polynôme de degré inférieur à 3 dont une racine est connue.

Cercle trigonométrique, valeurs usuelles, formules exigibles :

Utiliser le cercle trigonométrique pour résoudre des équations et inéquations trigonométriques.  
Exprimer  $\cos(a - b)$ ,  $\sin(a - b)$ .

$$\cos(a + b), \sin(a + b), \cos(2x), \sin(2x)$$

Déterminer l'ensemble de définition de fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles.

#### c) Calcul de limites en un point ou à l'infini

Aucune étude théorique de la limite n'est abordée à ce stade. On s'appuiera sur les connaissances des limites acquises au lycée.

Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'un inverse.

Exemples de formes indéterminées :

$$\infty - \infty \quad 0 \times \infty \quad 1^\infty \quad \frac{0}{0} \quad \frac{\infty}{\infty}$$

Lever, sur des exemples simples, certaines formes indéterminées à l'aide de limites de taux d'accroissement : limites quand  $x$  tend vers zéro de  $\frac{\sin(x)}{x}$ ,  $\frac{\ln(1+x)}{x}$ ,  $\frac{\exp(x)-1}{x}$ ,  $\frac{\cos(x)-1}{x^2}$ .

On s'appuie sur l'étude de la dérivée faite dans la série STL.

Croissances comparées.

Calculer une limite par encadrement ou par comparaison.

Limite d'une fonction composée.

**d) Calcul de dérivées et de primitives**Dérivées des fonctions usuelles :  $x \mapsto x^n$  avec  $n \in \mathbb{Z}$ , exp, ln, cos, sin.

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées dans des cas simples.

Opération : somme, produit, quotient.

Aucune étude théorique de la dérivation n'est abordée à ce stade.

Dérivation de  $t \mapsto \exp(\varphi(t))$  avec  $\varphi$  où  $\varphi$  est une fonction dérivable à valeurs complexes.Appliquer la formule  $(v \circ u)' = u' \cdot (v' \circ u)$  pour dériver une fonction composée.

Primitive sur un intervalle.

Reconnaître les expressions du type  $\frac{u'}{u}$ ,  $u' u^n$  avec  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\frac{u'}{u^n}$ ,  $u' \cdot (v' \circ u)$  où  $v$  est une fonction dérivable afin d'en calculer les primitives.**e) Sommes et produits**

Notations et règles de calcul.

Effectuer un changement d'indices.

Séparation d'une somme en fonction de la parité des indices.

Reconnaître des sommes et produits télescopiques. L'objectif est d'obtenir une aisance dans la manipulation des symboles  $\sum$  et  $\prod$  pour des exemples raisonnables.

Factorielle, coefficients binomiaux.

Notations  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$ .

Formule de Pascal. Formule du binôme de Newton.

Factorisation de  $a^3 - b^3$ .

Aucun lien avec le dénombrement n'est attendu à ce stade.

Exemple de calcul de sommes :

$$\sum_{k=0}^n k \quad \sum_{k=0}^n q^k.$$

## Nombres complexes

L'objectif est de consolider et d'approfondir les acquis du cycle terminal. Le programme combine plusieurs aspects :

- Équations algébriques (équations du second degré, racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe).
- Interprétation géométrique des nombres complexes.
- Exponentielle complexe et applications à la trigonométrie.

Il est recommandé d'illustrer le cours de nombreuses figures et de relier ce chapitre aux besoins des disciplines scientifiques et technologiques.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### (a) L'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes

La construction de  $\mathbb{C}$  n'est pas exigible.

Parties réelle et imaginaire, forme algébrique.  
Opérations sur les nombres complexes.  
Conjugaison : définition, compatibilité avec les opérations.

Le plan étant muni d'un repère orthonormal, affixe d'un point, d'un vecteur ; image d'un nombre complexe.  
Module d'un nombre complexe. Module d'un produit et d'un quotient. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

Notations  $\operatorname{Re}(z)$ ,  $\operatorname{Im}(z)$ .

Interpréter géométriquement le conjugué d'un nombre complexe.

Notation  $\bar{z}$ .

On identifie  $\mathbb{C}$  au plan usuel muni d'un repère orthonormal direct.

Interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe. Interpréter géométriquement  $|z - a|$  avec  $a, z \in \mathbb{C}$ .

#### b) Ensemble $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1

Définition de  $e^{i\theta}$  où  $\theta \in \mathbb{R}$ , formules d'Euler. Description des éléments de  $\mathbb{U}$ .

Relation  $e^{ia}e^{ib} = e^{i(a+b)}$ . Formule de Moivre.

Linéariser et factoriser des expressions trigonométriques. Retrouver les expressions de  $\cos(nt)$  et  $\sin(nt)$  en fonction de  $\cos(t)$  et  $\sin(t)$  pour de petites valeurs de  $n$ .

Il s'agit de consolider une pratique du calcul, en évitant tout excès de technicité.

#### c) Arguments d'un nombre complexe non nul

Arguments d'un nombre complexe non nul.

Arguments d'un produit, d'un quotient.

Écrire un nombre complexe non nul sous la forme  $z = \rho e^{i\theta}$  où  $\rho > 0$  et  $\theta \in \mathbb{R}$  (forme trigonométrique). Interpréter géométriquement un argument d'un nombre complexe, coordonnées polaires.

$\Leftrightarrow$  PC Amplitude et phase.

#### d) Exponentielle complexe

Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe :  $e^z = e^x e^{iy}$  où  $z = x + iy$  et  $x, y \in \mathbb{R}$ .

Relation  $e^{z+z'} = e^z e^{z'}$ .

Résoudre une équation du type  $e^z = e^{z'}$ .

Notations  $\exp(z)$ ,  $e^z$ .

#### (e) Racines $n$ -ième

Description des racines  $n$ -ième d'un nombre complexe.

Racines de l'unité : définition, description, propriétés.

Résoudre l'équation  $z^n = \lambda$ .

Représenter géométriquement les racines de l'unité.

Notation  $\mathbb{U}_n$ .

**f) Équation du second degré dans  $\mathbb{C}$** 

Racines carrées.	Déterminer les racines carrées d'un nombre complexe sous forme algébrique et trigonométrique.
Équation du second degré dans $\mathbb{C}$ .	Résoudre une équation du second degré dans $\mathbb{C}$ .

**Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles**

*Prenant appui sur les acquis de la classe de Terminale, ce chapitre a pour but d'introduire les outils nécessaires à l'étude de fonctions. Le point de vue adopté ici est principalement pratique. Les définitions précises et les constructions occuperont une grande part du programme d'analyse du second semestre. Ce chapitre est naturellement relié aux disciplines scientifiques et technologiques.*

**a) Généralités sur les fonctions d'une variable réelle à valeurs dans  $\mathbb{R}$** 

	Représenter graphiquement une fonction à valeurs réelles.
Fonctions paires, impaires, périodiques.	Interpréter géométriquement ces propriétés.
Somme, produit, composée. Monotonie.	
Fonctions majorées, minorées, bornées.	Interpréter géométriquement ces propriétés. Une fonction $f$ est bornée si et seulement si $ f $ est majorée.
Extremum, extremum local.	

**b) Dérivation**

Équation de la tangente en un point.	Interpréter géométriquement la dérivée d'une fonction en un point.
Application à l'étude des variations d'une fonction.	Dresser le tableau de variation d'une fonction. À ce stade, un tableau de variation clairement présenté, accompagné de la détermination du signe de la dérivée et des valeurs ou limites aux bornes, vaut justification de bijectivité.
Dérivée d'une fonction réciproque.	Tracer le graphe d'une fonction réciproque. La dérivée de la réciproque de $f$ est obtenue géométriquement à l'aide la symétrie des tangentes. La formule sera démontrée ultérieurement.



**c) Étude d'une fonction**

Plan d'étude d'une fonction.

Déterminer les symétries et les périodicités afin de réduire l'ensemble d'étude d'une fonction ;  
 Déterminer les variations et les limites d'une fonction ;  
 Déterminer les extremums éventuels d'une fonction ;  
 Tracer le graphe d'une fonction ;  
 Obtenir des inégalités grâce à une étude de fonction. Les asymptotes ainsi que la position des tangentes par rapport à la courbe seront traitées ultérieurement comme des applications des développements limités.

**d) Fonctions usuelles**

Valeur absolue.

Représenter graphiquement la fonction.

Partie entière.

Représenter graphiquement la fonction.

Étude des fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances, circulaires directes et réciproques.

Notation  $\lfloor x \rfloor$ . L'existence est admise.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.

Les fonctions puissances sont définies sur  $\mathbb{R}_+^*$  et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur  $\mathbb{R}_-^*$ . Relations  $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$ ,  $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$ ,  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$ .

Fonctions circulaires directes et réciproques : rappels sur les fonctions cos et sin, définition et étude des fonctions tan, arcsin, arccos, arctan.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.

Croissances comparées des fonctions logarithme népérien, puissances et exponentielle.

Comparer des fonctions au voisinage de l'infini.

Les fonctions hyperboliques sont hors programme.

## Géométrie élémentaire du plan

À l'issue de la Terminale, les étudiants connaissent le plan géométrique euclidien en tant qu'ensemble de points ; la façon d'associer à deux points  $A$  et  $B$  le vecteur  $\overrightarrow{AB}$ , ainsi que les propriétés opératoires usuelles. Il convient d'observer que tout vecteur s'exprime comme combinaison linéaire de deux vecteurs indépendants, c'est-à-dire non colinéaires. Dans le plan, les notions suivantes sont supposées connues : calcul vectoriel, distance euclidienne, orthogonalité, repère orthonormal, angles. La donnée d'un repère orthonormal identifie le plan à  $\mathbb{R}^2$  ou à  $\mathbb{C}$ . La géométrie joue un rôle essentiel en mathématiques et dans les disciplines scientifiques et technologiques ; elle est au cœur des compétences de modélisation et de représentation. Ce chapitre doit être traité en liaison avec les autres disciplines ; pour la physique et la chimie, on pourra se reporter à l'appendice Outils mathématiques pour la physique et la chimie.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Repérage dans le plan

Repère orthonormé (ou orthonormal) ; Coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires.

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée ;  
Passer des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes.  
On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires.

#### b) Produit scalaire

Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non nuls alors

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

et  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  sinon.

Bilinéarité, symétrie.

Interpréter le produit scalaire en termes de projection orthogonale.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale ;  
Caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs ;  
Déterminer une mesure d'un angle non orienté.  
Démonstrations non exigibles.

#### c) Déterminant dans une base orthonormale directe

Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non nuls alors

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin(\vec{u}, \vec{v})$$

et  $[\vec{u}, \vec{v}] = 0$  sinon.

Bilinéarité, antisymétrie.

Interpréter un déterminant en termes d'aire orientée d'un parallélogramme ;  
Caractériser la colinéarité de deux vecteurs.  
La notion d'orientation du plan est admise, ainsi que celle de base orthonormale directe.  
Calculer le déterminant dans une base orthonormale directe.  
Démonstrations non exigibles.

#### d) Droites

Définition, vecteur directeur, vecteur normal.

Équation cartésienne et système d'équations paramétriques.

Passer d'une représentation paramétrique à une représentation cartésienne et inversement ;  
Déterminer l'intersection de deux droites ;  
Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite ;  
Calculer la distance d'un point à une droite.

**e) Cercles**

Définition, équation cartésienne.  
Représentation paramétrique.

Reconnaître une équation cartésienne de cercle  
Déterminer une équation d'un cercle à partir de son centre et son rayon.  
Déterminer le centre et le rayon d'un cercle à partir d'une équation.  
Déterminer une équation d'un cercle connaissant les extrémités d'un diamètre.

**Géométrie élémentaire de l'espace**

*Dans ce chapitre, on adapte à l'espace les notions étudiées dans le chapitre de géométrie plane. L'étude de ce contenu mathématique nouveau s'appuie de façon essentielle sur le chapitre de géométrie plane et sur l'intuition géométrique développée dans les autres disciplines. Des notions telles que le repérage dans l'espace et le produit vectoriel doivent être abordées en concertation avec les professeurs des disciplines scientifiques et technologiques.*

**a) Repérage dans l'espace**

Repère orthonormé de l'espace, coordonnées cartésiennes.

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée  
On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires, vecteurs coplanaires.

**b) Produit scalaire**

Définition géométrique.  
Bilinéarité, symétrie.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale directe.  
Démonstrations hors programme.

**c) Produit vectoriel dans l'espace orienté**

Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non colinéaires, le produit vectoriel de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  est le vecteur de norme  $\|\vec{u}\| \|\vec{v}\| |\sin(\vec{u}, \vec{v})|$  directement orthogonal à  $(\vec{u}, \vec{v})$  ; sinon le produit vectoriel est le vecteur nul.  
Bilinéarité, antisymétrie.

Déterminer si deux vecteurs sont colinéaires.  
La notion d'orientation de l'espace reposant sur les conventions physiques usuelles est admise.

Exprimer le produit vectoriel dans une base orthonormale directe ;  
Démonstrations hors programme.

**d) Produit mixte dans l'espace orienté**

Définition du produit mixte de trois vecteurs  
 $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = (\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w}$ .

Trilinéarité, antisymétrie.

Déterminer si trois vecteurs sont coplanaires.  
Interpréter  $|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$  comme volume du parallélépipède construit sur  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$ . Notation  $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$ .  
Exprimer le produit mixte dans une base orthonormale directe.  
Démonstrations hors programme.

**e) Plans et droites**

Différents modes de définition d'un plan : par un point et deux vecteurs non colinéaires, par un point et un vecteur normal, par trois points non alignés.

Différents modes de définition d'une droite : par un point et un vecteur directeur, par deux points distincts, comme intersection de deux plans.

Distance d'un point à un plan, distance d'un point à une droite.

Déterminer une équation cartésienne ou un système d'équations paramétriques d'un plan ;  
Passer d'une représentation à l'autre.

Déterminer un vecteur directeur d'une droite définie comme intersection de deux plans ;  
Déterminer un système d'équations cartésiennes ou un système d'équations paramétriques d'une droite ;  
Passer d'une représentation à l'autre.

Étudier des intersections.

Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan.

**f) Sphères**

Définition, équation cartésienne en repère orthonormé.

Reconnaître une équation de sphère ;  
Déterminer une équation d'une sphère à partir de son centre et de son rayon ;  
Déterminer le centre et le rayon d'une sphère à partir d'une équation ;  
Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan.

**Équations différentielles linéaires**

*En classe de Terminale, les étudiants ont étudié des exemples simples d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, du premier et du second ordre. Il s'agit dans ce chapitre de consolider et d'étendre cette étude. Les équations différentielles sont un domaine à la fois très riche pour les mathématiques, pour la physique et la chimie. Ce chapitre doit être traité en concertation avec les professeurs des autres disciplines afin de l'illustrer par des exemples issus des domaines scientifiques et technologiques. On se référera à l'appendice Outils mathématiques pour la physique et la chimie.*

**a) Équations différentielles linéaires du premier ordre**

Équation  $y' + a(x)y = b(x)$ , où  $a$  et  $b$  sont des fonctions continues définies sur un intervalle de  $\mathbb{R}$  à valeurs réelles ou complexes.

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Écrire et résoudre l'équation homogène associée.

Utiliser le principe de superposition et/ou la méthode de variation de la constante pour trouver une solution particulière.

Déterminer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.

Décrire l'ensemble des solutions.

Les étudiants doivent savoir étudier des équations dans lesquelles la variable et la fonction inconnue sont représentés par d'autres lettres que  $x$  et  $y$ .

À ce stade, la résolution ne doit pas faire appel à une intégration par parties ou à un changement de variable.

Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.

$\Leftrightarrow$  PC : circuits électriques RC, RL

**b) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants**

Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants

$$y'' + ay' + by = f(x)$$

où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels et  $f$  est une application continue à valeurs dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Donner l'équation caractéristique.

Résoudre l'équation homogène, notamment dans le cas d'une équation de la forme  $y'' \pm \omega^2 y(x) = 0$ .

$\Leftrightarrow$  PC : circuits électriques LC, RLC. Régime transitoire, régime stationnaire. Pôles d'un système.

$\Leftrightarrow$  *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §2.*

Déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme  $Ae^{\omega x}$  avec  $(A, \omega) \in \mathbb{C}^2$ .

Utiliser le principe de superposition.

Exprimer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.

Aucune technique n'est exigible pour toute autre forme de second membre.

Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.

La démonstration est hors programme.

**Dénombrement**

*Ce chapitre a pour but de présenter les bases du dénombrement, notamment en vue de l'étude des probabilités.*

*Toute formalisation excessive est exclue. En particulier :*

- on adopte un point de vue intuitif pour la définition d'un ensemble fini et la notion de cardinal ;
- parmi les propriétés du paragraphe (a), les plus intuitives sont admises sans démonstration ;
- l'utilisation systématique de bijections dans les problèmes de dénombrement n'est pas un attendu du programme.

*Ce chapitre est également l'occasion d'aborder les coefficients binomiaux sous un autre angle que celui du chapitre « Pratique du calcul. »*

**a) Cardinal d'un ensemble fini**

Un ensemble est de cardinal  $n \in \mathbb{N}^*$  s'il est en bijection avec  $[1, n]$ . L'ensemble vide est de cardinal nul.

Opérations sur les ensembles et les cardinaux : union disjointe, union quelconque, complémentaire et produit cartésien.

Si  $B$  est une partie de l'ensemble fini  $A$  alors  $B$  est finie et  $\text{Card}(B) \leq \text{Card}(A)$  ; il y a égalité si et seulement si  $A = B$ .

Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.

Notations  $|A|$ ,  $\text{Card}(A)$ ,  $\#A$ .

La formule d'union disjointe peut être admise. La formule du crible est hors programme.

Démontrer l'égalité de deux ensembles finis.

Si  $A$  et  $B$  sont deux ensembles finis de même cardinal et  $f$  une application de  $A$  dans  $B$  alors  $f$  est injective si et seulement si  $f$  est surjective, si et seulement si  $f$  est bijective.

**b) Dénombrement**

Nombre de  $p$ -uplets (ou  $p$ -listes) d'éléments distincts d'un ensemble à  $n$  éléments.

Nombre de permutations d'un ensemble à  $n$  éléments.

Reconnaître des situations de dénombrement relevant de ce cadre.

On n'utilise pas la notation  $A_n^p$ .

Nombre de parties à  $p$  éléments d'un ensemble à  $n$  éléments.

Reconnaître des situations de dénombrement relevant de ce cadre

Notation  $\binom{n}{p}$ .

Donner une interprétation combinatoire des propriétés suivantes :

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}; \quad \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} = 2^n;$$

$$\binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p} = \binom{n}{p}.$$

## Systèmes linéaires et calcul matriciel

*Ce chapitre est à concevoir comme une initiation aux structures algébriques et plus particulièrement à l'algèbre linéaire « abstraite » qui sera étudiée au second semestre.*

*La problématique de départ est la résolution des systèmes linéaires. Elle est à la fois familière des étudiants – ils l'ont rencontrée et pratiquée dans l'enseignement secondaire pour de petites dimensions, par exemple en géométrie – et motivante par le nombre important de problèmes se ramenant à la résolution d'un système linéaire (méthode des différences finies, méthode des moindres carrés, etc). L'objectif majeur du sous-chapitre « **A - Systèmes linéaires** » est la justification et la mise en œuvre de l'algorithme de Gauss-Jordan de résolution d'un système linéaire.*

*La recherche d'une méthode systématique de résolution d'un système linéaire par cet algorithme conduit naturellement au calcul matriciel qui recèle à la fois des propriétés inhabituelles pour les étudiants (existence de diviseurs de 0, non commutativité) et des propriétés analogues à celles des ensembles de nombres (distributivité, etc.) qu'il convient de mettre en évidence.*

*L'ordre d'exposition choisi ci-dessous n'est nullement impératif. On pourra aussi bien commencer par introduire le calcul matriciel, puis l'appliquer à la théorie des systèmes linéaires. On veillera à respecter les objectifs de formation suivants :*

- Familiariser les étudiants avec les différentes représentations des solutions d'un système linéaire.
- Entraîner au calcul matriciel. On évitera cependant tout excès de technicité et on se limitera à des systèmes et des matrices de taille raisonnable dans les applications numériques.
- Consolider la formation à l'algorithmique et la programmation.
- Mettre en évidence sur des exemples l'instabilité de la méthode de Gauss-Jordan due aux erreurs d'arrondi.

*Dans ce chapitre,  $\mathbb{K}$  désigne  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .*

### A - Systèmes linéaires

#### a) Matrices à coefficients dans $\mathbb{K}$

Pour  $n$  et  $p$  dans  $\mathbb{N}^*$ , définition d'une matrice à coefficients dans  $\mathbb{K}$  à  $n$  lignes et  $p$  colonnes comme tableau rectangulaire d'éléments de  $\mathbb{K}$ .

#### b) Systèmes linéaires

Équation linéaire à  $p$  inconnues. Système linéaire à  $n$  équations et  $p$  inconnues.

Système homogène.

Matrice  $A$  d'un système linéaire; matrice augmentée  $(A|B)$  où  $B$  est la colonne des seconds membres.

Opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice : échange des lignes  $L_i$  et  $L_j$ , multiplication de  $L_i$  par  $\lambda \neq 0$ , ajout de  $\lambda \cdot L_j$  à  $L_i$  pour  $i \neq j$ .

Interprétations géométriques dans le plan et dans l'espace.

Système homogène associé à un système linéaire.

Interpréter les opérations sur les lignes en termes de système linéaire.

Notations  $L_i \leftrightarrow L_j$ ;  $L_i \leftarrow \lambda L_i$ ;  $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$ .

Deux systèmes sont dits équivalents si on passe de l'un à l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Deux systèmes équivalents ont le même ensemble de solutions.

Deux matrices sont dites équivalentes en lignes si elles se déduisent l'une de l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Si on passe d'un système  $\mathcal{S}$  à un autre système  $\mathcal{S}'$  par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes, la matrice augmentée de  $\mathcal{S}'$  s'obtient en effectuant la même suite d'opérations élémentaires sur la matrice augmentée de  $\mathcal{S}$ .

Maîtriser la notion de système équivalent.

Relier cette notion à la théorie des systèmes linéaires.

Notation  $A \underset{L}{\sim} A'$ .

Ce résultat justifie la présentation matricielle de la résolution d'un système linéaire.

### c) Échelonnement et algorithme du pivot de Gauss-Jordan

Une matrice est dite échelonnée en lignes si elle vérifie les deux propriétés suivantes :

- Si une ligne est entièrement nulle, toutes les lignes suivantes le sont aussi ;
- À partir de la deuxième ligne, dans chaque ligne non entièrement nulle, le premier coefficient non nul à partir de la gauche est situé à droite du premier coefficient non nul de la ligne précédente.

Une matrice échelonnée en lignes est dite échelonnée réduite en lignes lorsque tous les pivots sont égaux à 1 et sont les seuls éléments non nuls de leur colonne.

Toute matrice non nulle est équivalente en lignes à une unique matrice échelonnée réduite en lignes.

Reconnaître et exploiter des matrices échelonnées dans le cadre de l'étude de systèmes linéaires.

Un schéma « en escalier » illustre la notion de matrice échelonnée.

On appelle pivot le premier coefficient non nul de chaque ligne non entièrement nulle.

Déterminer la matrice échelonnée réduite en lignes associée à un système donné.

Description de l'algorithme du pivot de Gauss-Jordan.

La démonstration de l'unicité n'est pas exigible.

### d) Ensemble des solutions d'un système linéaire

Structure de l'ensemble des solutions.

Rang d'un système linéaire.

Inconnues principales et inconnues secondaires (paramètres).

Système incompatible. Système compatible.

Résoudre un système compatible.

L'ensemble des solutions d'un système  $\mathcal{S}$  est soit vide, soit de la forme  $X_0 + S_H$  où  $X_0$  est une solution particulière de  $\mathcal{S}$  et  $S_H$  l'ensemble des solutions du système homogène associé à  $\mathcal{S}$ .

Défini comme égal au nombre de pivots.

Le nombre de paramètre est égal à la différence du nombre d'inconnues et du rang.

Déterminer des conditions de compatibilité pour un système donné

Application aux problèmes d'intersection en géométrie du plan et de l'espace.

## B - Calcul matriciel

Dans tout ce sous-chapitre,  $n$  et  $p$  appartiennent à  $\mathbb{N}^*$ . On définit les opérations matricielles qui permettent de représenter matriciellement les opérations de pivot explicitées précédemment. L'objectif visé est la décomposition de toute matrice rectangulaire  $A$  en un produit de la forme  $A = ER$  où  $R$  est échelonnée réduite en lignes et  $E$  est un produit de matrices élémentaires.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Espaces de matrices

Ensemble  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$  des matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes à coefficients dans  $\mathbb{K}$ .

Opérations sur les matrices : addition, multiplication d'une matrice par un élément de  $\mathbb{K}$  et produit de deux matrices.

Application à l'écriture matricielle d'un système linéaire.

Propriétés des opérations matricielles.

Ensemble  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ .

Puissances d'une matrice carrée.

Formule du binôme.

Matrices carrées inversibles. Inverse.

Inverse du produit de matrices inversibles.

Les propriétés suivantes sont exigibles : la  $j$ -ème colonne de  $AB$  est le produit de  $A$  par la  $j$ -ème colonne de  $B$  et la  $i$ -ème ligne de  $AB$  est le produit de la  $i$ -ème ligne de  $A$  par  $B$ .

Il existe des matrices non nulles dont le produit est nul.

Notation  $I_n$  pour la matrice identité.

Le produit matriciel n'est pas commutatif.

On appelle groupe linéaire, noté  $GL_n(\mathbb{K})$ , l'ensemble des matrices inversibles de taille  $n$ . Tout développement sur la notion de groupe est hors programme.

#### b) Opérations élémentaires de pivot et calcul matriciel

Matrices élémentaires : matrices de transvection, de transposition et de dilatation. Inversibilité des matrices élémentaires.

Brève extension des définitions et des résultats aux opérations élémentaires sur les colonnes d'une matrice.

Calcul de l'inverse d'une matrice carrée par résolution d'un système linéaire et méthode du pivot de Gauss.

Interprétation des opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice au moyen des matrices élémentaires.

Traduction matricielle de l'algorithme de Gauss-Jordan : pour toute matrice rectangulaire  $A$  à coefficients dans  $\mathbb{K}$ , il existe une matrice  $E$  produit de matrices élémentaires et une unique matrice échelonnée réduite  $R$  telles que  $A = ER$ .

Notation  $A \underset{C}{\sim} A'$ .

Pour  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ , équivalence des propriétés suivantes :

- $A$  est inversible ;
- Le système  $AX = 0$  n'admet que la solution nulle ;
- $A \underset{L}{\sim} I_n$  ;
- Pour tout  $B$ , le système  $AX = B$  admet une unique solution ;
- Pour tout  $B$ , le système  $AX = B$  admet au moins une solution.

$\Leftrightarrow$  I.

#### c) Matrices carrées remarquables

Matrices diagonales.  
Matrices triangulaires.

Stabilité par les opérations.

#### d) Transposition

Transposée d'une matrice

Transposée d'une somme, d'un produit, d'un inverse.

Notations  $A^T$ ,  ${}^t(A)$ .

Matrices symétriques et antisymétriques.



## Polynômes

L'objectif est d'étudier, par des méthodes élémentaires, les propriétés de base des polynômes, et de les exploiter pour la résolution de problèmes portant sur les équations algébriques et les fonctions numériques. Le programme se limite au cas où le corps de base  $\mathbb{K}$  est égal à  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ . On pourra confondre polynômes et fonctions polynomiales.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Polynômes à une indéterminée

Ensemble  $\mathbb{K}[X]$  des polynômes d'indéterminée  $X$  et à coefficients dans  $\mathbb{K}$ .

Opérations : somme, produit et composée.

Degré d'un polynôme. Coefficient dominant, polynôme unitaire (ou normalisé). Degré d'une somme et d'un produit.

Fonction polynomiale associée à un polynôme.

Aucune connaissance de la construction de  $\mathbb{K}[X]$  n'est exigible. Notation d'un polynôme :  $\sum_{p=0}^n a_p X^p$  ou  $a_0 + a_1 X + \dots + a_n X^n$ .

Le degré du polynôme nul vaut par convention  $-\infty$ .

#### b) Bases de l'arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$

*On introduira ces notions par des rappels sur l'arithmétique dans  $\mathbb{Z}$ .*

Divisibilité dans  $\mathbb{K}[X]$ .

Division euclidienne dans  $\mathbb{K}[X]$ .

Effectuer une division euclidienne de polynômes.  
 $\Leftrightarrow$  I

#### c) Dérivation

Polynôme dérivé.

Opérations : somme produit.

Dérivées d'ordre supérieur. Formule de Leibniz.

Formule de Taylor.

#### d) Racines

Racine d'un polynôme.

Multiplicité d'une racine.

Caractérisation par les valeurs des dérivées successives en  $a$  de l'ordre de multiplicité de la racine  $a$ .

Majoration du nombre de racines d'un polynôme non nul par son degré.

Polynôme scindé sur  $\mathbb{K}$ .

Théorème de d'Alembert-Gauss.

Déterminer les racines d'un polynôme. Caractériser les racines par la divisibilité.

La démonstration de ce théorème est admise.

#### f) Somme et produit des racines d'un polynôme

Expressions de la somme et du produit des racines d'un polynôme en fonction de ses coefficients.

Cas des polynômes de degré deux.

Les autres fonctions symétriques élémentaires sont hors programme.

## Deuxième semestre

### Nombres réels et suites numériques

L'objectif est d'énoncer les propriétés fondamentales de la droite réelle, et de les appliquer à l'étude des suites, qui interviennent en mathématiques tant pour leur intérêt pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique. Les notions de borne supérieure et de borne inférieure sont introduites uniquement pour aboutir au théorème de la limite monotone.

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Nombres réels

Ensembles usuels de nombres : entiers relatifs, nombres décimaux, rationnels.

Droite réelle, droite réelle achevée.

Distance entre deux réels.

La relation d'ordre  $\leq$  dans  $\mathbb{R}$  : majorant, maximum, minorant, minimum.

Borne supérieure (resp. inférieure) d'une partie non vide majorée (resp. minorée) de  $\mathbb{R}$ .

Partie entière d'un nombre réel.

Caractérisation des intervalles de  $\mathbb{R}$  : une partie  $I$  de  $\mathbb{R}$  est un intervalle si et seulement si, pour tout  $(a, b) \in I^2$  avec  $a < b$ ,  $[a, b] \subset I$ .

La construction de ces ensembles de nombres n'est pas au programme.

Faire le lien avec la géométrie.

La construction de  $\mathbb{R}$  n'est pas au programme.

Déterminer les bornes supérieure et inférieure éventuelles de fonctions.

L'existence est admise. Aucun développement n'est attendu.

Notation  $\lfloor x \rfloor$ .

#### b) Généralités sur les suites réelles

Modes de définition d'une suite.

Opérations.

Monotonie, stricte monotonie.

Suites minorées, majorées, bornées.

Suites arithmétiques et suites géométriques.

Reconnaître une suite définie de façon explicite, implicite ou par récurrence. Reconnaître une suite extraite.

Manipuler sur des exemples des majorations et minoration

Une suite  $(u_n)$  est bornée si et seulement si  $(|u_n|)$  est majorée.

#### c) Limite d'une suite réelle

Si  $\ell$  est un réel, la suite  $(u_n)$  admet  $\ell$  pour limite si :  
 $\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq N \Rightarrow |u_n - \ell| \leq \varepsilon$ .

La suite  $(u_n)$  admet  $+\infty$  pour limite si :

$\forall A > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq N \Rightarrow u_n \geq A$ .

Unicité de la limite.

Suite convergente, suite divergente.

Toute suite réelle convergente est bornée.

Si  $(u_n)$  tend vers un élément de  $\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$  alors il en est de même de toute suite extraite de  $(u_n)$ .

Opérations sur les limites de suites : somme, multiplication par un scalaire, produit, inverse.

Cas des suites géométriques, arithmétiques.

Passage à la limite dans une inégalité.

Prouver l'existence d'une limite  $\ell$  en majorant  $|u_n - \ell|$ , notamment lorsque la suite vérifie une inégalité du type :  $|u_{n+1} - \ell| \leq k|u_n - \ell|$ . Lien avec la définition vue en classe de Terminale.

Adapter cette notion à la limite en  $-\infty$ .

Prouver la divergence d'une suite à l'aide d'une suite extraite.

Lever une indétermination.

**d) Théorèmes d'existence d'une limite**

Théorème de convergence par encadrement.  
Théorème de la limite monotone.

Exploiter ce théorème sur des exemples.

**e) Comparaisons de suites**

Divergence par comparaison : si  $(u_n)$  tend vers  $+\infty$  et si, pour tout  $n$ , on a  $u_n \leq v_n$ , alors  $(v_n)$  tend vers  $+\infty$ .

Adapter cet énoncé aux suites tendant vers  $-\infty$ .

Relations de comparaison : négligeabilité, équivalence.

Notations  $u_n = o(v_n)$  et  $u_n \sim v_n$ .

On définit ces relations à partir du quotient  $\frac{u_n}{v_n}$  en supposant que la suite  $(v_n)$  ne s'annule pas à partir d'un certain rang.

$u_n \sim v_n$  si et seulement si  $u_n = v_n + o(v_n)$ .

Compatibilité de l'équivalence avec le produit, le quotient, les puissances.

Exploiter ces résultats pour déterminer le comportement asymptotique de suites.

Deux suites équivalentes ont le même signe à partir d'un certain rang.

Deux suites équivalentes ont le même comportement asymptotique.

Croissances comparées de  $n^\alpha$ ,  $a^n$ ,  $(\ln(n))^\beta$ .

## Limites, continuité et dérivabilité

Ce chapitre est divisé en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde. On y formalise et démontre les résultats qui ont été utilisés d'un point de vue calculatoire dans le premier chapitre d'analyse.

Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.

Les fonctions sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  non vide et non réduit à un point et sont à valeurs réelles.

Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction  $f$  définie sur  $I$  est vraie au voisinage de  $a$  si elle est vraie sur l'intersection de  $I$  avec un intervalle ouvert centré sur  $a$  si  $a$  est réel, avec un intervalle  $[A, +\infty[$  si  $a = +\infty$ , avec un intervalle  $]-\infty, A]$  si  $a = -\infty$ .

### A - Limites et continuité

L'essentiel du paragraphe (a) consiste à adapter au cadre continu les notions déjà abordées pour les suites. Le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Limite finie ou infinie en un point ou en $\pm\infty$

Étant donné un point  $a$  qui appartient à  $I$  ou est une extrémité de  $I$ , on dit que  $f(x)$  tend vers  $\ell$  lorsque  $x$  tend vers  $a$  si :  $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in I, |x - a| \leq \delta \Rightarrow |f(x) - \ell| \leq \varepsilon$ .

Si  $I$  n'est pas majoré alors on dit que  $f(x)$  tend vers  $\ell$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$  si  $\forall \varepsilon > 0, \exists A > 0, \forall x \in I, x \geq A \Rightarrow |f(x) - \ell| \leq \varepsilon$ .

Unicité de la limite.

Si  $f$  admet une limite finie en  $a$  alors  $f$  est bornée au voisinage de  $a$ .

Limite à gauche, limite à droite.

Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en  $a$ .

Image d'une suite de limite  $\ell$  par une fonction admettant une limite en  $\ell$ .

Maîtriser le formalisme mathématique de la définition de la limite et le mettre en relation avec l'intuition géométrique.

Notation  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$ . Adaptation au cas où  $f$  est définie sur  $I \setminus \{a\}$ . Notation  $f(x) \xrightarrow[x \neq a]{x \rightarrow a} \ell$ . Adaptation au cas  $\ell = \pm\infty$ .

Maîtriser le formalisme mathématique de la définition de la limite et le mettre en relation avec l'intuition géométrique.

Notation  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \ell$ . Adaptations au cas  $\ell = \pm\infty$ , au cas d'une limite en  $-\infty$ .

Notation  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ .

Notations  $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x)$  ou  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ .

Exploiter ces résultats sur des exemples.

Adaptation des énoncés relatifs aux suites.

#### b) Comparaison des fonctions

Passage à la limite dans une inégalité

Théorème de la limite monotone.

Relations de négligeabilité et d'équivalence.

Démonstration hors programme.

Adapter au cas des fonctions les définitions et les résultats étudiés sur les suites.

#### c) Continuité en un point

Définition de la continuité de  $f$  au point  $a$  de  $I$ .

Maîtriser le formalisme mathématique de la définition de la limite

Si  $a$  appartient à  $I$ , alors  $f$  est continue en  $a$  si et seulement si  $f$  a une limite finie en  $a$ ; sinon,  $f$  a une limite finie en  $a$  si et seulement si elle se prolonge par continuité en  $a$ .

Continuité à droite et à gauche.  
 Prolongement par continuité en un point.  
 Opérations sur les fonctions continues : somme, produit, quotient, composition.

Exploiter ces résultats sur des exemples.

#### d) Continuité sur un intervalle

Définition. Opérations.  
 Théorème des valeurs intermédiaires : si  $a$  et  $b$  sont deux réels, si  $f$  est continue sur  $[a, b]$  et si  $\gamma$  est compris entre  $f(a)$  et  $f(b)$ , alors il existe  $c$  dans  $[a, b]$  tel que  $\gamma = f(c)$ .  
 Image d'un intervalle par une fonction continue.  
 Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

La démonstration n'est pas exigible.  
 $\Leftrightarrow$  I : application de la dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration est hors programme.

#### e) Continuité et bijectivité

Fonction bijective d'un intervalle  $I$  sur une partie de  $\mathbb{R}$ .  
 Fonction réciproque.  
 Toute fonction  $f$  continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  réalise une bijection de  $I$  sur l'intervalle  $f(I)$ , et sa réciproque est continue et strictement monotone sur  $f(I)$  (et de même monotonie que  $f$ ).

Comparaison des représentations graphiques d'une bijection et de sa réciproque.  
 Appliquer ce résultat sur des exemples.

### B - Dérivabilité

#### a) Nombre dérivé, fonction dérivée

Dérivabilité de  $f$  en  $a$ ; nombre dérivé : limite du taux d'accroissement.  
 Équivalence avec l'existence d'un développement limité en  $a$  à l'ordre 1.

Notation  $f'(a)$  pour le nombre dérivé.

La droite d'équation

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

est appelée tangente au graphe de  $f$  au point d'abscisse  $a$ . Cette définition peut être justifiée (limite de sécantes).  
 Interprétation cinématique.  
 $\Leftrightarrow$  I : méthode de Newton.

Dérivabilité à droite et à gauche en  $a$ .  
 Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle.

Notation  $f'$  pour la fonction dérivée.

#### b) Opérations sur les fonctions dérivables

Si  $f$  et  $g$  sont dérivables en  $a$ , dérivabilité et dérivée en  $a$  de  $f + g$ ,  $f g$  et, si  $g(a) \neq 0$ , de  $\frac{f}{g}$ .  
 Si  $f$  est dérivable en  $a$  et  $g$  dérivable en  $f(a)$ , dérivabilité et dérivée en  $a$  de  $g \circ f$ .

Si  $f$  est une bijection de l'intervalle  $I$  sur l'intervalle  $J$ , si  $f$  est dérivable en  $a$ , condition nécessaire et suffisante de dérivabilité de  $f^{-1}$  en  $f(a)$  et calcul de la dérivée. Extension aux opérations sur les fonctions dérivables sur un intervalle. En particulier, réciproque d'une bijection de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Interprétation géométrique.

### c) Propriétés des fonctions dérivables

Notion d'extremum local. Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur.

Inégalité des accroissements finis : si une fonction  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ , continue sur  $[a, b]$ , dérivable sur  $]a, b[$ , est telle que, pour tout  $t \in ]a, b[$ ,  $|f'(t)| \leq M$ , alors, pour tout  $(x, y) \in [a, b]^2$ ,  $|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|$ .

Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes parmi les fonctions dérivables.

Théorème de la limite de la dérivée : si  $f$  est dérivable sur  $I \setminus \{a\}$ , continue sur  $I$  et si  $f'(x)$  tend vers  $\ell$  (réel ou infini) lorsque  $x$  tend vers  $a$ , alors  $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  tend vers  $\ell$  lorsque  $x$  tend vers  $a$ .

Appliquer ces résultats sur des exemples.

Interpréter géométriquement ce résultat.

Si  $\ell$  est un nombre réel, alors  $f$  est dérivable en  $a$  et  $f'$  est continue en  $a$ .

### e) Dérivées d'ordre supérieur

Pour  $k$  dans  $\mathbb{N}^* \cup \{\infty\}$ , fonction de classe  $C^k$  sur  $I$ .

Opérations : somme, produit (formule de Leibniz), composée, réciproque.

Notations  $f^{(k)}$ ,  $D^k f$  pour la dérivée  $k$ -ième de  $f$ . Ensembles  $\mathcal{C}^k(I, \mathbb{R})$ ,  $\mathcal{C}^\infty(I, \mathbb{R})$ .

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées.

## Intégration sur un segment

*L'objectif de ce chapitre est de consolider, d'approfondir et d'étendre la notion d'intégrale étudiée en Terminale STL. La présentation de l'intégrale sur un segment s'appuie sur la notion d'aire, mais tout développement théorique sur ce sujet est hors programme. Le cas des fonctions à valeurs réelles est étendu sans difficulté au cas complexe.*

### a) Intégrale d'une fonction continue

Fonction continue ; définition, opérations.

Intégrale  $\int_{[a,b]} f$  d'une fonction  $f$  continue sur un segment  $[a, b]$ .

Propriétés : linéarité, positivité, croissance, valeur absolue d'une intégrale (inégalité triangulaire). Inégalité de la

moyenne :  $\left| \int_{[a,b]} f \right| \leq (b - a) \sup_{[a,b]} |f|$

Notation  $\int_c^d f$  ou  $\int_c^d f(t) dt$  pour  $(c, d) \in [a, b]^2$ .

Interpréter géométriquement une intégrale.

Modéliser une situation physique par une intégration.

La construction est hors programme. Dans le cas d'une fonction à valeurs positives, on fait le lien avec l'aire du domaine sous la courbe.

Relation de Chasles.  
 Une fonction continue et positive sur  $[a, b]$  est nulle si et seulement si son intégrale est nulle.  
 Extension aux fonctions à valeurs complexes.

### c) Calcul intégral

Si  $f$  est une fonction continue sur  $I$  et si  $x_0$  est un point de cet intervalle, alors

$$x \longmapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$$

est l'unique primitive de  $f$  sur  $I$  s'annulant en  $x_0$ .  
 En particulier, toute fonction continue sur  $I$  admet des primitives sur  $I$ .  
 Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive. En particulier, pour  $f$  de classe  $\mathcal{C}^1$  :  $\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a)$ .  
 Intégration par parties. Changement de variable.

Primitives des fonctions usuelles.

Appliquer ce théorème sur des exemples.  
 Deux primitives d'une fonction continue sur l'intervalle  $I$  diffèrent d'une constante.

Appliquer ces techniques au calcul de primitives.  
 Tout excès de technicité est exclu.  
 Savoir reconnaître des primitives usuelles.  
 Pour les fonctions rationnelles, on se limite à des cas simples : aucune théorie de la décomposition en éléments simples n'est au programme.

### d) Formule de Taylor avec reste intégral

Polynôme de Taylor à l'ordre  $n$  pour la fonction  $f$  au point  $a$  :

$$T_n(f) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (X - a)^k.$$

Pour une fonction  $f$  de classe  $\mathcal{C}^{n+1}$ , formule de Taylor avec reste intégral au point  $a$  à l'ordre  $n$ .

Notation du reste :  
 $R_n(f)(x) = f(x) - T_n(f)(x)$

Exploiter la formule de Taylor avec reste intégral pour établir des égalités, des inégalités.

## Développements limités

*L'objectif est la maîtrise du calcul des développements limités simples. Le calcul de développements limités à un ordre élevé n'est pas un objectif du programme ; il relève d'outils logiciels.*

### a) Généralités

Définition, unicité, troncature.

Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit.  
 Composition, application au quotient.

Interpréter un développement limité d'ordre  $n$  comme approximation d'une fonction. Ramener un développement limité en 0 par translation.  
 Développement limité en 0 d'une fonction paire ou impaire.

Déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée.  
 Aucun résultat général sur ce point n'est exigible. La division selon les puissances croissantes est hors programme.

Intégration terme à terme d'un développement limité.  
Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre  $n$  en un point  $a$  de  $I$  d'une application de classe  $\mathcal{C}^n$  au voisinage de  $a$ .

Développements limités usuels.

Exploiter les développements limités usuels dans le cadre de calculs de développements limités simples.  
Exploiter les outils logiciels pour les développements limités compliqués.  
Les étudiants doivent connaître les développements limités à tout ordre en 0 de  $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ ,  $\exp$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ ,  $x \mapsto \ln(1+x)$ ,

## b) Applications des développements limités

Aucune théorie n'est attendue dans ce paragraphe. On illustrera seulement les différents cas de figure.

Calcul de limites.

Utiliser les développements limités pour lever une forme indéterminée.

Étude locale d'une fonction.

Déterminer, grâce à un développement limité, un prolongement par continuité, la dérivabilité, la nature d'un extremum, une tangente et sa position relative par rapport à la courbe.  
Aucun résultat général n'est exigible.  
Déterminer les éventuelles asymptotes et leurs positions relatives locales.

## Espaces vectoriels et applications linéaires

Le programme se limite à l'algèbre linéaire sur les corps  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{C}$ . Après l'approche numérique du chapitre « Algèbre linéaire I » on passe à une vision plus géométrique. Les trois grands thèmes traités sont les espaces vectoriels, la théorie de la dimension finie et les applications linéaires.

Dans le sous-chapitre « A - Espaces vectoriels » on généralise les objets de la géométrie du plan et de l'espace : vecteurs, bases, droites, plans...

Le sous-chapitre « B - Théorie de la dimension » vise à définir la dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie et en présente plusieurs méthodes de calcul. La notion de dimension interprète le nombre de degrés de liberté pour un problème linéaire.

L'étude des applications linéaires suit naturellement celle des espaces vectoriels au sous-chapitre « C - Applications linéaires ». Son objectif est de fournir un cadre aux problèmes linéaires.

Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à une dimension supérieure.

Au moins deux approches pédagogiques sont possibles :

- Traiter ce chapitre selon l'ordre présenté ci-dessous, en l'illustrant notamment sur les espaces  $\mathbb{K}^n$  à l'aide des techniques de pivot développées dans le chapitre « Systèmes linéaires et calcul matriciel ».
- Mettre en place les différentes notions (sous-espaces vectoriels, familles de vecteurs, dimension, applications linéaires) dans le cas particulier des espaces  $\mathbb{K}^n$  avant de les étendre aux espaces vectoriels généraux.

Il est attendu des étudiants qu'ils sachent reconnaître une situation linéaire et la modéliser à l'aide d'une représentation adaptée dans un espace bien choisi dont on détermine la dimension.



**a) Espaces et sous-espaces vectoriels**

Définition d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.

Espaces vectoriels de référence :  $\mathbb{K}^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\mathbb{K}[X]$ ,  $\mathbb{K}^\Omega$  pour  $\Omega$  non vide (cas particulier des suites) et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Produit d'une famille finie de  $\mathbb{K}$ -espaces vectoriels.

Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs.

Sous-espaces d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel : définition et caractérisation. Droites et plans vectoriels.

L'ensemble des solutions d'un système homogène à  $p$  inconnues et à coefficients dans  $\mathbb{K}$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{K}^p$ .

L'ensemble des solutions sur un intervalle  $I$  d'une équation différentielle linéaire homogène est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{K}^I$ .

Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs.

Intersection de sous-espaces vectoriels.

Somme de deux sous-espaces  $F$  et  $G$  d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$ .

La somme  $F + G$  est dite directe si l'écriture d'un vecteur de  $F + G$  comme somme d'un élément de  $F$  et d'un élément de  $G$  est unique.

Sous-espaces supplémentaires.

Identifier un ensemble comme un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel connu.

Appréhender le concept d'espace vectoriel de fonctions.

Notation  $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p)$ .

Démontrer qu'une somme directe par la caractérisation  $F \cap G = \{0\}$ .

Déterminer l'unique décomposition d'un vecteur donné dans une somme directe.

Notation  $F \oplus G$ .

**b) Familles finies de vecteurs**

Vecteurs colinéaires, vecteurs coplanaires.

Famille libre, famille liée.

Toute famille de polynômes à coefficients dans  $\mathbb{K}$  non nuls et de degrés échelonnés est libre.

Famille génératrice d'un sous-espace vectoriel.

Bases.

Coordonnées dans une base.

Base adaptée à une somme directe.

Déterminer si une famille donnée est libre ou liée.

Déterminer si une famille est génératrice.

Exemples usuels : bases canoniques des espaces  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}_n[X]$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Déterminer les coordonnées d'un vecteur donné dans une base donnée.

Matrice colonne des coordonnées d'un vecteur  $x$  dans une base  $\mathcal{B}$ . Notation  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}x$

Inversement, si  $(e_1, \dots, e_k, e_{k+1}, \dots, e_n)$  est une famille libre d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  alors  $\text{Vect}(e_1, \dots, e_k)$  et  $\text{Vect}(e_{k+1}, \dots, e_n)$  sont en somme directe.

**a) Dimension finie**

Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il admet une famille génératrice finie.

Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel non nul  $E$ , on peut extraire une base de  $E$ .

Théorème de la base incomplète : toute famille libre de  $E$  peut être complétée en une base.

Dans un espace engendré par  $n$  vecteurs, toute famille de  $n + 1$  vecteurs est liée.

Dimension.

Dimensions de  $\mathbb{K}^n, \mathbb{K}_n[X]$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Si  $E$  est dimension  $n$  et  $\mathcal{F}$  une famille de  $n$  vecteurs de  $E$ , alors  $\mathcal{F}$  est une base de  $E$  si et seulement si  $\mathcal{F}$  est libre, si et seulement si  $\mathcal{F}$  est génératrice.

Application à l'existence d'une base d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  non nul de dimension finie.

Notation  $\dim(E)$ .

**b) Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie**

Si  $F$  est un sous-espace d'un espace vectoriel  $E$  de dimension finie alors  $F$  est de dimension finie et  $\dim(F) \leq \dim(E)$ . De plus,  $F = E$  si et seulement si les deux dimensions sont égales.

Supplémentaires d'un sous-espace.

Dimension de la somme de deux sous-espaces : formule de Grassmann.

Démontrer l'égalité de deux sous-espaces vectoriels à l'aide d'une inclusion et de l'égalité de leurs dimensions.

Démontrer que deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires à l'aide de la caractérisation par l'intersection nulle et la somme des dimensions.

Cas d'une somme directe.

**c) Famille finie de vecteurs**

Rang d'une famille finie  $(u_1, \dots, u_p)$  de vecteurs d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.

Notation  $\text{rg}(u_1, \dots, u_p)$ .

Une famille de vecteurs  $(u_1, \dots, u_p)$  est libre si et seulement si  $\text{rg}(u_1, \dots, u_p) = p$ .

**a) Généralités**

Endomorphismes, isomorphismes et automorphismes.  
 Identité, homothéties  
 Combinaison linéaire et composée d'applications linéaires.  
 Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.  
 Image directe, image réciproque d'un sous-espace vectoriel.  
 Image et noyau.  
 L'image par une application linéaire  $u$  d'une famille génératrice de  $E$  est génératrice de  $\text{Im}(u)$ .

Notation  $\text{Id}_E$ .  
 Notations  $\mathcal{L}(E, F)$  et  $\mathcal{L}(E)$ .  
 Règles de calcul dans ces espaces.  
 Notation  $\text{GL}(E)$  pour le groupe linéaire.

Déterminer une base de l'image, du noyau d'une application linéaire.  
 Caractériser l'injectivité à l'aide du noyau et la surjectivité à l'aide de l'image.  
 Notations  $\text{Im}(u)$ ,  $\text{Ker}(u)$ .

**b) Isomorphismes**

Une application linéaire de  $E$  dans  $F$  est un isomorphisme si et seulement si elle transforme une base de  $E$  en une base de  $F$ .  
 Espaces isomorphes, caractérisation par la dimension.  
 Si  $E$  et  $F$  ont même dimension finie alors une application linéaire de  $E$  dans  $F$  est bijective si et seulement si elle est injective ou surjective.

Cas particulier des automorphismes.  
 Contre-exemples en dimension infinie.

**c) Modes de définition d'une application linéaire**

Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base.  
 Une application linéaire définie sur  $E = E_1 \oplus E_2$  est entièrement déterminée par ses restrictions à  $E_1$  et  $E_2$ .

**e) Rang d'une application linéaire**

Application linéaire de rang fini.  
 Invariance du rang par composition à droite ou à gauche par un isomorphisme.  
 Théorème du rang : si  $E$  est de dimension finie et  $u \in \mathcal{L}(E, F)$  alors  $u$  est de rang fini et  $\dim(E) = \dim(\text{Ker}(u)) + \text{rg}(u)$ .

$$\text{rg}(v \circ u) \leq \min\{\text{rg}(u), \text{rg}(v)\}$$

La démonstration est hors programme.

**f) Équations linéaires**

Une équation, d'inconnue  $x \in E$ , est dite linéaire si elle est de la forme  $u(x) = b$  où  $u \in \mathcal{L}(E, F)$  et  $b \in F$ .  
 Structure des solutions, condition de compatibilité, lien avec  $\text{Ker}(u)$  et  $\text{Im}(u)$ .

Exemples des systèmes linéaires et des équations différentielles linéaires d'ordre 1 et 2.  
 La notion de sous-espace affine est hors programme.

# Matrices

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

## a) Opérations

Ensemble des matrices à  $n$  lignes et  $p$  colonnes à coefficients dans  $\mathbb{K}$ .

Matrices carrées, matrices triangulaires, matrices diagonales.

Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.

Produit de deux matrices.

Formule du binôme.

Notation :  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Interpréter le produit  $AX$  d'une matrice par une colonne comme une combinaison linéaire des colonnes de  $A$ .

Interpréter la  $j$ -ème colonne du produit  $AB$  comme le produit de  $A$  par la  $j$ -ème colonne de  $B$ . Interpréter la  $i$ -ème ligne du produit  $AB$  comme le produit de la  $i$ -ème ligne de  $A$  par  $B$ .

Calculer les puissances de matrices carrées.

## b) Matrices inversibles

Matrice carrée inversible. Inverse. Ensemble des matrices carrées d'ordre  $n$  inversibles.

Inverse du produit de matrices inversibles.

Caractériser l'inversibilité d'une matrice carrée  $A$  par l'existence et l'unicité de la solution de tout système de la forme  $AX = B$  où  $X$  et  $B$  sont deux matrices colonnes. Caractériser l'inversibilité par le nombre de pivots. Reconnaître une matrice inversible et calculer son inverse. On admet que l'inversibilité à droite entraîne l'inversibilité à gauche et réciproquement. Notation  $GL_n(\mathbb{K})$  pour le groupe linéaire d'ordre  $n$ . Toute théorie générale des groupes est exclue.

La notion de comatrice est hors programme.

## c) Application linéaire de $\mathbb{K}^p$ dans $\mathbb{K}^n$ canoniquement associée à une matrice

*On peut identifier les éléments de  $\mathbb{K}^p$  et de  $\mathbb{K}^n$  avec des matrices colonnes.*

Application  $X \mapsto AX$ . Linéarité.

L'image  $AX$  est combinaison linéaire des colonnes de  $A$ . Image et noyau d'une matrice.

Déterminer des équations de l'image et du noyau de  $A$ . On utilise l'échelonnement d'un système pour déterminer des équations de l'image.

## d) Représentation matricielle en dimension finie

Matrice d'une application linéaire  $u$  dans un couple de bases.

Un couple de bases étant fixé, isomorphisme  $u \mapsto \text{Mat}_{\mathcal{B},\mathcal{C}}(u)$ . Application au calcul de la dimension de  $\mathcal{L}(E, F)$ .

Matrice d'une composée.

Lien entre matrice inversible et isomorphisme.

Matrice de passage d'une base à une autre.

Exprimer les coordonnées de  $u(x)$  en fonction de celles de  $x$ .

Notation :  $\text{Mat}_{\mathcal{B},\mathcal{C}}(u)$ , où  $\mathcal{B}$  est une base de l'espace de départ et  $\mathcal{C}$  une base de l'espace d'arrivée.

Notation  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$  dans le cas où  $\mathcal{B} = \mathcal{C}$ .

Effet d'un changement de bases sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme.

### e) Rang d'une matrice

Rang d'une matrice  $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Le rang d'une matrice  $A$  est égal au nombre de pivots du système linéaire  $AX = B$ .

Le rang d'une famille de vecteurs de  $E$  est égal au rang de sa matrice dans une base.

Le rang d'une application linéaire est égal au rang de sa matrice dans un couple de bases.

Caractérisation des matrices inversibles à l'aide du rang.

Conservation du rang par multiplication à droite ou à gauche par une matrice inversible.

Défini comme le rang de ses vecteurs colonnes dans  $\mathbb{K}^n$  ou, de manière équivalente, comme le rang de l'application linéaire de  $\mathbb{K}^p$  dans  $\mathbb{K}^n$  qui lui est canoniquement associée.

On admet que le rang d'une matrice est égal au rang de ses vecteurs lignes.

Calculer le rang d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire par la méthode du pivot.

## Probabilités sur un univers fini

*Ce chapitre a pour objectifs de mettre en place un cadre théorique permettant de fonder l'étude des probabilités dans le cas d'un univers fini et de développer la formation des étudiants au raisonnement probabiliste. On enrichit le point de vue fréquentiste étudié au lycée par une formalisation ensembliste. On mettra l'accent sur des exemples issus de la vie courante ou provenant des autres disciplines. On se limite en première année au cas des probabilités sur un univers fini.*

### a) Espaces probabilisés finis

Expérience aléatoire. L'ensemble des issues (ou résultats possibles, ou réalisations) d'une expérience aléatoire est appelé univers.

Événement défini comme une partie de  $\Omega$ , événement élémentaire défini comme un singleton. Événement certain, événement impossible, événement contraire, événements incompatibles. Opérations sur les événements. Système complet d'événements.

On appelle probabilité sur un ensemble fini  $\Omega$  toute application  $P$  de  $\mathcal{P}(\Omega)$  dans  $[0,1]$  vérifiant  $P(\Omega) = 1$  et, pour tout couple  $(A,B)$  de parties disjointes de  $\Omega$ ,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

Probabilité de l'union de deux événements, probabilité de l'événement contraire, croissance d'une probabilité.

Si  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$  et  $p_1, \dots, p_n$  sont des réels positifs de somme 1, il existe une et une seule probabilité  $P$  sur  $\Omega$  telle que :

$$\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, P(\{\omega_i\}) = p_i$$

Équiprobabilité (ou probabilité uniforme).

On se limite au cas où l'univers  $\Omega$  est fini.

Notation de l'événement contraire :  $\bar{A}$ .

À partir de la donnée des  $p_i$ , calculer la probabilité d'un événement.

Choisir les valeurs des  $p_i$  revient à choisir un modèle probabiliste.

**b) Indépendance et conditionnement**

Probabilité conditionnelle.

Formules des probabilités composées, des probabilités totales et formule de Bayes.  
Indépendance de deux événements. Indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.

Représenter une expérience aléatoire à l'aide d'arbres de probabilités.

La définition de  $P_A(B)$  est justifiée par une approche heuristique fréquentiste. Notations :  $P(B|A)$  ou  $P_A(B)$ .  
 $P_A$  est une probabilité sur  $\Omega$ .

**Variables aléatoires sur un univers fini**

*La notion de variable aléatoire modélise le résultat d'une expérience aléatoire. L'utilisation des variables aléatoires pour modéliser des situations simples dépendant du hasard fait partie des capacités attendues des étudiants. On se limite aux variables aléatoires sur un univers  $\Omega$  fini.*

**a) Variables aléatoires**

Variable aléatoire réelle. Loi de probabilité et fonction de répartition.

Image d'une variable aléatoire par une application.

Déterminer la loi d'une variable aléatoire à partir de sa fonction de répartition.

La connaissance des propriétés générales des fonctions de répartition n'est pas exigible.

**b) Couples de variables aléatoires**

Loi conjointe.

Lois marginales.

Loi conditionnelle.

Étant données deux variables aléatoires  $X$  et  $Y$ , définies sur  $\Omega$ , la loi du couple  $(X, Y)$  est appelée loi conjointe de  $X$  et  $Y$ .

Les lois de  $X$  et de  $Y$  sont appelées lois marginales de  $(X, Y)$ .

Si  $x$  est un élément de  $X(\Omega)$  tel que  $P(X = x) > 0$ , la loi conditionnelle de  $Y$  sachant  $(X = x)$  est la probabilité définie sur  $Y(\Omega)$  par :

$$\forall A \in \mathcal{P}(Y(\Omega)), P_{Y|X=x}(A) = P(Y \in A | X = x).$$

**c) Couples de variables aléatoires indépendantes**

Deux variables aléatoires  $X$  et  $Y$  sont indépendantes si pour tout  $(x, y) \in X(\Omega) \times Y(\Omega)$ ,

$$P(X = x \cap Y = y) = P(X = x)P(Y = y).$$

Si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes, alors, pour tout  $(A, B) \subset X(\Omega) \times Y(\Omega)$ ,

$$P((X, Y) \in A \times B) = P(X \in A)P(Y \in B).$$

Si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes, alors, pour tout  $x$  élément de  $X(\Omega)$ , la loi conditionnelle  $P_{Y|X=x}$  est égale à la loi marginale  $P_Y$ .

Démonstration hors programme.

Si  $X$  et  $Y$  sont deux variables aléatoires indépendantes, et si  $f$  et  $g$  sont des applications définies respectivement sur  $X(\Omega)$  et  $Y(\Omega)$ , alors les variables aléatoires  $f(X)$  et  $g(Y)$  sont indépendantes.

Démonstration hors programme.

#### d) Espérance d'une variable aléatoire

Si  $X(\Omega) = \{x_1, \dots, x_n\}$ ,

$$E(X) = \sum_{k=1}^n x_k P([X = x_k])$$

Variable centrée.

Théorème de transfert : si  $X$  est une variable aléatoire réelle à valeurs finies et  $\varphi$  une application définie sur  $X(\Omega)$ , alors l'espérance de la variable aléatoire  $\varphi(X)$  est donnée par la formule  $E(\varphi(X)) = \sum_{x \in X(\Omega)} \varphi(x) P([X = x])$ .

En particulier,  $E(aX + b) = aE(X) + b$  pour  $a$  et  $b$  deux réels donnés.

Espérance du produit de deux variables aléatoires indépendantes.

Interpréter l'espérance en terme de moyenne pondérée.

Démonstration non exigible.

On admet de manière plus générale la linéarité de l'espérance.

#### e) Variance et écart type d'une variable aléatoire

Définition de la variance et de l'écart type d'une variable aléatoire. Variable réduite.

Formule de König-Huygens.

$V(aX + b) = a^2 V(X)$  pour  $a$  et  $b$  deux réels donnés.

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Interpréter la variance comme indicateur de dispersion.

L'inégalité de Markov n'est pas au programme.

#### f) Lois usuelles

Loi certaine, loi uniforme, loi de Bernoulli et loi binomiale.

Espérance et variance de ces lois.

Reconnaître des situations modélisables par ces lois. La loi hypergéométrique n'est pas au programme.



# Annexe 2a

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

---

Filière : **scientifique**

---

Voie : **Technologie, physique, chimie (TPC)**

---

Discipline : **Physique**

**Première année**



# Programme de Physique TPC1

Le programme de physique de la classe de TPC1 s'inscrit entre deux continuités, en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

À travers l'enseignement de la physique, il s'agit de renforcer chez l'étudiant les compétences inhérentes à la pratique de la démarche scientifique et de ses grandes étapes : observer et mesurer, comprendre et modéliser, agir pour créer, pour produire, pour appliquer cette science aux réalisations humaines. Ces compétences ne sauraient être opérationnelles sans connaissances, ni savoir-faire ou capacités. C'est pourquoi ce programme définit un socle de connaissances et de capacités, conçu pour être accessible à tous les étudiants, en organisant de façon progressive leur introduction au cours de la première année. L'acquisition de ce socle par les étudiants constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Parce que la physique est avant tout une science expérimentale, parce que l'expérience intervient dans chacune des étapes de la démarche scientifique, parce qu'une démarche scientifique rigoureuse développe l'observation, l'investigation, la créativité et l'analyse critique, l'expérience est mise au cœur de l'enseignement de la discipline, en cours et lors des séances de travaux pratiques. Les activités expérimentales répondent à la nécessité de se confronter au réel, nécessité que l'ingénieur, le chercheur, le scientifique auront inévitablement à prendre en compte dans l'exercice de leur activité, notamment dans le domaine de la mesure.

Pour acquérir sa validité, l'expérience nécessite le support d'un modèle. La notion même de modèle est centrale pour la discipline. Par conséquent modéliser est une compétence essentielle développée en TPC1. Pour apprendre à l'étudiant à modéliser de façon autonome, il convient de lui faire découvrir les différentes facettes de la physique, qui toutes peuvent le guider dans la compréhension des phénomènes. Ainsi le professeur doit rechercher un point d'équilibre entre des approches complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

La construction d'un modèle passe par l'utilisation nécessaire des mathématiques, symboles et méthodes, dont le fondateur de la physique expérimentale, Galilée, énonçait déjà qu'elles étaient le langage dans lequel est écrit le monde. Si les mathématiques sont un outil puissant de modélisation, que l'étudiant doit maîtriser, elles sont parfois plus contraignantes lorsqu'il s'agit d'en extraire une solution. L'évolution des techniques permet désormais d'utiliser aussi l'approche numérique afin de faire porter prioritairement l'attention des étudiants sur l'interprétation et la discussion des résultats plutôt que sur une technique d'obtention. Cette approche permet en outre une modélisation plus fine du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est aussi l'occasion pour l'étudiant d'exploiter les compétences acquises en informatique. C'est enfin l'opportunité de mener avec le professeur de mathématiques d'éventuelles démarches collaboratives.

Enfin l'autonomie de l'étudiant et la prise d'initiative sont développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à un questionnement ou atteindre un but.

Le programme est organisé en trois parties :

- dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problèmes. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront

à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.

- dans la deuxième partie, intitulée « **formation expérimentale** », sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.
- dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux **contenus disciplinaires**. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est organisée sur deux semestres. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.

La progression dans les contenus disciplinaires est organisée en deux semestres. Pour faciliter la progressivité des acquisitions, au premier semestre les grandeurs physiques introduites sont essentiellement des grandeurs scalaires dépendant du temps et éventuellement d'une variable d'espace ; et on utilise les grandeurs physiques vectorielles au deuxième semestre.

Certains items de cette troisième partie, **identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une **approche numérique** ou d'une **approche documentaire**.

Pour faciliter la progressivité des acquisitions, au premier semestre les grandeurs physiques introduites sont essentiellement des grandeurs scalaires dépendant du temps et éventuellement d'une variable d'espace ; et on utilise les grandeurs physiques vectorielles au deuxième semestre.

Deux appendices sont consacrés aux types de matériel et aux outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique en fin de l'année de TPC1.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. Comme le rappellent les programmes du lycée, la liberté pédagogique de l'enseignant est le pendant de la liberté scientifique du chercheur.

Dans le cadre de cette liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant peut ainsi avoir intérêt à mettre son enseignement « en culture » si cela rend sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.
- il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique doit être articulée avec celles mise en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique, chimie, sciences industrielles.

# Démarche scientifique

## 1. Démarche expérimentale

La physique est une science à la fois théorique et expérimentale. Ces deux composantes de la démarche expérimentale s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement. Ce programme fait donc une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, ainsi que d'un réel savoir-faire dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat...) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie ;
- le second concerne l'identification, tout au long du programme, dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées ;

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique (impédance, facteur de qualité, lois de modulation pour ne citer que quelques exemples).
- les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée, et chaque fois que cela est possible transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la quantification des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

### Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en CPGE mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie

expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.)

Compétence	Exemples de capacités associées
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale</li> <li>- énoncer une problématique d'approche expérimentale</li> <li>- définir des objectifs correspondants</li> </ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- formuler et échanger des hypothèses</li> <li>- proposer une stratégie pour répondre à la problématique</li> <li>- proposer un modèle associé</li> <li>- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental</li> <li>- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en œuvre un protocole</li> <li>- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel</li> <li>- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates</li> <li>- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes</li> <li>- confronter un modèle à des résultats expérimentaux</li> <li>- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information</li> <li>- analyser les résultats de manière critique</li> <li>- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- à l'écrit comme à l'oral :               <ul style="list-style-type: none"> <li>- présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible</li> <li>- utiliser un vocabulaire scientifique adapté</li> <li>- s'appuyer sur des schémas, des graphes</li> </ul> </li> <li>- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue</li> </ul>
<b>Être autonome, faire preuve d'initiative</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- travailler seul ou en équipe</li> <li>- solliciter une aide de manière pertinente</li> <li>- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper</li> </ul>

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation, les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de bien préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheurs ou d'ingénieurs. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

Concernant la compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** », elle est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et à l'initiative.

## 2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

<b>Compétence</b>	<b>Exemples de capacités associées</b>
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ....
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. .....
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle. ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue. ...
Communiquer.	Présenter la solution, ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats ...

### 3. Approches documentaires

Dans un monde où le volume d'informations disponibles rend en pratique difficile l'accès raisonné à la connaissance, il importe de continuer le travail commencé au collège et au lycée sur la recherche, l'extraction et l'organisation de l'information. L'objectif reste de permettre l'accès à la connaissance en toute autonomie et avec la prise de conscience de l'existence d'un continuum de niveaux de compétence sur un domaine donné, de la méconnaissance (et donc la découverte) à la maîtrise totale.

Le programme de physique-chimie prévoit qu'un certain nombre de rubriques, identifiées dans la colonne capacités exigibles relèvent d'une « **approche documentaire** ». L'objectif est double ; il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver différemment en utilisant des documents au support varié (texte, vidéo, photo...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (grandes idées, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs) dans les domaines de la physique et de la chimie du XX<sup>e</sup> et XXI<sup>e</sup> siècle et de leurs applications.

Ces approches documentaires sont aussi l'occasion d'apporter des éléments de compréhension de la construction du « savoir scientifique » (histoire des sciences, débats d'idées, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...). Elles doivent permettre de développer des compétences d'analyse et de synthèse. Sans que cette liste de pratiques soit exhaustive on pourra, par exemple, travailler sur un document extrait directement d'un article de revue scientifique, sur une vidéo, une photo ou sur un document produit par le professeur ; il est également envisageable de demander aux élèves de chercher eux-mêmes des informations sur un thème donné ; ce travail pourra se faire sous forme d'analyse de documents dont les résultats seront présentés aussi bien à l'écrit qu'à l'oral.

Quelle que soit la façon d'aborder ces approches documentaires, le rôle du professeur est de travailler à un niveau adapté à sa classe et d'assurer une synthèse de ce qu'il convient de retenir. Elles doivent être en cohérence avec le socle du programme. Elles peuvent être l'occasion d'acquérir de nouvelles connaissances ou d'approcher de nouveaux modèles mais il faut proscrire toute dérive en particulier calculatoire.

## Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la pratique de la formation expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans la partie « contenus disciplinaires » – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie.

D'une part, elle précise les connaissances et savoir-faire qui doivent être acquis dans le domaine de la **mesure** et de l'évaluation des **incertitudes**, dans la continuité de la nouvelle épreuve d'Évaluation des Compétences Expérimentales (ECE) de Terminale STL, avec cependant un niveau d'exigence plus élevé qui correspond à celui des deux premières années d'enseignement supérieur.

D'autre part, elle présente de façon détaillée l'ensemble des **capacités expérimentales** qui doivent être acquises et mises en œuvre en autonomie par les étudiants à l'issue de leur première année de CPGE.

Une liste de matériel, que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice succincte, figure dans un appendice du présent programme.

### 1. Mesures et incertitudes

L'importance de la composante expérimentale de la formation des étudiants des CPGE scientifiques est réaffirmée. Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les élèves doivent

posséder de solides connaissances et capacités dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole et du choix des instruments de mesure, qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les élèves doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières STI2D et STL du lycée.

Pour assurer le succès de cette formation en filière TPC, il est essentiel que ces notions diffusent dans chacun des thèmes du programme tout au long des deux années préparatoires et qu'elles soient régulièrement évaluées. Dans un souci de contextualisation, on évitera toutes séquences de cours spécifiques. L'informatique fournit aux élèves les outils nécessaires à l'évaluation des incertitudes sans qu'ils soient conduits à entrer dans le détail des concepts mathématiques sous-jacents.

<b>Notions et contenu</b>	<b>Capacités exigibles</b>
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur	Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.  Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.
Notion d'incertitude, incertitude-type  Évaluation d'une incertitude-type  Incertitude-type composée  Incertitude élargie	Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.  Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).  Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie...)  Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel.  Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.  Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.
Présentation d'un résultat expérimental  Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure)	Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.  Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence.  Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.
Vérification d'une loi physique ou validation d'un modèle ; ajustement de données	Utiliser un logiciel de régression linéaire.  Connaître la signification du coefficient de corrélation.

expérimentales à l'aide d'une fonction de référence modélisant le phénomène.

Juger qualitativement si des données expérimentales avec incertitudes sont en accord avec un modèle linéaire.

Extraire graphiquement ou à l'aide d'un logiciel les incertitudes sur la pente et sur l'ordonnée à l'origine dans le cas de données en accord avec un modèle linéaire.

## 2. Mesures et capacités expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les élèves doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes - repérés en gras dans le corps du programme de formation disciplinaire - peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel : par exemple, toutes les capacités mises en œuvre autour de l'oscilloscope ne sauraient être l'objectif d'une séance unique, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaine, les deux premiers étant davantage transversaux. Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine. La capacité à former une image de bonne qualité, par exemple, peut être mobilisée au cours d'une expérience de mécanique ou de thermodynamique, cette transversalité de la formation devant être un moyen, entre d'autres, de favoriser l'autonomie et la prise d'initiative décrites plus haut dans la partie « Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales ».

Le matériel nécessaire à l'acquisition de l'ensemble des compétences ci-dessous figure en **Appendice 1** du programme.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
<p><b>1. Mesures de longueurs et d'angles</b></p> <p>Longueurs : sur un banc d'optique.</p> <p>Longueurs : à partir d'une photo ou d'une vidéo.</p> <p>Angles : avec un goniomètre.</p> <p>Longueurs d'onde.</p>	<p>Mettre en œuvre une mesure de longueur par déplacement d'un viseur entre deux positions.</p> <p>Pouvoir évaluer avec précision, par comparaison à un étalon, une longueur (ou les coordonnées d'une position) sur une image numérique.</p> <p>Utiliser un viseur à frontale fixe, une lunette autocollimatrice.</p> <p>Utiliser des vis micrométriques et un réticule pour tirer parti de la précision affichée de l'appareil utilisé.</p> <p>Étudier un spectre à l'aide d'un spectromètre à fibre optique.</p> <p>Mesurer une longueur d'onde acoustique à l'aide d'un support gradué et d'un oscilloscope bicourbe.</p>



<p><b>2. Mesure de temps et de fréquence</b></p> <p>Fréquence ou période : mesure directe au fréquencemètre numérique, à l'oscilloscope ou via une carte d'acquisition.</p> <p>Analyse spectrale.</p> <p>Décalage temporel/déphasage à l'aide d'un oscilloscope numérique.</p>	<p>Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition.</p> <p>Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.</p> <p>Reconnaître une avance ou un retard.</p> <p>Passer d'un décalage temporel à un déphasage et inversement.</p> <p>Repérer précisément le passage par un déphasage de 0 ou Pi en mode XY.</p>
<p><b>3. Électricité</b></p> <p>Mesurer une tension : mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique.</p> <p>Mesurer un courant :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ampèremètre numérique ;</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée.</li> </ul> <p>Mesurer une résistance ou une impédance :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ohmmètre ou au capacimètre ;</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope ou au voltmètre sur un diviseur de tension.</li> </ul> <p>Caractériser un dipôle quelconque.</p> <p>Élaborer un signal électrique analogique périodique simple à l'aide d'un GBF.</p> <p>Agir sur un signal électrique à l'aide des fonctions simples suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- isolation, amplification, filtrage ;</li> <li>- sommation.</li> </ul>	<p>Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- expliquer le lien entre résolution, calibre, nombre de points de mesure ;</li> <li>- préciser la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage et ses limites (bande passante, résistance d'entrée) ;</li> <li>- définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête,...).</li> </ul> <p>Tracer la caractéristique statique d'un capteur.</p> <p>Obtenir un signal de valeur moyenne, de forme, d'amplitude et de fréquence données</p> <p>Gérer, dans un circuit électronique, les contraintes liées à la liaison masse.</p> <p>Mettre en œuvre les fonctions de base de l'électronique réalisées par des blocs dont la structure ne fait pas l'objet d'une étude spécifique.</p> <p>Associer ces fonctions de base pour réaliser une fonction complexe en gérant les contraintes liées aux impédances d'entrée et/ou de sortie des blocs.</p>

<p><b>4. Optique</b></p> <p>Former une image.</p> <p>Créer ou repérer une direction de référence.</p> <p>Analyser une lumière.</p>	<p>Éclairer un objet de manière adaptée. Choisir une ou plusieurs lentilles en fonction des contraintes expérimentales, et choisir leur focale de façon raisonnée. Estimer l'ordre de grandeur d'une distance focale.</p> <p>Régler et mettre en œuvre une lunette autocollimatrice et un collimateur.</p> <p>Obtenir et analyser un spectre à l'aide d'un spectromètre. Identifier, à l'aide d'un polariseur, une onde polarisée rectilignement et mesurer sa direction de polarisation.</p>
<p><b>5. Mécanique</b></p> <p>Mesurer une masse.</p> <p>Visualiser et décomposer un mouvement.</p> <p>Mesurer une vitesse, une accélération.</p> <p>Quantifier une action.</p>	<p>Utiliser une balance de précision.</p> <p>Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie. Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.</p> <p>Mettre en œuvre un capteur de vitesse, un accéléromètre.</p> <p>Utiliser un dynamomètre.</p>
<p><b>6. Thermodynamique</b></p> <p>Mesurer une pression.</p> <p>Mesurer une température.</p> <p>Effectuer des bilans d'énergie.</p>	<p>Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu.</p> <p>Mettre en œuvre un capteur de température.</p> <p>Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.</p>

## Contenus disciplinaires

### A. Premier semestre

#### 1. Signaux Physiques

##### Présentation

Cette partie doit être traitée en totalité avant d'aborder les autres parties du programme. Elle porte sur l'étude des signaux physiques, et plus particulièrement sur celle des signaux sinusoïdaux, qui jouent un rôle central dans les systèmes linéaires. Cette première partie s'appuie sur un spectre large de concepts qui ont été abordés au lycée.

- en classe de seconde : signal périodique et spectre ;
- en classe de première STL : tronc commun (énergie électrique, dipôles actifs et passifs, ondes sonores et ultrasonores, mécaniques et électromagnétiques) et module image de la spécialité

SPCL (systèmes optiques, lumière, stigmatisme, lentilles minces et association, appareil photo numérique, sources laser)

- en classe de terminale STL : tronc commun (capteurs et chaînes de mesure) et module ondes de la spécialité SPCL (phénomènes vibratoires, oscillations libres et forcées en électricité, ondes progressives, réflexion, réfraction, diffusion, diffraction, interférences, réseaux, instruments optiques, polarisation) et module systèmes et procédés de la spécialité SPCL (dipôles actifs, filtrage et amplification, gabarit de filtre, boucle de régulation)

La familiarité des étudiants avec la plupart des notions abordées dans cette partie doit faciliter la transition vers une physique plus quantitative qu'au lycée, ce qui nécessite une acquisition progressive d'outils nécessaires à la formalisation mathématique des lois de la physique. Les thèmes abordés dans cette partie ont été retenus pour leur caractère motivant ou formateur. Il convient d'introduire progressivement le formalisme en soulignant la richesse des conclusions auxquelles il permet d'accéder. Dans toute cette partie, on ne s'intéresse, à une exception près, qu'à des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace.

L'enseignement de cette partie doit faire très largement appel à la démarche expérimentale, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou de travaux pratiques. Il convient à cet égard d'être conscient que la pratique des circuits électriques ne figure que très peu dans les programmes du lycée.

### Objectifs généraux de formation

Outre la maîtrise des compétences reliées aux notions abordées, cette première partie de programme « signaux physiques » a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes qui seront réinvesties par la suite :

- comprendre le rôle joué par une équation différentielle dans la modélisation de l'évolution temporelle d'un système ;
- relier linéarité et superposition ;
- exploiter la décomposition sinusoïdale d'un signal pour prévoir son évolution à travers un système linéaire ;
- interpréter physiquement et distinguer les représentations spatiales et temporelles d'un signal qui se propage ;
- relier conditions aux limites et quantification des ondes stationnaires ;
- dégager les similitudes de comportement entre systèmes analogues par une mise en équation pertinente utilisant variables réduites et paramètres caractéristiques adimensionnés ;
- réaliser des constructions graphiques claires et précises pour appuyer un raisonnement ou un calcul.

Il importe toutefois de réaliser qu'à l'issue de cette partie de programme, ces compétences ne sauraient être complètement acquises, et qu'il convient d'y revenir à chaque fois que l'occasion s'en présente dans la suite de la formation.

Dans la **partie 1** consacrée à la propagation, il est indispensable de s'appuyer sur l'approche expérimentale et sur des logiciels de simulation pour permettre aux étudiants de faire le lien entre l'observation physique des signaux qui se propagent et leurs représentations spatiales et temporelles, sans qu'aucune référence soit faite ici à une expression mathématique du signal. L'introduction de la somme de deux sinusoïdes à travers le phénomène d'interférences permet de faire ressortir le rôle essentiel que joue le déphasage entre deux signaux dans le signal résultant obtenu. Les ondes stationnaires apparaissent dans cette partie pour illustrer le rôle des conditions aux limites dans la quantification en modes propres.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Propagation d'un signal</b>	
Exemples de signaux, spectre.	Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.

	<p><b>Réaliser l'analyse spectrale d'un signal ou sa synthèse.</b></p> <p>Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.</p>
<p>Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive. Célérité, retard temporel.</p>	<p>Écrire les signaux sous la forme <math>f(x-ct)</math> ou <math>g(x+ct)</math>. Écrire les signaux sous la forme <math>f(t-x/c)</math> ou <math>g(t+x/c)</math>. Prévoir dans le cas d'une onde progressive pure l'évolution temporelle à position fixée, et prévoir la forme à différents instants.</p>
<p>Onde progressive sinusoïdale : déphasage, double périodicité spatiale et temporelle.</p>	<p>Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.</p> <p><b>Mesurer la célérité, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.</b></p>
<p>Interférences entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence.</p>	<p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour visualiser le phénomène d'interférences de deux ondes.</b></p> <p>Déterminer l'amplitude de l'onde résultante en un point en fonction du déphasage.</p> <p>Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives.</p>
<p>Ondes stationnaires mécaniques.</p>	<p><b>Décrire une onde stationnaire observée par stroboscopie sur la corde de Melde.</b></p> <p>Caractériser une onde stationnaire par l'existence de nœuds et de ventres.</p> <p>Exprimer les fréquences des modes propres connaissant la célérité et la longueur de la corde.</p>
<p><b>Diffraction à l'infini.</b></p>	<p><b>Utiliser la relation <math>\sin\theta \approx \lambda/d</math> entre l'échelle angulaire du phénomène de diffraction et la taille caractéristique de l'ouverture.</b></p> <p>Connaître les conséquences de la diffraction sur la focalisation et sur la propagation d'un faisceau laser.</p> <p><b>Choisir les conditions expérimentales permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction en optique ou en mécanique.</b></p>
<p><b>Polarisation rectiligne de la lumière.</b></p>	<p><b>Reconnaître et produire une onde lumineuse polarisée rectilignement.</b></p> <p><b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale de la mesure d'un pouvoir rotatoire.</b></p>

La **partie 2** portant sur l'optique géométrique ne doit pas être enseignée ou évaluée pour elle-même mais avec comme seuls objectifs de servir de point d'appui pour des approches expérimentales en première année et pour l'étude de l'optique physique en deuxième année.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Optique géométrique</b>	
Sources lumineuses.  Modèle de la source ponctuelle monochromatique.	Caractériser une source lumineuse par son spectre.
Indice d'un milieu transparent.	Relier la longueur d'onde dans le vide et la longueur d'onde dans le milieu. Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.
Approximation de l'optique géométrique et notion de rayon lumineux.	Définir le modèle de l'optique géométrique et indiquer ses limites.
Réflexion - Réfraction. Lois de Descartes.	Établir la condition de réflexion totale.
Miroir plan.	Construire l'image d'un objet, identifier sa nature réelle ou virtuelle.
<b>Conditions de Gauss.</b>	Énoncer les conditions permettant un stigmatisme approché et les relier aux caractéristiques d'un détecteur.
<b>Lentilles minces.</b>	<p>Énoncer les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.</p> <p>Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide des rayons lumineux.</p> <p>Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal fournies (Descartes, Newton).</p> <p>Établir et citer la condition <math>D \geq 4f'</math> pour former l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.</p> <p><b>Modéliser expérimentalement à l'aide de plusieurs lentilles un dispositif optique d'utilisation courante.</b></p> <p><b>Approche documentaire :</b> en comparant des images produites par un appareil photographique numérique, discuter l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image.</p>
L'œil.	<p>Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe.</p> <p>Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.</p>
Système de deux lentilles minces accolées équivalent à une lentille unique.	Démontrer et connaître les lois d'additivité des vergences. Savoir que ce dispositif permet de réaliser une lentille pratiquement achromatique.

La **partie 3** pose les bases nécessaires pour l'étude des circuits dans l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS). L'effort se porte ici principalement sur les dipôles R, L et C, peu étudiés au lycée. Bien entendu, les travaux pratiques peuvent faire appel à des composants intégrés ou non linéaires (amplificateurs opérationnels, filtres à capacité commutée, échantillonneur-bloqueur, diodes, photorésistances, capteurs...) dès lors qu'aucune connaissance préalable n'est nécessaire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>3. Circuits électriques dans l'ARQS</b></p> <p>Charge électrique, intensité du courant.</p> <p>Potentiel, référence de potentiel, tension.</p>	<p>Savoir que la charge électrique est quantifiée.</p> <p>Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge.</p> <p>Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence. Relier la loi des nœuds au postulat de la conservation de la charge.</p> <p>Utiliser la loi des mailles.</p> <p>Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.</p>
<p>Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire.</p>	<p>Citer les ordres de grandeur des intensités et des tensions dans différents domaines d'application.</p> <p>Citer les relations entre l'intensité et la tension pour les composants R, L et C.</p> <p>Citer les ordres de grandeurs des composants R, L, C.</p> <p>Modéliser une source non idéale en utilisant la représentation de Thévenin.</p>
<p>Puissance</p>	<p>Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance.</p> <p>Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine.</p>
<p>Association de deux résistances</p>	<p>Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente.</p> <p>Établir et exploiter les relations de diviseurs de tension ou de courant.</p>
<p>Résistance de sortie, résistance d'entrée.</p>	<p><b>Étudier l'influence de ces résistances sur le signal délivré par un GBF, sur la mesure effectuée par un oscilloscope ou un multimètre.</b></p> <p>Extraire les grandeurs d'une notice ou d'un appareil afin d'appréhender les conséquences de leurs valeurs sur le fonctionnement d'un circuit.</p>

Les **parties 4 et 5** abordent l'étude des circuits linéaires du premier et du second ordre en régime libre puis forcé, et une introduction au filtrage linéaire. Il s'agit avant tout de comprendre les principes des outils utilisés, et leur exploitation pour étudier le comportement d'un signal traversant un système linéaire. Ainsi l'évaluation ne peut-elle porter sur le tracé d'un diagramme de Bode à partir d'une fonction de transfert, ou sur la connaissance a priori de catalogues de filtres. Cependant, le professeur pourra, s'il le souhaite, détailler sur l'exemple simple du filtre du premier ordre le passage de la fonction de transfert au diagramme de Bode. L'objectif est bien plutôt ici de comprendre le rôle central de la linéarité des systèmes pour interpréter le signal de sortie.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Circuit linéaire du premier ordre</b>	
Régime libre, réponse à un échelon.	<p><b>Réaliser pour un circuit l'acquisition d'un régime transitoire du premier ordre et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux expressions théoriques.</b></p> <p>Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon.</p> <p>Interpréter les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine.</p> <p>Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.</p> <p>Prévoir qualitativement l'évolution du système avant toute résolution de l'équation différentielle.</p> <p>Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon. Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.</p>
Stockage et dissipation d'énergie.	Réaliser des bilans énergétiques.

La **partie 5** est initiée par l'étude d'un système simple, l'oscillateur harmonique non amorti en mécanique. Ce système permet d'introduire le concept fondamental d'équation différentielle modèle de l'évolution temporelle, dans un contexte où la mise en équations ne pose pas de difficulté majeure, et d'introduire un vocabulaire précis qui sera réinvesti par la suite.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Comportement dynamique d'un système au voisinage d'une position d'équilibre stable. Réponse à une excitation.</b>	
<b>5.1 Oscillateur harmonique</b>	
Mouvement horizontal sans frottement d'une masse accrochée à un ressort linéaire sans masse. Position d'équilibre.	Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique. La résoudre compte tenu des conditions initiales.

	<p>Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.</p> <p>Contrôler la cohérence de la solution obtenue avec la conservation de l'énergie mécanique, l'expression de l'énergie potentielle élastique étant ici affirmée.</p>
<b>5.2 Oscillateurs amortis</b>	
Circuit RLC série et oscillateur mécanique amorti par frottement visqueux.	<p><b>Mettre en évidence la similitude des comportements des oscillateurs mécanique et électronique.</b>  <b>Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.</b></p> <p>Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques.</p> <p>Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.</p> <p>Prévoir la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité.</p> <p>Déterminer la réponse détaillée dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon en recherchant les racines du polynôme caractéristique.</p> <p>Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire, selon la valeur du facteur de qualité.</p>
Régime sinusoïdal forcé, impédances complexes.	Établir et connaître l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine en régime harmonique.
Association de deux impédances	Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
Oscillateur électrique ou mécanique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	<p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental autour du phénomène de résonance.</b></p> <p>Utiliser la méthode des complexes pour étudier le régime forcé.</p> <p>À l'aide d'un outil de résolution numérique, mettre en évidence le rôle du facteur de qualité pour l'étude de la résonance en élongation ou en tension.</p> <p>Relier l'acuité de la résonance au facteur de qualité.</p> <p>Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase.</p> <p><b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale autour des régimes transitoires du premier ou du second ordre (flash, sismomètre, ...).</b></p>



<b>5.3. Filtrage linéaire</b>	
Signaux périodiques.	Savoir que l'on peut décomposer un signal périodique en une somme de fonctions sinusoïdales.  Définir la valeur moyenne et la valeur efficace. Établir par le calcul la valeur efficace d'un signal sinusoïdal.
Gabarit d'un filtre. Fréquences de coupure.  Fonction de transfert harmonique. Diagramme de Bode.	Reconnaître les gabarits des filtres passe-bas, passe-haut et passe-bande.  Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 et ses représentations graphiques pour conduire l'étude de la réponse d'un système linéaire à une excitation sinusoïdale, à une somme finie d'excitations sinusoïdales, à un signal périodique.  Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode d'après l'expression de la fonction de transfert.
Modèles simples de filtres passifs : passe-bas et passe-haut d'ordre 1, passe-bas et passe-bande d'ordre 2.	Expliciter les conditions d'utilisation d'un filtre afin de l'utiliser comme moyennneur, intégrateur, ou dérivateur.  <b>Approche documentaire :</b> expliquer la nature du filtrage introduit par un dispositif mécanique (sismomètre, amortisseur, accéléromètre...)  <b>Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale.</b>

## 2. Mécanique 1

### Présentation

Après la partie « signaux physiques » du programme où on ne s'intéresse qu'à des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace ou de temps, la partie « mécanique » constitue une entrée concrète vers la manipulation de grandeurs vectorielles associées à plusieurs variables d'espace.

Le programme de mécanique s'inscrit dans le prolongement du programme du cycle terminal des séries technologiques qui privilégie une approche énergétique.

- Seconde : relativité du mouvement, référentiel, modélisation action par de s forces, Principe d'inertie, gravitation et pesanteur.

- Première STL : trajectoire, vitesse, vitesse angulaire, accélération, énergie cinétique, moment d'inertie d'un solide autour d'un axe, énergie potentielle de pesanteur, élastique et mécanique

Terminale STL : actions mécaniques, forces et moments, couples, transfert d'énergie pas travail mécanique, conservation ou non de l'énergie mécanique, frottement de contact

L'objectif majeur est la maîtrise opérationnelle des lois fondamentales (loi de l'inertie, principe fondamental de la dynamique, loi de l'énergie cinétique, loi des actions réciproques). En première année on se limite à l'étude de la mécanique dans un référentiel galiléen.

## Objectifs généraux de formation

Après la partie « Signaux physiques » du programme, qui implique uniquement des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace, la partie « mécanique » constitue une entrée concrète vers la manipulation de grandeurs vectorielles associées à plusieurs variables d'espace : il convient d'accorder toute son importance à la marche à franchir pour les étudiants.

Par ailleurs, la mécanique doit contribuer à développer plus particulièrement des compétences générales suivantes :

- faire preuve de rigueur : définir un système, procéder à un bilan complet des forces appliquées ;
- faire preuve d'autonomie : choisir un référentiel, choisir un système de repérage, identifier les inconnues, choisir une méthode de mise en équations lorsque plusieurs méthodes sont possibles ;
- modéliser une situation : choisir un niveau de modélisation adapté ; prendre conscience des limites d'un modèle ; comprendre l'intérêt de modèles de complexité croissante (prise en compte des frottements, des effets non-linéaires) ;
- utiliser divers outils (discussions graphiques, résolution analytique, résolution numérique) pour discuter les solutions de la ou des équations différentielles modélisant l'évolution temporelle d'un système ;
- identifier et utiliser des grandeurs conservatives ;
- rechercher les paramètres significatifs d'un problème ;
- mener un raisonnement qualitatif ou semi-quantitatif rigoureux ;
- faire apparaître et exploiter des analogies : circuit RLC en électrocinétique, pendule simple aux « petits » angles et système masse-ressort ;
- schématiser une situation et en étayer l'analyse à l'aide d'un schéma pertinent (bilan des forces...) ;
- prendre conscience des limites d'une théorie (limite relativiste...) ;
- confronter les résultats d'une étude à ce qu'on attendait intuitivement ou à des observations.

Pour que l'ensemble de ces compétences soient pleinement développées, il est indispensable de ne pas proposer aux étudiants exclusivement des situations pré-modélisées (masse accrochée à un ressort...) et de ne pas se limiter à des situations débouchant sur la résolution analytique d'une équation différentielle. L'étude approfondie d'un nombre limité de dispositifs réels doit être préférée à l'accumulation d'exercices standardisés.

La **partie 1** est une approche de la cinématique du point (les exemples étant limités aux mouvements plans), et de la cinématique du solide (limitée aux cas de la translation et de la rotation autour d'un axe fixe). Il convient de construire les outils sans formalisme excessif, en motivant l'étude par des exemples réels, tirés par exemple d'expériences de cours ou d'enregistrements vidéo. Ainsi, l'introduction du repérage en coordonnées cartésiennes s'appuie sur l'étude du mouvement à accélération constante et l'introduction du repérage en coordonnées polaires s'appuie sur l'étude du mouvement circulaire. Il importe d'être conscient que la géométrie est peu étudiée dans les cours de mathématiques : à cet égard la compréhension du rôle de l'accélération normale dans un mouvement curviligne plan quelconque est une compétence attendue mais tout calcul à ce sujet est hors de portée des élèves qui ne connaissent pas la géométrie différentielle (rayon de courbure, trièdre de Frenet). La description du mouvement de la Terre autour du Soleil, débouchant notamment sur la compréhension du phénomène des saisons, permet de donner du sens au formalisme introduit. Pour le solide en rotation autour d'un axe fixe, il s'agit simplement de définir le mouvement en remarquant que tout point du solide décrit un cercle autour de l'axe avec une même vitesse angulaire  $\omega$  et d'explicitier la vitesse de chaque point en fonction de  $\omega$  et de la distance à l'axe de rotation ; la connaissance du vecteur-rotation n'est pas exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1.1 Description et paramétrage du mouvement d'un point</b>	
Espace et temps classiques. Référentiel d'observation. Caractère relatif du mouvement. Description d'un mouvement. Vecteur-position, vecteur-vitesse, vecteur-accélération.	<b>Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.</b>
Systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.	Établir les expressions des composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques.  Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées, construire le trièdre local associé et en déduire les composantes du vecteur-vitesse dans le seul cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques.  Choisir un système de coordonnées adapté au problème posé.
Mouvement rectiligne à accélération constante.	Exprimer la vitesse et la position en fonction du temps. Obtenir la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Mouvement courbe de vecteur-accélération constant.	Prévoir qualitativement les mouvements projetés sur des axes parallèle et perpendiculaire au vecteur accélération.
Mouvement circulaire uniforme et non uniforme.	Exprimer les composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération en coordonnées polaires planes.  Identifier les liens entre les composantes du vecteur-accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur-vitesse et sa variation temporelle. Situer qualitativement la direction du vecteur-accélération dans la concavité d'une trajectoire plane.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1.2 Description du mouvement d'un solide dans deux cas particuliers.</b>	
Définition d'un solide.	Différencier un solide d'un système déformable.
Translation.	Reconnaître et décrire une translation rectiligne, une translation circulaire.
Rotation autour d'un axe fixe.	Décrire la trajectoire d'un point quelconque du solide et exprimer sa vitesse en fonction de sa distance à l'axe et de la vitesse angulaire.
Mouvement de la Terre.	<b>Approche documentaire</b> : connaître l'ordre de grandeur des distances, des dimensions et des durées caractéristiques ; connaître l'origine des saisons.

La **partie 2** introduit les bases de la dynamique newtonienne. Il est essentiel de ne pas se limiter à l'étude de situations simplifiées à l'excès afin de parvenir à une solution analytique. Au contraire il convient d'habituer les étudiants à utiliser les outils de calcul numérique (calculatrices graphiques, logiciels de calcul numérique...) qui permettent de traiter des situations réelles dans toute leur richesse (rôle des frottements, effets non linéaires...).

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.1 Loi de la quantité de mouvement</b>	
Notions sur les quatre interactions fondamentales.	<b>Approche documentaire</b> : connaître quelques ordres de grandeur ; nommer les quatre interactions ; et les associer à un domaine d'application.
Forces. Loi des actions réciproques.	Établir un bilan des forces et en rendre compte sur une figure.  <b>Proposer un protocole expérimental permettant d'étudier une loi de force.</b>
Quantité de mouvement d'un point matériel.	Utiliser l'expression de la quantité de mouvement d'un point matériel.
Référentiel galiléen. Loi de l'inertie.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.
Loi de la quantité de mouvement dans un référentiel galiléen.	Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre d'inertie d'un système fermé.
Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme.	Mettre en équation le mouvement sans frottement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.
Influence de la résistance de l'air.	<b>Approche numérique</b> : Prendre en compte la traînée pour modéliser une situation réelle.  <b>Approche numérique</b> : Exploiter une équation différentielle sans la résoudre analytiquement : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats fournis par un logiciel d'intégration numérique.  <b>Proposer un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.</b>
Pendule simple.	Établir l'équation du mouvement du pendule simple.  Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.
Lois de Coulomb du frottement de glissement dans le seul cas d'un solide en translation.	Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage.  Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2.2 Approche énergétique du mouvement d'un point matériel</b>	
Puissance et travail d'une force.	Reconnaître le caractère moteur ou résistant d'une force.
Loi de l'énergie cinétique dans un référentiel galiléen.	Utiliser cette loi sous forme instantanée ou entre deux dates distinctes.

Énergie potentielle. Énergie mécanique.	Établir et connaître les expressions des énergies potentielles de pesanteur (champ uniforme), énergie potentielle élastique, énergie électrostatique (champ uniforme et champ créé par une charge ponctuelle).
Mouvement conservatif.	Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaître les cas de conservation de l'énergie mécanique. Utiliser les conditions initiales.
Mouvement conservatif à une dimension.	Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle.
Positions d'équilibre. Stabilité.	Déduire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre, et la nature stable ou instable de ces positions.

## B. Deuxième semestre

### 1. Mécanique 2

La **partie 3**, centrée sur l'étude des mouvements de particules chargées, se prête à une ouverture vers la dynamique relativiste, qui ne doit en aucun cas être prétexte à des débordements, en particulier sous forme de dérives calculatoires ; la seule compétence attendue est l'exploitation des expressions fournies de l'énergie et de la quantité de mouvement d'une particule relativiste pour analyser des documents scientifiques portant sur l'expérience de Bertozzi et sur le principe du synchrocyclotron.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Mouvement de particules chargées dans des champs électrique et magnétique, uniformes et stationnaires</b>	
Force de Lorentz exercée sur une charge ponctuelle ; champs électrique et magnétique.	Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles.
Puissance de la force de Lorentz.	Savoir qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule. Savoir qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire d'une particule sans lui fournir d'énergie.
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme.	Mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.  Effectuer un bilan énergétique pour calculer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.
Mouvement circulaire d'une particule chargée dans un champ magnétostatique uniforme dans le cas où le vecteur-vitesse initial est perpendiculaire au champ magnétique.	<b>Approche numérique</b> : résoudre le système d'équations.  Déterminer le rayon de la trajectoire sans calcul en admettant que celle-ci est circulaire.  <b>Approche documentaire</b> : analyser des documents scientifiques montrant les limites relativistes en s'appuyant sur les expressions fournies $E_c = (\gamma - 1)mc^2$ et $p = \gamma mv$ .

## 2. Thermodynamique

### Présentation

Dans le cycle terminal de la filière technologique du lycée, les élèves ont été confrontés à la problématique des transferts d'énergie entre systèmes macroscopiques. L'énergie interne d'un système a été introduite puis reliée à la grandeur température via la capacité thermique dans le cas d'une phase condensée. Les étudiants ont alors été amenés à se questionner sur le moyen de parvenir à une modification de cette énergie interne ce qui a permis d'introduire le premier principe et deux types de transferts énergétiques, le travail et le transfert thermique. A travers les flux thermiques spontanés, le principe d'irréversibilité est abordé et le second principe énoncé.

Seconde : pression d'un gaz : loi de Boyle Mariotte

Première STL : Energie interne, capacité thermique, transfert thermique

Terminale STL : tronc commun (états de la matière : transfert thermique et changement d'état, transfert d'énergie par ) , module système et procédés (transfert d'énergie d'une source chaude à une source froide, transfert d'énergie sous forme de travail et de chaleur, modèle du gaz parfait, premier et deuxième principe de la thermodynamique, irréversibilité, flux thermiques, échanges thermiques)

Après avoir mis l'accent sur le passage fondamental d'une réalité microscopique à des grandeurs mesurables macroscopiques, cette partie propose, en s'appuyant sur des exemples concrets, de poursuivre la description et l'étude de la matière à l'échelle macroscopique, l'objectif étant d'aborder des applications motivantes. Les capacités identifiées doivent être introduites en s'appuyant dès que possible sur des dispositifs expérimentaux qui permettent ainsi leur acquisition progressive et authentique. Ces capacités se limitent à l'étude du corps pur subissant des transformations finies, excluant ainsi toute thermodynamique différentielle : le seul recours à une quantité élémentaire intervient lors de l'évaluation du travail algébriquement reçu par un système par intégration du travail élémentaire. En particulier, pour les bilans finis d'énergie, les expressions des fonctions d'état  $U_m(T, V_m)$  et  $H_m(T, P)$  seront données si le système ne relève pas du modèle gaz parfait ou du modèle de la phase condensée incompressible et indilatable. Pour les bilans finis d'entropie, l'expression de la fonction d'état entropie sera systématiquement donnée et on ne s'intéressera pas à sa construction.

Autant que possible, il s'agit d'orienter l'enseignement de la thermodynamique vers des applications industrielles réelles motivantes grâce à l'utilisation de diagrammes.

On utilisera les notations suivantes : pour une grandeur extensive  $A$ ,  $a$  sera la grandeur massique associée et  $A_m$  la grandeur molaire associée.

### Objectifs généraux de formation

Il est essentiel de bien situer le niveau de ce cours de thermodynamique, en le considérant comme une introduction à un domaine complexe dont le traitement complet relève de la physique statistique, inabordable à ce stade. On s'attachera néanmoins, de façon prioritaire, à la rigueur des raisonnements mis en place (définition du système, lois utilisées...).

Outre la maîtrise des capacités reliées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- définir un système qui permette de faire les bilans nécessaires à l'étude ;
- faire le lien entre un système réel et sa modélisation ;

- comprendre qu'il peut exister plusieurs modèles de complexité croissante pour rendre compte des observations expérimentales ;
- utiliser des tableaux de données ou des représentations graphiques complexes.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Descriptions microscopique et macroscopique d'un système à l'équilibre</b>	
Échelles microscopique, mésoscopique, et macroscopique.	Définir l'échelle mésoscopique et en expliquer la nécessité.
Vitesse quadratique moyenne. Température cinétique. Exemple du gaz parfait monoatomique : $E_c = 3/2kT$ .	Calculer l'ordre de grandeur d'une vitesse quadratique moyenne dans un gaz parfait.
Système thermodynamique.	Connaître l'ordre de grandeur du nombre d'Avogadro.  Définir si un système est ouvert, fermé, isolé.
État d'équilibre d'un système soumis aux seules forces de pression. Pression, température, volume, équation d'état. Grandeur extensive, grandeur intensive. Exemples du gaz parfait et d'une phase condensée indilatable et incompressible.	Calculer une pression à partir d'une condition d'équilibre mécanique.  Dédire une température d'une condition d'équilibre thermique.  Citer quelques ordres de grandeur de volumes molaires ou massiques dans les conditions usuelles de pression et de température.  Énoncer et utiliser l'équation d'état des gaz parfaits.
Énergie interne d'un système. Capacité thermique à volume constant dans le cas du gaz parfait.	Exprimer l'énergie interne d'un gaz parfait monoatomique à partir de l'interprétation microscopique de la température.  Savoir que $U_m = U_m(T)$ pour un gaz parfait.
Énergie interne et capacité thermique à volume constant d'une phase condensée considérée incompressible et indilatable.	Savoir que $U_m = U_m(T)$ pour une phase condensée incompressible et indilatable.
Approximation des phases condensées peu compressibles et peu dilatables.	Interpréter graphiquement la différence de compressibilité entre un liquide et un gaz à partir d'isothermes expérimentales.
Du gaz réel au gaz parfait.	Comparer le comportement d'un gaz réel au modèle du gaz parfait sur des réseaux d'isothermes expérimentales en coordonnées de Clapeyron ou d'Amagat.
Corps pur diphasé en équilibre. Diagramme de phases (P,T). Cas de l'équilibre liquide-vapeur : diagramme de Clapeyron (P,v), titre en vapeur.	Analyser un diagramme de phase expérimental (P,T).  Proposer un jeu de variables d'état suffisant pour caractériser l'état d'équilibre d'un corps pur diphasé soumis aux seules forces de pression.  Positionner les phases dans les diagrammes (P,T) et (P,v).  Déterminer la composition d'un mélange diphasé en un point d'un diagramme (P,v).

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Énergie échangée par un système au cours d'une transformation</b>	
Transformation thermodynamique subie par un système.	Définir le système.  Utiliser le vocabulaire usuel : évolutions isochore, isotherme, isobare, monobare, monotherme.
Travail des forces de pression. Transformations isochore, monobare.	Calculer le travail par découpage en travaux élémentaires et sommation sur un chemin donné dans le cas d'une seule variable.  Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans un diagramme de Clapeyron.
Transfert thermique. Transformation adiabatique. Thermostat, transformations monotherme et isotherme.	Distinguer qualitativement les trois types de transferts thermiques : conduction, convection et rayonnement.  Identifier dans une situation expérimentale le ou les systèmes modélisables par un thermostat.  Proposer de manière argumentée le modèle limite le mieux adapté à une situation réelle entre une transformation adiabatique et une transformation isotherme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Premier principe. Bilans d'énergie</b>	
Premier principe de la thermodynamique : $\Delta U + \Delta E_c = Q + W$	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir travail $W$ et transfert thermique $Q$ .  Exploiter l'extensivité de l'énergie interne.  Distinguer le statut de la variation de l'énergie interne du statut des termes d'échange.  Calculer le transfert thermique $Q$ sur un chemin donné connaissant le travail $W$ et la variation de l'énergie interne $\Delta U$ .
Enthalpie d'un système. Capacité thermique à pression constante dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable.	Exprimer l'enthalpie $H_m(T)$ du gaz parfait à partir de l'énergie interne.  Comprendre pourquoi l'enthalpie $H_m$ d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable peut être considérée comme une fonction de l'unique variable $T$ .  Exprimer le premier principe sous forme de bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare.  <b>Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de capacité thermique.</b>



	Citer l'ordre de grandeur de la capacité thermique massique de l'eau liquide.
Enthalpie associée à une transition de phase : enthalpie de fusion, enthalpie de vaporisation, enthalpie de sublimation.	Exploiter l'extensivité de l'enthalpie et réaliser des bilans énergétiques en prenant en compte des transitions de phases.  <b>Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure d'une enthalpie de transition de phase.</b>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Deuxième principe. Bilans d'entropie.</b>	
Deuxième principe : fonction d'état entropie, entropie créée, entropie échangée. $\Delta S = S_{ech} + S_{créé}$ avec $S_{ech} = \sum Q_i/T_i$	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan entropique. Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.  <b>Approche documentaire</b> : interpréter qualitativement l'entropie en terme de désordre en s'appuyant sur la formule de Boltzmann.
Variation d'entropie d'un système.  Loi de Laplace.  Cas particulier d'une transition de phase.	Utiliser l'expression fournie de la fonction d'état entropie.  Exploiter l'extensivité de l'entropie.  Citer la loi de Laplace et ses conditions d'application.  Énoncer et utiliser la relation entre les variations d'entropie et d'enthalpie associées à une transition de phase : $\Delta h_{12}(T) = T \Delta s_{12}(T)$

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Machines thermiques</b>	
Application du premier principe et du deuxième principe aux machines thermiques cycliques dithermes : rendement, efficacité, théorème de Carnot.	Analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme.  Donner le sens des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme.  Définir un rendement ou une efficacité et la relier aux énergies échangées au cours d'un cycle. Justifier et utiliser le théorème de Carnot.  Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles.

### 3. Statique des fluides

#### Présentation et objectifs généraux de formation

La physique des milieux continus constitue une part importante des programmes de deuxième année. Dans ce domaine, on fait appel à des méthodes de pensée et des techniques de calcul qu'il est souhaitable d'aborder dès la première année. Cette partie du programme est donc conçue pour introduire sur le support concret de la statique des fluides le principe du découpage d'un domaine

physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux et de la sommation d'une grandeur extensive (force) pour ce découpage.

Partant du cas particulier de la statique des fluides dans le champ de pesanteur qui ne nécessite qu'un formalisme minimal, un des objectifs est de montrer à la fin de cette partie l'intérêt d'un formalisme plus poussé (introduction de l'opérateur gradient) pour passer à une formulation universelle d'une loi de la physique.

La statique des fluides permet également d'introduire le facteur de Boltzmann dont on affirmera la généralité.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen.</b>	
Forces surfaciques, forces volumiques.	Distinguer le statut des forces de pression et des forces de pesanteur.
Statique dans le champ de pesanteur uniforme : relation $dp/dz = -\rho g$ .	Citer des ordres de grandeur des champs de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère.  Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et homogène et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait.
Facteur de Boltzmann.	S'appuyer sur la loi d'évolution de la densité moléculaire de l'air dans le cas de l'atmosphère isotherme pour illustrer la signification du facteur de Boltzmann.  <b>Approche documentaire</b> : identifier un facteur de Boltzmann. Comparer $k_B T$ aux écarts d'énergie dans un contexte plus général.
Résultante de forces de pression.	Exprimer une surface élémentaire dans un système de coordonnées adaptées.  Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression.  Évaluer une résultante de forces de pression.
Poussée d'Archimède.	Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède.  Exploiter la loi d'Archimède.
Équivalent volumique des forces de pression.	Exprimer l'équivalent volumique des forces de pression à l'aide d'un gradient.
Équation locale de la statique des fluides.	Établir l'équation locale de la statique des fluides.

#### 4. Induction et forces de Laplace

##### Présentation

Cette partie est nouvelle pour les étudiants pour lesquels seule une approche descriptive du champ magnétique a fait l'objet d'une présentation en classe de terminale dans les séries technologiques.

Elle s'appuie sur les nombreuses applications présentes dans notre environnement immédiat : boussole, moteur électrique, alternateur, transformateur, haut-parleur, plaques à induction, carte RFID... Il s'agit de

© Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2013

restituer toute la richesse de ces applications dans un volume horaire modeste, ce qui limite les géométries envisagées et le formalisme utilisé. Elle a pour objectif d'installer les concepts de base permettant de modéliser les phénomènes de conversion électromagnétique. Le point de vue adopté cherche donc à mettre l'accent sur les phénomènes et sur la modélisation sommaire de leurs applications. L'étude sera menée à partir du flux magnétique en n'envisageant que des champs magnétiques uniformes à l'échelle de la taille des systèmes étudiés. Toute étude du champ électromoteur est exclue. L'induction et les forces de Laplace dans un circuit mobile sont introduites dans le cas d'un champ uniforme et stationnaire, soit dans le modèle des rails de Laplace.

L'enseignement de cette partie doit impérativement s'appuyer sur une démarche expérimentale authentique, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou d'activités expérimentales.

### Objectifs généraux de formation

Les compétences suivantes seront développées dans cette partie du programme :

- maîtriser les notions de champ de vecteurs et de flux d'un champ de vecteurs ;
- évaluer les actions d'un champ magnétique extérieur sur un circuit parcouru par un courant ou par analogie sur un aimant ;
- connaître ou savoir évaluer des ordres de grandeur ;
- analyser qualitativement les systèmes où les phénomènes d'induction sont à prendre en compte ;
- maîtriser les règles d'orientation et leurs conséquences sur l'obtention des équations mécaniques et électriques ;
- effectuer des bilans énergétiques ;
- connaître des applications relevant du domaine de l'industrie ou de la vie courante où les phénomènes d'induction sont présents et déterminants dans le fonctionnement des dispositifs ;
- mettre en œuvre des expériences illustrant la manifestation des phénomènes d'induction.

La **partie 1. « Champ magnétique »** vise à faire le lien avec le programme de terminale et à permettre à l'étudiant de disposer des outils minimaux nécessaires ; l'accent est mis sur le concept de champ vectoriel, sur l'exploitation des représentations graphiques et sur la connaissance d'ordres de grandeur.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Champ magnétique</b>	
Sources de champ magnétique ; cartes de champ magnétique.	Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible, et l'emplacement des sources.  <b>Approche numérique</b> : tracer des lignes de champ à partir d'équations fournies.  Décrire l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue.  Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.  Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant.	Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.  Orienter le champ magnétique créé par une bobine « infinie » et citer son expression.

Dans la **partie 2. « Forces de Laplace »**, le professeur est libre d'introduire la force de Laplace avec ou sans référence à la force de Lorentz. Il s'agit ici de se doter d'expressions opérationnelles pour étudier le mouvement dans un champ uniforme et stationnaire d'une barre en translation.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>2. Forces de Laplace</b>	
Densité linéique de la force de Laplace dans le cas d'un élément de courant filiforme.	Différencier le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme.
Résultante et puissance des forces de Laplace s'exerçant sur une barre conductrice en translation rectiligne sur deux rails parallèles (rails de Laplace) dans un champ magnétique extérieur uniforme, stationnaire et orthogonal à la barre.	Établir l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.  Évaluer la puissance des forces de Laplace.

La **partie 3. « Lois de l'induction »** repose sur la loi de Faraday  $e = - \frac{d\phi}{dt}$  qui se prête parfaitement à une introduction expérimentale et qui peut constituer un bel exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On n'omettra pas, à ce sujet, d'évoquer les différents points de vue sur le même phénomène selon le référentiel dans lequel on se place.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Lois de l'induction</b>	
<b>Flux d'un champ magnétique</b>	
Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.	Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
<b>Loi de Faraday</b>	
Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit.	<b>Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.</b>
Loi de modulation de Lenz.	Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
Force électromotrice induite, loi de Faraday.	Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algèbrisation.

La **partie 4. « Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps »** aborde le phénomène d'auto-induction puis le couplage par mutuelle entre deux circuits fixes. Elle traite du modèle du transformateur partiel et propose une approche documentaire de la production et du transport de l'énergie électrique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>4. Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps</b>	
<b>Auto-induction</b>  Flux propre et inductance propre.  Étude énergétique.	Différencier le flux propre des flux extérieurs.  Utiliser la loi de modération de Lenz.  Évaluer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par une bobine infinie étant donné.  <b>Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.</b>  Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
Circuits électriques à une maille couplés par le phénomène de mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.  Transformateur de tension parfait.  Étude énergétique.	Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.  Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.  <b>Approche numérique</b> : résoudre le système d'équations.  Établir la « loi des tensions ».  Conduire un bilan de puissance et d'énergie.
Production et transport de l'énergie électrique.	<b>Approche documentaire</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>– mobiliser les connaissances acquises pour expliquer le principe d'une chaîne de production et de transport d'énergie électrique</li> <li>– citer des ordres de grandeur de la puissance consommée ou produite par une lampe, un téléviseur, un radiateur électrique, une éolienne, un barrage, une centrale nucléaire</li> </ul>

La partie 5. « Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire » est centrée sur la conversion de puissance. Des situations géométriques simples permettent de dégager les paramètres physiques pertinents afin de modéliser le principe d'un haut-parleur électrodynamique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>5. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire</b>	
<b>Conversion de puissance mécanique en puissance électrique</b>  Rail de Laplace.	Interpréter qualitativement les phénomènes observés.  Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe.

	<p>Effectuer un bilan énergétique.</p> <p>Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.</p>
<p><b>Conversion de puissance électrique en puissance mécanique</b></p> <p>Haut-parleur électrodynamique.</p>	<p>Expliquer le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique dans la configuration simplifiée des rails de Laplace.</p> <p>Effectuer un bilan énergétique.</p> <p><b>Mettre en œuvre une étude expérimentale d'un haut parleur électrodynamique visant à illustrer son principe de fonctionnement ou à déterminer quelques-unes de ses caractéristiques.</b></p>

## Appendice 1 : matériel

Cette liste regroupe le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de cette liste lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

### 1. Domaine optique

- Goniomètre
- Viseur à frontale fixe
- Lunette auto-collimatrice
- Spectromètre à fibre optique
- Polariseur dichroïque
- Laser à gaz
- Lampes spectrales
- Source de lumière blanche à condenseur

### 2. Domaine électrique

- Oscilloscope numérique
- Carte d'acquisition et logiciel dédié
- Générateur de signaux Basse Fréquence
- Multimètre numérique
- Multiplieur analogique
- Émetteur et récepteur acoustique (domaine audible et domaine ultrasonore)

### 3. Domaines mécanique et thermodynamique

- Dynamomètre
- Capteur de pression
- Accéléromètre
- Stroboscope
- Webcam avec logiciel dédié
- Appareil photo numérique ou caméra numérique avec cadence de prise de vue supérieure à 100 images par seconde
- Thermomètre, thermocouple, thermistance, capteur infra-rouge
- Calorimètre

## Appendice 2 : outils mathématiques

L'utilisation d'outils mathématiques est indispensable en physique comme en chimie.

La capacité à mettre en œuvre de manière autonome certains de ces outils mathématiques dans le cadre des activités relevant de la physique-chimie fait partie des compétences exigibles à la fin de la première année de TPC1. Le tableau ci-dessous explicite ces outils ainsi que le niveau de maîtrise attendu en fin de première année. Il sera complété dans le programme de seconde année.

Cependant les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils numériques (calculatrices, logiciels de calcul numérique ou formel).

Pour le cas où d'autres outils seraient ponctuellement nécessaires, il conviendrait de les mettre à disposition des candidats sous une forme opérationnelle (formulaires...) et de faire en sorte que leur manipulation ne puisse pas constituer un obstacle.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>1. Équations algébriques</b>	
Systèmes linéaires de $n$ équations à $p$ inconnues.	Identifier les variables (inconnues) nécessaires à la modélisation du problème sous forme d'un système d'équations linéaires. Donner l'expression formelle des solutions dans le seul cas $n = p = 2$ . Utiliser des outils numériques ou formels dans les autres cas.
Équations non linéaires	Représenter graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$ . Interpréter graphiquement la ou les solutions. Dans le cas général, résoudre à l'aide d'un outil numérique ou de calcul formel.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>2. Équations différentielles</b>	
Équation différentielle linéaire à coefficients constants.	Identifier l'ordre. Mettre l'équation sous forme canonique.
Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants : $y' + ay = f(x)$	Trouver la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \cos(\omega x + \phi)$ (en utilisant la notation complexe).
Équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants : $y'' + ay' + by = f(x)$	Utiliser l'équation caractéristique pour trouver la solution générale de l'équation sans second membre. Prévoir le caractère borné ou non de ses solutions (critère de stabilité). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \exp(\lambda x)$ avec $\lambda$ complexe. Trouver la solution de l'équation complète correspondant à des conditions initiales données. Représenter graphiquement cette solution.
Autres équations différentielles d'ordre 1 ou 2.	Intégrer numériquement avec un outil fourni. Obtenir une intégrale première d'une équation de Newton $x' = f(x)$ et l'exploiter graphiquement. Séparer les variables d'une équation du premier ordre à variables séparables. Faire le lien entre les conditions initiales et le graphe de la solution correspondante.



Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, puissance réelle $x \rightarrow x^a$ . Cosinus hyperbolique et sinus hyperbolique (les fonctions hyperboliques, non traitées dans le cours de mathématiques, sont introduites par le professeur de physique).
Dérivée. Notation dx/dt.  Développements limités.	Utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement.  Connaître et utiliser les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $(1 + x)^a$ , $e^x$ , $\ln(1 + x)$ et $\sin(x)$ , et à l'ordre 2 de la fonction $\cos(x)$ .
Primitive et intégrale.  Valeur moyenne.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales, en lien avec la méthode des rectangles en mathématiques.  Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions $\cos$ , $\sin$ , $\cos^2$ et $\sin^2$ .
Représentation graphique d'une fonction.	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation $y = f(x)$ donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum local. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance à une droite en échelle log-log.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier <u>fourni</u> par un formulaire (cette capacité est développée par le professeur de physique, la notion de série de Fourier n'étant pas abordée dans le cours de mathématiques).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et système de coordonnées.	Exprimer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée d'un espace de dimension inférieure ou égale à 3. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.
Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres.  Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations de l'espace. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.

	Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Courbes planes.  Courbes planes paramétrées.	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite, d'un cercle, d'une ellipse, d'une branche d'hyperbole, d'une parabole. (Concernant les coniques, cette capacité est développée par le professeur de physique, l'étude des coniques n'étant pas traitée en mathématiques).  Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur. Identifier une ellipse à l'aide de sa représentation paramétrique ( $x = a \cdot \cos(\omega t)$ , $y = b \cdot \cos(\omega t - \varphi)$ ) et la tracer dans les cas particuliers $\varphi = 0$ , $\varphi = \pi/2$ et $\varphi = \pi$ .
Longueurs, aires et volumes classiques.	Connaître les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté.	Définir une convention d'orientation des angles dans un plan (euclidien) et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles de rotation autour de cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ , relations entre fonctions trigonométriques et toutes relations du type $\cos(\pi \pm x)$ et $\cos(\frac{\pi}{2} \pm x)$ , parités, périodicité, valeurs des fonctions pour les angles usuels.  Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>6. Analyse vectorielle</b>	
Gradient d'un champ scalaire.	Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Connaître l'expression du gradient en coordonnées cartésiennes ; utiliser un formulaire fourni en coordonnées cylindriques ou sphériques. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction $f$ est perpendiculaire aux surfaces iso- $f$ et orienté dans le sens des valeurs de $f$ croissantes.  Ces capacités sont développées par le professeur de physique, la notion de différentielle n'étant pas abordée en mathématiques.





# Annexe 2b

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

---

Filière : **scientifique**

---

Voie : **Technologie, physique, chimie (TPC)**

---

Discipline : **Chimie**

**Première année**

# Programme de chimie TPC1

Le programme de chimie de la classe de TPC1 s'inscrit entre deux continuités, en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement avec les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

À travers l'enseignement de la chimie, il s'agit de renforcer chez l'étudiant les compétences inhérentes à la pratique de la démarche scientifique et de ses grandes étapes : observer et mesurer, comprendre et modéliser, agir pour créer, pour produire, pour appliquer cette science aux réalisations humaines. Ces compétences ne sauraient être opérationnelles sans connaissances, ni savoir-faire ou capacités. C'est pourquoi ce programme définit un socle de connaissances et de capacités, conçu pour être accessible à tous les étudiants, en organisant de façon progressive leur introduction au cours de la première année. L'acquisition de ce socle par les étudiants constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Parce que la chimie est avant tout une science expérimentale, parce que l'expérience intervient dans chacune des étapes de la démarche scientifique, parce qu'une démarche scientifique rigoureuse développe l'observation, l'investigation, la créativité et l'analyse critique, l'expérience est mise au cœur de l'enseignement de la discipline, en cours et lors des séances de travaux pratiques. Les activités expérimentales répondent à la nécessité de se confronter au réel, nécessité que l'ingénieur, le chercheur, le scientifique auront inévitablement à prendre en compte dans l'exercice de leur activité..

Pour acquérir sa validité, l'expérience nécessite le support d'un modèle. La notion même de modèle est centrale pour la discipline. Par conséquent modéliser est une compétence essentielle développée en TPC1. Pour apprendre à l'étudiant à modéliser de façon autonome, il convient de lui faire découvrir les différentes facettes de la chimie, qui toutes peuvent le guider dans la compréhension des phénomènes. Ainsi le professeur doit rechercher un point d'équilibre entre des approches complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

La construction d'un modèle passe par l'utilisation nécessaire des mathématiques, symboles et méthodes, dont le fondateur de la physique expérimentale, Galilée, énonçait déjà qu'elles sont le langage dans lequel est écrit le monde. Si les mathématiques sont un outil puissant de modélisation, que l'étudiant doit maîtriser, elles sont parfois plus contraignantes lorsqu'il s'agit d'en extraire une solution. L'évolution des techniques permet désormais d'utiliser aussi l'approche numérique afin de faire porter prioritairement l'attention des étudiants sur l'interprétation et la discussion des résultats plutôt que sur une technique d'obtention de la solution. Cette approche permet en outre une modélisation plus fine du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est aussi l'occasion pour l'étudiant d'exploiter les compétences acquises en informatique. C'est enfin l'opportunité de mener avec le professeur de mathématiques d'éventuelles démarches collaboratives.

Enfin l'autonomie de l'étudiant et la prise d'initiative sont développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à un questionnement ou atteindre un but.

Le programme est organisé en trois parties :

- dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problèmes. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
- dans la deuxième partie, intitulée « **formation expérimentale** », sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.
- dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux **contenus disciplinaires**. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est organisée sur deux semestres. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.

La progression dans les contenus disciplinaires est organisée en deux semestres.

Certains items de cette troisième partie, **identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche numérique ou d'une approche documentaire.

Deux appendices sont consacrés aux types de matériel et aux outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de chimie en fin de l'année de TPC1.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. Comme le rappellent les programmes du lycée, la liberté pédagogique de l'enseignant est le pendant de la liberté scientifique du chercheur.

Dans le cadre de cette liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou

des débats d'idées. L'enseignant peut ainsi avoir intérêt à mettre son enseignement « en culture » si cela rend sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.

- il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en chimie doit être articulée avec celles mise en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique et physique.

L'évaluation des étudiants doit répondre aux principes suivants :

- informé des compétences testées dans les différentes formes d'évaluation, l'étudiant doit être en mesure de suivre son évolution dans l'acquisition des compétences ;
- l'objectif de l'évaluation n'est pas de classer ou de trier les étudiants, mais de leur donner une image de leurs acquis en mettant l'accent sur les progrès réalisés. Une évaluation bien conçue doit être stimulante en s'inscrivant dans une dynamique constructive et une perspective d'évolution positive.

## Démarche scientifique

### 1. Démarche expérimentale

La chimie est une science à la fois théorique et expérimentale. Ces deux composantes de la démarche expérimentale s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement. Ce programme fait donc une très large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu de l'important volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, ainsi que d'un réel savoir-faire dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat...) et des techniques associées. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie ;
- le second concerne l'identification, tout au long de la formation disciplinaire, dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées ;

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la chimie (modélisation macroscopique-microscopique, relation structure-propriétés, facteurs d'influence, par exemple).
- les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée, et chaque fois que cela est possible transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans l'élaboration et la mise en œuvre de protocoles simples associés à la quantification des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en appendice de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement

en appendice du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

### Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en CPGE mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous et dont l'acquisition progressive a commencé au collège, puis au lycée. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de ces compétences ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire dans toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, être autonome, travailler en équipe, etc.)

Compétence	Exemples de capacités associées
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale</li> <li>énoncer une problématique d'approche expérimentale</li> <li>définir des objectifs correspondants</li> </ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>formuler et échanger des hypothèses</li> <li>proposer une stratégie pour répondre à la problématique</li> <li>proposer un modèle associé</li> <li>choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental</li> <li>évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>mettre en œuvre un protocole</li> <li>utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « matériel », avec aide pour tout autre matériel</li> <li>mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates</li> <li>effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes</li> <li>confronter un modèle à des résultats expérimentaux</li> <li>confirmer ou infirmer une hypothèse, une information</li> <li>analyser les résultats de manière critique</li> <li>proposer des améliorations de la démarche ou du modèle</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>à l'écrit comme à l'oral : <ul style="list-style-type: none"> <li>présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible</li> <li>utiliser un vocabulaire scientifique adapté</li> <li>s'appuyer sur des schémas, des graphes</li> </ul> </li> <li>faire preuve d'écoute, confronter son point de vue</li> </ul>



**Être autonome, faire preuve d'initiative**

- travailler seul ou en équipe
- solliciter une aide de manière pertinente
- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation, les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de bien préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheurs ou d'ingénieurs. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

Concernant la compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** », elle est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et à l'initiative.

## 2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances et capacités en autonomie afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et le regard critique tout au long de la démarche et sur le résultat.

La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétences	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ....
Établir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. .....

Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue.
Communiquer.	Présenter la solution, ou la rédiger, en en expliquant le raisonnement et les résultats.

### 3. Approches documentaires

Dans un monde où le volume d'informations disponibles rend en pratique difficile l'accès raisonné à la connaissance, il importe de continuer le travail commencé au collège et au lycée sur la recherche, l'extraction et l'organisation de l'information. L'objectif reste de permettre l'accès à la connaissance en toute autonomie et avec la prise de conscience de l'existence d'un continuum de niveaux de compétence sur un domaine donné, de la méconnaissance (et donc la découverte) à la maîtrise totale.

Le programme de physique-chimie prévoit qu'un certain nombre de rubriques, identifiées dans la colonne capacités exigibles relèvent d'une « **approche documentaire** ». L'objectif est double ; il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver différemment en utilisant des documents au support varié (texte, vidéo, photo...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (grandes idées, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs) dans les domaines de la physique et de la chimie du XXe et XXIe siècle et de leurs applications.

Ces approches documentaires sont aussi l'occasion d'apporter des éléments de compréhension de la construction du « savoir scientifique » (histoire des sciences, débats d'idées, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...). Elles doivent permettre de développer des compétences d'analyse et de synthèse. Sans que cette liste de pratiques soit exhaustive on pourra, par exemple, travailler sur un document extrait directement d'un article de revue scientifique, sur une vidéo, une photo ou sur un document produit par le professeur ; il est également envisageable de demander aux élèves de chercher eux-mêmes des informations sur un thème donné ; ce travail pourra se faire sous forme d'analyse de documents dont les résultats seront présentés aussi bien à l'écrit qu'à l'oral.

Quelle que soit la façon d'aborder ces approches documentaires, le rôle du professeur est de travailler à un niveau adapté à sa classe et d'assurer une synthèse de ce qu'il convient de retenir. Elles doivent être en cohérence avec le socle du programme. Elles peuvent être l'occasion d'acquérir de nouvelles connaissances ou d'approcher de nouveaux modèles mais il faut proscrire toute dérive en particulier calculatoire.

# Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la pratique de la méthodologie expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans la partie « contenus disciplinaires » – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie.

D'une part, elle précise les connaissances et savoir-faire qui doivent être acquis dans le domaine de la **mesure** et de l'évaluation des **incertitudes**, dans la continuité de la nouvelle épreuve d'Évaluation des Compétences Expérimentales (ECE) du baccalauréat STL, avec cependant un niveau d'exigence plus élevé qui correspond à celui des deux premières années d'enseignement supérieur.

D'autre part, elle présente de façon détaillée l'ensemble des **capacités expérimentales** qui doivent être acquises et mises en œuvre en autonomie par les étudiants à l'issue de leur première année de CPGE.

Une liste de matériel, que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice succincte, figure dans l'appendice 1 du présent programme.

## 1. Mesures et incertitudes

L'importance de la composante expérimentale de la formation des étudiants des CPGE scientifiques est réaffirmée. Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les élèves doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure..., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières S, STI2D et STL du lycée. Les objectifs sont identiques, certains aspects sont approfondis : utilisation du vocabulaire de base de la métrologie, connaissance de la loi des incertitudes composées, ... ; une première approche sur la validation d'une loi physique est proposée. Les capacités identifiées sont abordées dès la première année et doivent être maîtrisées à l'issue des deux années de formation. Les activités expérimentales permettent de les introduire et de les acquérir de manière progressive et authentique. Elles doivent régulièrement faire l'objet d'un apprentissage intégré et d'une évaluation.

Les élèves doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.  Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.
Notion d'incertitude, incertitude-type.	Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la

<p>Évaluation d'une incertitude-type.</p> <p>Incertitude-type composée.</p> <p>Incertitude élargie.</p>	<p>grandeur mesurée.</p> <p>Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).</p> <p>Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie...).</p> <p>Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes dans les cas simples d'une expression de la valeur mesurée sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient ou bien à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel.</p> <p>Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.</p> <p>Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.</p>
<p>Présentation d'un résultat expérimental.</p> <p>Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure).</p>	<p>Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.</p> <p>Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence.</p> <p>Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.</p>
<p>Vérification d'une loi physique ou validation d'un modèle ; ajustement de données expérimentales à l'aide d'une fonction de référence modélisant le phénomène.</p>	<p>Utiliser un logiciel de régression linéaire.</p> <p>Expliquer en quoi le coefficient de corrélation n'est pas un outil adapté pour juger de la validité d'un modèle linéaire.</p> <p>Juger qualitativement si des données expérimentales avec incertitudes sont en accord avec un modèle linéaire.</p> <p>Extraire à l'aide d'un logiciel les incertitudes sur la pente et sur l'ordonnée à l'origine dans le cas de données en accord avec un modèle linéaire.</p>

## 2. Mesures et capacités expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les étudiants doivent avoir acquises, durant les séances de travaux pratiques, à l'issue des deux années. Une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes – repérés en gras dans le corps du programme – peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'organiseraient autour d'une découverte du matériel. Par exemple, toutes les capacités mises en œuvre autour d'un appareil de mesure ne sauraient être l'objectif unique d'une séance, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion de l'étude d'un problème concret.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées en quatre domaines en chimie, les deux premiers étant davantage transversaux :

1. Prévention du risque au laboratoire de chimie
2. Mesures de grandeurs physiques
3. Synthèses organiques et inorganiques
4. Analyses qualitatives et quantitatives

Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine. En effet, lors de la mise en œuvre d'une synthèse au laboratoire, il peut être utile de procéder à une analyse du produit formé ou à une mesure de grandeur physique caractéristique et, bien entendu, il est indispensable de prendre en compte les consignes de sécurité. Il convient également de favoriser l'autonomie et la prise d'initiative décrites dans la partie « Compétences expérimentales ».

Le matériel nécessaire à l'acquisition de l'ensemble des capacités ci-dessous figure en **Appendice 1** du programme.

### 1. Prévention du risque au laboratoire de chimie

Les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet des produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque. Futurs ingénieurs, chercheurs, enseignants, ils doivent être sensibilisés au respect de la législation et à l'impact de leur activité sur l'environnement.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Prévention du risque chimique</b> Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes de sécurité pour les produits chimiques. Phrases H et P.	Adopter une attitude adaptée au travail en laboratoire. Relever les indications sur le risque associé au prélèvement et au mélange des produits chimiques.  Développer une attitude autonome dans la prévention des risques.
<b>2. Impact environnemental</b> Traitement et rejet des espèces chimiques.	Adapter le mode d'élimination d'une espèce chimique ou d'un mélange en fonction des informations recueillies sur la toxicité ou les risques.  Sélectionner, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.

### 2. Mesures de grandeurs physiques

Notions et contenus	Capacités exigibles
Mesures de : - Volume	Sélectionner et utiliser le matériel adapté à la précision requise.

- Masse	Préparer une solution aqueuse de concentration donnée à partir d'un solide, d'un liquide, d'une solution de concentration molaire connue ou d'une solution de titre massique et de densité connus.
- pH	
- Conductance et conductivité	
- Tension	Utiliser les méthodes et le matériel adéquats pour transférer l'intégralité du solide ou du liquide pesé.
- Intensité d'un courant	
- Température	Distinguer les instruments de verrerie In et Ex.
- Pouvoir rotatoire	Utiliser les appareils de mesure (masse, pH, conductance, tension, température, indice de réfraction, absorbance) en s'aidant d'une notice.
- Indice de réfraction	
- Absorbance	Étalonner une chaîne de mesure si nécessaire.

### 3. Synthèses organiques et inorganiques

À l'issue des deux années de formation, l'élève devra :

- maîtriser expérimentalement les différentes techniques mises en œuvre dans les synthèses : réalisation des montages et utilisation des appareillages ;
- connaître les fondements théoriques de ces techniques, en lien avec les propriétés physico-chimiques concernées (à l'exception des spectroscopies d'absorption IR et de RMN) ;
- être capable de proposer des stratégies de transformation des réactifs, de séparation et de purification des produits synthétisés.

Les différentes techniques utilisées permettent de réaliser les opérations de :

- chauffage et refroidissement ;
- séparation et purification : extraction liquide-liquide ou liquide-solide, filtrations, séchage d'un liquide ou d'un solide, distillations sous pression ambiante et sous pression réduite (cette dernière étant strictement limitée à l'usage de l'évaporateur rotatif), recristallisation.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Transformation chimique</b>	Choisir la verrerie adaptée à la transformation réalisée et aux conditions opératoires mises en œuvre.
Transformations à chaud, à froid, à température ambiante.	Réaliser le ou les montages appropriés et en expliquer le principe et l'intérêt. Choisir ou justifier l'ordre d'introduction des réactifs. Réaliser et réguler une addition au goutte à goutte. Utiliser le moyen de chauffage ou de refroidissement adéquat.
Contrôle et régulation de la température du milieu réactionnel.	Suivre et contrôler l'évolution de la température dans le réacteur.
Suivi de l'évolution de la transformation.	Choisir un moyen approprié pour réguler une éventuelle ébullition. Utiliser un réfrigérant à reflux, contrôler et réguler le reflux.

	Mettre en œuvre des méthodes permettant de suivre qualitativement ou quantitativement l'avancement de la transformation.
<b>Séparation et purification</b>	Choisir ou justifier un protocole de séparation ou de purification d'un produit, sur la base de données fournies ou issues d'observations et/ou de mesures expérimentales.
Séparation de deux liquides non miscibles.	Réaliser une extraction liquide-liquide. Identifier la nature des phases dans une ampoule à décanter.
Séparation de deux espèces dissoutes dans une phase liquide.	Distinguer extraction et lavage d'une phase. Élaborer et mettre en œuvre un protocole de séparation de deux espèces dissoutes dans une phase liquide.
Distillations	Mettre en œuvre différents types de distillation. Choisir ou proposer la méthode la plus adaptée au système étudié.
Séparation d'un liquide et d'un solide	Expliquer l'intérêt de l'évaporateur rotatif. Réaliser et mettre en œuvre une filtration simple, une filtration sous pression réduite. Choisir et justifier la méthode de filtration adaptée au système étudié.
Lavage d'un solide	Réaliser et justifier les différentes étapes du lavage d'un solide : ajout du solvant de lavage froid ou saturé, trituration, essorage.
Recristallisation d'un solide	Expliquer et mettre en œuvre la technique de recristallisation. Adapter la quantité de solvant à utiliser à la recristallisation réalisée. Justifier à l'aide de données pertinentes et/ou par l'observation le choix d'un solvant de recristallisation et la quantité mise en œuvre.
Séchage d'un solide	Mettre en œuvre « une pesée à masse constante » d'un solide humide.
Séchage d'un liquide	Choisir un desséchant solide et estimer correctement par l'observation la quantité à utiliser.
Détermination d'un rendement	À partir d'une mesure appropriée, déterminer le rendement d'une synthèse, d'une méthode de séparation.

#### 4. Analyses qualitatives et quantitatives

On distinguera la caractérisation, le contrôle de pureté et le dosage d'une espèce chimique.

À l'issue des deux années de formation, l'élève devra :

- maîtriser les différentes techniques expérimentales mises en œuvre lors des analyses qualitatives et quantitatives ;
- être capable de proposer une stratégie de mesures de concentrations ou de quantités de matière, une méthode de caractérisation d'un composé, tenant compte des propriétés physico-chimiques du système étudié ;
- distinguer les méthodes d'analyse destructives et non destructives.

Les techniques utilisées lors des analyses quantitatives sont les suivantes :

- pH-métrie
- Conductimétrie
- Potentiométrie à intensité nulle
- Spectrophotométrie UV-visible
- Polarimétrie
- Réfractométrie
- Chromatographie sur couche mince

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>1. Caractérisation d'un composé et contrôle de sa pureté</b> Chromatographies sur couche mince.</p> <p>Tests de reconnaissance ; témoin.</p> <p>Détermination expérimentale de grandeurs physiques ou spectroscopiques caractéristiques du composé (les principes théoriques de la RMN et de la spectroscopie d'absorption IR sont hors programme).</p>	<p>Mettre en œuvre une chromatographie sur couche mince. Justifier la méthode de révélation utilisée.</p> <p>Interpréter l'ordre d'élution des différents composés en relation avec leurs propriétés physico-chimiques et les caractéristiques de la phase stationnaire et de l'éluant. Proposer à partir d'une banque de données et mettre en œuvre un test de reconnaissance pour identifier une espèce chimique présente (ou susceptible de l'être) dans un système.</p> <p>Extraire d'une banque de données des informations sur les propriétés physiques des produits. Relever la température d'un palier de distillation. Mesurer une température de fusion. Mesurer un indice de réfraction. Mesurer un pouvoir rotatoire.</p> <p>Comparer les données tabulées aux valeurs mesurées et interpréter d'éventuels écarts. Comparer les caractéristiques d'un produit synthétisé avec celles du produit commercial.</p>
<p><b>2. Dosages par étalonnage</b></p>	<p>Déterminer une concentration en exploitant la mesure de grandeurs physiques caractéristiques du composé ou en construisant et en utilisant une courbe d'étalonnage. Pratiquer une démarche expérimentale pour déterminer une concentration ou une quantité de matière par spectrophotométrie UV-Visible.</p>
<p><b>3. Dosages par titrage</b> Titrages directs, indirects. Équivalence. Titrages simples, successifs, simultanés. Méthodes expérimentales de suivi d'un titrage : pH-métrie, conductimétrie, potentiométrie à intensité nulle, indicateurs colorés de fin de titrage.</p>	<p>Identifier et exploiter la réaction support du titrage (recenser les espèces présentes dans le milieu au cours du titrage, repérer l'équivalence, justifier qualitativement l'allure de la courbe ou le changement de couleur observé). Proposer ou justifier le protocole d'un titrage à l'aide de données fournies ou à rechercher. Mettre en œuvre un protocole expérimental correspondant à un titrage direct ou indirect.</p>



<p>Méthodes d'exploitation des courbes expérimentales.</p>	<p>Choisir et utiliser un indicateur coloré de fin de titrage.  Exploiter une courbe de titrage pour déterminer le titre en espèce dosée.  Exploiter une courbe de titrage pour déterminer une valeur expérimentale d'une constante thermodynamique d'équilibre.  Utiliser un logiciel de simulation pour déterminer des courbes de répartitions et confronter la courbe de titrage simulée à la courbe expérimentale.</p> <p>Justifier la nécessité de faire un titrage indirect.</p> <p>Distinguer l'équivalence et le virage d'un indicateur coloré de fin de titrage.  Déterminer les conditions optimales qui permettent à l'équivalence et au repérage de la fin du titrage de coïncider.</p>
<p><b>4. Suivi cinétique de transformations chimiques</b>  Suivi en continu d'une grandeur physique.  Limitation de l'évolution temporelle (trempe) d'un système par dilution, transformation chimique ou refroidissement.  Régulation de la température.</p>	<p>Choisir une méthode de suivi tenant compte de la facilité de mise en œuvre, des propriétés des composés étudiés, du temps de réaction estimé ou fourni.  Exploiter les résultats d'un suivi temporel de concentration pour déterminer les caractéristiques cinétiques d'une réaction.  Proposer et mettre en œuvre des conditions expérimentales permettant la simplification de la loi de vitesse.  Déterminer la valeur d'une énergie d'activation.</p>

### Utilisation de l'outil informatique

L'outil informatique sera utilisé, par exemple :

- dans le domaine de la simulation : pour interpréter et anticiper des résultats ou des phénomènes chimiques, pour comparer des résultats obtenus expérimentalement à ceux fournis par un modèle et pour visualiser des modèles de description de la matière. Les domaines d'activités qui se prêtent particulièrement à la simulation sont les titrages en solution aqueuse, la cristallographie, la modélisation moléculaire, la cinétique chimique. Cette liste n'est bien entendu pas exhaustive et l'usage de toutes les animations numériques qui facilitent l'apprentissage est recommandé.
- pour l'acquisition de données, en utilisant un appareil de mesure interfacé avec l'ordinateur.
- pour la saisie et le traitement de données à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel dédié.

## Contenus disciplinaires

L'organisation de la formation disciplinaire est semestrielle :

### Premier semestre

- I. Transformation de la matière
  1. Description et évolution d'un système vers un état final

2. Évolution temporelle d'un système et mécanismes réactionnels
- II. Architecture de la matière
1. Classification périodique des éléments et électronégativité
  2. Structure des molécules et relations structure-propriétés
- III. Structure en chimie organique

### Deuxième semestre

- IV. Architecture de la matière condensée : solides cristallins  
V. Transformations chimiques en solutions aqueuses  
VI. Réactivité et synthèses en chimie organique 2

## Premier Semestre

### I. Transformation de la matière

La chimie est une science de la nature, science de la matière et de sa transformation. Les différents états de la matière et les différents types de transformation de la matière ont déjà été en partie étudiés dans le parcours antérieur de l'élève, au collège et au lycée. Il s'agit de réactiver et de compléter ces connaissances déjà acquises, afin d'amener les élèves à les mobiliser de manière autonome pour décrire, au niveau macroscopique, un système physico-chimique et son évolution. Dans ce cadre, on se limite à un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique symbolisée par une équation de réaction à laquelle est associée une constante thermodynamique d'équilibre. Sur des exemples variés de transformations chimiques rencontrées dans la vie courante, au laboratoire, dans le monde du vivant ou en milieu industriel, l'objectif visé est la prévision du sens d'évolution de systèmes homogènes ou hétérogènes et la détermination de leur composition dans l'état final. Dans un souci de continuité de formation, les acquis du lycée concernant les réactions acido-basiques et d'oxydo-réduction, la conductimétrie, la pH-métrie et les spectroscopies sont réinvestis lors des démarches expérimentales. L'ensemble des compétences relatives à cette partie du programme sera ensuite mobilisé régulièrement au cours de l'année, plus particulièrement au second semestre lors des transformations en solution aqueuse, et en seconde année, notamment dans le cadre de l'étude de la thermodynamique chimique.

L'importance du facteur temporel dans la description de l'évolution d'un système chimique apparaît assez significativement dans l'observation du monde qui nous entoure et a déjà fait l'objet d'une première approche expérimentale en classe de première STL permettant de dégager les différents facteurs cinétiques que sont les concentrations, la présence ou non d'un catalyseur et la température. La prise de conscience de la nécessité de modéliser cette évolution temporelle des systèmes chimiques est naturelle. Si la réaction chimique admet un ordre, le suivi temporel de la transformation chimique doit permettre l'établissement de la loi de vitesse. Cette détermination fait appel à la méthode différentielle ou à la méthode intégrale, pour l'exploitation de mesures expérimentales d'absorbance ou de conductivité du milieu réactionnel par exemple, dans le cadre d'un réacteur fermé parfaitement agité. Les équations différentielles étant abordées en mathématiques en terminale STL mais non utilisées en physique-chimie au lycée, il conviendra de faire le lien entre les notations utilisées en mathématiques ( $y'+ay=b$ ) et celles adoptées en chimie.

La modélisation au niveau microscopique d'une transformation chimique par un mécanisme réactionnel complète l'étude cinétique macroscopique et permet d'aborder la notion de catalyse ; des exemples de catalyses homogènes, hétérogènes et enzymatiques seront également présentés dans cette partie du programme.

Une ouverture à la cinétique en réacteur ouvert, dans un cadre très limité, permet en complément d'appréhender la différence d'approche à l'échelle industrielle.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Faire preuve de rigueur dans la description d'un système physico-chimique
- Distinguer modélisation d'une transformation (écriture de l'équation de réaction) et description quantitative de l'évolution d'un système prenant en compte les conditions expérimentales choisies pour réaliser la transformation.
- Exploiter les outils de description des systèmes chimiques pour modéliser leur évolution temporelle.
- Proposer des approximations simplifiant l'exploitation quantitative de données expérimentales et en vérifier la pertinence.
- Confronter un modèle mathématique avec des mesures expérimentales.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1 Description et évolution d'un système chimique vers un état final</b>	
<b>Transformations de la matière</b> Transformations physique, chimique, nucléaire.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconnaître la nature d'une transformation.</li> </ul>
<b>Transformations physiques</b> États de la matière : gaz, liquide, solide cristallin, solide amorphe et solide semi-cristallin. Modélisation microscopique des états physiques. Notion de phase. Les transformations physiques : diagramme d'état ( $P$ , $T$ ). Fluides supercritiques : principales propriétés, utilisation en génie des procédés.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nommer les transformations relatives au changement d'état.</li> <li>• Reconnaître une transformation allotropique.</li> <li>• Modéliser un état physique et une transformation physique.</li> <li>• Déterminer l'état physique d'une espèce chimique pour des conditions expérimentales données de <math>P</math> et <math>T</math>.</li> </ul> <p><b>Approche documentaire :</b> à partir de documents, analyser le rôle des fluides supercritiques en génie des procédés dans le cadre d'une chimie respectueuse de l'environnement.</p>
<b>Système chimique</b> Constituants physico-chimiques. Corps purs et mélanges : concentration molaire, fraction molaire, pression partielle. Composition d'un système chimique.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recenser les constituants physico-chimiques présents dans un système.</li> <li>• Utiliser l'équation d'état du gaz parfait pour les composés gazeux.</li> <li>• Décrire la composition d'un système chimique à l'aide des grandeurs physiques pertinentes.</li> </ul>
<b>Transformation chimique</b> Modélisation d'une transformation par une ou plusieurs réactions chimiques. Réaction chimique : équation chimique, avancement.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifier la (ou les) réaction(s) qui modélise(nt) une transformation chimique.</li> <li>• Décrire qualitativement et quantitativement un système chimique dans l'état initial, dans un état intermédiaire quelconque.</li> </ul>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Évolution d'un système lors d'une transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique : quotient réactionnel, activité, critère d'évolution.</p> <p>Equation de réaction : constante d'équilibre</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exprimer l'activité d'une espèce chimique pure ou dans un mélange dans le cas de solutions aqueuses très diluées ou de mélange de gaz parfaits.</li> <li>• Exprimer le quotient réactionnel.</li> <li>• Prévoir le sens d'évolution spontanée d'un système chimique ; état d'équilibre.</li> </ul> <p><b>• Déterminer une constante d'équilibre ; dégager le critère d'évolution.</b></p>
<p>Composition du système dans l'état final : état d'équilibre chimique, transformation totale.</p> <p>Optimisation d'un procédé industriel.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</li> </ul> <p><b>• Approche documentaire :</b> à partir de documents sur un procédé industriel, rechercher les paramètres sur lesquels on peut jouer pour optimiser le rendement d'une synthèse.</p>
<b>2 Evolution temporelle des systèmes chimiques et mécanismes réactionnels</b>	
<b>En réacteur fermé de composition uniforme</b>	
<p>Définition générale de la vitesse d'une réaction chimique dans le cas d'un réacteur fermé de composition uniforme : vitesses de disparition d'un réactif et de formation d'un produit, vitesse de réaction pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Déterminer l'influence d'un paramètre sur la vitesse d'une réaction chimique.</b></li> <li>• Relier la vitesse de réaction à la vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit.</li> </ul>
<p>Lois de vitesse ; réactions sans ordre, réactions avec ordre simple, ordre global, ordre apparent. Temps de demi-réaction.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Établir une loi de vitesse à partir du suivi temporel d'une grandeur physique.</b></li> <li>• Déterminer la vitesse de réaction à différentes dates en utilisant une méthode numérique ou graphique.</li> <li>• Reconnaître une réaction avec ordre, sans ordre.</li> <li>• Évaluer un ordre de réaction à l'aide de la méthode différentielle ou à l'aide des temps de demi-réaction.</li> <li>• Donner une expression générale de la loi de vitesse quand la réaction chimique admet un ordre.</li> <li>• Confirmer, par la méthode intégrale, la valeur d'un ordre simple (0, 1, 2) dans la loi de vitesse.</li> <li>• Choisir ou reconnaître des conditions expérimentales provoquant une dégénérescence de l'ordre</li> </ul>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Transformation nucléaire : désintégration radioactive ; activité, constante radioactive, temps de demi-vie.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Établir une expression simplifiée de la loi de vitesse quand l'expérimentateur travaille en dégénérescence d'ordre.</li> <li>• Établir une expression simplifiée de la loi de vitesse quand l'expérimentateur a introduit les réactifs en proportions stœchiométriques.</li> <li>• La loi de vitesse étant connue, déterminer une valeur de la constante cinétique à une température donnée.</li> </ul> <p>• <b>Approche documentaire</b> : à partir de documents, appréhender les principales problématiques liées à l'utilisation de produits radioactifs.</p>
<p>Loi empirique d'Arrhénius ; énergie d'activation.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer la valeur de l'énergie d'activation d'une transformation chimique à partir de la donnée des valeurs de la constante cinétique à différentes températures.</li> <li>• Déterminer la valeur de la constante cinétique à une température <math>T_1</math> à partir de la donnée de l'énergie d'activation de la réaction et de la valeur de la constante cinétique à la température <math>T_0</math>.</li> <li>• <b>Proposer et mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'étudier l'influence de la température sur la vitesse et de déterminer une énergie d'activation d'une réaction chimique.</b></li> </ul>
<p>Interprétation microscopique de l'influence des concentrations et de la température sur la vitesse d'une transformation chimique. Limite de la modélisation macroscopique par une réaction chimique</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relier la vitesse d'une réaction à la fréquence de chocs efficaces.</li> <li>• Interpréter les effets des différents paramètres influençant la vitesse sur la fréquence des chocs efficaces.</li> </ul>
<b>Mécanismes réactionnels</b>	
<p>Mécanismes réactionnels en cinétique homogène : processus élémentaire, moléularité d'un processus, intermédiaires réactionnels, état de transition, mécanisme réactionnel par stades, mécanisme réactionnel en chaîne</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Distinguer une équation de réaction symbolisant une réaction chimique d'une équation traduisant un acte élémentaire.</li> <li>• Identifier les intermédiaires réactionnels, les réactifs, les produits, les catalyseurs dans un mécanisme réactionnel.</li> <li>• Discuter de la stabilité relative d'intermédiaires réactionnels rencontrés en chimie organique.</li> <li>• Distinguer un intermédiaire réactionnel d'un état de transition (complexe activé).</li> </ul>

Notions et contenus	Capacités exigibles
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exprimer la loi de vitesse d'un acte élémentaire.</li> <li>• Tracer un profil énergétique correspondant à un acte élémentaire, à deux actes élémentaires successifs.</li> <li>• Identifier un mécanisme par stades, en chaîne.</li> <li>• Identifier les différentes étapes d'un mécanisme réactionnel en chaîne.</li> </ul>
<p>Approximations classiques : pré-équilibre rapide, étape cinétiquement déterminante, approximation de l'état quasi-stationnaire (AEQS).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Approche numérique</b> : utiliser les résultats d'une méthode numérique pour mettre en évidence les approximations de l'étape cinétiquement déterminante ou de l'état quasi-stationnaire.</li> <li>• Reconnaître les conditions d'utilisation de l'approximation de l'étape cinétiquement déterminante ou de l'Approximation des états quasi-stationnaire.</li> <li>• Établir la loi de vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit à partir d'un mécanisme réactionnel en utilisant éventuellement les approximations classiques.</li> </ul>
<p>Interprétation du rôle d'un catalyseur Différents types de catalyse : homogène, hétérogène, enzymatique. Exemples de catalyse : acide-base hydrogénation des alcènes, modèle simple de Michaelis-Menten.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconnaître un catalyseur dans un mécanisme réactionnel et un effet catalytique dans un profil énergétique.</li> <li>• Établir la loi de vitesse dans le cadre du modèle de Michaelis -Menten.</li> </ul>
<b>Approche de la cinétique en réacteur ouvert</b>	
<p>Réacteur ouvert parfaitement agité continu fonctionnant en régime permanent, dans le cas où les débits volumiques d'entrée et de sortie sont égaux. Temps de passage.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exprimer la vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit, l'équation différentielle traduisant le bilan de matière pour un réactif ou un produit étant donnée.</li> <li>• Établir la loi de vitesse à partir de mesures fournies.</li> </ul>

## II. Architecture de la matière

Décrivant la matière au niveau macroscopique par des espèces chimiques aux propriétés physiques et chimiques caractéristiques, le chimiste la modélise au niveau microscopique par des entités chimiques dont la structure électronique permet de rendre compte et de prévoir diverses propriétés.

L'étude proposée dans cette partie du programme est centrée sur la classification périodique des éléments, outil essentiel du chimiste, dans l'objectif de développer les compétences relatives à son utilisation : extraction des informations qu'elle contient, prévision de la réactivité des corps simples, prévision de la nature des liaisons chimiques dans les corps composés, etc. On se limite, en première année, aux principales caractéristiques de la liaison chimique à l'exclusion de modèles plus élaborés comme la théorie des orbitales moléculaires qui sera étudiée en seconde année.

Depuis le collège et tout au long du lycée, les élèves ont construit successivement différents modèles pour décrire la constitution des atomes, des ions et des molécules. L'objectif de cette partie est de continuer à affiner les modèles des diverses entités chimiques isolées pour rendre compte des propriétés au niveau microscopique (longueur de liaison, polarité...) ou macroscopique (solubilité, température de changement d'état, ...). Les connaissances déjà acquises sont réactivées et complétées :

- Dans le cadre du modèle de Lewis, deux nouveautés sont introduites : les extensions de la règle de l'octet et le concept de délocalisation électronique, à travers le modèle de la mésomérie. Dans ce dernier cas, les compétences sont d'une part de repérer les situations où l'écriture de formules mésomères est nécessaire et, d'autre part, d'interpréter les propriétés des molécules à électrons délocalisés.
- L'électronégativité, introduite en classe de première, est abordée en s'appuyant sur une approche expérimentale : réactions d'oxydo-réduction, propriétés de corps composés en lien avec la nature de la liaison chimique. Elle est prolongée par la présentation de l'existence d'échelles numériques, notamment celle de Pauling, mais la connaissance de leurs définitions n'est pas exigible.
- La polarité des molécules a été abordée et utilisée dès la classe de première STL, mais pas l'aspect vectoriel du moment dipolaire, qui est souligné ici. La notion de moment dipolaire sera réinvestie ultérieurement en physique. Aucune compétence sur l'addition de vecteurs non coplanaires n'est exigible.
- La description des forces intermoléculaires est complétée pour développer les capacités d'interprétation ou de prévision de certaines propriétés physiques ou chimiques (température de changement d'état, miscibilité, solubilité) prenant en considération l'existence de telles forces. La notion de liaison hydrogène intramoléculaire est également introduite.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Utiliser la classification périodique des éléments pour déterminer, justifier ou comparer des propriétés (oxydo-réduction, solubilité, aptitude à la complexation, polarité, polarisabilité...);
- Pratiquer un raisonnement qualitatif rigoureux ;
- S'approprier les outils de description des entités chimiques (liaison covalente, notion de nuage électronique...) et leur complémentarité dans la description des interactions intermoléculaires ;
- Appréhender la notion de solvant, au niveau microscopique à travers les interactions intermoléculaires et au niveau macroscopique par leur utilisation au laboratoire, dans industrie et dans la vie courante.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1 Classification périodique des éléments et électronégativité</b>	
<b>Structure électronique des entités monoatomiques</b>	
Atomes et éléments. Isotopes, abondance isotopique, stabilité.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser un vocabulaire précis : élément, corps simple, corps composé, espèce chimique, entité chimique.</li> <li>• Donner la constitution d'un atome et de son noyau, à partir du numéro atomique Z et du nombre de masse</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître les ordres de grandeur de la taille d'un atome, des masses et des charges de l'électron et des nucléons.</li> <li>• Reconnaître des nucléides isotopes.</li> </ul>
Quantification de l'énergie et spectroscopies (UV-visible, IR, RMN)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Associer un type de transition énergétique au domaine du spectre électromagnétique correspondant.</li> <li>• Déterminer la longueur d'onde d'une radiation émise ou absorbée à partir de la valeur de la transition énergétique mise en jeu, et inversement.</li> </ul>
Nombres quantiques $n$ , $l$ , $m_l$ et $m_s$ .	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Établir un diagramme qualitatif des niveaux d'énergie électronique d'un atome donné.</li> <li>• Reconnaître si un quadruplet <math>\{n, l, m_l, m_s\}</math> est possible ou non.</li> </ul>
Configuration électronique d'un atome dans son état fondamental. Configuration électronique d'un ion monoatomique dans son état fondamental. Électrons de cœur et de valence.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Établir la configuration électronique d'un atome dans son état fondamental (la connaissance des exceptions à la règle de Klechkowski n'est pas exigible).</li> <li>• Reconnaître la configuration électronique de l'état fondamental ou d'un état excité d'un atome.</li> <li>• Déterminer le nombre d'électrons célibataires d'un atome dans son état fondamental.</li> <li>• Prévoir la formule des ions monoatomiques d'un élément et déterminer leur configuration électronique.</li> </ul>
<b>Classification périodique des éléments</b>	
Architecture et lecture du tableau périodique	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relier la position d'un élément dans la classification périodique à sa configuration électronique et au nombre d'électrons de valence de l'atome correspondant (et inversement).</li> <li>• Situer dans le tableau périodique les familles d'éléments suivantes et énoncer leurs caractéristiques : métaux alcalins et alcalino-terreux, halogènes et gaz nobles.</li> <li>• Citer les éléments contenus dans les trois premières périodes de la classification et dans la colonne des halogènes (nom, symbole, numéro atomique).</li> </ul>



<p>Électronégativité et évolution dans le tableau périodique</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Mettre en œuvre des expériences illustrant le caractère oxydant ou réducteur de certains corps simples.</b></li> <li>• <b>Élaborer ou mettre en œuvre un protocole permettant de montrer qualitativement l'évolution du caractère oxydant dans une colonne.</b></li> <li>• Relier le caractère oxydant ou réducteur d'un corps simple à l'électronégativité de l'élément.</li> <li>• Comparer l'électronégativité de deux éléments selon leur position dans le tableau périodique.</li> </ul>
<p>Liaison métallique, covalente et ionique.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Distinguer un métal et un non-métal.</li> <li>• Localiser les métaux et les non-métaux dans le tableau périodique (placer approximativement la frontière).</li> <li>• Citer des exemples de métaux, de métaux nobles.</li> <li>• Citer des exemples de métalloïdes.</li> <li>• <b>Mettre en œuvre des expériences montrant l'évolution du caractère ionique et du caractère covalent des liaisons : solubilité dans l'eau des halogénures ou des oxydes, propriétés acido-basiques des oxydes...</b></li> <li>• Lier la nature de la liaison chimique à la différence d'électronégativité des atomes engagés.</li> </ul>
<p>Rayon atomique. Rayon ionique.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpréter l'évolution du rayon atomique dans la classification périodique en utilisant la notion qualitative de nombre de charge effectif.</li> <li>• Interpréter l'évolution du rayon entre un atome et ses ions.</li> </ul>
<p><b>2 Structure électronique des molécules et relation structure-propriétés</b></p>	
<p><b>Structures de Lewis des entités polyatomiques</b></p>	
<p>Schéma de Lewis d'une molécule ou d'un ion polyatomique. Liaison covalente localisée et délocalisée.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître les ordres de grandeur de la longueur et de l'énergie d'une liaison covalente.</li> <li>• Vérifier la règle de l'octet pour une structure de Lewis donnée.</li> <li>• Identifier les écarts à la règle de l'octet : lacune, hypervalence.</li> <li>• Établir qu'une entité est un radical ou un acide ou une base de Lewis.</li> <li>• Attribuer la charge formelle à chaque atome dans une structure donnée.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Établir le schéma de Lewis d'une molécule ou d'un ion polyatomique simple.</li> <li>• Reconnaître des doublets conjugués dans une molécule ou un ion polyatomique.</li> <li>• Relier l'évolution des nombres d'onde d'absorption dans l'IR à la présence de groupes caractéristiques conjugués.</li> <li>• Dans des cas simples, reconnaître les cas de liaisons délocalisées et identifier la (ou les) formules mésomères la (les) plus représentative(s).</li> <li>• Représenter un hybride de résonance.</li> <li>• Prévoir les conséquences de la délocalisation (longueurs de liaisons, délocalisation de la charge...).</li> <li>• Mettre en évidence une éventuelle délocalisation à partir de données expérimentales.</li> </ul>
Géométrie des molécules : prévision par la méthode VSEPR.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître et représenter les types structuraux AX<sub>n</sub>, avec 2 ≤ n ≤ 6.</li> <li>• Pour n=3 et n=4, connaître et représenter les types dérivés de AX<sub>n</sub> = AX<sub>p</sub>E<sub>q</sub> et prévoir les déformations angulaires.</li> </ul>
Liaison polarisée Molécule polaire Moment dipolaire d'une molécule.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Définir le moment dipolaire d'une molécule diatomique AB et connaître l'ordre de grandeur du Debye.</li> <li>• Déterminer le pourcentage d'ionicité d'une liaison AB à partir du moment dipolaire et de la longueur de liaison.</li> <li>• Dédire de la géométrie d'une molécule la valeur nulle ou non nulle de son moment dipolaire.</li> <li>• Représenter le vecteur moment dipolaire d'une molécule.</li> </ul>
<b>Forces intermoléculaires</b>	
Interactions de Van der Waals Liaison hydrogène.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Définir qualitativement la polarisabilité d'une molécule.</li> <li>• Identifier des situations dans lesquelles une liaison hydrogène peut s'établir entre deux molécules.</li> <li>• Connaître l'ordre de grandeur de l'énergie d'une liaison hydrogène et de Van der Waals.</li> <li>• Interpréter la différence de température de changement d'état et la différence de solubilité dans un solvant donné entre deux corps purs moléculaires.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpréter l'influence de la présence de liaisons hydrogène sur les signaux en spectroscopie infra-rouge.</li> <li>• Identifier des situations où des liaisons hydrogène intramoléculaires peuvent s'établir.</li> <li>• Interpréter l'influence des forces intermoléculaires sur la température de changement d'état des corps purs ou sur les propriétés conformationnelles.</li> <li>• <b>Interpréter la migration relative d'espèces chimiques en chromatographie sur couche mince.</b></li> </ul>
<b>Solvants</b>	
<p>Solvants moléculaires</p> <p>Grandeurs caractéristiques d'un solvant : moment dipolaire, permittivité relative</p> <p>Types de solvants : polaire, apolaire, protique (ou protogène), aprotique, basique (Lewis).</p> <p>Mise en solution d'une espèce chimique moléculaire ou ionique</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Définir la permittivité relative d'un solvant.</li> <li>• Reconnaître à quelle catégorie appartient un solvant.</li> <li>• Décrire la mise en solution d'un solide ionique et connaître les caractéristiques du solvant qui la favorisent.</li> <li>• Comparer et interpréter les solubilités de différentes espèces chimiques dans l'eau (ou dans un solvant organique) en termes d'interactions intermoléculaires.</li> <li>• Interpréter la miscibilité ou non de deux solvants.</li> <li>• <b>Choisir un solvant adapté à la dissolution d'une espèce donnée, à la mise en œuvre de certaines réactions, à la réalisation d'une extraction, et aux principes de la chimie verte.</b></li> <li>• <b>Elaborer et mettre en œuvre un protocole pour déterminer la valeur d'une constante de partage.</b></li> </ul>
Autres solvants.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Approche documentaire</b> : les solvants ioniques.</li> </ul>

### Structure en chimie organique

. L'objectif de cette partie qui s'inscrit dans la continuité du programme du secondaire, est d'une part, de se doter d'outils pour décrire les molécules dans l'espace, les caractériser, et d'autre part d'entrevoir l'importance de la stéréochimie dans la nature et dans les applications au laboratoire. Ce socle sera réinvesti au cours du deuxième semestre pour aborder la réactivité en chimie organique et les stratégies de synthèse.

Sans donner lieu à une étude systématique, la nomenclature UICPA des composés, déjà mise en place dans le secondaire, est utilisée au fur et à mesure des besoins. En première année, le passage du nom à tous les types de formules ou de représentations pourra être exigé.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Pratiquer un raisonnement qualitatif rigoureux ;
- Relier structure et propriétés microscopiques aux grandeurs et comportements macroscopiques ;
- Maîtriser et utiliser différentes représentations schématiques d'une entité chimique ;
- Relier la mesure et la forme d'un signal physique à des caractéristiques structurales microscopiques de l'espèce chimique étudiée.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Description des molécules organiques</b>	
<p>Représentations topologique, perspective, de Cram, de Fischer, projection de Newman.</p> <p>Descripteurs stéréochimiques <i>R</i>, <i>S</i>, <i>Z</i>, <i>E</i>, <i>D</i> et <i>L</i>.</p> <p>Isomérisation de constitution.</p> <p>Stéréoisomérisation de configuration : énantiomérisation, diastéréoisomérisation (atropoisomérisation exclue). Principe de la séparation des énantiomères.</p> <p>Stéréoisomérisation de conformation : chaînes carbonées, cyclohexane substitué ou non.</p> <p>Séparation d'énantiomères et synthèse stéréosélective.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traduire par un nom la formule semi-développée (ou topologique) d'une molécule simple, au maximum bifonctionnelle, et réciproquement.</li> <li>• Représenter en deux dimensions une molécule à partir de son nom sans perdre les informations spatiales, en utilisant un type de représentation donnée.</li> <li>• Savoir passer d'un type de représentation spatiale d'une molécule à une autre.</li> <li>• Déterminer si une molécule est chirale.</li> <li>• Attribuer les descripteurs stéréochimiques de centres stéréogènes.</li> <li>• Définir la relation d'isomérisation entre deux structures moléculaires à partir d'un type de représentation donnée.</li> <li>• Dénombrer les stéréoisomères de configuration d'un composé.</li> <li>• Comparer la stabilité relative des plusieurs conformations.</li> <li>• Interpréter la stabilité d'un conformère donné.</li> <li>• <b>Identifier et représenter en deux dimensions, en s'aidant éventuellement de modèles moléculaires ou d'un logiciel de représentation et/ou de simulation, le(s) conformère(s) le(s) plus stable(s) pour une molécule donnée.</b></li> <li>• <b>Approche documentaire :</b> illustrer et analyser le rôle essentiel de la diastéréoisomérisation lors de synthèses énantiosélectives et de séparations d'énantiomères.</li> </ul>
<b>Analyses polarimétrique et spectroscopique en chimie organique</b>	
<p>Activité optique, pouvoir rotatoire. Loi de Biot</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Pratiquer une démarche expérimentale utilisant l'activité optique d'une espèce chimique.</b></li> </ul>

Notions et contenus	Capacités exigibles
Spectroscopies d'absorption UV-visible et IR.  Spectroscopie de RMN du proton : - déplacement chimique et constante de couplage - spectres du premier ordre de type $A_mX_p$ , $A_mM_pX_q$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relier la valeur du pouvoir rotatoire d'un mélange d'énantiomères à sa composition.</li> <li>• <b>Pratiquer une démarche expérimentale pour déterminer une concentration par spectroscopie UV-Visible.</b></li> <li>• Établir ou confirmer une structure à partir de tables de données spectroscopiques (nombres d'onde, déplacements chimiques, constantes de couplage).</li> </ul>

## Second Semestre

### IV. Architecture de la matière condensée : solides cristallins

L'existence des états cristallins et amorphes ainsi que la notion de transition allotropique, présentées au premier semestre dans la partie « Transformations de la matière », vont être réinvesties et approfondies dans cette partie.

Les éléments de description microscopique relatifs au « modèle du cristal parfait » sont introduits lors de l'étude des solides sur l'exemple de la maille cubique faces centrées (CFC), seule maille dont la connaissance est exigible. Cet ensemble d'outils descriptifs sera réinvesti pour étudier d'autres structures cristallines dont la constitution sera alors fournie à l'étudiant.

Aucune connaissance de mode de cristallisation pour une espèce donnée n'est exigible ; le professeur est libre de choisir les exemples de solides pertinents pour présenter les différents types de cristaux et montrer leur adéquation, plus ou moins bonne, avec le modèle utilisé.

En effet, l'objectif principal de l'étude des cristaux métalliques, covalents et ioniques est d'aborder une nouvelle fois la notion de modèle : les allers-retours entre le niveau macroscopique (solides de différentes natures) et la modélisation microscopique (cristal parfait) permettent de montrer les limites du modèle du cristal parfait et de confronter les prédictions faites avec ce modèle aux valeurs expérimentales mesurées sur le solide réel (rayons ioniques, masse volumique). Ce chapitre constitue une occasion de revenir sur les positions relatives des éléments dans la classification périodique, en lien avec la nature des interactions assurant la cohésion des édifices présentés, ainsi que sur les interactions intermoléculaires et la notion de solubilisation pour les solides ioniques et moléculaires.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être, par la suite, valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- relier la position d'un élément dans le tableau périodique et la nature des interactions des entités correspondantes dans un solide ;
- effectuer des liens entre différents champs de connaissance ;
- appréhender la notion de limite d'un modèle.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Modèle du cristal parfait</b>	
<p>Description du cristal parfait ; population, coordinence, compacité, masse volumique.</p> <p>Limites du modèle du cristal parfait.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Décrire un cristal parfait comme un assemblage de mailles parallélépipédiques.</li> <li>• Déterminer la population, la coordinence et la compacité pour une structure fournie.</li> <li>• Déterminer la valeur de la masse volumique d'un matériau cristallisé selon une structure cristalline fournie.</li> <li>• Relier le rayon métallique, covalent, de Van der Waals ou ionique, selon le cas, aux paramètres d'une maille donnée.</li> <li>• <b>Utiliser un logiciel ou des modèles cristallins pour visualiser des mailles et des sites interstitiels et pour déterminer des paramètres géométriques.</b></li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Confronter des données expérimentales aux prévisions du modèle.</li> <li>• <b>Approche documentaire</b> : à partir de documents autour des défauts cristallins, aborder leur nature et leurs conséquences sur les propriétés du matériau.</li> </ul>
<p><b>Métaux et cristaux métalliques</b></p> <p>Description des modèles d'empilement compact de sphères identiques. Maille conventionnelle CFC et ses sites interstitiels.</p> <p>Alliages de substitution et d'insertion.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Localiser les interstices tétraédriques et octaédriques entre les plans d'empilement.</li> <li>• Localiser, dénombrer les sites tétraédriques et octaédriques d'une maille CFC et déterminer leur habitabilité.</li> <li>• Relier les caractéristiques de la liaison métallique (ordre de grandeur énergétique, non directionnalité) aux propriétés macroscopiques des métaux.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Citer des exemples d'alliage et leur intérêt par rapport à des métaux purs.</li> <li>• Prévoir la possibilité de réaliser des alliages de substitution ou d'insertion selon les caractéristiques des atomes mis en jeu.</li> </ul>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>Solides macrocovalents et moléculaires</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifier les liaisons covalentes, les interactions de Van der Waals et les liaisons hydrogène dans un cristal de structure donnée.</li> <li>• Relier les caractéristiques des liaisons covalentes, des interactions de Van der Waals et des liaisons hydrogène (directionnalité ou non, ordre de grandeur des énergies mises en jeu) et les propriétés macroscopiques des solides correspondants.</li> <li>• Comparer les propriétés macroscopiques du diamant et du graphite et interpréter les différences en relation avec les structures microscopiques (structures cristallines fournies).</li> </ul>
<b>Solides ioniques</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relier les caractéristiques de l'interaction ionique dans le cadre du modèle ionique parfait (ordre de grandeur de l'énergie d'interaction, non directionnalité, charge localisée) avec les propriétés macroscopiques des solides ioniques.</li> <li>• Vérifier la tangence anion-cation et la non tangence anion-anion dans une structure cubique de type AB fournie, à partir des valeurs du paramètre de maille et des rayons ioniques.</li> </ul>

## V. Transformations chimiques en solution aqueuse

Les transformations chimiques en solution aqueuse jouent un rôle essentiel en chimie, en biochimie et dans les processus environnementaux.

Un nombre considérable de développements technologiques (générateurs électrochimiques, lutte contre la corrosion, traitement des eaux, méthodes d'analyse...) repose sur des phénomènes d'oxydoréduction en solution aqueuse. L'influence du milieu (pH, présence ou non d'agents complexants, possibilité de formation de composés insolubles...) est primordiale dans la compréhension et la prévision des phénomènes mis en jeu.

L'objectif de cette partie est de présenter les différents types de réactions susceptibles d'intervenir en solution aqueuse, d'en déduire des diagrammes de prédominance ou d'existence d'espèces chimiques, notamment des diagrammes potentiel-pH et potentiel-pL, et de les utiliser comme outil de prévision et d'interprétation des transformations chimiques quel que soit le milieu donné. Les conventions de tracé seront toujours précisées.

S'appuyant sur les notions de couple redox et de piles rencontrées dans le secondaire, l'étude des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse est complétée par l'utilisation de la relation de Nernst (admise en première année) et de la relation entre la constante thermodynamique d'équilibre d'une réaction d'oxydoréduction et les potentiels standard.

Afin de pouvoir étudier l'influence du milieu sur les espèces oxydantes ou réductrices effectivement présentes, les connaissances sur les réactions acido-basiques en solution aqueuse et sur les complexes acquises dans le secondaire sont réinvesties et complétées. Compte tenu des différentes conventions existantes, l'équation de la réaction correspondante est donnée dans chaque cas. Enfin, les phénomènes de précipitation et de dissolution, ainsi que la condition de saturation d'une solution aqueuse sont présentés.

Ces différentes transformations en solution aqueuse sont abordées en montrant bien qu'elles constituent des illustrations de l'évolution des systèmes chimiques introduites au premier semestre, les étudiants étant amenés à déterminer l'état final d'un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique. On montrera qu'il est ainsi possible d'analyser et de simplifier une situation complexe pour parvenir à la décrire rigoureusement et quantitativement, en l'occurrence dans le cas des solutions aqueuses par une réaction prépondérante. Il est cependant important de noter qu'on évite tout calcul inutile de concentration, et que dans ce cadre, aucune formule de calcul de pH n'est exigible.

Enfin, les diagrammes potentiel-pH et éventuellement potentiel-pL sont présentés, puis superposés pour prévoir ou interpréter des transformations chimiques, des phénomènes.

Les choix pédagogiques relatifs au contenu des séances de travail expérimental permettront de contextualiser ces enseignements, et de discuter de la pertinence des modèles de description des transformations en solution aqueuse.

Les dosages par titrage sont étudiés exclusivement en travaux pratiques. L'analyse des conditions choisies ou la réflexion conduisant à une proposition de protocole expérimental pour atteindre un objectif donné constituent des mises en situation des enseignements évoqués précédemment. La compréhension des phénomènes mis en jeu dans les titrages est par ailleurs un outil pour l'écriture de la réaction prépondérante. Ces séances de travail expérimental constituent une nouvelle occasion d'aborder qualité et précision de la mesure.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être par la suite valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Modéliser ou simplifier un problème complexe ;
- Utiliser différents outils graphique, numérique, analytique ;
- Repérer les informations ou paramètres importants pour la résolution d'un problème.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>Réactions d'oxydo-réduction</b> Nombres d'oxydation.</p> <p>Exemples usuels d'oxydants et de réducteurs : nom, nature et formule des ions, permanganate, dichromate, hypochlorite, thiosulfate, du peroxyde d'hydrogène.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifier l'oxydant et le réducteur d'un couple.</li> <li>• Prévoir le nombre d'oxydation extrême d'un élément à partir de sa position dans le tableau périodique.</li> <li>• Représenter une pile et décrire son fonctionnement à partir de la mesure de la tension à vide ou des potentiels d'électrodes.</li> <li>• Construire des diagrammes de prédominance ou d'existence pour les différents couples d'oxydo-réduction.</li> </ul>



Notions et contenus	Capacités exigibles
<p>Piles et électrodes. Potentiel d'électrode, formule de Nernst, électrodes de référence</p> <p>Réactions d'oxydoréduction : aspect thermodynamique, dismutation et médiamentation</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</li> <li>• Prévoir qualitativement ou quantitativement le caractère thermodynamiquement favorisé ou défavorisé d'une réaction d'oxydo-réduction.</li> <li>• <b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu des réactions d'oxydo-réduction.</b></li> </ul>
<p><b>Réactions acide-base et de complexation</b></p> <p>Réactions acide-base : constante d'acidité, Diagrammes de prédominance en fonction de pH Exemples usuels d'acides et bases : nom, formule et nature – faible ou forte – des acides sulfurique, nitrique, chlorhydrique, phosphorique, acétique, de la soude, la potasse, l'ion hydrogénocarbonate, l'ammoniac.</p> <p>Réaction de complexation, constante de formation ou de dissociation, Complexes : définition Domaines de prédominance en fonction de pL.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconnaître si une réaction chimique donnée est une réaction d'oxydoréduction, acido-basique ou de complexation.</li> <li>• Construire des diagrammes de prédominance pour différents couples acide-base et pour des complexes successifs.</li> <li>• Extraire de ressources disponibles les données thermodynamiques pertinentes pour prévoir qualitativement l'état final d'un système en solution aqueuse ou interpréter des observations expérimentales.</li> <li>• Déterminer des constantes thermodynamiques par lecture de courbes de distribution (et réciproquement).</li> <li>• Déterminer la valeur de la constante thermodynamique pour une équation, combinaison linéaire d'équations dont les constantes thermodynamiques sont connues.</li> <li>• Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</li> <li>• Déterminer la composition chimique du système chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre et de transformation totale, pour une transformation chimique modélisée par une réaction unique.</li> </ul>

Notions et contenus	Capacités exigibles
<p><b>Réaction de précipitation</b>            Réaction de précipitation : constante de solubilité <math>K_s</math>.</p> <p>Solubilité et condition de précipitation.</p> <p>Domaine d'existence.</p> <p>Facteur influençant la précipitation.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparer <math>Q_r</math> et <math>K_s</math> ; en déduire si la solution est saturée ou non.</li> <li>• Construire les diagrammes d'existence</li> <li>• Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</li> <li>• Déterminer la composition chimique du système chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre et de transformation totale, pour une transformation chimique modélisée par une réaction unique. En déduire la solubilité d'un sel peu soluble dans différents milieux.</li> <li>• <b>Proposer ou mettre en œuvre un protocole expérimental permettant de précipiter un ion donné ou de (re)dissoudre un précipité.</b></li> </ul>
<p>Traitement des effluents dans une usine chimique.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Approche documentaire</b> : à partir de documents décrivant le traitement des effluents d'une usine chimique, dégager les principales problématiques mises en jeu (nature des capteurs, valeurs limites pour des espèces polluantes...).</li> </ul>
<p><b>Diagrammes potentiel-pH et potentiel-pL</b></p> <p>Principe de construction d'un diagramme potentiel-pH simple</p> <p>Lecture et utilisation des diagrammes potentiel-pH et potentiel-pL</p> <p>Limite thermodynamique du domaine d'inertie électrochimique de l'eau</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Attribuer les différents domaines d'un diagramme fourni à des espèces données.</li> <li>• Retrouver la valeur de la pente d'une frontière dans un diagramme potentiel-pH ou potentiel-pL.</li> <li>• Justifier la position d'une frontière verticale.</li> <li>• Prévoir le caractère thermodynamiquement favorisé ou non d'une transformation par superposition de diagrammes ;</li> <li>• Discuter de la stabilité des espèces chimiques dans l'eau.</li> <li>• Confronter les prévisions à des données expérimentales et interpréter d'éventuels écarts en termes cinétique.</li> <li>• <b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale s'appuyant sur l'utilisation d'un diagramme potentiel-pH</b></li> </ul>

## VI. Réactivité et synthèse en chimie organique

L'objectif de cette partie est d'apporter des compléments à l'ensemble des connaissances et compétences acquises en chimie organique au cycle terminal de la filière STL, pour d'une part faire comprendre les enjeux et la logique de la synthèse organique, et d'autre part décrire, analyser et modéliser les transformations organiques à l'échelle microscopique.

Les monohalogénoalcanes sont choisis comme exemple de substrats pouvant subir des substitutions nucléophiles et des  $\beta$ -éliminations. Ils conduisent aussi à la formation

d'organométalliques, premier exemple de composés présentant un atome de carbone nucléophile et pouvant donner lieu à des additions nucléophiles sur des composés possédant une double liaison C=O. Les notions sont ainsi présentées sur des exemples donnés, mais dans le but d'une maîtrise permettant un réinvestissement sur des situations analogues. Ainsi, une présentation par mécanismes ou de type fonctionnelle peut être envisagée, au libre choix de l'enseignant.

Néanmoins, il s'agit de privilégier une approche mécanistique pour faire comprendre et maîtriser les raisonnements plutôt que pour empiler les connaissances.

La maîtrise des techniques courantes en chimie organique est renforcée par les séances de travaux pratiques choisies de manière à construire, en deux ans, une acquisition effective de l'ensemble des compétences expérimentales attendues.

À travers les contenus et les capacités exigibles, sont développées des compétences qui pourront être par la suite valorisées, consolidées ou réinvesties, parmi lesquelles :

- Concilier l'application courante de principes généraux et leur adaptation à des cas spécifiques ou complexes ;
- Identifier, dans une entité chimique complexe, la partie utile au raisonnement ;
- Elaborer une stratégie d'adaptation pour résoudre un problème ;
- Pratiquer un raisonnement qualitatif argumenté pour expliquer un schéma de synthèse ;
- Analyser des problèmes de complexité croissante.

Notions et contenus	Capacités attendues
<p><b>Réactivité et synthèse en chimie organique</b> Nucléophile, électrophile. Nucléofuge. Acidité et de basicité (de Brønsted) des composés organiques. Réactivité des dérivés halogénés, alcools, amines, alcènes et organomagnésiens mixtes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifier un site nucléophile, électrophile dans une entité chimique.</li> <li>• Classer des nucléophiles et des électrophiles par réactivité croissante.</li> <li>• Comparer la force des acides et des bases organiques.</li> <li>• Comparer l'électrophilie de deux sites en étudiant les nucléofuges.</li> </ul>
<p>Différents types de réactions rencontrés en chimie organiques : substitution nucléophile, élimination, addition nucléophile, addition électrophile.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconnaître dans une équation de réaction ou dans l'étape d'un mécanisme réactionnel, le type de réaction mis en oeuvre.</li> <li>• <b>Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant de réaliser une transformation simple en chimie organique.</b></li> </ul>
<p><b>Mécanismes de substitution nucléophile.</b> Mécanismes limites de substitution nucléophile bimoléculaire <math>S_N2</math> et monomoléculaire <math>S_N1</math> : propriétés cinétiques et stéréochimiques. Illustration sur l'exemple des RX, de la synthèse d'éthers par la méthode Williamson, l'action de HX sur les alcools, l'alkylation des amines, réaction de Wurtz des RMgX.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Écrire un mécanisme à l'aide du formalisme des flèches courbes représentant le déplacement des doublets électroniques.</li> <li>• À partir de résultats expérimentaux (cinétiques, stéréochimiques) ou l'analyse de facteurs structuraux des substrats, établir les mécanismes limites des réactions de substitution nucléophile et d'élimination en les adaptant aux substrats considérés.</li> </ul>

Notions et contenus	Capacités attendues
<p><b>Mécanismes de <math>\beta</math>-élimination.</b> Mécanismes limites de <math>\beta</math>-élimination bimoléculaire <math>E_2</math> et monomoléculaire <math>E_1</math> : propriétés cinétiques et stéréochimiques, régiosélectivité ; Illustration sur RX (<math>E_2</math>), déshydratation des alcools (<math>E_1</math>).</p> <p>Mécanisme de <math>\beta</math>-élimination <math>E_{1cb}</math>. Illustration sur la réaction de crotonisation.</p> <p>Compétition substitution-élimination. Illustration sur les alcools.</p> <p>Contrôle cinétique-contrôle thermodynamique. Présentation du postulat de Hammond.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prévoir ou analyser la régiosélectivité, la stéréosélectivité et la stéréospécificité éventuelles d'une transformation simple en chimie organique en utilisant un vocabulaire précis et rigoureux.</li> <li>• Tracer, commenter et utiliser un diagramme énergétique à l'échelle microscopique.</li> <li>• Reconnaître les conditions d'utilisation du postulat de Hammond et prévoir l'obtention des produits lorsque deux transformations sont en compétition.</li> </ul>
<p><b>Mécanisme d'addition électrophile.</b> Addition électrophile sur les alcènes : action de <math>X_2</math>, HX, <math>H_2O</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Écrire un mécanisme à l'aide du formalisme des flèches courbes représentant le déplacement des doublets électroniques.</li> <li>• Prévoir ou analyser la régiosélectivité, la stéréosélectivité et la stéréospécificité éventuelles d'une transformation simple en chimie organique en utilisant un vocabulaire précis et rigoureux.</li> </ul>
<p><b>Mécanisme d'addition nucléophile.</b> Action des organomagnésiens mixtes sur aldéhydes, cétones et dioxyde de carbone, dérivés d'acide hors nitriles.</p> <p>Intérêt des organométalliques dans la construction d'une chaîne carboné.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Écrire un mécanisme à l'aide du formalisme des flèches courbes représentant le déplacement des doublets électroniques.</li> <li>• Déterminer le produit formé dans une synthèse magnésienne et vice et versa déterminer les réactifs nécessaires à la synthèse magnésienne d'une entité donné.</li> <li>• <b>Décrire et mettre en œuvre un protocole de préparation d'un organomagnésien mixte</b></li> <li>• <b>Mettre en œuvre un protocole de synthèse magnésienne et en justifier les étapes et conditions expérimentales, y compris l'hydrolyse terminale.</b></li> </ul>
<p><b>Stratégie de synthèse</b></p> <p>Approche élémentaire de la stratégie de synthèse : analyse rétrosynthétique.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Concevoir une stratégie de synthèse pour une molécule simple.</li> <li>• <b>Analyser et justifier les choix expérimentaux dans une synthèse organique.</b></li> </ul>

## Appendice 1 : liste de matériel

Cette liste regroupe le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec, le cas échéant, l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou numérique. Une utilisation de matériel hors de cette liste lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue, mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

- Verrerie classique de chimie analytique : burettes, pipettes jaugées et graduées, fioles jaugées, erlenmeyers, bechers, etc.
- Verrerie classique de chimie organique, rodée ou non rodée : ballons, ampoule de coulée (isobare ou non), réfrigérant à eau, matériel de distillation simple, d'hydrodistillation, dispositifs de chauffage ou de refroidissement (bain-marie, bain froid, chauffe-ballon, agitateur magnétique chauffant, etc.), dispositifs d'agitation, séparateur de Dean-Stark, ampoule à décanter, matériel de filtration sous pression ordinaire et sous pression réduite.
- Évaporateur rotatif
- Matériel de chromatographie sur couche mince
- Lampe UV
- Banc de Kofler
- Réfractomètre
- Résines échangeuses d'ions
  
- Spectrophotomètre UV-visible
- pH-mètre et sondes de mesure
- Millivoltmètre et électrodes
- Conductimètre et sonde de mesure
- Polarimètre
- Sonde thermométrique
- Balance de précision

## Appendice 2 : Outils mathématiques

L'utilisation d'outils mathématiques est indispensable en physique comme en chimie.

La capacité à mettre en œuvre de manière autonome certains de ces outils mathématiques dans le cadre des activités relevant de la physique et de la chimie fait partie des compétences exigibles à la fin de la première année de TPC. Le tableau ci-dessous explicite ces outils ainsi que le niveau de maîtrise attendu en fin de première année ; il sera complété dans le programme de seconde année. Les outils figurant dans le tableau n'ont pas tous vocation à être mis en œuvre en chimie.

Cependant les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils numériques (calculatrices, logiciels de calcul numérique ou formel).

Outils mathématiques	Capacités exigibles
<b>1. Équations algébriques</b>	
Systèmes linéaires de $n$ équations à $p$ inconnues.	Identifier les variables (inconnues) nécessaires à la modélisation du problème sous forme d'un système d'équations linéaires. Donner l'expression formelle des solutions dans le seul cas $n = p = 2$ . Utiliser des outils numériques ou de calcul formel dans les autres cas.

Équations non linéaires.	Représenter graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$ . Interpréter graphiquement la ou les solutions.- Dans le cas général, résoudre à l'aide d'un outil numérique ou de calcul formel.
--------------------------	---

<b>2. Équations différentielles</b>	
Équations différentielles linéaires à coefficients constants.	Identifier l'ordre. Mettre l'équation sous forme canonique.
Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants : $y' + ay = f(x)$ .	Trouver la solution générale de l'équation sans second membre (équation homogène). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \cos(\omega x + \phi)$ (en utilisant la notation complexe).
Équations différentielles linéaires du deuxième ordre à coefficients constants : $y'' + ay' + by = f(x)$ .	Utiliser l'équation caractéristique pour trouver la solution générale de l'équation sans second membre. Prévoir le caractère borné ou non de ses solutions (critère de stabilité). Trouver l'expression des solutions lorsque $f(x)$ est constante ou de la forme $A \cdot \exp(\lambda x)$ avec $\lambda$ complexe. Trouver la solution de l'équation complète correspondant à des conditions initiales données. Représenter graphiquement cette solution.
Autres équations différentielles d'ordre 1 ou 2.	Intégrer numériquement avec un outil fourni. Obtenir une intégrale première d'une équation de Newton $x'' = f(x)$ et l'exploiter graphiquement. Séparer les variables d'une équation du premier ordre à variables séparables. Faire le lien entre les conditions initiales et le graphe de la solution correspondante.

<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles.	Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, puissance réelle ( $x \rightarrow x^a$ ), Cosinus hyperbolique et sinus hyperbolique (ces fonctions hyperboliques, non traitées dans le cours de mathématiques, sont introduites par le professeur de physique).
Dérivée. Notation $dx/dt$ .  Développements limités.	Utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement.  Connaître et utiliser les développements limités à l'ordre 1 des fonctions $(1+x)^a$ , $e^x$ et $\ln(1+x)$ , et à l'ordre 2 des fonctions $\cos(x)$ et $\sin(x)$ .
Primitive et intégrale.	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales, en lien avec la méthode des rectangles en mathématiques.

Valeur moyenne.	Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions $\cos$ , $\sin$ , $\cos^2$ et $\sin^2$ .
Représentation graphique d'une fonction.	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation $y = f(x)$ donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum local. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance à une droite en échelle log-log.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni par un formulaire (cette capacité est développée par le professeur de physique, la notion de série de Fourier n'étant pas abordée dans le cours de mathématiques).

<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et système de coordonnées.	Exprimer les coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormée d'un espace de dimension inférieure ou égale à 3. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.
Projection d'un vecteur et produit scalaire.	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.
Produit vectoriel.	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres.  Ces capacités sont développées par le professeur de physique, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Transformations géométriques.	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations de l'espace. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace. Ces capacités sont développées par le professeur de physique ou de chimie, sachant que les notions sous-jacentes ne sont pas abordées en mathématiques.
Courbes planes.	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite, d'un cercle, d'une ellipse, d'une branche d'hyperbole, d'une parabole (concernant les coniques, cette capacité est développée par le professeur de physique, l'étude des coniques n'étant pas traitée en mathématiques).

Courbes planes paramétrées.	<p>Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation <math>r = f(\theta)</math>.</p> <p>Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur.</p> <p>Identifier une ellipse à l'aide de sa représentation paramétrique (<math>x = a \cdot \cos(\omega t)</math>, <math>y = b \cdot \cos(\omega t - \varphi)</math>) et la tracer dans les cas particuliers <math>\varphi = 0</math>, <math>\varphi = \pi/2</math> et <math>\varphi = \pi</math>.</p>
Longueurs, aires et volumes classiques.	Connaître les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points.	<p>Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène.</p> <p>(cette capacité sera développée par le professeur de physique, l'étude du barycentre n'étant pas traitée en mathématiques).</p>

<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté.	Définir une convention d'orientation des angles d'un plan (euclidien) et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles d'un plan perpendiculaire à cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	<p>Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire: relation <math>\cos^2 x + \sin^2 x = 1</math>, relations entre fonctions trigonométriques et toutes relations du type <math>\cos(\pi \pm x)</math> et <math>\cos\left(\frac{\pi}{2} \pm x\right)</math>, parités, périodicité, valeurs des fonctions pour les angles usuels.</p> <p>Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.</p>
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.



## Programmes de la classe préparatoire scientifique Technologie et sciences industrielles (TSI)

NOR : ESRS1306094A

arrêté du 25-3-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

---

Vu le code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 3-7-1995 ; arrêté du 10-6-2003 ; arrêté du 30-7-2004 ; arrêté du 4-7-2005 ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 25-2-2013

---

Article 1 - Le programme de mathématiques de première année de la classe préparatoire scientifique Technologie et sciences industrielles (TSI), figurant à l'annexe 4 de l'arrêté du 10 juin 2003 susvisé, est remplacé par celui figurant à l'annexe 1 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes de physique et de chimie de première année de la classe préparatoire scientifique Technologie et sciences industrielles (TSI), annexés à l'arrêté du 30 juillet 2004 susvisé, sont remplacés par ceux figurant à l'annexe 2 du présent arrêté.

Article 3 - Les programmes de sciences industrielles de l'ingénieur de première et seconde années de la classe préparatoire scientifique Technologie et sciences industrielles (TSI), annexés à l'arrêté du 4 juillet 2005 susvisé, sont remplacés par ceux figurant à l'annexe 3 du présent arrêté.

Article 4 - Les programmes de première année du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013, et celui relatif à la seconde année à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 5 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 25 mars 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,  
Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

### Annexes

↳ Programmes



# Annexe 1

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Technologie et sciences industrielles (TSI)**

Discipline : **Mathématiques**

**Première année**

# Classe préparatoire TSI première année

## Programme de mathématiques

### Table des matières

<b>Objectifs de formation</b>	<b>2</b>
Compétences développées . . . . .	2
Description et prise en compte des compétences . . . . .	2
Unité de la formation scientifique . . . . .	3
Architecture et contenu du programme . . . . .	4
Organisation du texte . . . . .	4
Usage de la liberté pédagogique . . . . .	5
<b>PROGRAMME</b>	<b>6</b>
<b>Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement</b>	<b>6</b>
<b>Premier semestre</b>	<b>8</b>
Pratique calculatoire . . . . .	8
Nombres complexes . . . . .	10
Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles . . . . .	11
Géométrie élémentaire du plan . . . . .	13
Géométrie élémentaire de l'espace . . . . .	14
Équations différentielles linéaires . . . . .	16
Dénombrement . . . . .	17
Systèmes linéaires . . . . .	18
<b>Deuxième semestre</b>	<b>21</b>
Nombres réels et suites numériques . . . . .	21
Limites, continuité et dérivabilité . . . . .	23
A - Limites et continuité . . . . .	23
B - Dérivabilité . . . . .	24
Intégration sur un segment . . . . .	26
Développements limités . . . . .	27
Polynômes . . . . .	28
Calcul matriciel . . . . .	30
Espaces vectoriels et applications linéaires . . . . .	31
A - Espaces vectoriels . . . . .	31
B - Espaces vectoriels de dimension finie . . . . .	32
C - Applications linéaires et représentations matricielles . . . . .	33
Probabilités sur un univers fini . . . . .	35
Variables aléatoires réelles sur un univers fini . . . . .	36
<b>Appendice aux programmes de physique-chimie et de sciences industrielles de l'ingénieur</b>	
« Outils mathématiques »	37

## Objectifs de formation

Le programme de mathématiques de TSI s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.

Le programme du premier semestre est conçu de façon à viser trois objectifs majeurs :

- assurer la progressivité du passage aux études supérieures, en tenant compte des nouveaux programmes du cycle terminal, dont il consolide et élargit les acquis en prenant appui sur divers chapitres des classes de Terminales STI2D et STL : notations et raisonnement mathématiques, nombres complexes, géométrie dans le plan et dans l'espace, fonctions usuelles, équations différentielles ;
- consolider la formation des étudiants dans les domaines de la logique, du raisonnement et des techniques de calcul, qui sont des outils indispensables tant aux mathématiques qu'aux autres disciplines scientifiques ;
- présenter des notions nouvelles riches, de manière à susciter l'intérêt des étudiants.

## Compétences développées

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.

Dans ce cadre, la formation mathématique vise le développement des compétences générales suivantes :

- **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;
- **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
- **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
- **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
- **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main où à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
- **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

## Description et prise en compte des compétences

### S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies

Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.

Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

### Modéliser

Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques, permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences industrielles de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie ou des probabilités. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles de l'ingénieur, mathématiques et informatique).

## **Représenter**

Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique ; un problème de probabilités peut recourir à un arbre, un tableau, des ensembles. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

## **Raisonner, argumenter**

La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

## **Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique**

Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.

Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

## **Communiquer à l'écrit et à l'oral**

La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

## **Unité de la formation scientifique**

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et les sciences industrielles de l'ingénieur ; les probabilités permettent d'illustrer certains résultats d'analyse et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.

C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques, chimiques ou industriels (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques...).

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions, notamment dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

**Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires** afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

– prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;

- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il pourra s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un problème spécifique et la construction, pour le résoudre, d'outils conceptuels qui, pris ensuite par les mathématiciens comme objets d'étude, ont pu ultérieurement servir au traitement d'autres classes de problèmes.

## Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.

Il a été conçu pour s'adapter aux intentions de la réforme des séries STI2D et STL. Les étudiants de cette série ont désormais pour vocation d'entrer dans un cycle long de formation supérieure : le programme de mathématiques se doit d'être d'une ambition réaliste.

Les grands équilibres du programme n'ont pas été modifiés. C'est ainsi que les deux grands axes « Analyse et géométrie » et « Algèbre et géométrie » demeurent présents. S'y ajoute une introduction limitée d'un enseignement de probabilités visant à consolider les notions figurant dans le programme des Terminales STI2D et STL et à préparer celles qui seront ultérieurement introduites dans les grandes écoles. Les probabilités permettent de développer des aptitudes au raisonnement et à la modélisation, d'établir des ponts avec les autres disciplines, et d'enrichir les thèmes susceptibles d'être abordés lors du TIPE.

En cohérence avec l'introduction d'un enseignement d'algorithmique au lycée, le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants. Ceux-ci doivent également savoir utiliser les fonctionnalités graphiques des calculatrices et des logiciels.

La géométrie, en tant qu'outil de modélisation et de représentation, est intégrée à l'ensemble du programme, qui préconise le recours à des figures pour aborder l'algèbre linéaire et les fonctions de variable réelle. En introduction à l'algèbre linéaire, le chapitre sur les systèmes linéaires permet de rappeler les propriétés élémentaires relatives aux droites du plan, aux droites et plans de l'espace, donnant du sens au volet affine de l'algèbre linéaire et s'appuyant sur les acquis du lycée.

Le choix a été fait d'introduire assez tôt dans l'année un module substantiel visant à consolider ou à introduire des pratiques de calcul (dérivation des fonctions, calcul de primitives, résolution de certains types d'équations différentielles) avant d'introduire les théories sous-jacentes, afin d'en faciliter l'assimilation.

Ces aménagements devraient permettre de constituer un programme cohérent autour de quelques notions essentielles, en dégageant les idées majeures et leur portée, en fournissant des outils puissants et efficaces, en évitant toute technicité gratuite, et en écartant les notions qui ne pourraient être traitées que de façon superficielle.

Le volume global du programme a été conçu pour libérer des temps dédiés à une mise en activité effective des étudiants. Cela doit être notamment la règle lors des séances de travaux dirigés et de travaux pratiques d'informatique.

## Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement que des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours. À l'intérieur de chaque semestre, le professeur conduit en toute liberté, dans le respect de la cohérence de la formation globale, l'organisation de son enseignement et le choix de ses méthodes. En particulier, la chronologie retenue dans la présentation des différents chapitres du programme **ne doit pas être interprétée comme un modèle de progression** : afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, il convient d'en aborder l'enseignement **en coordination avec les disciplines scientifiques et technologiques**.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés avec le symbole  $\Leftrightarrow$  PC pour les liens avec la physique et la chimie,  $\Leftrightarrow$  SI pour les liens avec les sciences industrielles de l'ingénieur et  $\Leftrightarrow$  I pour les liens avec l'informatique. Le programme fait aussi des références à l'appendice « Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur ».

## Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes de résolution favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

# PROGRAMME

## Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement

Ce chapitre regroupe les différents points de vocabulaire, notations et raisonnements nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'une démonstration mathématique. Ces notions sont introduites de manière progressive et trouvent naturellement leur place dans les autres chapitres, en vue d'être acquises en fin de premier semestre. Toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est hors programme. Plusieurs groupes classiques étant rencontrés dans le cadre du programme, la terminologie associée peut être utilisée mais aucune connaissance théorique n'est exigible.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Rudiments de logique

Quantificateurs.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant les quantificateurs.

Formuler une négation.

Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.

Connecteurs logiques : disjonction (ou), conjonction (et), implication, équivalence.

Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant des connecteurs. Formuler une négation.

$\Leftrightarrow$  SI, I

Ce chapitre est naturellement relié au chapitre de logique en sciences industrielles de l'ingénieur.

#### b) Ensembles

Cette partie trouvera, entre autres, des applications dans le chapitre sur le dénombrement. On se limite à une approche naïve. Aucun développement n'est fait sur la théorie des ensembles.

Appartenance, inclusion.

Démontrer une égalité, une inclusion de deux ensembles.

Sous-ensemble (ou partie) de  $E$ . Ensemble vide.

Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, complémentaire.

Maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes.

Notations  $\mathbb{C}_E A$ ,  $\bar{A}$ ,  $E \setminus A$ .

$\Leftrightarrow$  I

Produit cartésien de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles.

Un élément de  $E^p$  est appelé  $p$ -liste ou  $p$ -uplet d'éléments de  $E$ .

Ensemble des parties d'un ensemble.

#### c) Propriétés de $\mathbb{N}$ et raisonnement par récurrence

L'objectif principal de cette partie est la maîtrise du principe de récurrence.

Propriétés de l'ensemble  $\mathbb{N}$ .

Les propriétés de l'addition, de la multiplication et de la relation d'ordre dans  $\mathbb{N}$  sont supposées connues. Toute construction et toute axiomatique de  $\mathbb{N}$  sont hors programme.

Définition du plus grand élément, du plus petit élément. Toute partie non vide de  $\mathbb{N}$  a un plus petit élément. Application au principe de récurrence.

Mener un raisonnement par récurrence simple ou avec prédécesseurs.

$\Leftrightarrow$  I

Toute partie majorée non vide de  $\mathbb{N}$  a un plus grand élément.



**d) Autres méthodes de raisonnement**

Raisonnement par contraposition.	Écrire la contraposée d'une assertion.
Raisonnement par l'absurde.	Mener un raisonnement par l'absurde.
Principe d'analyse/synthèse.	Distinguer condition nécessaire et condition suffisante. L'objectif est de donner une méthode de résolution détaillée pour les exemples du programme nécessitant ce type de raisonnement. On se limite à des exemples simples. Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et de condition suffisante.

**e) Applications**

Application (ou fonction) d'un ensemble $E$ dans un ensemble $F$ . Graphe d'une application.	Manipuler le langage élémentaire des applications. Faire le lien avec la notion de graphe. Le point de vue est intuitif : une application de $E$ dans $F$ associe à tout élément de $E$ un unique élément de $F$ . Toute formalisation est hors programme.
Restrictions. Image directe, image réciproque.	Notation $f _I$ . On évitera tout développement technique sur la notion d'image réciproque introduite principalement en vue des probabilités. Notation $f^{-1}(B)$ . Cette notation pouvant prêter à confusion, on peut provisoirement en utiliser une autre.
Composition.	Reconnaître une fonction composée.
Injection, surjection, bijection, réciproque d'une bijection. Application identité.	Résoudre des équations.

# Premier semestre

## Pratique calculatoire

Prenant appui sur les acquis de la classe de Terminale, ce chapitre a pour but de mettre en œuvre des techniques de calcul indispensables en mathématiques et dans les autres disciplines scientifiques. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul intégral et différentiel sont différées à des chapitres ultérieurs. Le point de vue adopté ici est principalement pratique. Le professeur organise ce chapitre de la façon qui lui semble la plus appropriée, en tenant compte des acquis des étudiants et des besoins des autres disciplines. Il est nécessaire d'insister sur ces notions tôt dans l'année afin de faciliter le reste de l'apprentissage.

Les objectifs de formation sont les suivants :

- une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités ;
- l'introduction de fonctions pour établir des inégalités ;
- la manipulation des fonctions classiques ;
- le calcul de limites, de dérivées et de primitives ;
- l'utilisation des notations techniques fondamentales du calcul algébrique.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Inégalités dans $\mathbb{R}$

Inégalités larges, inégalités strictes, intervalles de  $\mathbb{R}$ .  
Compatibilité avec les opérations.

Dresser un tableau de signe.  
Résoudre des inéquations.  
Interpréter graphiquement une inéquation du type  $f(x) \leq \lambda$ .  
L'objectif est une maîtrise de la manipulation élémentaire des inégalités.

Valeur absolue, inégalité triangulaire.

Interpréter sur la droite réelle des inégalités du type  $|x - a| \leq b$ .

Majoration, minoration et encadrement de sommes, de produits et de quotients.

#### b) Équations, inéquations polynomiales et trigonométriques

Équation du second degré.

Déterminer le signe d'un trinôme.

Factorisation d'un polynôme dont une racine est connue.

Factoriser un polynôme de degré inférieur ou égal à 3 dont une racine est connue.

Cercle trigonométrique, valeurs usuelles, formules exigibles :

Il s'agit de consolider les acquis de la classe de Terminale. Utiliser le cercle trigonométrique pour résoudre des équations et inéquations trigonométriques.

$$\cos(a + b), \sin(a + b), \cos(2x), \sin(2x)$$

Exprimer  $\cos(a - b)$ ,  $\sin(a - b)$ .

Factoriser des expressions du type  $\cos(p) + \cos(q)$ .

Déterminer l'ensemble de définition de fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles.

#### c) Calcul de limites en un point ou à l'infini

Aucune étude théorique de la limite n'est abordée à ce stade. On s'appuiera sur les connaissances des limites acquises au lycée.

Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'un inverse.

Exemples de formes indéterminées :

$$\infty - \infty, \quad 0 \times \infty, \quad 1^\infty, \quad \frac{0}{0}, \quad \frac{\infty}{\infty}.$$

Croissances comparées.

Limite d'une fonction composée.

Lever, sur des exemples simples, certaines formes indéterminées à l'aide de limites de taux d'accroissement, à savoir :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(x) - 1}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2}.$$

On s'appuie sur l'étude de la dérivée faite au lycée. Calculer une limite par encadrement ou par comparaison.

**d) Calcul de dérivées et de primitives**

Dérivées des fonctions usuelles :  $x \mapsto x^n$  avec  $n \in \mathbb{Z}$ , exp, ln, cos, sin.

Opérations : somme, produit, quotient.

Dérivation de  $t \mapsto \exp(\varphi(t))$  avec  $\varphi$  à valeurs dans  $\mathbb{C}$ .

Primitive sur un intervalle.

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées dans des cas simples.

Aucune étude théorique de la dérivation n'est abordée à ce stade.

Dériver une fonction composée.

Reconnaître des expressions du type  $\frac{u'}{u}$ ,  $u' u^n$  avec  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\frac{u'}{u^n}$ ,  $u' \cdot (v' \circ u)$  où  $v$  est une fonction dérivable afin d'en calculer les primitives.

**e) Sommes et produits**

Notations et règles de calcul.

Factorielle, coefficients binomiaux.

Triangle de Pascal, formule de binôme de Newton.

Factorisation de  $a^n - b^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Exemple de calcul de sommes :

$$\sum_{k=0}^n k \quad \sum_{k=0}^n q^k.$$

Effectuer un changement d'indice.

Sommes et produits télescopiques.

L'objectif est de faire acquérir aux étudiants une aisance dans la manipulation des symboles  $\sum$  et  $\prod$  sur des exemples de difficulté raisonnable.

Notations  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$  lue «  $k$  parmi  $n$  ». Aucun lien avec le dénombrement n'est attendu à ce stade.

Développer  $(a \pm b)^n$ .

## Nombres complexes

L'objectif est de consolider et d'approfondir les acquis du cycle terminal. Le programme combine plusieurs aspects :

- équations algébriques (équations du second degré, racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe) ;
- interprétation géométrique des nombres complexes ;
- exponentielle complexe et applications à la trigonométrie.

Il est recommandé d'illustrer le cours de nombreuses figures et de relier ce chapitre aux besoins des disciplines scientifiques et technologiques.

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) L'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes

La construction de  $\mathbb{C}$  n'est pas exigible.

Parties réelle et imaginaire, forme algébrique.  
Opérations sur les nombres complexes.  
Conjugaison : définition, compatibilité avec les opérations.

Le plan étant muni d'un repère orthonormal, affixe d'un point, d'un vecteur et image d'un nombre complexe.  
Module d'un nombre complexe. Relation  $|z|^2 = z\bar{z}$ . Module d'un produit et d'un quotient. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.

Notations  $\operatorname{Re}(z)$ ,  $\operatorname{Im}(z)$ .

Interpréter géométriquement le conjugué d'un nombre complexe.

Notation  $\bar{z}$ .

On identifie  $\mathbb{C}$  au plan usuel muni d'un repère orthonormal direct.

Interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe.

Interpréter géométriquement  $|z - a|$  avec  $a, z \in \mathbb{C}$ .

#### b) Ensemble $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1

Définition de  $e^{i\theta}$  où  $\theta \in \mathbb{R}$ , formules d'Euler. Description des éléments de  $\mathbb{U}$ .

Relation  $e^{ia}e^{ib} = e^{i(a+b)}$ . Formule de Moivre.

Factoriser  $1 \pm e^{i\theta}$ .

Linéariser et factoriser des expressions trigonométriques.

Retrouver les expressions de  $\cos(nt)$  et  $\sin(nt)$  en fonction de  $\cos(t)$  et  $\sin(t)$  pour de petites valeurs de  $n$ .

Il s'agit de consolider une pratique du calcul, en évitant tout excès de technicité.

#### c) Arguments d'un nombre complexe non nul

Arguments d'un nombre complexe non nul. Coordonnées polaires.

Écrire un nombre complexe non nul sous la forme  $z = \rho e^{i\theta}$  où  $\rho > 0$  et  $\theta \in \mathbb{R}$  (forme trigonométrique).

Interpréter géométriquement un argument d'un nombre complexe.

Transformer  $a \cos(t) + b \sin(t)$  en  $A \cos(t - \varphi)$ .

$\Leftrightarrow$  PC et SI. Amplitude et phase.

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §5.

Arguments d'un produit, d'un quotient.

#### d) Exponentielle complexe

Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe :  $e^z = e^x e^{iy}$  où  $z = x + iy$  et  $x, y \in \mathbb{R}$ .

Résoudre une équation du type

$$e^z = e^{z'}$$

Notations  $\exp(z)$ ,  $e^z$ .

Relation  $e^{z+z'} = e^z e^{z'}$ .

**e) Équation du second degré dans  $\mathbb{C}$** 

Racines carrées d'un nombre complexe.	Déterminer les racines carrées d'un nombre complexe sous forme algébrique ou trigonométrique.
Équation du second degré dans $\mathbb{C}$ .	Résoudre une équation du second degré dans $\mathbb{C}$ .

**f) Racines  $n$ -ièmes**

Racines de l'unité : définition, description, propriétés.	Représenter géométriquement les racines de l'unité. Notation $\cup_n$ .
Description des racines $n$ -ième d'un nombre complexe.	Résoudre l'équation $z^n = \lambda$ .

**Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles**

Dans le prolongement du cycle terminal du lycée, on consolide dans ce chapitre les méthodes d'étude et de représentation des fonctions réelles d'une variable réelle. Le champ des fonctions mobilisables est étendu : aux fonctions exponentielle et logarithme népérien et aux fonctions trigonométriques, étudiées en Terminale, on ajoute les fonctions puissances et les fonctions trigonométriques réciproques. Ce chapitre est naturellement à relier aux disciplines scientifiques et technologiques.

**a) Généralités sur les fonctions d'une variable réelle à valeurs dans  $\mathbb{R}$** 

Représentation graphique d'une fonction.	Représenter graphiquement une fonction donnée par son expression. Représenter graphiquement $x \mapsto f(x) + a$ , $x \mapsto f(x \pm a)$ , $x \mapsto f(ax)$ et $x \mapsto af(x)$ à partir du graphe de $f$ . $\Leftrightarrow$ PC SI : choix de l'origine des temps pour l'étude d'un signal.
Fonctions paires, impaires, périodiques.	Interpréter géométriquement ces propriétés.
Somme, produit, composée. Monotonie. Fonctions majorées, minorées, bornées.	Interpréter géométriquement ces propriétés. Une fonction $f$ est bornée si et seulement si $ f $ est majorée.
Extremum, extremum local.	

**b) Dérivation**

Équation de la tangente en un point.	Interpréter géométriquement la dérivée d'une fonction en un point.
Application à l'étude des variations d'une fonction.	Dresser le tableau de variation d'une fonction. À ce stade, un tableau de variation clairement présenté, accompagné de la détermination du signe de la dérivée et des valeurs ou limites aux bornes, vaut justification de bijectivité.

Fonction réciproque.

Tracer le graphe d'une fonction réciproque.  
Calculer la dérivée d'une fonction réciproque.  
La dérivée de la réciproque est obtenue géométriquement à l'aide de la symétrie des tangentes. La formule sera démontrée ultérieurement.

### c) Étude d'une fonction

Plan d'étude d'une fonction.

Déterminer les symétries et les périodicités afin de réduire l'ensemble d'étude d'une fonction.  
Déterminer les variations et les limites d'une fonction.  
Déterminer les extremums éventuels d'une fonction.  
Tracer le graphe d'une fonction.  
Obtenir des inégalités grâce à une étude de fonction.  
Les asymptotes ainsi que la position des tangentes par rapport à la courbe seront traitées ultérieurement comme des applications des développements limités.  
 $\Leftrightarrow$  *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.*

### d) Fonctions usuelles

Valeur absolue.

Représenter graphiquement la fonction.

Partie entière.

Représenter graphiquement la fonction.

Étude des fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances.

Notation  $\lfloor x \rfloor$ . L'existence est admise.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.

Les fonctions puissances sont définies sur  $\mathbb{R}_+^*$  et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur  $\mathbb{R}_-^*$ . Relations  $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$ ,  $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$ ,  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$ .

Fonctions circulaires directes et réciproques : rappels sur les fonctions cos et sin, définition et étude des fonctions tan, arcsin, arccos, arctan.

Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions.

$\Leftrightarrow$  *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.*

Croissances comparées des fonctions logarithme népérien, puissances et exponentielle.

Comparer des fonctions au voisinage de l'infini.

Les fonctions hyperboliques sont hors programme.

## Géométrie élémentaire du plan

À l'issue de la Terminale, les étudiants connaissent le plan géométrique euclidien en tant qu'ensemble de points, la façon d'associer à deux points  $A$  et  $B$  le vecteur  $\overrightarrow{AB}$ , ainsi que les propriétés opératoires usuelles. Il convient d'observer que tout vecteur s'exprime comme combinaison linéaire de deux vecteurs indépendants, c'est-à-dire non colinéaires. Dans le plan, les notions suivantes sont supposées connues : calcul vectoriel, distance euclidienne, orthogonalité, repère orthonormal, angles. La donnée d'un repère orthonormal identifie le plan à  $\mathbb{R}^2$  ou à  $\mathbb{C}$ . La géométrie joue un rôle essentiel en mathématiques et dans les disciplines scientifiques et technologiques ; elle est au cœur des compétences de modélisation et de représentation. Ce chapitre doit être traité en liaison avec les autres disciplines ; on pourra se reporter à l'appendice « Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur ».

### CONTENUS

### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Repérage dans le plan

Repère orthonormal (ou orthonormé).  
Coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires.

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée.  
Passer des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes.  
On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires.

#### b) Produit scalaire

Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non nuls alors

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

et  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  sinon.

Bilinéarité, symétrie.

Interpréter le produit scalaire en termes de projection orthogonale.

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale.

Caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs.

Déterminer une mesure d'un angle non orienté.

Démonstrations non exigibles.

$\Leftrightarrow$  SI (Mécanique)

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4. et 5

#### c) Déterminant dans une base orthonormée directe

Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non nuls alors

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin(\vec{u}, \vec{v})$$

et  $[\vec{u}, \vec{v}] = 0$  sinon.

Bilinéarité, antisymétrie.

Interpréter un déterminant en termes d'aire orientée d'un parallélogramme.

Caractériser la colinéarité de deux vecteurs.

La notion d'orientation du plan est admise, ainsi que celle de base orthonormale directe.

Calculer le déterminant dans une base orthonormale directe.

Démonstrations non exigibles.

$\Leftrightarrow$  SI (Mécanique)

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4. et 5

**d) Droites**

Définition, vecteur directeur, vecteur normal.  
Équation cartésienne et système d'équations paramétriques.

Passer d'une représentation paramétrique à une représentation cartésienne et inversement.  
Déterminer l'intersection de deux droites.  
Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite.  
Calculer la distance d'un point à une droite.  
⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*

**e) Cercles**

Définition, équation cartésienne.  
Représentation paramétrique.

Reconnaître une équation cartésienne de cercle.  
Déterminer une équation d'un cercle à partir de son centre et de son rayon.  
Déterminer le centre et le rayon d'un cercle à partir d'une équation.  
Déterminer une équation d'un cercle connaissant les extrémités d'un diamètre.  
⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*

**f) Exemples de transformations affines du plan**

Translation, rotation, homothétie, réflexion.

Utiliser divers modes de représentation de ces transformations : point de vue géométrique et point de vue analytique.  
⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.*  
⇔ SI (Mécanique)

**Géométrie élémentaire de l'espace**

*Dans ce chapitre, on adapte à l'espace les notions étudiées dans le chapitre de géométrie plane. L'étude de ce contenu mathématique nouveau s'appuie de façon essentielle sur le chapitre de géométrie plane et sur l'intuition géométrique développée dans les autres disciplines. Des notions telles que le repérage dans l'espace et le produit vectoriel doivent être abordées en concertation avec les professeurs des disciplines scientifiques et technologiques.*

**a) Repérage dans l'espace**

Repère orthonormal (ou orthonormé) de l'espace ; coordonnées cartésiennes.

Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée.  
On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires, vecteurs coplanaires.



**b) Produit scalaire**

Définition géométrique.  
Bilinéarité, symétrie.

Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale directe.  
Démonstrations hors programme.

**c) Produit vectoriel dans l'espace orienté**

Définition géométrique : si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont non colinéaires, le produit vectoriel de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  est le vecteur de norme  $\|\vec{u}\| \|\vec{v}\| |\sin(\vec{u}, \vec{v})|$  directement orthogonal à  $(\vec{u}, \vec{v})$  ; sinon le produit vectoriel est le vecteur nul.  
Bilinéarité, antisymétrie.

La notion d'orientation de l'espace, reposant sur les conventions physiques usuelles, est admise.

Exprimer le produit vectoriel dans une base orthonormale directe.  
Déterminer si deux vecteurs sont colinéaires.  
Démonstrations hors programme.  
 $\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.  
 $\Leftrightarrow$  SI (Cinématique)

**d) Produit mixte dans l'espace orienté**

Définition du produit mixte de trois vecteurs :

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = (\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w}$$

Trilinéarité, antisymétrie.

Déterminer si trois vecteurs sont coplanaires.  
Interpréter  $|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$  comme volume du parallélépipède construit sur  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$ .  
Notation  $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$ .  
 $\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.  
Exprimer le produit mixte dans une base orthonormale directe.  
Démonstrations hors programme.

**e) Plans et droites**

Différents modes de définition d'un plan : par un point et deux vecteurs non colinéaires, un point et un vecteur normal, trois points non alignés.

Déterminer une équation cartésienne ou un système d'équations paramétriques d'un plan. Passer d'une représentation à l'autre.

Différents modes de définition d'une droite : par un point et un vecteur directeur, par deux points distincts, comme intersection de deux plans.

Déterminer un vecteur directeur d'une droite définie comme intersection de deux plans.  
Déterminer un système d'équations cartésiennes ou un système d'équations paramétriques d'une droite.  
Passer d'une représentation à l'autre.  
Étudier les intersections.

Distance d'un point à un plan, distance d'un point à une droite.

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §4.  
Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan.

**f) Sphères**

Définition, équation cartésienne en repère orthonormé.

Reconnaître une équation cartésienne de sphère.  
 Déterminer une équation d'une sphère à partir de son centre et de son rayon.  
 Déterminer le centre et le rayon d'une sphère à partir d'une équation.  
 Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan.

**Équations différentielles linéaires**

*En classe de Terminale, les étudiants ont étudié des exemples simples d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, du premier et du second ordre. Il s'agit dans ce chapitre de consolider et d'étendre cette étude. Les équations différentielles sont un domaine à la fois très riche pour les mathématiques, pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur. Ce chapitre doit être traité en concertation avec les professeurs des autres disciplines afin de l'illustrer par des exemples issus des domaines scientifiques et technologiques. On se référera à l'appendice « Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur ».*

**a) Équations différentielles linéaires du premier ordre**

Équation  $y' + a(x)y = b(x)$ , où  $a$  et  $b$  sont des fonctions, à valeurs réelles ou complexes, définies et continues sur un intervalle de  $\mathbb{R}$ .

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

Écrire et résoudre l'équation homogène associée.  
 Utiliser le principe de superposition ou la méthode de variation de la constante pour trouver une solution particulière.  
 Déterminer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.  
 Décrire l'ensemble des solutions.  
 Les étudiants doivent savoir étudier des équations dans lesquelles la variable et la fonction inconnue sont représentées par d'autres lettres que  $x$  et  $y$ .  
 À ce stade, la résolution ne doit pas faire appel à une intégration par parties ou à un changement de variable.  
 Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.  
 $\Leftrightarrow$  PC, SI : circuits électriques RC, RL.

**b) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants**

Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants  $y'' + ay' + by = f(x)$  où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels et  $f$  est une application continue à valeurs dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

Donner l'équation caractéristique.  
 Résoudre l'équation homogène, notamment dans le cas d'une équation de la forme  $y'' \pm \omega^2 y = 0$ .  
 $\Leftrightarrow$  Circuits électriques LC, RLC. Résistance des matériaux.  
 Régime transitoire, régime stationnaire. Pôles d'un système.  
 $\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §2.

Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	<p>Déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme <math>Ae^{\omega x}</math> avec <math>(A, \omega) \in \mathbb{C}^2</math>.</p> <p>Utiliser le principe de superposition.</p> <p>Exprimer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière.</p> <p>Aucune technique n'est exigible pour toute autre forme de second membre.</p> <p>Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée.</p> <p>La démonstration est hors programme.</p>
--	--

## Dénombrement

*Ce chapitre a pour but de présenter les bases du dénombrement, notamment en vue de l'étude des probabilités. Toute formalisation excessive est exclue. En particulier :*

- on adopte un point de vue intuitif pour la définition d'un ensemble fini et la notion de cardinal ;
- parmi les propriétés du paragraphe a), les plus intuitives sont admises sans démonstration ;
- l'utilisation systématique de bijections dans les problèmes de dénombrement n'est pas un attendu du programme.

*Ce chapitre est également l'occasion d'aborder les coefficients binomiaux sous un autre angle que celui du chapitre « Pratique calculatoire ».*

### a) Cardinal d'un ensemble fini

Cardinal d'un ensemble fini non vide. L'ensemble vide est de cardinal nul.	Notations $ A $ , $\text{Card}(A)$ , $\#A$ .
Cardinal d'une partie d'un ensemble fini, cas d'égalité. Une application entre deux ensembles finis de même cardinal est bijective si et seulement si elle est injective, si et seulement si elle est surjective.	Maîtriser le langage des applications et des bijections dans le cadre des ensembles finis, et le relier aux notions élémentaires sur le dénombrement.
Opérations sur les ensembles et les cardinaux : union disjointe, union quelconque, complémentaire et produit cartésien.	La formule d'union disjointe peut être admise. La formule du crible est hors programme.
Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini.	

### b) Dénombrement

Nombre de $p$ -uplets (ou $p$ -listes) d'éléments distincts d'un ensemble à $n$ éléments.	Reconnaître des situations de dénombrement relevant de ce cadre.
Nombre de permutations d'un ensemble à $n$ éléments.	On n'utilise pas la notation $A_n^p$ .

Nombre de parties à  $p$  éléments d'un ensemble à  $n$  éléments.

Reconnaître des situations de dénombrement relevant de ce cadre.

Donner une interprétation combinatoire des propriétés suivantes :

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}; \quad \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} = 2^n;$$

$$\binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p} = \binom{n}{p}.$$

Notation  $\binom{n}{p}$ .

## Systèmes linéaires

*Il s'agit d'introduire des notions nouvelles pour les étudiants, qui ne les ont pas rencontrées dans le cycle terminal du lycée. L'objectif est double :*

- maîtriser la théorie des systèmes linéaires du point de vue de la méthode du pivot, pour son intérêt mathématique et algorithmique, ainsi que pour ses applications aux disciplines scientifiques et technologiques ;
- préparer l'introduction de l'algèbre linéaire abstraite, abordée au 2<sup>e</sup> semestre.

*Les résultats, présentés dans le cadre des systèmes à coefficients réels, sont étendus sans difficulté au cas des systèmes à coefficients complexes.*

### a) Systèmes linéaires

Définition d'un système linéaire de  $n$  équations à  $p$  inconnues.

Reconnaître qu'un système donné est un système linéaire.

Système homogène.

Les solutions sont définies comme éléments de  $\mathbb{R}^p$ .

Système homogène associé à un système quelconque.

Matrice  $A$  d'un système linéaire ; matrice augmentée  $(A|B)$  où  $B$  est la colonne des seconds membres.

Calculer le produit d'une matrice par une colonne. Écrire un système sous la forme matricielle  $AX = B$ .

Opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice : échange des lignes  $L_i$  et  $L_j$ , multiplication de  $L_i$  par  $\lambda \neq 0$ , ajout de  $\lambda \cdot L_j$  à  $L_i$  pour  $i \neq j$ .

Interpréter les opérations sur les lignes en termes de système linéaire.

Notations  $L_i \leftrightarrow L_j$  ;  $L_i \leftarrow \lambda L_i$  ;  $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$ .

Deux systèmes sont dits équivalents si on passe de l'un à l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Deux systèmes équivalents ont le même ensemble de solutions.

Maîtriser la notion de système équivalent.

Deux matrices sont dites équivalentes en lignes si elles se déduisent l'une de l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.

Relier cette notion à la théorie des systèmes linéaires.

Notation  $A \underset{L}{\sim} A'$ .

Si on passe d'un système  $\mathcal{S}$  à un autre système  $\mathcal{S}'$  par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes, la matrice augmentée de  $\mathcal{S}'$  s'obtient en effectuant la même suite d'opérations élémentaires sur la matrice augmentée de  $\mathcal{S}$ .

Cela justifie la présentation matricielle d'un système linéaire.

### b) Échelonnement et algorithme du pivot de Gauss-Jordan

Une matrice est dite échelonnée en lignes si elle vérifie les deux propriétés suivantes :

- (i) si une ligne est entièrement nulle, toutes les lignes suivantes le sont aussi ;
- (ii) à partir de la deuxième ligne, dans chaque ligne non entièrement nulle, le premier coefficient non nul à partir de la gauche est situé à droite du premier coefficient non nul de la ligne précédente.

Une matrice échelonnée en lignes est dite échelonnée réduite en lignes lorsque tous les pivots sont égaux à 1 et sont les seuls éléments non nuls de leur colonne.

Toute matrice non nulle est équivalente en lignes à une unique matrice échelonnée réduite en lignes.

Reconnaître et exploiter des matrices échelonnées dans le cadre de l'étude de systèmes linéaires.

Un schéma « en escalier » illustre la notion de matrice échelonnée.

On appelle pivot le premier coefficient non nul de chaque ligne non entièrement nulle.

Déterminer la matrice échelonnée réduite en lignes associée à un système donné.

L'unicité est admise.

### c) Résolution d'un système linéaire

Inconnues principales et inconnues secondaires (paramètres).

Rang d'un système linéaire.

Système incompatible. Système compatible.

Structure de l'ensemble des solutions d'un système compatible.

Faire le lien entre nombre d'équations, nombre d'inconnues et nombre de pivots.

$\Leftrightarrow$  PC SI : degrés de liberté en mécanique, système hyperstatique ou isostatique.

$\Leftrightarrow$  *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §1.

Le rang est ici défini comme égal au nombre de pivots.

Déterminer des conditions de compatibilité pour un système donné.

Résoudre un système compatible.

### d) Famille de vecteurs de $\mathbb{R}^n$

Combinaison linéaire d'une famille finie  $\mathcal{F}$  de vecteurs. Famille libre, famille liée.

Si  $A$  est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de  $p$  vecteurs  $u_1, u_2, \dots, u_p$  de  $\mathbb{R}^n$ , les propriétés suivantes sont équivalentes :

- (i) la famille  $(u_1, \dots, u_p)$  est libre ;
- (ii) le système  $AX = 0$  a pour seule solution la solution triviale ;
- (iii) le nombre de pivots est égal à  $p$ .

Famille génératrice de  $\mathbb{R}^n$ .

Notation  $\text{Vect}(\mathcal{F})$ .

Déterminer si une famille de vecteurs est libre ou liée.

L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.

Si  $A$  est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de  $p$  vecteurs  $u_1, u_2, \dots, u_p$  de  $\mathbb{R}^n$ , les propriétés suivantes sont équivalentes :

- (i) les vecteurs  $u_1, \dots, u_p$  forment une famille génératrice de  $\mathbb{R}^n$  ;
- (ii) pour toute matrice colonne  $B$  à  $n$  lignes, le système  $AX = B$  est compatible ;
- (iii) le nombre de pivots est égal à  $n$ .

Déterminer un système d'équations linéaires de  $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p)$ .

Donner une interprétation géométrique dans les cas  $n = 2$  et  $n = 3$ .

L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.

⇔ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §1.

## Deuxième semestre

### Nombres réels et suites numériques

L'objectif est d'énoncer les propriétés fondamentales de la droite réelle, et de les appliquer à l'étude des suites, qui interviennent en mathématiques tant pour leur intérêt pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximations de nombres réels). Les notions de borne supérieure et inférieure sont introduites uniquement pour aboutir au théorème de la limite monotone.

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Nombres réels

Ensembles usuels de nombres : entiers relatifs, nombres décimaux, nombres rationnels.	La construction de ces ensembles de nombres est hors programme.
Droite réelle.	Faire le lien avec la géométrie. La construction de $\mathbb{R}$ est hors programme.
Distance entre deux réels.	
La relation d'ordre $\leq$ dans $\mathbb{R}$ : majorant, maximum, minorant, minimum.	
Borne supérieure (resp. inférieure) d'une partie non vide majorée (resp. minorée) de $\mathbb{R}$ .	Déterminer les bornes supérieure et inférieure éventuelles de fonctions. Aucun développement n'est attendu.
Partie entière d'un nombre réel.	Notation $[x]$ .
Approximations décimales d'un nombre réel.	Déterminer les valeurs décimales approchées à la précision $10^{-n}$ par défaut et par excès. $\Leftrightarrow I$ : représentation informatique des réels.
Caractérisation des intervalles de $\mathbb{R}$ : une partie $I$ de $\mathbb{R}$ est un intervalle si et seulement si, pour tout $(a, b) \in I^2$ avec $a < b$ , $[a, b] \subset I$ .	

#### b) Généralités sur les suites réelles

Modes de définition d'une suite.	Reconnaître une suite définie de façon explicite, implicite ou par récurrence. Reconnaître une suite extraite.
Opérations.	
Monotonie, stricte monotonie.	
Suites minorées, majorées, bornées.	Manipuler sur des exemples des majorations et minoration. Une suite $(u_n)$ est bornée si et seulement si $( u_n )$ est majorée.
Suites arithmétiques et suites géométriques.	

#### c) Limite d'une suite réelle

Limite finie ou infinie d'une suite.	Prouver l'existence d'une limite $\ell$ en majorant $ u_n - \ell $ , notamment lorsque la suite vérifie une inégalité du type : $ u_{n+1} - \ell  \leq k  u_n - \ell $ . Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Lien avec la définition vue en classe de Terminale. Notation $u_n \rightarrow \ell$ . Notation $\lim u_n$ .
Unicité de la limite.	
Suite convergente, suite divergente.	
Toute suite réelle convergente est bornée.	
Si une suite possède une limite (finie ou infinie) alors toutes ses suites extraites possèdent la même limite.	Prouver la divergence d'une suite à l'aide de suite(s) extraite(s).

Opérations sur les limites de suites : somme, multiplication par un scalaire, produit, inverse.

Lever une indétermination.

Cas des suites géométriques, arithmétiques.  
Passage à la limite dans une inégalité.

#### d) Théorèmes d'existence d'une limite

Théorèmes de convergence par encadrement.  
Divergence par comparaison : si  $(u_n)$  tend vers  $+\infty$  et si, pour tout  $n$ , on a  $u_n \leq v_n$ , alors  $(v_n)$  tend vers  $+\infty$ .

Adapter cet énoncé aux suites tendant vers  $-\infty$ .

Théorème de la limite monotone.

Exploiter ce théorème sur des exemples.

Théorème des suites adjacentes.

Il convient d'insister sur l'intérêt algorithmique de cette notion : résolution approchée par dichotomie d'une équation du type  $f(x) = 0$  et approximations décimales d'un nombre réel.

#### e) Comparaisons de suites

Relations de comparaison : domination, négligeabilité, équivalence.

Notations  $u_n = O(v_n)$ ,  $u_n = o(v_n)$  et  $u_n \sim v_n$ .  
On définit ces relations à partir du quotient  $\frac{u_n}{v_n}$  en supposant que la suite  $(v_n)$  ne s'annule pas à partir d'un certain rang.

Croissances comparées des suites usuelles :  $\ln^{\beta}(n)$ ,  $n^{\alpha}$  et  $e^{\gamma n}$ .

Traduire les croissances comparées à l'aide de  $o$ .

Liens entre les différentes relations de comparaison.

Équivalence entre les relations  $u_n \sim v_n$  et  $u_n - v_n = o(v_n)$ .

Compatibilité de l'équivalence avec le produit, le quotient, les puissances.

Exploiter ces résultats pour déterminer le comportement asymptotique de suites.

Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.



## Limites, continuité et dérivabilité

Ce chapitre est divisé en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde. On y formalise les résultats qui ont été utilisés d'un point de vue calculatoire dans le premier chapitre d'analyse.

Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.

Les fonctions sont définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  non vide et non réduit à un point et sont à valeurs réelles.

Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction  $f$  définie sur  $I$  est vraie au voisinage de  $a$  si elle est vraie sur l'intersection de  $I$  avec un intervalle ouvert centré sur  $a$  si  $a$  est réel, avec un intervalle  $[A, +\infty[$  si  $a = +\infty$ , avec un intervalle  $] -\infty, A]$  si  $a = -\infty$ .

### A - Limites et continuité

L'essentiel du paragraphe a) consiste à adapter au cadre continu les notions déjà abordées pour les suites. Le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Limite finie ou infinie en un point ou en $\pm\infty$

Étant donné un point  $a$  appartenant à  $I$  ou extrémité de  $I$ , limite finie ou infinie d'une fonction en  $a$ .

Unicité de la limite.

Si  $f$  admet une limite finie en  $a$  alors  $f$  est bornée au voisinage de  $a$ .

Limite à droite, limite à gauche.

Extension de la notion de limite en  $a$  lorsque  $f$  est définie sur  $I \setminus \{a\}$ .

Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en  $a$ .

Image d'une suite de limite  $\ell$  par une fonction admettant une limite en  $\ell$ .

Maîtriser le formalisme mathématique de la définition de la limite et le mettre en relation avec l'intuition géométrique.

Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges.

Notations  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$ ,  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} \ell$ .

Notation  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ .

Notations  $\lim_{x \rightarrow a, x > a} f(x)$  ou  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ .

Exploiter ces résultats sur des exemples.

Adaptation des énoncés relatifs aux suites.

#### b) Comparaison des fonctions

Passage à la limite dans une inégalité. Théorème d'encadrement pour les fonctions.

Théorème de la limite monotone.

Relations de domination, de négligeabilité et d'équivalence.

Démonstration non exigible.

Adapter au cas des fonctions les définitions et les résultats étudiés sur les suites.

#### c) Continuité en un point

Continuité de  $f$  en un point  $a$  de  $I$ .

Continuité à droite et à gauche.

Prolongement par continuité en un point.

Maîtriser le formalisme mathématique de la définition de la continuité.

Pour  $a$  appartenant à  $I$ , la fonction  $f$  est continue en  $a$  si et seulement si elle admet une limite finie en  $a$ .

Pour  $a$  n'appartenant pas à  $I$ , la fonction  $f$  a une limite finie en  $a$  si et seulement si elle se prolonge par continuité en  $a$ .

Opérations sur les fonctions continues : somme, produit, quotient, composition.

Exploiter ces résultats sur des exemples.

#### d) Continuité sur un intervalle

Définition. Opérations. Ensemble  $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$ .

Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un intervalle par une fonction continue.

Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

Appliquer le procédé de dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration n'est pas exigible.

$\Leftrightarrow$  I : application de la dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue.

La démonstration est hors programme.

#### e) Continuité et bijectivité

Toute fonction  $f$  continue et strictement monotone sur un intervalle  $I$  réalise une bijection de  $I$  sur l'intervalle  $f(I)$  ; sa réciproque est continue et strictement monotone sur  $f(I)$  (de même monotonie que la fonction  $f$ ).

Appliquer ce résultat sur des exemples.

Comparer la représentation graphique d'une fonction continue strictement monotone et celle de sa réciproque.

La démonstration est hors programme.

### B - Dérivabilité

#### a) Nombre dérivé, fonction dérivée

Dérivabilité de  $f$  en  $a$ , nombre dérivé.

Équivalence avec l'existence d'un développement limité en  $a$  à l'ordre 1.

Dérivabilité à droite et à gauche en  $a$ .

Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle.

Étudier la dérivabilité d'une fonction en un point particulier, à partir de la définition.

Notation  $f'(a)$ .

La droite d'équation

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

est appelée tangente au graphe de  $f$  au point d'abscisse  $a$ . Cette définition peut être justifiée (limite de sécantes). Interprétation cinématique.

$\Leftrightarrow$  I : méthode de Newton.

#### b) Opérations sur les fonctions dérivables

Si  $f$  et  $g$  sont dérivables en  $a$ , dérivabilité et dérivée en  $a$  de  $f + g$ ,  $f g$  et, si  $g(a) \neq 0$ , de  $\frac{f}{g}$ .

Dérivabilité et dérivée en  $a$  de  $g \circ f$  lorsque  $f$  est dérivable en  $a$  et  $g$  est dérivable en  $f(a)$ .

Si  $f$  est une fonction continue et strictement monotone (donc bijective) de l'intervalle  $I$  sur l'intervalle  $J$  et si  $f$  est dérivable en  $a$ , condition nécessaire et suffisante de dérivabilité de  $f^{-1}$  en  $f(a)$  et calcul de la dérivée en ce point.

Extension des résultats précédents aux fonctions dérivables sur un intervalle. En particulier, propriétés de la réciproque d'une bijection de classe  $\mathcal{C}^1$ .

### c) Propriétés des fonctions dérivables

Notion d'extremum local. Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur.

Théorème de Rolle.

Égalité des accroissements finis.

Inégalité des accroissements finis : si une fonction  $f$  de  $[a, b]$  dans  $\mathbb{R}$ , continue sur  $[a, b]$ , dérivable sur  $]a, b[$ , vérifie pour tout  $t$  de  $]a, b[$ ,  $|f'(t)| \leq M$ , alors, pour tous  $x, y$  de  $[a, b]$ , on a  $|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|$ .

Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes, parmi les fonctions dérivables.

Théorème de la limite de la dérivée : si  $f$  est dérivable sur  $I \setminus \{a\}$ , continue sur  $I$  et si  $f'(x)$  tend vers  $\ell$  (réel ou infini) lorsque  $x$  tend vers  $a$ , alors  $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  tend vers  $\ell$  lorsque  $x$  tend vers  $a$ .

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Utiliser le théorème de Rolle pour établir l'existence de zéros d'une fonction.

Démonstration non exigible.

Interpréter ce résultat de manière géométrique et cinématique.

Démonstration non exigible.

Appliquer ces résultats sur des exemples.

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Interpréter géométriquement ce résultat.

Si  $\ell$  est un nombre réel, alors  $f$  est dérivable en  $a$ ,  $f'(a) = \ell$  et  $f'$  est continue en  $a$ .

### d) Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$

Fonction de classe  $\mathcal{C}^k$  sur un intervalle  $I$ , où  $k$  appartient à  $\mathbb{N}^* \cup \{\infty\}$ ,

Opérations : combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composée, réciproque.

Ensemble  $\mathcal{C}^k(I, \mathbb{R})$ .

Maîtriser le calcul des fonctions dérivées.

Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles.

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

## Intégration sur un segment

L'objectif de ce chapitre est de consolider, d'approfondir et d'étendre la notion d'intégrale étudiée au lycée. La présentation de l'intégrale d'une fonction positive sur un segment s'appuie sur la notion d'aire, mais tout développement théorique sur ce sujet est hors programme. Le cas des fonctions à valeurs réelles est étendu sans difficulté au cas complexe.

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

### a) Intégrale d'une fonction continue sur un segment

Intégrale  $\int_{[a,b]} f$  d'une fonction  $f$  continue sur un segment  $[a, b]$ .

Valeur moyenne.

Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale.

Inégalité  $\left| \int_{[a,b]} f \right| \leq \int_{[a,b]} |f|$ .

Relation de Chasles.

Une fonction continue et positive sur  $[a, b]$  (où  $a < b$ ) est nulle si et seulement si son intégrale est nulle.

Interpréter géométriquement l'intégrale d'une fonction positive (aire sous la courbe).

Modéliser une situation physique par une intégration.

La construction est hors programme.

Notations  $\int_a^b f(t) dt$ ,  $\int_a^b f$ .

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Majorer et minorer une intégrale.

Extension de la notation  $\int_a^b f(t) dt$  au cas où  $b \leq a$ .

### b) Sommes de Riemann et méthode des rectangles

Si  $f$  est une fonction continue de  $[a, b]$  (où  $a < b$ ) dans  $\mathbb{C}$ , alors

$$\frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \int_a^b f(t) dt.$$

Interpréter géométriquement cette propriété.

Démonstration dans le cas d'une fonction de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Approximer une intégrale par la méthode des rectangles ou la méthode des trapèzes.

$\Leftrightarrow$  I

### c) Calcul intégral

Si  $f$  est une fonction continue sur  $I$  et si  $x_0$  est un point de cet intervalle, alors

$$x \longmapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$$

est l'unique primitive de  $f$  sur  $I$  s'annulant en  $x_0$ .

En particulier, toute fonction continue sur  $I$  admet des primitives sur  $I$ .

Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive. Pour  $f$  de classe  $\mathcal{C}^1$  :

$$\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a).$$

Intégration par parties.

Appliquer ce théorème sur des exemples.

Deux primitives d'une fonction continue sur l'intervalle  $I$ , diffèrent d'une constante.

Changement de variable : si  $\varphi$  est de classe  $\mathcal{C}^1$  sur  $I$  et si  $f$  est continue sur  $\varphi(I)$ , alors, pour tous  $a$  et  $b$  dans  $I$ ,

$$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x) dx = \int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t) dt.$$

Primitives des fonctions usuelles.

Appliquer ces techniques au calcul de primitives.  
Tout excès de technicité est exclu.

Savoir reconnaître des primitives usuelles.  
Pour les fonctions rationnelles, on se limite à des cas simples : aucune théorie de la décomposition en éléments simples n'est au programme.

#### d) Formule de Taylor avec reste intégral

Pour une fonction  $f$  de classe  $\mathcal{C}^{n+1}$ , formule de Taylor avec reste intégral au point  $a$  à l'ordre  $n$ .

Exploiter la formule de Taylor avec reste intégral pour établir des égalités, des inégalités.

### Développements limités

*L'objectif est la maîtrise du calcul de développements limités simples. Le calcul de développements limités à un ordre élevé n'est pas un objectif du programme ; il relève des outils logiciels.*

#### a) Généralités

Si  $f$  est définie sur l'intervalle  $I$  et si  $a$  est un point de  $I$  ou une extrémité de  $I$ , développement limité d'ordre  $n$  de  $f$  au voisinage de  $a$ .

Unicité, troncature.

Forme normalisée d'un développement limité :

$$f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{=} h^p (a_0 + a_1 h + \dots + a_n h^n + o(h^n))$$

avec  $a_0 \neq 0$ .

Équivalence  $f(a+h) \underset{h \rightarrow 0}{\sim} a_0 h^p$ .

Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit.

Composition, application au quotient.

Intégration terme à terme d'un développement limité.

Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre  $n$  en un point  $a$  de  $I$  d'une application de classe  $\mathcal{C}^n$  sur  $I$ .

Interpréter un développement limité comme approximation d'une fonction.

Ramener un développement limité en 0 par translation.  
Adaptation au cas où  $f$  est définie sur  $I \setminus \{a\}$ .

Développement limité en 0 d'une fonction paire ou impaire.

Étudier le signe d'une fonction au voisinage d'un point à l'aide d'un développement limité.

Exploiter la forme normalisée pour prévoir l'ordre d'un développement limité.

Déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée.

Aucun résultat général sur ce point n'est exigible.

La division selon les puissances croissantes est hors programme.

Calculer le développement limité d'une application de classe  $\mathcal{C}^n$  à partir de ses dérivées successives.

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Développements limités usuels.

Exploiter les développements limités usuels dans le cadre de calculs de développements limités simples.  
Exploiter des outils logiciels pour des développements limités plus complexes.  
Les étudiants doivent connaître les développements limités à tout ordre en 0 de  $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ ,  $\exp$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $x \mapsto (1+x)^\alpha$ ,  $x \mapsto \ln(1+x)$ ,  $\arctan$ , ainsi que celui de  $\tan$  à l'ordre 3.

**b) Applications des développements limités**

*Aucune théorie n'est attendue dans ce paragraphe. On illustrera seulement les différents cas de figure.*

Calcul de limites.

Utiliser les développements limités pour lever une forme indéterminée.

$\Leftrightarrow$  Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur §3.

Étude locale d'une fonction.

Déterminer un prolongement par continuité, la dérivabilité en un point, la nature d'un extremum, une tangente et sa position relative locale par rapport à la courbe, grâce à un développement limité.

Déterminer les éventuelles asymptotes et leurs positions relatives locales.

Aucun résultat général n'est exigible.

**Polynômes**

*L'objectif est d'étudier, par des méthodes élémentaires, les propriétés de base des polynômes, et de les exploiter pour la résolution de problèmes portant sur les équations algébriques et les fonctions numériques. Le programme se limite au cas où les coefficients sont réels ou complexes ( $\mathbb{K}$  désignant  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ). On pourra confondre polynômes et fonctions polynomiales.*

**a) Polynômes à une indéterminée**Ensemble  $\mathbb{K}[X]$  des polynômes à coefficients dans  $\mathbb{K}$ .

Aucune connaissance de la construction de  $\mathbb{K}[X]$  n'est exigible.

Notation  $a_0 + a_1X + \dots + a_nX^n$  ou  $\sum_{p=0}^n a_pX^p$ .

Opérations : somme, produit et composée.

Degré d'un polynôme. Coefficient dominant, polynôme unitaire (ou normalisé). Degré d'une somme et d'un produit.

Le degré du polynôme nul vaut par convention  $-\infty$ . Ensemble  $\mathbb{K}_n[X]$  des polynômes de degré au plus  $n$ .

Fonction polynomiale associée à un polynôme.

**b) Bases de l'arithmétique dans  $\mathbb{K}[X]$** Divisibilité dans  $\mathbb{K}[X]$ . Diviseurs et multiples.Division euclidienne dans  $\mathbb{K}[X]$ .

Effectuer une division euclidienne de polynômes.

$\Leftrightarrow$  I

**c) Dérivation**

Polynôme dérivé.

Linéarité de la dérivation, dérivée d'un produit.

Dérivées d'ordre supérieur. Formule de Leibniz.  
Formule de Taylor.

Pour  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ , lien avec la dérivée de la fonction polynomiale associée.

**d) Racines**

Racine (ou zéro) d'un polynôme.

Multiplicité d'une racine.

Caractérisation par les valeurs des dérivées successives en  $a$  de l'ordre de multiplicité de la racine  $a$ .

Majoration du nombre de racines d'un polynôme non nul par son degré.

Polynôme scindé sur  $\mathbb{K}$ .

Déterminer les racines d'un polynôme.  
Caractériser les racines par la divisibilité.

**e) Décomposition en facteurs irréductibles**

Théorème de d'Alembert-Gauss.

Polynômes irréductibles.

Description des polynômes irréductibles de  $\mathbb{C}[X]$  et  $\mathbb{R}[X]$ .

Décomposition d'un polynôme en facteurs irréductibles sur  $\mathbb{C}$  et sur  $\mathbb{R}$ .

La démonstration de ce théorème est hors programme.

**f) Somme et produit des racines d'un polynôme**

Expressions de la somme et du produit des racines d'un polynôme en fonction de ses coefficients.  
Cas des polynômes de degré deux.

Les autres fonctions symétriques élémentaires sont hors programme.

# Calcul matriciel

CONTENUS

CAPACITÉS & COMMENTAIRES

## a) Matrices : opérations et propriétés

Ensemble des matrices à $n$ lignes et $p$ colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$ .	Notation $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .
Matrices carrées, matrices triangulaires, matrices diagonales.	
Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.	Interpréter le produit $AX$ d'une matrice par une colonne comme une combinaison linéaire des colonnes de $A$ .
Produit de deux matrices.	Interpréter la $j$ -ième colonne du produit $AB$ comme le produit de $A$ par la $j$ -ième colonne de $B$ . Interpréter la $i$ -ième ligne du produit $AB$ comme le produit de la $i$ -ième ligne de $A$ par $B$ .
Formule du binôme.	Calculer les puissances de certaines matrices carrées.

## b) Matrice inversible

Matrice carrée inversible. Inverse. On appelle groupe linéaire, noté $GL_n(\mathbb{K})$ , l'ensemble des matrices inversibles de taille $n$ .	Caractériser l'inversibilité d'une matrice carrée $A$ par l'existence et l'unicité de la solution de tout système de la forme $AX = B$ où $X$ et $B$ sont deux matrices colonnes. Caractériser l'inversibilité par le nombre de pivots. Reconnaître une matrice inversible et calculer son inverse. On admet que l'inversibilité à droite implique l'inversibilité à gauche et réciproquement. Toute théorie générale des groupes est exclue. La notion de comatrice est hors programme.
Inverse du produit de matrices inversibles.	

## c) Application linéaire de $\mathbb{K}^p$ dans $\mathbb{K}^n$ canoniquement associée à une matrice

*On peut identifier les éléments de  $\mathbb{K}^p$  et de  $\mathbb{K}^n$  avec des matrices colonnes.*

Application $X \mapsto AX$ . Linéarité.	Passer d'une écriture du type $(x, y) \mapsto (ax + by, cx + dy)$ à une écriture matricielle et réciproquement.
L'image $AX$ est combinaison linéaire des colonnes de $A$ .	
Image et noyau d'une matrice.	Déterminer des équations de l'image et du noyau de $A$ . On utilise l'échelonnement d'un système pour déterminer des équations de l'image.



## Espaces vectoriels et applications linéaires

Le programme se limite à l'algèbre linéaire sur  $\mathbb{R}$  et sur  $\mathbb{C}$ . Après l'approche numérique des chapitres « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel », on passe à une vision plus géométrique. Les trois grands thèmes traités sont les espaces vectoriels, la théorie de la dimension finie et les applications linéaires.

Dans le sous-chapitre « A - Espaces vectoriels » on généralise les objets de la géométrie du plan et de l'espace : vecteurs, bases, droites, plans...

Le deuxième sous-chapitre « B - Espaces vectoriels de dimension finie » vise à définir la dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie et en présente plusieurs méthodes de calcul. La notion de dimension interprète le nombre de degrés de liberté pour un problème linéaire.

L'étude des applications linéaires suit naturellement celle des espaces vectoriels au sous-chapitre « C - Applications linéaires et représentations matricielles ». Son objectif est de fournir un cadre aux problèmes linéaires. Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à une dimension supérieure.

Au moins deux approches pédagogiques sont possibles :

- traiter ce chapitre selon l'ordre présenté ci-dessous, en l'illustrant notamment sur les espaces  $\mathbb{K}^n$  à l'aide des techniques développées dans les chapitres « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel » ;
- mettre en place les différentes notions (sous-espaces vectoriels, familles de vecteurs, dimension, applications linéaires) dans le cas particulier des espaces  $\mathbb{K}^n$  avant de les étendre aux espaces vectoriels généraux.

Il est attendu des étudiants qu'ils sachent reconnaître une situation se prêtant à une modélisation linéaire conduisant à une représentation adaptée dans un espace bien choisi.

### A - Espaces vectoriels

#### CONTENUS

#### CAPACITÉS & COMMENTAIRES

#### a) Espaces et sous-espaces vectoriels

Définition d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.

Espaces vectoriels de référence :  $\mathbb{K}^n$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\mathbb{K}[X]$ ,  $\mathbb{K}^\Omega$  pour  $\Omega$  non vide (cas particulier des suites) et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Produit d'une famille finie de  $\mathbb{K}$ -espaces vectoriels.

Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs.

Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.

Sous-espaces d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel : définition et caractérisation. Droites et plans vectoriels.

Identifier un ensemble comme un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel connu.

L'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène à  $p$  inconnues et à coefficients dans  $\mathbb{K}$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{K}^p$ .

L'ensemble des solutions sur un intervalle  $I$  d'une équation différentielle linéaire homogène est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{K}^I = \mathcal{F}(I, \mathbb{K})$ .

Appréhender le concept d'espace vectoriel de fonctions.

Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs. Intersection de sous-espaces vectoriels.

Notation  $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p)$ .

Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.

Somme de deux sous-espaces  $F$  et  $G$  d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$ .

La somme  $F + G$  est dite directe si l'écriture de tout vecteur de  $F + G$  comme somme d'un élément de  $F$  et d'un élément de  $G$  est unique.

Exploiter une relation  $F \cap G = \{0\}$  pour démontrer que  $F$  et  $G$  sont en somme directe.

Déterminer l'unique décomposition d'un vecteur donné dans une somme directe.

Sous-espaces supplémentaires.

**b) Familles finies de vecteurs**

Vecteurs colinéaires.  
Famille libre, famille liée.

Déterminer si une famille donnée est libre ou liée.

Toute famille de polynômes non nuls à coefficients dans  $\mathbb{K}$  et de degrés échelonnés est libre.  
Famille génératrice d'un sous-espace vectoriel.

Déterminer si une famille est génératrice.

Bases.  
Exemples usuels : bases canoniques des espaces  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}_n[X]$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Coordonnées dans une base. Matrice colonne des coordonnées d'un vecteur  $x$  dans une base  $\mathcal{B}$ .

Déterminer les coordonnées d'un vecteur donné dans une base donnée.

Notation  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(x)$ .

Base adaptée à une somme directe.

Si  $(e_1, \dots, e_k, e_{k+1}, \dots, e_n)$  est une famille libre d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  alors  $\text{Vect}(e_1, \dots, e_k)$  et  $\text{Vect}(e_{k+1}, \dots, e_n)$  sont en somme directe.

**B - Espaces vectoriels de dimension finie****a) Dimension finie**

Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il admet une famille génératrice finie.

Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel non nul  $E$ , on peut extraire une base de  $E$ .

Exhiber une base d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel  $E$  non nul de dimension finie.

Application à l'existence d'une base pour tout  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel non nul de dimension finie.

Théorème de la base incomplète : toute famille libre de  $E$  peut être complétée en une base.

Dans un espace engendré par  $n$  vecteurs, toute famille de  $n + 1$  vecteurs est liée.

Dimension.

Dimensions de  $\mathbb{K}^n$ ,  $\mathbb{K}_n[X]$  et  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Si  $E$  est de dimension  $n$  et  $\mathcal{F}$  une famille de  $n$  vecteurs de  $E$ , alors  $\mathcal{F}$  est une base de  $E$  si et seulement si  $\mathcal{F}$  est libre, si et seulement si  $\mathcal{F}$  est génératrice.

On convient que l'espace  $\{0_E\}$  est de dimension nulle.

**b) Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie**

Si  $F$  est un sous-espace d'un espace vectoriel  $E$  de dimension finie alors  $F$  est de dimension finie et  $\dim(F) \leq \dim(E)$ . De plus,  $F = E$  si et seulement si les deux dimensions sont égales.

Démontrer l'égalité de deux sous-espaces vectoriels à l'aide d'une inclusion et de l'égalité de leurs dimensions.

Supplémentaires d'un sous-espace. Existence, dimension commune.

Démontrer que deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires à l'aide de la caractérisation par l'intersection nulle et la somme des dimensions.

Dimension de la somme de deux sous-espaces : formule de Grassmann.

Cas d'une somme directe.

### c) Famille finie de vecteurs

Rang d'une famille finie  $(u_1, \dots, u_p)$  de vecteurs d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.

Majorer le rang d'une famille de vecteurs en exhibant une relation linéaire. Le minorer en exhibant une sous-famille libre.

Utiliser le rang d'une famille de vecteurs pour démontrer qu'elle est libre ou génératrice.

Notation  $\text{rg}(u_1, \dots, u_p)$ .

## C - Applications linéaires et représentations matricielles

### a) Généralités

Applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes et automorphismes.

Opérations sur les applications linéaires : combinaisons linéaires et composées.

Règles de calcul.

Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.

Image directe, image réciproque d'un sous-espace vectoriel.

Image et noyau.

L'image par une application linéaire  $u$  d'une famille génératrice de  $E$  est génératrice de  $\text{Im}(u)$ .

Notations  $\mathcal{L}(E, F)$  et  $\mathcal{L}(E)$ .

Notation  $\text{GL}(E)$  pour le groupe linéaire.

Déterminer une base de l'image, du noyau d'une application linéaire.

Caractériser l'injectivité d'une application linéaire à l'aide du noyau, la surjectivité à l'aide de l'image.

Notations  $\text{Im}(u)$ ,  $\text{Ker}(u)$ .

### b) Isomorphismes

Une application linéaire de  $E$  dans  $F$  est un isomorphisme si et seulement si elle transforme une (toute) base de  $E$  en une base de  $F$ .

Espaces isomorphes, caractérisation par la dimension.

Si  $E$  et  $F$  ont même dimension finie alors une application linéaire de  $E$  dans  $F$  est bijective si et seulement si elle est injective ou surjective.

Cas particulier des endomorphismes.

Contre-exemples en dimension infinie.

### c) Modes de définition d'une application linéaire

Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base.

Une application linéaire définie sur  $E = E_1 \oplus E_2$  est déterminée par ses restrictions à  $E_1$  et  $E_2$ .

### d) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel

Identité, homothéties.

Notation  $\text{Id}_E$ .

Projecteurs et symétries associés à deux sous-espaces supplémentaires.

Démontrer qu'un endomorphisme donné est un projecteur à l'aide de la caractérisation  $p \circ p = p$ .  
Démontrer qu'un endomorphisme donné est une symétrie à l'aide de la caractérisation  $s \circ s = \text{Id}_E$ .

### e) Rang d'une application linéaire

Application linéaire de rang fini.  
Rang d'une composée :

$$\text{rg}(v \circ u) \leq \min(\text{rg}(u), \text{rg}(v))$$

Invariance du rang par composition à droite ou à gauche par un isomorphisme.

Théorème du rang : si  $E$  est de dimension finie et  $u \in \mathcal{L}(E, F)$  alors  $u$  est de rang fini et  $\dim(E) = \dim(\text{Ker}(u)) + \text{rg}(u)$ .

La démonstration est hors programme.

### f) Équations linéaires

Une équation, d'inconnue  $x \in E$ , est dite linéaire si elle est de la forme  $u(x) = b$  où  $u \in \mathcal{L}(E, F)$  et  $b \in F$ .

Structure des solutions, condition de compatibilité, lien avec  $\text{Ker}(u)$  et  $\text{Im}(u)$ .

Exemples des systèmes linéaires et des équations différentielles linéaires d'ordre 1 et 2.

La notion de sous-espace affine est hors programme.

### g) Représentation matricielle en dimension finie

Matrice d'une application linéaire  $u$  dans un couple de bases.

Un couple de bases étant fixé, isomorphisme  $u \mapsto \text{Mat}_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}(u)$ . Application au calcul de la dimension de  $\mathcal{L}(E, F)$ .

Matrice d'une composée.

Lien entre matrices inversibles et isomorphismes.

Matrice de passage d'une base à une autre.

Effet d'un changement de bases sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme.

Matrices semblables.

Passer du registre vectoriel au registre matriciel pour exprimer les coordonnées de  $u(x)$  en fonction de celles de  $x$ .

Déterminer la matrice, dans une base adaptée, d'un projecteur et d'une symétrie.

Notation  $\text{Mat}_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}(u)$ , où  $\mathcal{B}$  est une base de l'espace de départ et  $\mathcal{C}$  une base de l'espace d'arrivée.

Notation  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$  dans le cas où  $\mathcal{B} = \mathcal{C}$ .

Déterminer la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, après un changement de base(s).

Choisir une base adaptée à un problème donné.

L'objectif est de donner une première approche de notions qui seront approfondies en seconde année.

La diagonalisation des endomorphismes est hors programme.

### h) Rang d'une matrice

Rang d'une matrice  $A$ , pour  $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ .

Le rang d'une matrice  $A$  est égal au rang du système  $AX = 0$ .

Faire le lien entre divers aspects de la notion de rang.

Le rang de  $A$  est défini comme le rang de ses vecteurs colonnes dans  $\mathbb{K}^n$  ou, de manière équivalente, comme le rang de l'application linéaire de  $\mathbb{K}^p$  dans  $\mathbb{K}^n$  qui lui est canoniquement associée. On admet que le rang d'une matrice est égal au rang de ses vecteurs lignes.

Le rang d'une famille de vecteurs est égal au rang de sa matrice dans une base.  
Le rang d'une application linéaire est égal au rang de sa matrice dans un couple de bases.

Caractérisation des matrices inversibles à l'aide du rang.  
Conservation du rang par multiplication à droite ou à gauche par une matrice inversible.

Calculer le rang d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire par la méthode du pivot.  
Pour le calcul à la main, on se limite à des cas simples  $\Leftrightarrow$  I.

## Probabilités sur un univers fini

*Ce chapitre a pour objectifs de mettre en place un cadre théorique permettant de fonder l'étude des probabilités dans le cas d'un univers fini et de développer la formation des étudiants au raisonnement probabiliste. On enrichit le point de vue fréquentiste étudié au lycée par une formalisation ensembliste. On mettra l'accent sur des exemples issus de la vie courante ou provenant des autres disciplines.*

### a) Espaces probabilisés finis

Expérience aléatoire. L'ensemble des issues (ou résultats possibles, ou réalisations) d'une expérience aléatoire est appelé univers.

Événement, événement élémentaire (singleton). Événement certain, événement impossible, événement contraire, événements incompatibles. Opérations sur les événements. Système complet d'événements.

On appelle probabilité sur un univers fini  $\Omega$  toute application  $P$  de  $\mathcal{P}(\Omega)$  dans  $[0,1]$  vérifiant  $P(\Omega) = 1$  et, pour tout couple  $(A,B)$  de parties disjointes de  $\Omega$ ,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

Un espace probabilisé fini est un couple  $(\Omega, P)$  où  $\Omega$  est un univers fini et  $P$  une probabilité sur  $\Omega$ .

Probabilité de l'union de deux événements, probabilité de l'événement contraire, croissance d'une probabilité.  
Si  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$  et  $p_1, \dots, p_n$  sont des réels positifs de somme 1, il existe une et une seule probabilité  $P$  sur  $\Omega$  telle que :

$$\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, P(\{\omega_i\}) = p_i$$

Équiprobabilité (ou probabilité uniforme).

Modéliser des situations aléatoires.  
On se limite au cas où l'univers  $\Omega$  est fini.

Maîtriser le lien entre point de vue ensembliste et point de vue probabiliste.

On se limite au cas où l'ensemble des événements est l'ensemble des parties de  $\Omega$ .

Notation  $\bar{A}$  pour l'événement contraire.

Expliciter l'espace probabilisé modélisant une situation aléatoire décrite en langage naturel.

Calculer la probabilité d'un événement à partir d'un tableau de probabilités.

Choisir les valeurs des  $p_i$  revient à choisir un modèle probabiliste.

### b) Indépendance et conditionnement

Si  $A$  et  $B$  sont deux événements tels que  $P(B) > 0$ , on appelle probabilité conditionnelle de  $A$  sachant  $B$  le réel  $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ .

On la note aussi  $P(A|B)$ .

Formules des probabilités composées, des probabilités totales.

Illustrer une expérience aléatoire à l'aide d'arbres de probabilités.

La définition de  $P_B(A)$  est justifiée par une approche heuristique fréquentiste.

L'application  $P_B$  est une probabilité.

Formules de Bayes :

- si  $A$  et  $B$  sont deux événements tels que  $P(A) > 0$  et  $P(B) > 0$ , alors

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

- si  $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$  est un système complet d'événements de probabilités non nulles et si  $B$  est un événement de probabilité non nulle, alors

$$P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j)P(A_j)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)}$$

Indépendance de deux événements.

Indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.

On donnera plusieurs applications issues de la vie courante.

Si  $P(B) > 0$ , l'indépendance de  $A$  et  $B$  équivaut à  $P(A|B) = P(A)$ .

L'indépendance des événements  $A_i$  deux à deux n'entraîne pas leur indépendance mutuelle si  $n \geq 3$ .

## Variabes aléatoires réelles sur un univers fini

*La notion de variable aléatoire modélise le résultat d'une expérience aléatoire. L'utilisation des variables aléatoires pour modéliser des situations simples dépendant du hasard fait partie des capacités attendues des étudiants. On se limite aux variables aléatoires réelles définies sur un univers fini.*

### a) Variable aléatoire

Une variable aléatoire est une application définie sur l'univers  $\Omega$  à valeurs dans un ensemble  $E$ . Lorsque  $E \subset \mathbb{R}$ , la variable aléatoire est dite réelle.

Loi de probabilité  $P_X$  et fonction de répartition.

Image d'une variable aléatoire par une application.

Modéliser des situations données en langage naturel à l'aide de variables aléatoires.

Si  $X$  est une variable aléatoire et si  $A$  est une partie de  $E$ , notation  $\{X \in A\}$  ou  $(X \in A)$  pour l'événement  $X^{-1}(A)$ . Notations  $P(X \in A)$ ,  $P(X = x)$ ,  $P(X \leq x)$ .

Déterminer la loi d'une variable aléatoire à partir de sa fonction de répartition.

L'application  $P_X$  est définie par la donnée des  $P(X = x)$  pour  $x$  dans  $X(\Omega)$ .

La connaissance des propriétés générales des fonctions de répartition n'est pas exigible.

### b) Espérance

Définition de l'espérance d'une variable aléatoire. Variable centrée.

$$\text{Relation : } E(X) = \sum_{\omega \in \Omega} P(\{\omega\})X(\omega).$$

Théorème de transfert : si  $X$  est une variable aléatoire réelle à valeurs finies et  $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , alors l'espérance de la variable aléatoire  $\varphi(X)$  est donnée par la formule

$$E(\varphi(X)) = \sum_{x \in X(\Omega)} \varphi(x)P(X = x).$$

En particulier,  $E(aX + b) = aE(X) + b$  pour  $a$  et  $b$  deux réels donnés.

Interpréter l'espérance en terme de moyenne pondérée.  $\Leftrightarrow$  PC SI : centre de gravité.

Calculer une espérance à l'aide de la formule du transfert.

On admet de manière plus générale la linéarité de l'espérance.

**c) Variance et écart type d'une variable aléatoire**

Variance et écart type d'une variable aléatoire. Variable réduite.

Relation  $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$  (Kœnig-Huygens).  
 $V(aX + b) = a^2V(X)$  pour  $a$  et  $b$  deux réels donnés.  
 Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Interpréter la variance comme indicateur de dispersion.  
 Les moments d'ordre supérieur ne sont pas au programme.

$\Leftrightarrow$  PC SI : moments d'inertie.

Interpréter la variance comme un indicateur de dispersion.

L'inégalité de Markov n'est pas au programme.

**d) Lois usuelles**

Loi certaine.  
 Loi uniforme.

Reconnaître des situations modélisables par une loi uniforme.

Loi de Bernoulli de paramètre  $p \in [0, 1]$ .

Reconnaître des situations modélisables par une loi de Bernoulli.

Notation  $\mathcal{B}(p)$ .

Loi binomiale de paramètres  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $p \in [0, 1]$ .

Reconnaître des situations modélisables par une loi binomiale.

Notation  $\mathcal{B}(n, p)$ .

Espérance et variance associées à ces différentes lois.

## Appendice aux programmes de physique-chimie et de sciences industrielles de l'ingénieur de TSI « Outils mathématiques »

Au niveau des classes préparatoires, le rôle structurant des outils fournis par les mathématiques est incontournable en physique-chimie et en sciences industrielles de l'ingénieur, mais il convient d'éviter les dérives formelles ou calculatoires : le recours au calcul analytique doit être limité aux cas les plus simples et on utilisera des outils de calcul numérique ou formel dans tous les autres cas, y compris dans certains cas où des calculs analytiques seraient a priori possibles mais hors de portée des étudiants du fait de leur longueur ou de leur technicité.

Afin de cibler au mieux la formation et l'évaluation, cet appendice liste les outils mathématiques dont une bonne maîtrise est indispensable pour que les objectifs de formation des programmes de physique-chimie et de sciences industrielles de l'ingénieur puissent être pleinement atteints. Le niveau d'exigence requis est systématiquement précisé pour chaque outil afin d'éviter toute dérive.

**L'apprentissage de ces outils doit être réparti sur l'année en fonction de l'avancement des cours en ayant un souci permanent de contextualisation. Ceci suppose notamment une concertation au sein de l'équipe pédagogique.**

Dans le cas où d'autres outils seraient ponctuellement nécessaires, il conviendrait de les mettre à disposition des étudiants sous une forme opérationnelle (formulaires...) et de faire en sorte que leur manipulation ne puisse pas constituer un obstacle.

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>1. Equations algébriques</b>	
Système linéaire de $n$ équations à $p$ inconnues	Identifier un nombre minimal d'inconnues, confronter au nombre d'équations indépendantes disponibles. Exprimer la dépendance dans le seul cas $n = p = 2$ . Résoudre analytiquement dans le seul cas $n = p = 2$ . Utiliser des outils numériques ou formels dans les autres cas. <i>Exemples : systèmes d'ordre 3 : <math>n = p = 3</math> en mécanique (statique du solide).</i>
Équation non linéaire	Discuter graphiquement dans le cas où l'équation se présente sous la forme $f(x) = g(x)$ de l'égalité de deux fonctions $f$ et $g$ classiques. Résoudre, dans le cas général, à l'aide d'un outil numérique. <i>Exemples : point de fonctionnement d'un actionneur associé à sa charge, d'un générateur associé à sa charge.</i>



OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>2. Equations différentielles</b>	
Équation différentielle linéaire du premier et du second ordre à coefficients constants	<p>Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales.</p> <p>Exploiter l'équation caractéristique.</p> <p>Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité).</p> <p>Mettre une équation sous forme canonique. L'écriture de l'équation différentielle doit permettre la vérification de l'homogénéité des grandeurs physiques.</p> <p>Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales (CI).</p> <p>Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ordre et d'un second membre constant.</p> <p>Obtenir analytiquement (notation complexe) le seul régime sinusoïdal forcé dans le cas d'un second membre sinusoïdal. Mettre en évidence l'intérêt d'utiliser la notation complexe dans le cas d'un régime forcé sinusoïdal.</p> <p>Déterminer le module et la phase des grandeurs.</p> <p>Mettre en évidence les notions de régime libre, régime permanent, régime forcé et régime transitoire.</p> <p><i>Exemples : électrocinétique, mécanique, thermique...</i></p>
Équation quelconque	<p>Intégrer numériquement avec un outil fourni.</p> <p><i>Exemples : équations issues du principe fondamental de la dynamique.</i></p>

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles	Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, $x \rightarrow x^2$ , $x \rightarrow \frac{1}{x}$ , $x \rightarrow \sqrt{x}$ .
Dérivée	Interpréter géométriquement la dérivée. Dériver une fonction composée. Rechercher un extrémum. <i>Exemples : phénomène de résonance, couple maximum d'une machine asynchrone.</i>
Primitive et intégrale  Valeurs moyenne et efficace	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales. Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions cos, sin, $\cos^2$ et $\sin^2$ . Interpréter l'intégrale en termes d'aire algébrique pour des fonctions périodiques simples. <i>Exemples : fonctions périodiques constantes par morceaux pour les convertisseurs statiques.</i>
Représentation graphique d'une fonction	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log. <i>Exemples : réponses fréquentielles (diagramme de Bode).</i>
Développements limités	Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement. Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : $(1+x)^\alpha$ , exponentielle, sinus, cosinus, logarithme népérien.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique	Utiliser un développement en série de Fourier fourni via un formulaire. Mettre en évidence les propriétés de symétrie dans le domaine temporel (demi-période).

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et systèmes de coordonnées	Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques. <i>Exemple : repérage d'un point dans l'espace en cinématique.</i>
Projection d'un vecteur et produit scalaire	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire. <i>Exemples : projection en mécanique dans un repère, diagramme de Fresnel.</i>
Produit vectoriel	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres. <i>Exemples : calcul des moments, dérivation des vecteurs unitaires.</i>
Transformations géométriques	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.
Courbes planes  Courbes planes paramétrées	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite et d'un cercle. Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation $r=f(\theta)$ . Reconnaître les équations paramétriques $x = a \cdot \cos(\omega \cdot t)$ et $y = a \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$ d'une ellipse et la tracer dans les cas particuliers : $\varphi = 0$ , $\varphi = \frac{\pi}{2}$ et $\varphi = \pi$ . Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur.
Longueurs, aires et volumes classiques	Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points	Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène. <i>Exemple : recherche d'un centre de gravité d'un solide.</i>

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté	<p>Définir une convention d'orientation des angles dans un plan et lire des angles orientés.</p> <p>Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles de rotation autour de cet axe.</p>
Fonctions cosinus, sinus et tangente	<p>Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation <math>\cos^2 x + \sin^2 x = 1</math>, relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs des fonctions pour les angles usuels.</p> <p>Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.</p> <p>Passer de la forme <math>A \cdot \cos(\omega t) + B \cdot \sin(\omega t)</math> à la forme <math>C \cdot \cos(\omega t - \varphi)</math></p>
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes	<p>Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.</p> <p><i>Exemples : diagramme de Fresnel. Application aux systèmes triphasés : <math>\underline{a} = e^{i\frac{2\pi}{3}}</math> <math>1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0</math></i></p>
Calcul matriciel (en SII uniquement)	<p>Effectuer le produit d'une matrice par un vecteur</p> <p><i>Exemple : calcul du moment dynamique.</i></p> <p>Choisir une base pour simplifier la structure d'une matrice.</p> <p><i>Exemple : simplification d'une matrice d'inertie.</i></p>



# Annexe 2

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Technologie et sciences industrielles (TSI)**

Discipline : **Physique-chimie**

**Première année**

# PROGRAMME DE PHYSIQUE-CHIMIE TSI

## Préambule

Le programme de physique-chimie de TSI s'inscrit dans une double continuité : d'une part avec les nouveaux programmes de terminale des séries technologiques et d'autre part avec l'enseignement dans les grandes écoles. Ce programme a été construit pour faire réussir tous les élèves qui ont été formés dans le cadre du lycée rénové et les amener progressivement au niveau requis pour poursuivre avec succès des études scientifiques et techniques en vue de devenir ingénieur, chercheur ou enseignant et, plus généralement, être à même de se former tout au long de la vie.

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux volets s'enrichissent mutuellement et leur intrication est un élément essentiel de notre enseignement. Cela nécessite d'asseoir un socle de connaissances et de capacités dans le domaine de la physique chimie mais aussi de développer des compétences permettant de les mettre en œuvre de manière efficiente. Le programme est construit afin d'atteindre ces deux objectifs.

Le développement des compétences se fera au moyen de la mise en œuvre de modalités pédagogiques favorisant la mise en activité des élèves et s'appuyant sur des composantes de la démarche scientifique : la démarche expérimentale, la résolution de problème et l'analyse documentaire. Elles visent à développer chez l'élève, outre des compétences purement scientifiques, l'autonomie, l'esprit critique, la prise d'initiative, la capacité à acquérir par soi-même de nouvelles connaissances et capacités. Elles permettent aussi à chacun d'être acteur de sa formation et favorisent l'épanouissement des différentes intelligences.

Concernant l'aspect théorique, le socle de connaissances et de capacités scientifiques a été conçu de manière à amener les concepts scientifiques et les outils mathématiques nécessaires à leur modélisation de manière très progressive. La priorité doit être mise sur la modélisation des phénomènes et sur l'analyse des résultats obtenus. La résolution des équations issues des phases de modélisation doit faire appel autant que possible aux outils numériques afin de réduire la part des calculs analytiques dans la résolution des problèmes et, ainsi, de reporter l'attention des étudiants vers les questions de fond (modélisation, analyse des résultats...). Cela permet aussi d'aborder (même modestement) des systèmes plus proches de la réalité en enlevant la contrainte d'obtenir une équation dont la résolution analytique serait accessible à l'étudiant.

Le programme fait une très large place à la démarche expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- le premier a trait à la formation expérimentale. Les activités expérimentales permettent l'acquisition de compétences spécifiques, ainsi que d'un réel savoir-faire dans le domaine de la mesure (réalisation, évaluation de la précision, analyse du résultat...) et des techniques associées ;
- le second concerne l'identification, tout au long du programme, de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques durant lesquelles l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Au regard de ce qui précède, le programme est organisé en trois parties :

- 1 dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problème. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des

- situations variées tout au long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée ;
- 2 dans la deuxième partie « **formation expérimentale** » sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.
  - 3 dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est organisée sur deux semestres :
    - **premier semestre** : la partie « **signaux physiques** » est construite autour de la notion de grandeurs physiques scalaires dépendant du temps et, éventuellement, d'une variable d'espace. Elle aborde différents champs de la physique afin de montrer la transférabilité de certains modèles. La partie « **transformation de la matière** » permet de continuer à installer les outils nécessaires à la description et l'évolution d'un système chimique. La partie « **architecture de la matière** » vient compléter les connaissances acquises par les élèves au lycée.
    - **second semestre** : les grandeurs vectorielles sont introduites dans les parties « **mécanique** » et « **induction** ». La partie « **thermodynamique** » permet l'utilisation de fonctions de plusieurs variables. La partie « **transformations chimiques en solution aqueuse** » a pour objectif principal de permettre à l'élève de reconnaître les principaux types de réactions chimiques en solution, à travers les phénomènes ou dispositifs faisant intervenir des réactions d'oxydo-réduction et d'apprendre à utiliser les diagrammes potentiel-pH.

Les outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique-chimie en fin de première année de TSI sont précisés en appendice.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les élèves. Il ne représente en aucun cas une progression imposée à l'intérieur de chaque semestre. Le professeur doit organiser son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- la mise en activité des élèves : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les élèves seront acteurs de leur formation. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problème permettent cette mise en activité. Le professeur peut mettre en œuvre d'autres activités allant dans le même sens ;
- la mise en contexte des contenus scientifiques : la physique et la chimie se sont développées uniquement afin de répondre à des questions que l'Homme se pose. Ainsi en TSI, le questionnement scientifique, prélude à la construction des notions et concepts, se déploiera à partir d'objets technologiques emblématiques du monde contemporain, de procédés simples ou complexes, de phénomènes naturels. Toute démarche purement descendante est à proscrire ;
- **une nécessaire mise en cohérence des différents enseignements scientifiques et technologiques : la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les enseignements de mathématiques et de sciences industrielles.**

# Démarche scientifique

## Démarche expérimentale

### Compétences mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales mises en œuvre dans le cadre d'une démarche scientifique mobilisent les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres composantes du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence.

Compétence	Capacités exigibles associées
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation</li><li>- énoncer une problématique</li><li>- définir des objectifs</li></ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- formuler une hypothèse</li><li>- proposer une stratégie pour répondre à une problématique</li><li>- proposer un modèle</li><li>- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental</li><li>- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations</li></ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- mettre en œuvre un protocole</li><li>- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « Grandeurs et instruments », avec aide pour tout autre matériel</li><li>- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates</li><li>- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales</li></ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes</li><li>- confronter un modèle à des résultats expérimentaux</li><li>- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information</li><li>- analyser les résultats de manière critique</li><li>- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle</li></ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- à l'écrit comme à l'oral :<ul style="list-style-type: none"><li>o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible</li><li>o utiliser un vocabulaire scientifique adapté</li><li>o s'appuyer sur des schémas, des graphes</li></ul></li><li>- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue</li></ul>
<b>Être autonome, faire preuve d'initiative</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- travailler seul ou en équipe</li><li>- solliciter une aide de manière pertinente</li><li>- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper</li></ul>

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler



## Démarche scientifique

l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de bien préparer les élèves de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.

Concernant la compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** », elle est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

## Résolution de problème

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problème » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problème permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problème. La résolution de problème mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Capacités exigibles associées
S'approprier le problème.	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. ...
Etablir une stratégie de résolution (analyser).	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. ...
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser).	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. ...
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en

## Démarche scientifique

	comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, ...). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue. ...
Communiquer	Présenter la résolution, en expliquant le raisonnement et les résultats. ...

### Remarques complémentaires

Suivent des possibilités d'articulation entre la résolution de problème et les autres types de compétences développées.

En lien avec les incertitudes :

- évaluer ou déterminer la précision de la solution proposée, notamment lorsqu'il s'agit d'une solution approchée sans la surestimer ni la sous estimer (on a souvent tendance à dire que l'on fait un calcul d'ordre de grandeur alors que l'on a un résultat à 10% près) ;
- déterminer ce qu'il faudrait faire pour améliorer la précision d'un résultat ;

En lien avec l'analyse de documents :

- analyser de manière critique un texte dont l'objet est scientifique ou technique, en mobilisant ses connaissances, notamment sur les valeurs quantitatives annoncées. Être capable de vérifier la cohérence des chiffres proposés en développant un modèle simple ;
- vérifier à l'aide d'un document technique, d'une photographie ... le résultat d'une modélisation.

En lien avec la démarche expérimentale :

- l'approche « résolution de problème » peut se prêter à des activités expérimentales pour lesquelles une tâche précise sera demandée sans que la méthode ne soit donnée. Par exemple : mesurer une quantité physique donnée, comparer deux grandeurs, mettre en évidence un phénomène ... ;
- la vérification d'une modélisation sera effectuée en réalisant l'expérience. Cela peut s'effectuer en prédisant quantitativement l'issue d'une expérience, puis en effectuant les mesures pour vérifier les valeurs prédites.

En lien avec les compétences de « rédaction » :

- rédiger de manière concise et directe une solution qui a souvent été trouvée par un long cheminement.

## Approches documentaires

Dans un monde où le volume d'informations disponibles rend en pratique difficile l'accès raisonné à la connaissance, il importe de continuer le travail commencé au collège et au lycée sur la recherche, l'extraction et l'organisation de l'information afin d'en permettre l'accès en toute autonomie avec la conscience de l'existence d'un continuum de niveaux de compétence sur un domaine donné entre la méconnaissance (et donc la découverte) et la maîtrise absolue.

Le programme de physique-chimie prévoit qu'un certain nombre de rubriques, identifiées dans la colonne capacités exigibles, relèvent d'une « **approche documentaire** ». L'objectif est double ; il s'agit :

## Démarche scientifique

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver différemment en utilisant des documents au support varié (texte, vidéo, photo...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (grandes idées, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs) dans les domaines de la physique et de la chimie du XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècle et de leurs applications.

Ces approches documentaires sont aussi l'occasion d'apporter des éléments de compréhension de la construction du "savoir scientifique" (histoire des sciences, débats d'idées, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux...). Elles permettent de développer des compétences d'analyse et de synthèse. Sans que cette liste de pratiques soit exhaustive on pourra, par exemple, travailler sur un document extrait directement d'un article de revue scientifique, sur une vidéo, une photo ou sur un document produit par le professeur ; il est également envisageable de demander aux élèves de chercher eux-mêmes des informations sur un thème donné ; ce travail pourra se faire sous forme d'analyse de documents dont les résultats seront présentés aussi bien à l'écrit qu'à l'oral.

Quelle que soit la façon d'aborder ces approches documentaires, le rôle du professeur est de travailler à un niveau adapté à sa classe et d'assurer une synthèse de ce qu'il convient de retenir. Elles doivent être en cohérence avec le socle du programme. Elles peuvent être l'occasion d'acquérir de nouvelles connaissances ou d'approcher de nouveaux modèles mais il faut proscrire toute dérive en particulier calculatoire.

## Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la pratique de la démarche expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans la troisième partie du programme – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie. Elle permet de poursuivre la formation initiée en terminale dans le domaine de la « **mesure et des incertitudes** » et l'acquisition des capacités expérimentales présentées dans la partie « **mesures et savoir-faire** » afin qu'elles soient pratiquées en autonomie par les étudiants à l'issue de leur première année de CPGE.

Au laboratoire de chimie, les élèves doivent prendre conscience du risque lié à la manipulation et au rejet de produits chimiques. L'apprentissage et le respect des règles de sécurité leur permettent de prévenir et de minimiser ce risque.

### Mesures et incertitudes

L'importance de la composante expérimentale de la formation des étudiants des CPGE scientifiques est réaffirmée. Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les élèves doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure ..., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières STI2D et STL du lycée.

Les élèves doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Pour assurer le succès de cette formation en filière TSI, il est essentiel que ces notions diffusent dans chacun des thèmes du programme tout au long des deux années préparatoires et qu'elles soient régulièrement évaluées. Dans un souci de contextualisation, on évitera toutes séquences de cours spécifiques. L'informatique fournit aux élèves les outils nécessaires à l'évaluation des incertitudes (notamment composées) sans qu'ils soient conduits à entrer dans le détail des concepts mathématiques sous-jacents.

Notions et contenu	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.  Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.
Notion d'incertitude, incertitude-type.  Évaluation d'une incertitude-type.	Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.  Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).  Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie...).

## Formation expérimentale

Incertitude-type composée.	<p>Evaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel.</p> <p>Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.</p>
Incertitude élargie.	<p>Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.</p>
Présentation d'un résultat expérimental.	<p>Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.</p>
Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure).	<p>Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence.</p> <p>Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.</p>

### Mesures et savoir-faire

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les élèves doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes - repérés en gras dans le corps du programme - peuvent servir à définir.

Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel : par exemple, toutes les capacités mises en œuvre autour de l'oscilloscope ne sauraient être l'objectif d'une séance unique, mais doivent au contraire faire l'objet d'un apprentissage progressif contextualisé où chaque élément apparaît naturellement à l'occasion d'un problème concret.

Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaine, les deux premiers étant davantage transversaux. Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine. La capacité à former une image de bonne qualité, par exemple, peut-être mobilisée au cours d'une expérience de mécanique ou de thermodynamique, cette transversalité de la formation devant être un moyen, entre d'autres, de favoriser l'autonomie et la prise d'initiative décrites plus haut dans la partie consacrée à la démarche expérimentale.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
<p><b>1. Mesures d'angles, de longueurs, de volume et de masse</b></p> <p>Longueurs : sur un banc d'optique.</p> <p>Longueurs : à partir d'une photo ou d'une vidéo.</p> <p>Angles : avec un goniomètre.</p>	<p>Mettre en œuvre une mesure de longueur par déplacement d'un viseur entre deux positions.</p> <p>Pouvoir évaluer avec précision, par comparaison à un étalon, une longueur (ou les coordonnées d'une position) sur une image numérique.</p> <p>Utiliser un viseur à frontale fixe, une lunette autocollimatrice.</p>

## Formation expérimentale

<p>Longueurs d'onde.</p> <p>Volume : avec une pipette, éprouvette, fiole, burette. Verrerie jaugée et graduée.</p> <p>Masse : avec une balance de précision.</p>	<p>Utiliser des vis micrométriques et un réticule pour tirer parti de la précision affichée de l'appareil utilisé.</p> <p>Étudier un spectre à l'aide d'un spectromètre à fibre optique.</p> <p>Mesurer une longueur d'onde acoustique à l'aide d'un support gradué et d'un oscilloscope bicourbe. Sélectionner et utiliser le matériel adapté à la précision requise.</p> <p>Distinguer verrerie in et verrerie ex.</p> <p>Préparer une solution aqueuse de concentration donnée à partir d'un solide ou d'une solution de concentration molaire connue.</p>
<p>2. Mesures de temps et de fréquences</p> <p>Fréquence ou période : mesure directe au fréquencemètre numérique, à l'oscilloscope ou via une carte d'acquisition.</p> <p>Analyse spectrale.</p> <p>Décalage temporel, déphasage à l'aide d'un oscilloscope numérique.</p>	<p>Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition.</p> <p>Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.</p> <p>Reconnaître une avance ou un retard.</p> <p>Passer d'un décalage temporel à un déphasage et inversement.</p> <p>Repérer précisément le passage par un déphasage de 0 ou <math>\pi</math> en mode XY.</p>
<p>3. Électricité</p> <p>Mesurer une tension :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique.</li> </ul> <p>Mesurer un courant :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ampèremètre numérique ;</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée.</li> </ul> <p>Mesurer une résistance ou une impédance :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mesure directe à l'ohmmètre ou au capacimètre ;</li> <li>- mesure indirecte à l'oscilloscope ou au voltmètre sur un diviseur de tension.</li> </ul>	<p>Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- préciser la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage et ses limites (bande passante, résistance d'entrée) ;</li> <li>- définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête,...).</li> </ul>

## Formation expérimentale

<p>Caractériser un dipôle quelconque.</p> <p>Élaborer un signal électrique analogique périodique simple à l'aide d'un GBF.</p> <p>Agir sur un signal électrique à l'aide des fonctions simples suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- amplification, filtrage ;</li> <li>- sommation.</li> </ul>	<p>Tracer la caractéristique statique d'un capteur.</p> <p>Obtenir un signal de valeur moyenne, de forme, d'amplitude et de fréquence données.</p> <p>Gérer, dans un circuit électronique, les contraintes liées à la liaison masse.</p> <p>Mettre en œuvre les fonctions de base de l'électronique réalisées par des blocs dont la structure ne fait pas l'objet d'une étude spécifique.</p> <p>Associer ces fonctions de base pour réaliser une fonction complexe en gérant les contraintes liées aux impédances d'entrée et/ou de sortie des blocs.</p>
<p>4. Optique</p> <p>Former une image.</p> <p>Créer ou repérer une direction de référence.</p> <p>Analyser une lumière</p>	<p>Éclairer un objet de manière adaptée. Choisir une ou plusieurs lentilles en fonction des contraintes expérimentales, et choisir leur focale de façon raisonnée. Estimer l'ordre de grandeur d'une distance focale.</p> <p>Régler et mettre en œuvre une lunette autocollimatrice et un collimateur.</p> <p>Obtenir et analyser un spectre à l'aide d'un spectromètre.</p>
<p>5. Mécanique</p> <p>Visualiser et décomposer un mouvement.</p> <p>Mesurer une vitesse, une accélération.</p> <p>Quantifier une action.</p>	<p>Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie. Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération.</p> <p>Mettre en œuvre un capteur de vitesse, un accéléromètre.</p> <p>Utiliser un dynamomètre, un capteur de force.</p>
<p>6. Thermodynamique</p> <p>Mesurer une pression.</p> <p>Mesurer une température.</p> <p>Effectuer des bilans d'énergie.</p>	<p>Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu.</p> <p>Mettre en œuvre un capteur de température.</p> <p>Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.</p>
<p>7. Chimie</p>	

## Formation expérimentale

Méthode conductimétrique.	Suivre un titrage par conductimétrie. Repérer l'équivalence et l'exploiter pour le calcul de la valeur d'une concentration.
Méthode pH-métrique.	Suivre un titrage par pH-métrie. Repérer l'équivalence et l'exploiter pour le calcul de la valeur d'une concentration. Déterminer la valeur d'une constante d'équilibre.
Indicateurs colorés.	Effectuer un titrage en utilisant un indicateur de fin de réaction.
Méthode potentiométrique.	Suivre un titrage par potentiométrie à intensité nulle. Exploiter la courbe de titrage pour le calcul des potentiels standard.
Cinétique chimique.	Établir une loi de vitesse à partir du suivi temporel d'une grandeur physique.



# CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

## Signaux physiques

### Présentation

Cette partie constitue le programme de physique du premier semestre. Elle est construite autour du signal physique, et du caractère central qu'occupe le signal sinusoïdal dans l'étude des systèmes linéaires. Dans le cycle terminal du lycée, les principales grandeurs physiques associées aux phénomènes physiques ont été introduites. Une approche énergétique a été mise en œuvre permettant ainsi d'installer le principe de conservation de l'énergie. Il convient maintenant de familiariser les élèves avec la modélisation de systèmes dont les grandeurs physiques varient de manière temporelle ou spatiale en se limitant dans cette partie aux grandeurs scalaires.

L'enseignement de cette partie doit faire très largement appel à la démarche expérimentale, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou de travaux pratiques.

Dans la **partie 1** consacrée à la propagation, il est indispensable de s'appuyer sur l'approche expérimentale et sur des logiciels de simulation pour permettre aux étudiants de faire le lien entre l'observation physique des signaux qui se propagent et leurs représentations spatiales et temporelles, sans qu'aucune référence soit faite ici à une expression mathématique du signal. L'introduction de la somme de deux sinusoïdes à travers le phénomène d'interférences permet de faire ressortir le rôle essentiel que joue le déphasage entre deux signaux dans le signal résultant obtenu. L'approche de la diffraction est purement descriptive et expérimentale, et envisagée comme une propriété universelle des ondes ; l'objectif est ici d'introduire l'approximation de l'optique géométrique.

La **partie 2** portant sur l'optique géométrique ne doit pas être enseignée ou évaluée pour elle-même mais avec comme seuls objectifs de servir de point d'appui pour des approches expérimentales en première année et pour l'étude de l'optique physique en deuxième année.

La **partie 3** présente l'aspect corpusculaire de la lumière, son interaction avec la matière et les conséquences de la théorie des quanta sur le fonctionnement d'une diode électroluminescente ou d'une cellule photovoltaïque. On évitera tout développement théorique ; ainsi, on admettra l'existence de deux bandes d'énergie dans un semi-conducteur, la bande de conduction et la bande de valence, séparées par une bande interdite inaccessible aux électrons. On pourra profiter de l'occasion pour faire un peu d'histoire des sciences et pour sensibiliser les élèves aux limites d'une théorie : évoquer le problème de la stabilité des atomes dans le modèle de Bohr, les spectres de raies des lampes spectrales, le rayonnement du corps noir, l'effet photoélectrique ... autant de questionnements qui ont conduit à l'émergence d'une nouvelle physique à l'origine des révolutions technologiques du 20<sup>ème</sup> et du 21<sup>ème</sup> siècle.

La **partie 4** pose les bases nécessaires pour l'étude des circuits dans l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS). Compte tenu du peu de connaissances acquises au lycée dans ce domaine, le choix a été fait de se concentrer sur les dipôles R, L et C. Bien entendu, les travaux pratiques peuvent faire appel à des composants intégrés ou non linéaires (amplificateurs linéaires intégrés ALI, filtres à capacité commutée, échantillonneur-bloqueur, diodes, photorésistances, capteurs...) dès lors qu'aucune connaissance préalable n'est nécessaire.

Les **parties 5 et 6** abordent l'étude des systèmes linéaires du premier et du second ordre en régime libre puis forcé, et une introduction au filtrage linéaire. Il s'agit avant tout de comprendre les principes des outils utilisés, et l'exploitation de tels outils pour analyser l'évolution des signaux dans un système linéaire. Ainsi l'évaluation ne peut-elle porter sur le tracé d'un diagramme de Bode à partir d'une fonction de transfert, ou sur la connaissance a priori de catalogues de filtres, même s'il va de soi que le professeur pourra, s'il le souhaite, détailler sur l'exemple simple d'un filtre du premier ordre le passage de la fonction de transfert au diagramme de Bode. L'objectif est bien plutôt ici de comprendre le rôle central de la linéarité des systèmes pour interpréter le signal de sortie d'après le spectre du signal d'entrée. L'étude de régimes libres à partir d'un portrait de

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

phases est une première introduction à l'utilisation de tels outils qui seront enrichis dans le cours de mécanique pour aborder la physique non linéaire.

La présentation de la partie mécanique de la partie 6 doit, dans mesure du possible, s'appuyer sur des systèmes réels et concrets choisis par le professeur. Par exemple, on peut envisager d'étudier une suspension de voiture: la modélisation porterait tout d'abord sur le ressort seul (6-1), mettant ainsi en évidence la nécessité d'intégrer un système de dissipation de l'énergie cinétique amortissant les oscillations du véhicule (6-2). Le système global permet de filtrer les irrégularités de la chaussée (6-3). On privilégiera l'utilisation de l'outil numérique.

La fonction filtrage est présentée en physique. En SII, l'opération de filtrage se limite à une approche par gabarit et les filtres seront mis en œuvre dans le contexte de la mesure sur un système.

### Objectifs généraux de formation

Outre la maîtrise des compétences reliées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- comprendre le rôle joué par une équation différentielle dans la modélisation de l'évolution temporelle d'un système ;
- comprendre sa traduction dans un portrait de phases ;
- relier linéarité et superposition ;
- exploiter la décomposition sinusoïdale d'un signal pour prévoir son évolution à travers un système linéaire ;
- interpréter physiquement et distinguer les représentations spatiales et temporelles d'un signal qui se propage ;
- dégager les similitudes de comportement entre systèmes analogues par une mise en équation pertinente utilisant variables réduites et paramètres caractéristiques adimensionnés ;
- réaliser des constructions graphiques claires et précises pour appuyer un raisonnement ou un calcul.

Il importe toutefois de réaliser qu'à l'issue de cette partie de programme, ces compétences ne sauraient être complètement acquises, et qu'il convient d'y revenir à chaque fois que l'occasion s'en présente dans la suite de la formation.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Propagation d'un signal	
Exemples de signaux, spectre.	Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.  Connaître quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques.
Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle linéaire non dispersive. Célérité, retard temporel.	Prévoir dans le cas d'une onde progressive pure l'évolution temporelle à position fixée, et prévoir la forme à différents instants.
Onde progressive sinusoïdale : déphasage, double périodicité	Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.

© Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2013

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

spatiale et temporelle.	<b>Mesurer la célérité, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.</b>
Interférences entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence.	<b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour visualiser le phénomène d'interférences de deux ondes.</b>  Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives.
<b>Diffraction à l'infini.</b>	Utiliser la relation $\theta \approx \lambda/d$ entre l'échelle angulaire du phénomène de diffraction et la taille caractéristique de l'ouverture.  <b>Choisir les conditions expérimentales permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction en optique ou en mécanique.</b>
<b>2. Optique géométrique</b>	
Sources lumineuses.  Modèle de la source ponctuelle monochromatique.	Caractériser une source lumineuse par son spectre.
Indice d'un milieu transparent.	Établir la relation entre la longueur d'onde dans le vide et la longueur d'onde dans le milieu.
Approximation de l'optique géométrique et notion de rayon lumineux.	Définir le modèle de l'optique géométrique et indiquer ses limites.
Réflexion - Réfraction. Lois de Descartes.	Établir la condition de réflexion totale.
Miroir plan.	Construire l'image d'un objet, identifier sa nature réelle ou virtuelle.
<b>Conditions de Gauss.</b>	Énoncer les conditions permettant un stigmatisme approché et les relier aux caractéristiques d'un détecteur.
<b>Lentilles minces.</b>	Utiliser les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.  Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide des rayons lumineux.  Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal fournies (Descartes uniquement).  <b>Mettre en oeuvre expérimentalement à l'aide de deux lentilles un dispositif optique d'utilisation courante.</b>
L'œil.	Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe.  Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.
L'appareil photographique numérique.	Approche documentaire : en comparant des images produites par un appareil photographique numérique, discuter l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image et le rôle du capteur sur la qualité de cette

© Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2013

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

	image.
<b>3. Aspect corpusculaire de la lumière</b>	
Dualité onde-particule pour la lumière et la matière. Énergie d'un photon et d'un flux de photons.	Interpréter les échanges d'énergie entre lumière et matière à l'aide du modèle corpusculaire de la lumière.  Quantifier l'énergie reçue par une cellule photovoltaïque.  Exploiter des données techniques de performances d'une diode électroluminescente (efficacité énergétique, durée de vie, température de couleur, IRC ...).
<b>4. Circuits électriques dans l'ARQS</b>	
Charge électrique, intensité du courant.  Potentiel, référence de potentiel, tension.  Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire.	Exprimer une charge électrique sous forme quantifiée. Distinguer la nature des différents porteurs de charges et les origines du courant électrique.  Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge.  Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence. Relier la loi des nœuds au postulat de la conservation de la charge.  Utiliser la loi des mailles.  Algébriser les grandeurs électriques et connaître les conventions récepteur et générateur.  Connaître les ordres de grandeur des intensités et des tensions dans différents domaines d'application.  Citer les relations entre l'intensité et la tension et les ordres de grandeurs pour les composants R, L, C.  Modéliser une source non idéale en utilisant la représentation de Thévenin.
Puissance.	Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance.  Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou dans une bobine.
Association de deux résistances	Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente.  Établir et exploiter les relations de diviseurs de tension ou de courant.
Résistance de sortie, résistance d'entrée.	<b>Étudier l'influence de ces résistances sur le signal délivré par un GBF sur la mesure effectuée par un oscilloscope ou un multimètre.</b>  Extraire les grandeurs d'une notice ou d'un appareil afin d'appréhender les conséquences de leurs valeurs sur le

© Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2013

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

	fonctionnement d'un circuit.
Caractéristique d'un dipôle. Point de fonctionnement	<b>Étudier la caractéristique d'un dipôle pouvant être éventuellement non-linéaire et mettre en œuvre un capteur dans un dispositif expérimental</b>
5. Circuit linéaire du premier ordre	
Régime libre, réponse à un échelon.	<p><b>Réaliser, pour un circuit, l'acquisition d'un régime transitoire du premier ordre et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux expressions théoriques.</b></p> <p>Distinguer sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon.</p> <p>Utiliser un modèle équivalent aux dipôles pour déterminer les grandeurs électriques en régime permanent.</p> <p>Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine.</p> <p>Établir la relation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.</p> <p>Prévoir qualitativement l'évolution du système avant toute résolution de l'équation différentielle.</p>
Stockage et dissipation d'énergie.	Réaliser des bilans énergétiques.
6. Comportement dynamique d'un système au voisinage d'une position d'équilibre stable. Réponse à une excitation	
6-1. Oscillation harmonique	
Mouvement horizontal sans frottement d'une masse accrochée à un ressort linéaire sans masse. Position d'équilibre.	<p>Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique.</p> <p>Exprimer la solution compte tenu des conditions initiales.</p> <p>Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.</p> <p>Tracer le portrait de phase.</p> <p>Contrôler la cohérence de la solution obtenue avec la conservation de l'énergie mécanique, l'expression de l'énergie potentielle élastique étant ici affirmée.</p> <p>Déterminer, en s'appuyant uniquement sur des arguments physiques et une analyse dimensionnelle, la position d'équilibre et le mouvement d'une masse fixée à un ressort vertical.</p>
6-2. Oscillateurs amortis Circuit RLC série et oscillateur	<b>Mettre en évidence la similitude des comportements des</b>

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

<p>mécanique amorti par frottement visqueux.</p> <p>Régime sinusoïdal forcé, impédances complexes. Association de deux impédances. Oscillateur électrique ou mécanique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.</p>	<p><b>oscillateurs mécanique et électronique. Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.</b></p> <p>Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques.</p> <p>Prévoir l'évolution du système en utilisant un portrait de phase fourni.</p> <p>Écrire sous forme canonique la relation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.</p> <p>Connaître la nature de la réponse en fonction du facteur de qualité.</p> <p>Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire, selon la valeur du facteur de qualité. Établir et connaître l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine en régime harmonique. Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental autour du phénomène de résonance.</b></p> <p>Utiliser la méthode des complexes pour étudier le régime forcé.</p> <p>A l'aide d'un outil de résolution numérique, mettre en évidence le rôle du facteur de qualité pour l'étude de la résonance en élongation ou en tension.</p> <p>Relier l'acuité d'une résonance au facteur de qualité.</p> <p>Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase.</p>
<p>6.3. Filtrage linéaire Signaux périodiques.</p> <p>Gabarit d'un filtre. Fréquences de coupure.</p> <p>Fonction de transfert harmonique. Diagrammes de Bode.</p>	<p>Exploiter le spectre d'un signal périodique ; déterminer la composante continue, le fondamental et les harmoniques.</p> <p>Définir la valeur moyenne et la valeur efficace. Reconnaître les gabarits des filtres passe-bas, passe-haut et passe-bande.</p> <p>Déterminer qualitativement le spectre du signal de sortie d'un filtre, le spectre du signal d'entrée et le gabarit ou le diagramme de Bode du filtre étant donnés.</p> <p>Prévoir le comportement d'un filtre en hautes et basses</p>

© Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2013

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

<p>Modèles simples de filtres passifs: passe-bas et passe-haut d'ordre 1, passe-bas et passe-bande d'ordre 2.</p>	<p>fréquences.</p> <p>Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 et ses représentations graphiques pour l'étude de la réponse d'un système linéaire à une excitation sinusoïdale, à une somme finie d'excitations sinusoïdales.</p> <p>Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode d'après l'expression de la fonction de transfert.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant la fonction de filtrage d'un système linéaire.</b></p> <p>Expliquer l'intérêt, pour garantir leur fonctionnement lors de mises en cascade, de réaliser des filtres de tension de faible impédance de sortie et forte impédance d'entrée.</p> <p>Approche documentaire : expliquer la nature du filtrage introduit par un dispositif mécanique (sismomètres, amortisseurs, accéléromètre...).</p> <p><b>Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale.</b></p>
---	--

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

### Transformation de la matière

La chimie est une science de la nature, science de la matière et de sa transformation. Afin d'approcher la chimie par un angle macroscopique, ce sont les espèces chimiques et les transformations de la matière qui seront abordées en premier lieu. Les exemples choisis seront nombreux afin d'illustrer la variété de domaines concernés par cette discipline. L'approche expérimentale sera privilégiée.

Dans un premier temps, les outils nécessaires à la description et l'évolution d'un système chimique seront présentés. On se limite alors à un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique symbolisée par une équation chimique à laquelle est associée une constante d'équilibre thermodynamique. Sur des exemples variés de transformations chimiques rencontrées dans la vie courante, au laboratoire, dans le monde du vivant ou en milieu industriel, on prévoit le sens d'évolution de systèmes homogènes ou hétérogènes et on en détermine la composition à l'état final. Les capacités travaillées au premier semestre seront réinvesties au second semestre, dans le cas particulier des transformations chimiques en solution aqueuse. Cette partie du programme permet ainsi de rappeler et de réinvestir les acquis du lycée concernant les transformations acido-basiques et d'oxydo-réduction.

Dans un deuxième temps, l'évolution temporelle des systèmes chimiques sera étudiée. Cette partie va permettre d'accéder à la vitesse de la réaction chimique étudiée d'abord dans le cas d'un réacteur fermé parfaitement agité. L'approche expérimentale permettra de dégager les différents facteurs cinétiques que sont les concentrations, la présence ou non d'un catalyseur et la température. Si la réaction chimique admet un ordre, le suivi temporel de la transformation chimique doit permettre l'établissement de la loi de vitesse. La notion d'ordre émergera du suivi temporel d'une transformation chimique. D'un point de vue expérimental, il pourra s'agir de la mesure de l'absorbance ou de la conductivité du milieu réactionnel. L'outil informatique sera mis à profit pour établir la loi cinétique à partir de ce suivi.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. La transformation de la matière	
Transformations de la matière. Transformations physique, chimique, nucléaire.	Reconnaître la nature d'une transformation.
Transformations physiques. États de la matière : gaz, liquide, solide cristallin, solide amorphe et solide semi-cristallin.  Notion de phase.	Reconnaître une transformation allotropique.
Système physico-chimique. Constituants physico-chimiques.	Recenser les constituants physico-chimiques présents dans un système. Utiliser de manière précise le vocabulaire : élément, corps simple, corps composé, corps pur, espèce chimique.  Déterminer la masse molaire d'une espèce chimique.



## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

<p>Mole, masse molaire.</p> <p>Corps purs et mélanges : concentration molaire, fraction molaire, pression partielle. Composition d'un système physico-chimique.</p>	<p>Décrire la composition d'un système à l'aide des grandeurs physiques pertinentes.</p>
<p>Transformation chimique. Réaction chimique : équation de réaction, avancement, constante thermodynamique d'équilibre.</p>	<p>Décrire qualitativement et quantitativement un système chimique dans l'état initial ou dans un état d'avancement quelconque.</p>
<p>Évolution d'un système lors d'une transformation chimique modélisée par une réaction chimique unique: activité, quotient réactionnel, critère d'évolution.</p>	<p><b>Déterminer une constante d'équilibre.</b></p> <p>Exprimer l'activité d'une espèce chimique pure ou dans un mélange dans le cas de solutions aqueuses très diluées ou de mélange de gaz parfaits. Exprimer le quotient réactionnel. Prévoir le sens d'évolution spontanée d'un système chimique.</p>
<p>Composition chimique du système dans l'état final : état d'équilibre chimique, transformation totale.</p>	<p>Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</p>
<p>2. Évolution temporelle des systèmes chimiques</p>	
<p><i>Dans le cas d'un réacteur fermé de composition uniforme :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- vitesses de disparition d'un réactif et de formation d'un produit ;</li> <li>- vitesse de réaction pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</li> </ul>	<p><b>Déterminer l'influence d'un paramètre sur la vitesse d'une réaction chimique.</b></p> <p>Relier la vitesse de réaction à la vitesse de disparition d'un réactif ou de formation d'un produit.</p>
<p><i>Lois de vitesse : réactions sans ordre, réactions avec ordre simple (0, 1, 2), ordre global, ordre apparent.</i></p> <p>Temps de demi-réaction.</p>	<p><b>Établir une loi de vitesse à partir du suivi temporel d'une grandeur physique.</b></p> <p>Exprimer la loi de vitesse quand la réaction chimique admet un ordre et déterminer la valeur de la constante cinétique à une température donnée. Évaluer un ordre de réaction à l'aide de la méthode différentielle ou à l'aide des temps de demi-réaction.</p>

### Architecture de la matière

Depuis la classe de seconde, les élèves ont appréhendé différentes notions relatives à l'architecture de la matière. L'objectif de cette partie est de compléter ces connaissances. Pour cela, l'étude est centrée sur la classification périodique des éléments, outil important du chimiste ; le programme vise à développer les capacités relatives à son utilisation : extraction des informations qui y sont contenues, prévisions de réactivité des corps simples, prévision de la nature de la liaison chimique dans les corps composés...

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : PREMIER SEMESTRE

La quantification des niveaux d'énergie et l'introduction des nombres quantiques seront l'occasion pour le professeur de faire le lien avec le bloc « modèle corpusculaire de la lumière » de la partie « Signaux physiques » du programme de physique.

L'objectif de la deuxième partie est de proposer une représentation simple d'entités chimiques moléculaires à l'aide du modèle de Lewis. On ne l'applique qu'à des structures contenant les éléments C, H, O et N. On pourra montrer, sur quelques exemples, les limites du modèle de Lewis. Quelques notions sur les cristaux parfaits terminent cette partie. Aucun calcul de cristallographie n'est au programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Classification périodique des éléments</b>	
Atomes et éléments. Electrons, protons, neutrons  Le noyau : nombres $Z$ , $A$ , isotopes.	Donner la composition d'un élément à partir de $A$ et $Z$ .  Comparer les ordres de grandeur de la dimension d'un atome à celle de son noyau. Estimer l'ordre de grandeur de la masse d'un atome.
Nombres quantiques $n$ , $l$ , $m_l$ et $m_s$ .	Établir un diagramme qualitatif des niveaux d'énergie électronique d'un atome donné.
Configuration électronique d'un atome et d'un ion monoatomique. Électrons de cœur et de valence	Établir la configuration électronique d'un atome dans son état fondamental (la connaissance des exceptions à la règle de Klechkowski n'est pas exigible).  Prévoir la formule des ions monoatomiques d'un élément.
Classification périodique des éléments.	Relier la position d'un élément dans le tableau périodique à la configuration électronique et au nombre d'électrons de valence de l'atome correspondant. Positionner et reconnaître dans le tableau périodique métaux et non métaux. Situer dans le tableau les familles suivantes et énoncer leurs caractéristiques : métaux alcalins halogènes et gaz nobles.
<b>2. Molécules et cristaux</b>	
Description des entités chimiques moléculaires. Schéma de Lewis d'une molécule ou d'un ion polyatomique constitué des éléments C, H, O et N. Liaison covalente localisée (modèle limite).	Utiliser la règle de l'octet et du duet.
Modèle du cristal parfait.  Exemples de cristaux métalliques, ioniques et covalents.	Décrire un cristal parfait comme un assemblage de mailles parallélépipédiques. Sur des mailles simples, reconnaître la formule chimique qui représente le solide.  <b>Utiliser un logiciel ou des modèles cristallins pour visualiser des mailles et des sites interstitiels et pour déterminer des paramètres géométriques.</b>

# CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

## Mécanique

### Présentation

Après la partie « signaux physiques » du programme où on ne s'intéresse qu'à des grandeurs scalaires associées à au plus une variable d'espace ou de temps, la partie « mécanique » constitue une entrée concrète vers la manipulation de grandeurs vectorielles associées à plusieurs variables d'espace.

Le programme de mécanique s'inscrit dans le prolongement du programme du cycle terminal des séries technologiques qui privilégie une approche énergétique. L'objectif majeur est la maîtrise opérationnelle des lois fondamentales (loi de l'inertie, principe fondamental de la dynamique, loi du moment cinétique, loi de l'énergie cinétique, loi des actions réciproques). On se limite à l'étude de la mécanique dans un référentiel galiléen.

La **partie 1** donne des éléments de cinématique du point (les exemples étant limités aux mouvements plans) et de cinématique du solide (limitée aux cas de la translation et de la rotation autour d'un axe fixe). Il convient de construire les outils sans formalisme excessif en motivant l'étude par des exemples réels, tirés par exemple d'expériences de cours et d'enregistrements vidéo. Ainsi, l'introduction des systèmes de repérage est illustrée par le mouvement à accélération constante pour le cas du repérage cartésien et par le cas du mouvement circulaire pour le repérage polaire. Il importe d'être conscient que la géométrie est peu étudiée dans les cours de mathématiques : à cet égard la compréhension du rôle de l'accélération normale dans un mouvement curviligne plan quelconque est une compétence attendue mais tout calcul à ce sujet est hors de portée des élèves qui ne connaissent pas la géométrie différentielle (rayon de courbure, trièdre de Frenet). Pour le solide en rotation autour d'un axe fixe, il s'agit simplement de définir le mouvement par le fait que tout point du solide décrit un cercle autour de l'axe avec une même vitesse angulaire  $\omega$  et d'explicitier la vitesse de chaque point en fonction de  $\omega$  et de la distance à l'axe de rotation : la connaissance du vecteur-rotation n'est pas exigible même s'il est recommandé d'en parler pour que les élèves puissent faire le lien avec le cours de SII.

La **partie 2** introduit les bases de la mécanique newtonienne. Il est essentiel de ne pas se limiter à l'étude de situations qu'on aurait simplifiées à l'excès afin de parvenir à une solution analytique. Il est au contraire nécessaire d'habituer les étudiants à utiliser les outils de calcul numérique (calculatrices graphiques, logiciels d'intégration numérique...) qui permettent de traiter des problèmes réels dans toute leur richesse (rôle des frottements, effets non linéaires...). Le programme insiste sur le portrait de phase considéré comme un regard complémentaire sur les équations différentielles. Les portraits de phase ne doivent pas donner lieu à des débordements calculatoires : leur construction explicite est donc limitée au cas des oscillations harmoniques au voisinage d'une position d'équilibre. En revanche les étudiants devront savoir interpréter un portrait de phase plus complexe qui leur serait fourni ou qu'ils auraient obtenu à l'aide d'un logiciel ou expérimentalement. Cette partie trouvera son prolongement en SII lors du troisième semestre de formation.

Dans la **partie 3**, l'étude du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe gardant une direction fixe dans un référentiel galiléen mais pour lequel l'axe de rotation ne serait pas fixe est exclue. Il est essentiel de faire le lien avec le cours de SII et de bien faire comprendre aux élèves que dans le cas particulier d'un solide en mouvement autour d'un axe fixe, une équation scalaire est suffisante pour caractériser le mouvement.

### Objectifs généraux de formation

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

La mécanique doit contribuer par-ailleurs plus particulièrement à développer des compétences transversales suivantes.

- faire preuve de rigueur : définir un système, procéder à un bilan complet des forces appliquées ;
- faire preuve d'autonomie : choisir un référentiel, choisir un système de repérage, identifier les inconnues, choisir une méthode de mise en équations lorsque plusieurs méthodes sont possibles ;
- modéliser une situation : choisir un niveau de modélisation adapté ; prendre conscience des limites d'un modèle ; comprendre l'intérêt de modèles de complexité croissante (prise en compte des frottements, des effets non-linéaires) ;
- utiliser divers outils (discussions graphiques, résolution analytique, résolution numérique) pour confronter les informations qu'ils fournissent sur la ou les équations différentielles modélisant l'évolution temporelle d'un système ;
- identifier et utiliser des grandeurs conservatives ;
- rechercher les paramètres significatifs d'un problème ;
- mener un raisonnement qualitatif ou semi-quantitatif rigoureux ;
- faire apparaître et exploiter des analogies : circuit RLC en électrocinétique, pendule simple aux petits angles et système masse-ressort ;
- schématiser une situation et en étayer l'analyse à l'aide d'un schéma pertinent (bilan des forces...) ;
- confronter les résultats d'une étude à ce qu'on attendait ou à des observations.

Pour que l'ensemble de ces compétences soit pleinement développé, il est indispensable de ne pas proposer aux étudiants exclusivement des situations modélisées à l'extrême (masse accrochée à un ressort...) et de ne pas se limiter à des situations débouchant sur la résolution analytique d'une équation différentielle. L'étude approfondie d'un nombre limité de dispositifs réels doit être préférée à l'accumulation d'exercices standardisés.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Éléments de cinématique	
1.1 Description et paramétrage du mouvement d'un point	
Espace et temps classiques. Référentiel d'observation. Caractère relatif du mouvement. Description d'un mouvement. Vecteur-position, vecteur-vitesse, vecteur-accélération.	<b>Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.</b>
Systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques.	Utiliser les expressions des composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes et polaires.  Choisir un système de coordonnées adapté au problème posé.
Mouvement rectiligne à accélération constante.	Exprimer la vitesse et la position en fonction du temps.

© Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2013

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

Mouvement courbe de vecteur-accélération constant.	Prévoir qualitativement les mouvements projetés sur des axes parallèle et perpendiculaire au vecteur accélération.
Mouvement circulaire uniforme et non uniforme.	Exprimer les composantes du vecteur-position, du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération en coordonnées polaires.  Identifier les liens entre les composantes du vecteur-accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur-vitesse et sa variation temporelle. Situer qualitativement la direction du vecteur-accélération dans la concavité d'une trajectoire plane.
1.2 Description du mouvement d'un solide dans deux cas particuliers.	
Définition d'un solide.	Distinguer un solide d'un système déformable.
Translation.	Reconnaître et décrire une translation rectiligne, une translation circulaire.
Rotation autour d'un axe fixe.	Décrire la trajectoire d'un point quelconque du solide et exprimer sa vitesse en fonction de sa distance à l'axe et de la vitesse angulaire.
<b>2. Mécanique newtonienne</b>	
<b>2.1 Principe fondamental de la dynamique</b>	
Notions sur les quatre interactions fondamentales.	Distinguer les interactions de portée illimitée de celles dont la portée est limitée à la dimension du noyau atomique.
Forces. Loi des actions réciproques.	Utiliser les forces usuelles (en particulier : poids, force de rappel d'un ressort, tension d'un fil, forces de frottements fluide et solide, poussée d'Archimède)  Établir un bilan des forces et en rendre compte sur une figure.
Quantité de mouvement d'un point matériel	Utiliser l'expression de la quantité de mouvement d'un point matériel.
Référentiel galiléen. Loi de l'inertie.	Définir le mouvement relatif d'un référentiel galiléen par rapport à un autre référentiel galiléen.
Quantité de mouvement d'un point. Principe fondamental de la dynamique dans un référentiel galiléen.	Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre d'inertie d'un solide.
Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme.	Mettre en équation le mouvement sans frottement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.
Influence de la résistance de l'air.	Prendre en compte par une approche numérique des frottements fluides pour modéliser une situation réelle.  Exploiter numériquement une équation différentielle sans la résoudre analytiquement : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation d'un logiciel d'intégration numérique.  <b>Proposer un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.</b>
Pendule simple.	Établir l'équation du mouvement du pendule simple.

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

	<p>Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.</p> <p>Établir l'équation du portrait de phase (intégrale première) dans ce cadre et le tracer.</p>
Lois de Coulomb du frottement de glissement dans le seul cas d'un solide en translation.	<p>Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage.</p> <p>Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider.</p> <p><b>Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant de mesurer un coefficient de frottement solide.</b></p>
<b>2.2 Approche énergétique du mouvement d'un point matériel.</b>	
Puissance et travail d'une force.	Reconnaitre le caractère moteur ou résistant d'une force.
Loi de l'énergie cinétique et loi de la puissance cinétique dans un référentiel galiléen.	Utiliser la loi appropriée en fonction du contexte.
Energie potentielle. Énergie mécanique.	Utiliser les expressions des énergies potentielles de pesanteur (champ uniforme) et de l'énergie potentielle élastique.
Mouvement conservatif.  Mouvement conservatif à une dimension.	<p>Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaitre les cas de conservation de l'énergie mécanique. Utiliser les conditions initiales.</p> <p>Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle.</p>
Positions d'équilibre. Stabilité.	Déduire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre, et la nature stable ou instable de ces positions.
<b>3. Mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe</b>	
Moment cinétique scalaire d'un solide en rotation autour d'un axe. Moment d'inertie.	<p>Utiliser la relation pour le solide entre le moment cinétique scalaire, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie fourni.</p> <p>Relier qualitativement le moment d'inertie à la répartition des masses.</p>
Moment d'une force par rapport à un axe orienté.  Couple.  Liaison pivot.	<p>Calculer le moment d'une force par rapport à un axe orienté.</p> <p>Définir un couple de forces, le moment d'un couple.</p> <p>Définir une liaison pivot et justifier la valeur du moment. Faire le lien avec les torseurs d'actions vus en SII, distinguer moment et résultante.</p>
Loi scalaire du moment cinétique appliquée au solide en rotation autour d'un axe fixe orienté dans un référentiel galiléen.	Déterminer l'équation du mouvement, le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation étant donné.

© Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2013

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

Pendule pesant.	<p>Etablir l'équation du mouvement.</p> <p>Expliquer l'analogie avec l'équation de l'oscillateur harmonique. Établir une intégrale première du mouvement.</p> <p>Lire et interpréter le portrait de phase : bifurcation entre un mouvement pendulaire et un mouvement révolutif.</p> <p>Utiliser un logiciel d'intégration numérique ou des simulations pour mettre en évidence le non isochronisme des oscillations.</p> <p><b>Réaliser l'acquisition expérimentale du portrait de phase d'un pendule pesant. Mettre en évidence une diminution de l'énergie mécanique du pendule.</b></p>
Énergie cinétique d'un solide en rotation.	Utiliser l'expression de l'énergie cinétique, le moment d'inertie étant fourni.
Loi de l'énergie cinétique.	Constater l'équivalence dans ce cas entre la loi scalaire du moment cinétique et celle de l'énergie cinétique.

# CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

## Induction et conversion électromécanique

### Présentation

Cette partie est nouvelle pour les étudiants pour lesquels seule une approche descriptive du champ magnétique a fait l'objet d'une présentation en classe de terminale dans les séries technologiques. Elle a pour objectif d'installer les concepts de base permettant de modéliser les phénomènes de conversion électromagnétique. Le point de vue adopté cherche à mettre l'accent sur les phénomènes et sur la modélisation sommaire de leurs applications. On se limitera aux structures ne comportant pas de matériaux magnétiques. L'étude sera menée à partir du flux magnétique en n'envisageant que des champs magnétiques uniformes à l'échelle de la taille des systèmes étudiés. Toute étude du champ électromoteur est exclue. L'induction et les forces de Laplace dans un circuit mobile sont introduites dans le cas d'un champ uniforme et stationnaire, dans la géométrie des rails de Laplace.

L'enseignement de cette partie doit impérativement s'appuyer sur une démarche expérimentale authentique, qu'il s'agisse d'expériences de cours ou d'activités expérimentales.

La **partie 1 « Champ magnétique »** vise à faire le lien avec le programme de terminale et à permettre à l'étudiant de disposer des outils minimaux nécessaires ; l'accent est mis sur le concept de champ vectoriel, sur l'exploitation des représentations graphiques et sur la connaissance d'ordres de grandeur.

Dans la **partie 2 « Forces de Laplace »**, la force de Laplace est introduite sans référence à la force de Lorentz. Il s'agit de se doter d'expressions opérationnelles pour étudier le mouvement dans un champ uniforme.

La **partie 3 « Lois de l'induction »** repose sur la loi de Faraday qui se prête parfaitement à une introduction expérimentale et qui peut constituer un bel exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On n'omettra pas, à ce sujet, d'évoquer les différents points de vue qu'on peut avoir sur le même phénomène selon le référentiel où on se place.

La **partie 4 « Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps »** aborde le phénomène d'auto-induction puis le couplage par mutuelle entre deux circuits fixes. Elle traite du modèle du transformateur parfait et propose une approche documentaire de la production et du transport de l'énergie électrique. En SII les transformateurs pourront être utilisés dans le cadre de l'étude de systèmes en faisant référence au cours de physique.

La **partie 5 « Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire »** présente des systèmes simples de conversion de puissance.

Enfin, la **partie 6 « Convertisseurs électromécaniques »** présente les convertisseurs de puissance les plus courants. Les principes de fonctionnement sont expliqués qualitativement et l'étude se focalise sur le transfert d'énergie et son caractère réversible. Cette partie doit mettre en évidence la limitation en puissance des dispositifs n'utilisant pas de matériaux magnétiques et les limites du modèle de la force de Laplace.

### Objectifs généraux de formation

Outre la maîtrise des capacités reliées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- maîtriser les notions de champ de vecteurs et de flux d'un champ de vecteurs ;
- évaluer les actions d'un champ magnétique sur un circuit parcouru par un courant ou, par analogie, sur un aimant ;
- utiliser la notion de moment magnétique ;
- évaluer des ordres de grandeur ;



## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

- analyser qualitativement les systèmes où les phénomènes d'induction sont à prendre en compte ;
- maîtriser les règles d'orientation et leurs conséquences sur l'obtention des équations mécaniques et électriques ;
- effectuer des bilans énergétiques ;
- connaître des applications relevant du domaine de l'industrie ou de la vie courante où les phénomènes d'induction sont présents et déterminants dans le fonctionnement des dispositifs ;
- mettre en œuvre des expériences illustrant la manifestation des phénomènes d'induction.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Champ magnétique</b>	
Sources de champ magnétique ; cartes de champ magnétique.	Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible, et l'emplacement des sources.  Identifier l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue.  Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.  Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans une machine électrique, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant.	Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.
Moment magnétique.	Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane.  Par analogie avec une boucle de courant, associer à un aimant un moment magnétique.
<b>2. Forces de Laplace</b>	
Résultante et puissance des forces de Laplace s'exerçant sur une barre conductrice en translation rectiligne sur deux rails parallèles (rails de Laplace) dans un champ magnétique extérieur uniforme, stationnaire et orthogonal à la barre.	Différencier le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme.  Établir et connaître l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.  Évaluer la puissance des forces de Laplace.
Couple et puissance des actions mécaniques de Laplace dans le cas d'une spire rectangulaire, parcourue	Établir et connaître l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

par un courant, en rotation autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de cotés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe.	
Action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un aimant. Positions d'équilibre et stabilité.	<b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'action d'un champ magnétique uniforme sur une boussole.</b>
Création d'un mouvement circulaire	<b>Mettre en mouvement de rotation une aiguille aimantée grâce au champ magnétique créé par plusieurs bobines.</b>
<b>3. Lois de l'induction</b>	
Flux d'un champ magnétique.  Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.	Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
Loi de Faraday.  Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit.	<b>Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.</b>
Loi de modulation de Lenz.	Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
Force électromotrice induite, loi de Faraday.	Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algébrisation.
<b>4. Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps</b>	
Auto-induction. Flux propre et inductance propre.  Étude énergétique.	Différencier le flux propre des flux extérieurs.  Utiliser la loi de modulation de Lenz.  Évaluer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par la bobine étant donné.  <b>Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.</b>  Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
Cas de deux bobines en interaction. Inductance mutuelle entre deux bobines.	Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même

© Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2013

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

	axe de grande longueur en « influence totale », le champ magnétique créé par une bobine étant donné.
Circuits électriques à une maille couplés par le phénomène de mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.	Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.  Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.
Étude énergétique.	Conduire un bilan de puissance et d'énergie.
Transformateur de tension parfait.	Établir la loi des tensions.
Production et transport de l'énergie électrique.	Approche documentaire : <ul style="list-style-type: none"> <li>• mobiliser les connaissances acquises pour expliquer le principe d'une chaîne de production et de transport d'énergie électrique.</li> <li>• connaître des ordres de grandeur de la puissance consommée ou produite par une lampe, un téléviseur, un radiateur électrique, une éolienne, un barrage, une centrale nucléaire.</li> </ul>
<b>5. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire</b>	
Conversion de puissance mécanique en puissance électrique. Rail de Laplace.  Freinage par induction.	Interpréter qualitativement les phénomènes observés.  Établir les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe.  Établir et interpréter la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique.  Effectuer un bilan énergétique.  Expliquer l'origine des courants de Foucault et en connaître des exemples d'utilisation.  <b>Mettre en évidence qualitativement les courants de Foucault.</b>
Conversion de puissance électrique en puissance mécanique. Haut-parleur électrodynamique.  Moteur à courant continu à entrefer plan.	Expliquer le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique.  Utiliser la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique.  Effectuer un bilan énergétique.  Expliquer le principe de fonctionnement d'un moteur à courant continu à entrefer plan en utilisant les forces de Laplace.

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

6. Convertisseurs électromécaniques	
Moteur à courant continu, machine synchrone, machine asynchrone.	Décrire qualitativement les principes des machines.  Expliquer les avantages et inconvénients des différentes machines et donner des exemples d'utilisation.  <b>Effectuer un bilan énergétique.</b>
Pilotage des moteurs.	<b>Modifier le fonctionnement des moteurs (vitesse ou couple) en agissant sur certains paramètres électriques.</b>

## Thermodynamique

### Présentation

Dans le cycle terminal de la filière technologique du lycée, les élèves ont été confrontés à la problématique des transferts d'énergie entre systèmes macroscopiques. L'énergie interne d'un système a été introduite puis reliée à la grandeur température via la capacité thermique dans le cas d'une phase condensée. Les étudiants ont alors été amenés à se questionner sur le moyen de parvenir à une modification de cette énergie interne ce qui a permis d'introduire le premier principe et les deux types de transfert énergétique, le travail et le transfert thermique.

Après avoir mis l'accent sur le passage fondamental d'une réalité microscopique à des grandeurs mesurables macroscopiques, cette partie propose, en s'appuyant sur des exemples concrets, de poursuivre la description et l'étude de la matière à l'échelle macroscopique, l'objectif étant de d'aborder des applications concrètes et motivantes. Les capacités identifiées doivent être introduites en s'appuyant dès que possible sur des dispositifs expérimentaux permettant ainsi leur acquisition progressive et authentique. Ces capacités se limitent à l'étude du corps pur subissant des transformations finies, excluant ainsi toute thermodynamique différentielle : le seul recours à une quantité élémentaire intervient lors de l'évaluation du travail algébriquement reçu par un système par intégration du travail élémentaire. En particulier, pour les bilans finis d'énergie, les expressions des fonctions d'état  $U_m(T, V_m)$  et  $H_m(T, P)$  seront données si le système ne relève pas du modèle gaz parfait ou du modèle de la phase condensée incompressible et indilatable. Pour les bilans finis d'entropie, l'expression de la fonction d'état entropie sera systématiquement donnée et on ne s'intéressera pas à sa construction.

Le cours de thermodynamique de première année prépare à l'application des principes aux machines thermiques avec écoulement stationnaire développées en deuxième année. C'est dans ce cadre, qu'une approche documentaire (principe de fonctionnement d'une centrale nucléaire) est proposée à la fin du cours et dont l'objet est de faire le lien avec les applications industrielles de la thermodynamique abordées en deuxième année.

On utilisera les notations suivantes : pour une grandeur extensive  $A$ ,  $a$  sera la grandeur massique associée et  $A_m$  la grandeur molaire associée.

### Objectifs généraux de formation

Il est essentiel de bien situer le niveau de ce cours de thermodynamique comme une initiation à un domaine complexe dont le traitement complet relève de la physique statistique inabordable à ce stade. On s'attachera néanmoins, de façon prioritaire, à la rigueur des raisonnements mis en place (définition du système, lois utilisées...).

Outre la maîtrise des capacités reliées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :

- définir un système qui permette de faire les bilans nécessaires à l'étude ;
- faire le lien entre un système réel et sa modélisation ;
- comprendre qu'il peut exister plusieurs modèles de complexité croissante pour rendre compte des observations expérimentales ;
- utiliser des tableaux de données ou des représentations graphiques complexes.

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Descriptions microscopique et macroscopique d'un système à l'équilibre	
Échelles microscopique et macroscopique.	Citer l'ordre de grandeur du nombre d'Avogadro.
Système thermodynamique.	Définir si un système est ouvert, fermé, isolé.
État d'équilibre d'un système soumis aux seules forces de pression: variables d'état, fonctions d'état, équation d'état. Exemples d'un gaz réel aux faibles pressions et d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable. Grandeur extensive, grandeur intensive.	Comparer le comportement d'un gaz réel au modèle du gaz parfait sur des réseaux d'isothermes expérimentales en coordonnées de Clapeyron ou d'Amagat.  Utiliser l'équation d'état des gaz parfait, l'interpréter à l'échelle microscopique.  Calculer une pression à partir d'une condition d'équilibre mécanique.  Déduire une température d'une condition d'équilibre thermique.  Citer quelques ordres de grandeur de volumes molaires ou massiques dans les conditions usuelles de pression et de température.
Énergie interne d'un système d'un gaz parfait monoatomique. Extension qualitative aux gaz parfaits polyatomiques. Capacité thermique $C_v$ d'un gaz parfait.	Exprimer l'énergie interne d'un gaz parfait monoatomique à partir de l'interprétation microscopique de la température.  Utiliser $U_m = U_m(T)$ pour un gaz parfait.
Énergie interne et capacité thermique $C_v$ d'une phase condensée considérée incompressible et indilatable.	Utiliser $U_m = U_m(T)$ pour une phase condensée incompressible et indilatable.
Corps pur diphasé en équilibre. Diagramme de phases (P, T). Cas de l'équilibre liquide-vapeur : diagramme de Clapeyron (P, v), titre.	Analyser un diagramme de phase expérimental (P, T).  Proposer un jeu de variables d'état suffisant pour caractériser l'état d'équilibre d'un corps pur diphasé soumis aux seules forces de pression.  Positionner les phases dans les diagrammes (P, T) et (P, v).  Déterminer la composition d'un mélange diphasé en un point d'un diagramme (P, v).
2. Énergie échangée par un système au cours d'une transformation	
Transformation thermodynamique subie par un système.	Définir le système.  Utiliser le vocabulaire usuel : transformations isochore, monotherme, isotherme, monobare, isobare.
Travail des forces de pression. Transformations isochore,	Calculer le travail par découpage en travaux élémentaires et sommation sur un chemin donné dans le cas d'une seule

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

monobare.	variable.  Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans un diagramme de Clapeyron.
Transfert thermique. Transformation adiabatique. Thermostat, transformations monotherme et isotherme.	Distinguer qualitativement les trois types de transferts thermiques : conduction, convection et rayonnement.  Identifier dans une situation expérimentale le ou les systèmes modélisables par un thermostat.  Proposer de manière argumentée le modèle limite le mieux adapté à une situation réelle entre une transformation adiabatique et une transformation isotherme.
<b>3. Premier principe. Bilans d'énergie</b>	
Premier principe de la thermodynamique : $\Delta U + \Delta E_c = Q + W$	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir travail $W$ et transfert thermique $Q$ .  Exploiter l'extensivité de l'énergie interne.  Distinguer le statut de la variation de l'énergie interne du statut des termes d'échange.  Calculer le transfert thermique $Q$ sur un chemin donné connaissant le travail $W$ et la variation de l'énergie interne $\Delta U$ .
Enthalpie d'un système. Capacité thermique $C_p$ dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable.	Exprimer l'enthalpie $H_m(T)$ du gaz parfait à partir de l'énergie interne.  Comprendre pourquoi l'enthalpie $H_m$ d'une phase condensée peu compressible et peu dilatable peut être considérée comme une fonction de l'unique variable $T$ .  Exprimer le premier principe sous forme de bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare.  <b>Mettre en œuvre un protocole de mesure d'une capacité thermique.</b>  Connaître l'ordre de grandeur de la capacité thermique massique de l'eau liquide.
Enthalpie associée à un changement de phase : enthalpie de fusion, enthalpie de vaporisation, enthalpie de sublimation.	Exploiter l'extensivité de l'enthalpie et réaliser des bilans énergétiques en prenant en compte des transitions de phases.  <b>Mettre en œuvre un protocole de mesure d'une enthalpie de transition de phases.</b>
<b>4. Deuxième principe. Bilans d'entropie.</b>	
Deuxième principe : fonction d'état entropie, entropie créée, entropie échangée. $\Delta S = S_{ech} + S_{créé}$ avec $S_{ech} = \sum Q_i/T_i$	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan entropique. Relier l'existence d'une entropie créée à une ou plusieurs causes physiques de l'irréversibilité.
Variation d'entropie d'un	Utiliser l'expression fournie de la fonction d'état entropie.

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

<p>système.</p> <p>Loi de Laplace.</p> <p>Cas particulier d'une transition de phase</p>	<p>Utiliser la loi de Laplace après avoir rappelé ses conditions d'application.</p> <p>Exploiter l'extensivité de l'entropie.</p> <p>Utiliser la relation entre les variations d'entropie et d'enthalpie associées à une transition de phase : <math>\Delta h_{12}(T) = T \Delta s_{12}(T)</math></p>
<p><b>5. Machines thermiques</b></p>	
<p>Application du premier principe et du deuxième principe aux machines thermiques cycliques dithermes: rendement, efficacité, théorème de Carnot.</p>	<p>Analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme.</p> <p>Donner le sens des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme.</p> <p><b>Mettre en œuvre un dispositif expérimental autour d'une évolution thermodynamique, et confronter modélisation et évolutions réelles.</b></p> <p>Définir un rendement ou une efficacité et la relier aux énergies échangées au cours d'un cycle. Justifier et utiliser le théorème de Carnot.</p> <p>Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles.</p> <p>Approche documentaire : Principe de fonctionnement d'une centrale nucléaire.</p>



## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

### Transformations chimiques en solution aqueuse

Les transformations chimiques en solution aqueuse jouent un rôle essentiel en chimie, en biochimie et dans les processus environnementaux.

Un nombre considérable de développements technologiques (générateurs électrochimiques, lutte contre la corrosion, traitement des eaux, méthodes d'analyse...) reposent sur des phénomènes d'oxydo-réduction en solution aqueuse. L'influence du milieu (pH, possibilité de formation de composés insolubles...) est primordiale dans la compréhension et la prévision des phénomènes mis en jeu.

Cette partie du cours a pour objectif principal de permettre à l'élève de reconnaître les principaux types de réactions chimiques en solution, à travers notamment les phénomènes ou dispositifs faisant intervenir une ou des réactions d'oxydo-réduction.

Elle débute par l'oxydo-réduction : les notions de couples redox et de piles, rencontrées dans le secondaire, sont reprises. Cette étude est complétée par l'utilisation de la relation de Nernst (admise) et de la relation entre la constante thermodynamique d'équilibre d'une réaction d'oxydo-réduction et les potentiels standard. Une fois la constante thermodynamique déterminée, les capacités acquises au premier semestre dans la partie « transformations de la matière » peuvent être réinvesties pour la détermination de l'état final du système chimique.

Afin de pouvoir étudier l'influence du milieu sur les espèces redox effectivement présentes, les notions d'acido-basicité (rencontrées dans le secondaire) sont rappelées. Ensuite, les phénomènes de précipitation et de dissolution de solides sont abordés, la condition de saturation d'une solution aqueuse est précisée.

Compte tenu des différentes conventions existantes, l'équation de la réaction accompagnera au besoin la donnée de la constante thermodynamique correspondante.

Ces différentes transformations en solution aqueuse sont abordées en montrant bien qu'elles constituent des illustrations de l'évolution des systèmes chimiques introduites au premier semestre, les étudiants étant amenés à déterminer l'état final d'un système en transformation chimique modélisée par une seule réaction chimique (la réaction prépondérante est fournie).

Une fois les outils mis en place, le principe de construction des diagrammes potentiel-pH est présenté sur l'exemple de l'élément fer mais l'objectif principal en 1<sup>ère</sup> année est l'interprétation et l'utilisation de ce diagramme. Cette première approche sera réinvestie en 2<sup>ème</sup> année dans l'utilisation d'autres diagrammes.

L'ensemble des séances de travaux pratiques concernant les transformations en solution aqueuse permettra d'aborder globalement ou spécifiquement les capacités relevant d'une démarche expérimentale mentionnées dans le programme. On notera que les dosages par titrage seront présentés au travers de ces séances de travail expérimental qui permettront d'insister sur la qualité de la mesure.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Oxydo-réduction	
Oxydants et réducteurs - nombre d'oxydation ; - potentiel d'électrode, formule de Nernst ; - diagrammes de prédominance ou d'existence.	Identifier l'oxydant et le réducteur d'un couple. Décrire le fonctionnement d'une pile à partir d'une mesure de tension à vide ou à partir des potentiels d'électrodes. Déterminer la capacité d'une pile. Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.

© Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2013

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

<p>Réactions d'oxydo-réduction</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- aspect thermodynamique ;</li> <li>- dismutation et médimutation.</li> </ul>	<p>Prévoir qualitativement ou quantitativement le caractère thermodynamiquement favorisé ou défavorisé d'une réaction d'oxydo-réduction.</p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale mettant en jeu des réactions d'oxydo-réduction.</b></p>
<p>2. Acido-basicité, précipitation</p>	
<p>Réactions acido-basiques</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- constante d'acidité ;</li> <li>- diagramme de prédominance.</li> </ul> <p>Réactions de dissolution ou de précipitation</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- constante de l'équation de dissolution, produit de solubilité <math>K_s</math> ;</li> <li>- solubilité et condition de précipitation ;</li> <li>- domaine d'existence</li> <li>- facteurs influençant la solubilité.</li> </ul> <p>Traitement des effluents dans une usine chimique.</p>	<p>Identifier la nature des réactions en solutions aqueuses</p> <p>Extraire de ressources disponibles les données thermodynamiques pertinentes pour prévoir qualitativement l'état final d'un système en solution aqueuse ou interpréter des observations expérimentales.</p> <p>Déterminer la valeur de la constante d'équilibre pour une équation de réaction, combinaison linéaire d'équations dont les constantes d'équilibre sont connues.</p> <p>Retrouver les valeurs de constantes d'équilibre par lecture de courbes de distribution.</p> <p>Déterminer la composition chimique du système dans l'état final, en distinguant les cas d'équilibre chimique et de transformation totale, pour une transformation modélisée par une réaction chimique unique.</p> <p>Utiliser les diagrammes de prédominance ou d'existence pour prévoir les espèces incompatibles ou la nature des espèces majoritaires.</p> <p>Exploiter des courbes de solubilité en fonction d'une variable pertinente.</p> <p>Prévoir l'état de saturation ou de non saturation d'une solution, en solide.</p> <p><b>Pratiquer une démarche expérimentale illustrant la dissolution ou la précipitation en solution aqueuse.</b></p> <p>Approche documentaire : à partir de documents décrivant le traitement des effluents d'une usine chimique, dégager les notions de détection d'espèces (méthodes physiques ou chimiques), d'évaluation des concentrations, de valeurs limites acceptables et les transformations mises en jeu pour la séparation des espèces et la dépollution.</p>
<p>3. Diagrammes potentiel-pH de l'eau et du fer</p>	
<p>Principe de construction, lecture et utilisation des diagrammes potentiel-pH de l'eau et du fer.</p>	<p>Retrouver la valeur de la pente d'une frontière dans le diagramme potentiel-pH du fer.</p> <p>Justifier la position d'une frontière verticale.</p> <p>Prévoir le caractère thermodynamiquement favorisé ou non d'une transformation par superposition des deux diagrammes ; en déduire la stabilité des espèces dans l'eau.</p>

## CONTENUS DISCIPLINAIRES : SECOND SEMESTRE

	<p>Confronter les prévisions à des données expérimentales (mise en évidence du facteur cinétique).</p> <p><b>Mettre en œuvre une démarche expérimentale s'appuyant sur un diagramme potentiel-pH.</b></p>
--	---

## APPENDICE : outils mathématiques

Au niveau des classes préparatoires, le rôle structurant des outils fournis par les mathématiques est incontournable en physique et en chimie, mais il convient d'éviter les dérives formelles ou calculatoires : le recours au calcul analytique doit être limité aux cas les plus simples et on utilisera des outils de calcul numérique ou formel dans tous les autres cas, y compris dans certains cas où des calculs analytiques seraient a priori possibles mais en réalité hors de portée des étudiants du fait de leur longueur ou de leur technicité.

Afin de cibler au mieux la formation et l'évaluation, cet appendice liste les outils mathématiques dont une bonne maîtrise est indispensable pour que les objectifs de formation des programmes de physique et de chimie puissent être pleinement atteints. Le niveau d'exigence requis est systématiquement précisé pour chaque outil afin d'éviter toute dérive.

**L'apprentissage de ces outils doit être réparti sur l'année en fonction de l'avancement des cours en ayant un souci permanent de contextualisation. Ceci suppose notamment une concertation au sein de l'équipe pédagogique.**

Pour le cas où d'autres outils seraient ponctuellement nécessaires, il conviendrait de les mettre à disposition des candidats sous une forme opérationnelle (formulaires...) et de faire en sorte que leur manipulation ne puisse pas constituer un obstacle.

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>1. Équations algébriques</b>	
Système linéaire de $n$ équations à $p$ inconnues	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifier un nombre minimal d'inconnues, confronter au nombre d'équations indépendantes disponibles,</li> <li>• Exprimer la dépendance dans le seul cas <math>n=p=2</math>.</li> <li>• Résoudre analytiquement dans le seul cas <math>n=p=2</math>.</li> <li>• Utiliser des outils numériques ou formels dans les autres cas.</li> </ul>
Équation non linéaire	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Discuter graphiquement dans le cas où l'équation se présente sous la forme <math>f(x)=g(x)</math> de l'égalité de deux fonctions <math>f</math> et <math>g</math> classiques.</li> <li>• Résoudre dans le cas général à l'aide d'un outil numérique.</li> </ul>
<b>2. Équations différentielles</b>	
Equation différentielle linéaire du premier et du second ordre à coefficients constants	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales.</li> <li>• Exploiter le polynôme caractéristique.</li> <li>• Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité).</li> <li>• Mettre une équation sous forme canonique. Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales (CI).</li> <li>• Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ordre et d'un second membre constant.</li> <li>• Obtenir analytiquement (notation complexe) le seul régime sinusoïdal forcé dans le cas d'un second membre sinusoïdal.</li> </ul>
Équation quelconque.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Intégrer numériquement avec un outil fourni.</li> </ul>

## APPENDICE : outils mathématiques

<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, <math>x \rightarrow x^2</math>, <math>x \rightarrow 1/x</math>, <math>x \rightarrow \sqrt{x}</math>.</li> </ul>
Dérivée.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpréter géométriquement la dérivée.</li> <li>Dériver une fonction composée.</li> </ul>
Primitive et intégrale. Valeur moyenne.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales.</li> <li>Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions <math>\cos</math>, <math>\sin</math>, <math>\cos^2</math> et <math>\sin^2</math>.</li> </ul>
Représentation graphique d'une fonction.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée.</li> <li>Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum.</li> <li>Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log.</li> </ul>
Développements limités	<ul style="list-style-type: none"> <li>Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement.</li> <li>Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : <math>(1+x)^n</math>, exponentielle, sinus, cosinus, <math>\ln(1+x)</math>.</li> </ul>
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliser un développement en série de Fourier <u>fourni</u> via un formulaire.</li> </ul>
<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et systèmes de coordonnées	<ul style="list-style-type: none"> <li>Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur.</li> <li>Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques.</li> </ul>
Projection d'un vecteur et produit scalaire	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression fonction des coordonnées sur une base orthonormée.</li> <li>Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire.</li> </ul>
Produit vectoriel	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression fonction des coordonnées.</li> <li>Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel.</li> <li>Faire le lien avec l'orientation des trièdres.</li> </ul>
Transformations géométriques	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.</li> </ul>
Courbes planes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite et d'un</li> </ul>

## APPENDICE : outils mathématiques

Courbes planes paramétrées.	<p>cercle.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation <math>r(\theta)</math>.</li> <li>• Reconnaître les équations paramétriques <math>x = a\cos(\omega t)</math> et <math>y = b\cos(\omega t - \varphi)</math> d'une ellipse et la tracer dans les cas particuliers <math>\varphi = 0</math>, <math>\varphi = \pi/2</math> et <math>\varphi = \pi</math>.</li> <li>• Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur.</li> </ul>
Longueurs, aires et volumes classiques	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.</li> </ul>
Barycentre d'un système de points.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène.</li> </ul>
<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Définir une convention d'orientation des angles dans un plan et lire des angles orientés.</li> <li>• Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles de rotation autour de cet axe.</li> </ul>
Fonctions cosinus, sinus et tangente.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation <math>\cos^2 x + \sin^2 x = 1</math>, relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs des fonctions pour les angles usuels.</li> <li>• Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.</li> </ul>
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument.</li> </ul>



# Annexe 3

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

**Filière : scientifique**

**Voie : Technologie et sciences industrielles (TSI)**

**Discipline : Sciences industrielles de l'ingénieur**

**Première et seconde années**

# PROGRAMME DE SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR DANS LA FILIÈRE TSI

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur, dans la filière TSI, s'inscrit dans une double continuité : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis, non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie. Les programmes de la filière TSI ont été écrits de façon concertée et avec une volonté de cohérence transversale. Comme pour les autres disciplines, celui de sciences industrielles de l'ingénieur fait apparaître des renvois vers les mathématiques et la physique.

## 1. OBJECTIFS DE FORMATION

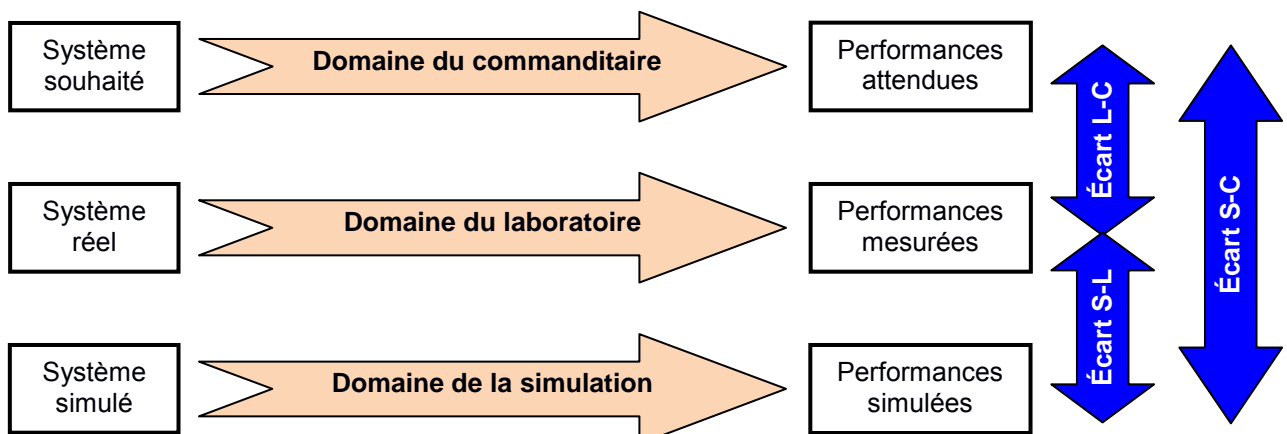
### 1.1. Finalités

La complexité des systèmes et leur développement dans un contexte économique et écologique contraint requièrent des ingénieurs et des scientifiques, ayant des compétences scientifiques et technologiques de haut niveau, capables d'innover, de prévoir et maîtriser les performances de ces systèmes.

Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur s'inscrit dans la préparation des élèves à l'adaptabilité, la créativité et la communication nécessaires dans les métiers d'ingénieurs, de chercheurs et d'enseignants.

L'enseignement des sciences industrielles de l'ingénieur a pour objectif d'aborder la démarche de l'ingénieur qui permet, en particulier :

- de conduire l'analyse fonctionnelle, structurelle et comportementale d'un système pluri-technologique ;
- de vérifier les performances attendues d'un système, par l'évaluation de l'écart entre un cahier des charges et des réponses expérimentales ;
- de proposer et de valider des modèles d'un système à partir d'essais, par l'évaluation de l'écart entre les performances mesurées et les performances simulées ;
- de prévoir les performances d'un système à partir de modélisations, par l'évaluation de l'écart entre les performances simulées et les performances exprimées dans le cahier des charges ;
- d'analyser ces écarts et de proposer des solutions en vue d'une amélioration des performances.





L'identification et l'analyse des écarts présentés mobilisent des compétences transversales qui sont développées en particulier en mathématiques et en sciences physiques. Les sciences industrielles de l'ingénieur constituent un vecteur de coopération interdisciplinaire et participent à la poursuite d'études dans l'enseignement supérieur.

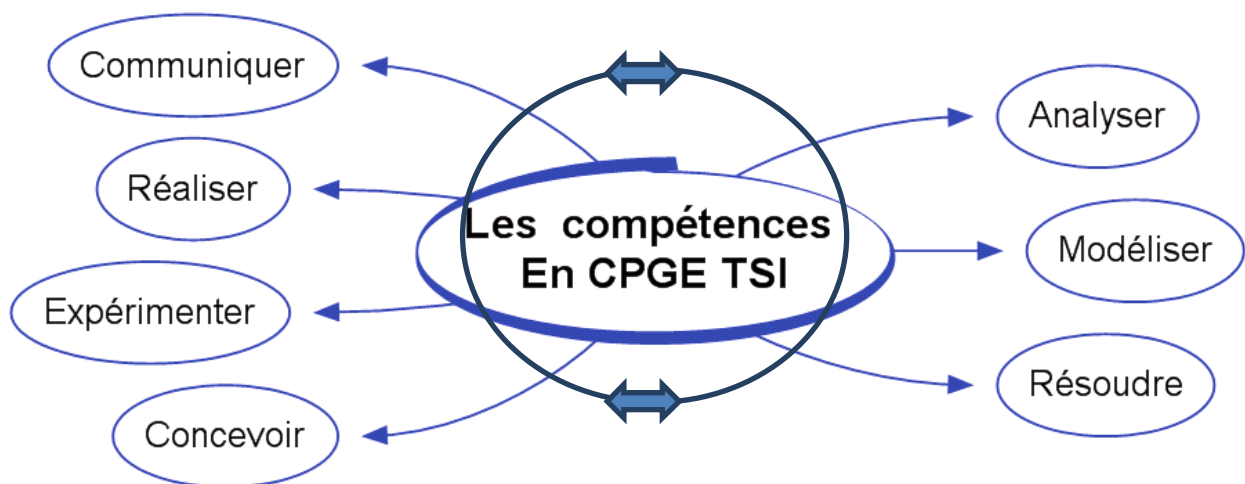
Les systèmes complexes pluri-technologiques étudiés relèvent de grands secteurs technologiques : transport, énergie, production, bâtiment, santé, communication, environnement. Cette liste n'est pas exhaustive et les enseignants ont la possibilité de s'appuyer sur d'autres domaines qu'ils jugent pertinents. En effet, les compétences développées dans le programme sont transposables à l'ensemble des secteurs industriels.

Les technologies de l'information et de la communication sont systématiquement mises en œuvre dans l'enseignement. Elles accompagnent toutes les activités proposées.

Toutes ces activités, individuelles et en équipe, s'inscrivent naturellement dans le contexte collaboratif d'un environnement numérique de travail (ENT).

## 1.2. Objectifs généraux

À partir de systèmes industriels placés dans leur environnement technico-économique, la carte heuristique ci-dessous présente l'organisation du programme qui est décliné en compétences associées à des connaissances et savoir-faire :



Les compétences développées en sciences industrielles de l'ingénieur forment un tout cohérent, en relation directe avec la réalité industrielle qui entoure l'élève. Couplées à la démarche de l'ingénieur, elles lui permettent d'être sensibilisé aux travaux de recherche, de développement et d'innovation.

*Analyser* permet des études fonctionnelles, structurelles et comportementales des systèmes, conduisant à la compréhension de leur fonctionnement et à une justification de leur architecture. Via les activités expérimentales, elles permettent d'acquérir une culture des solutions industrielles qui facilitent l'appropriation de tout système nouveau. Cette

approche permet de fédérer et assimiler les connaissances présentées dans l'ensemble des disciplines scientifiques de classes préparatoires aux grandes écoles.

*Modéliser* permet d'appréhender le réel et d'en proposer, après la formulation d'hypothèses, une représentation graphique, symbolique ou équationnelle, pour comprendre son fonctionnement, sa structure et son comportement. Le modèle retenu permet des simulations afin d'analyser, de vérifier, de prévoir et d'améliorer les performances d'un système.

*Résoudre* permet de donner la démarche pour atteindre de manière optimale un résultat. La résolution peut être analytique ou numérique. L'outil de simulation numérique permet de prévoir les performances de systèmes complexes en s'affranchissant de la maîtrise d'outils mathématiques spécifiques.

*Expérimenter* permet d'appréhender le comportement des systèmes, de mesurer, d'évaluer et de modifier les performances. Les activités expérimentales sont au cœur de la formation et s'organisent autour de produits industriels instrumentés ou de systèmes didactisés utilisant des solutions innovantes. Elles permettent de se confronter à la complexité de la réalité industrielle, d'acquérir une culture des solutions technologiques, de formuler des hypothèses pour modéliser le réel, d'en apprécier leurs limites de validité, de développer le sens de l'observation, le goût du concret et la prise d'initiative.

*Concevoir* permet à l'étudiant d'imaginer un produit conforme aux exigences d'un cahier des charges en fonction de la connaissance et du respect de l'outil de production. Les modalités pédagogiques spécifiques liées à la résolution de problèmes et à la recherche documentaire sont mises en œuvre.

*Communiquer* permet de décrire, avec les outils de la communication technique et l'expression technologique adéquate, le fonctionnement, la structure et le comportement des systèmes.

*Réaliser* permet à l'étudiant des réalisations partielles à l'aide d'un prototypage rapide et d'effectuer certains contrôles de conformité au travers d'expérimentations.

### **1.3. Usage de la liberté pédagogique**

Les finalités et objectifs généraux de la formation en sciences industrielles de l'ingénieur laissent à l'enseignant une latitude certaine dans le choix de l'organisation de son enseignement, de ses méthodes, de sa progression globale, mais aussi dans la sélection de ses problématiques ou ses relations avec ses élèves, qui met fondamentalement en exergue sa liberté pédagogique, suffisamment essentielle pour lui être reconnue par la loi. La liberté pédagogique de l'enseignant peut être considérée comme le pendant de la liberté d'investigation de l'ingénieur et du scientifique.

Globalement dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur peut organiser son enseignement en respectant deux principes directeurs :

- pédagogue, il doit privilégier la mise en activités d'étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des savoir-faire sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la

participation et l'autonomie des élèves. La détermination des problématiques et des systèmes, alliée à un temps approprié d'échanges, favorise cette mise en activité ;

- didacticien, il doit recourir à la mise en contexte des connaissances, des capacités et des systèmes étudiés ; les sciences industrielles de l'ingénieur et les problématiques qu'elles induisent se prêtent de façon privilégiée à une mise en perspective de leur enseignement avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant de sciences industrielles de l'ingénieur est ainsi conduit naturellement à mettre son enseignement « en culture » pour rendre sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.

## **2. PROGRAMME**

### **2.1. Organisation de la formation**

L'enseignement de sciences industrielles de l'ingénieur dans la filière TSI est centré sur des activités expérimentales et de résolution de problèmes ayant pour support les systèmes présents dans les laboratoires.

Ces activités expérimentales sont proposées en groupe de quinze élèves au maximum.

La formation est organisée en quatre semestres. Le premier semestre est une période d'adaptation qui permet d'assurer un continuum de l'enseignement du tronc commun aux étudiants titulaires d'un baccalauréat STI2D et STL.

### **2.2. Présentation**

La diversité des outils existants pour décrire les systèmes pluri-technologiques rend difficile la communication et la compréhension au sein d'une équipe regroupant des spécialistes de plusieurs disciplines. Il est indispensable d'utiliser des outils compréhensibles par tous et compatibles avec les spécificités de chacun.

Le langage de modélisation SysML (System Modeling Language) s'appuie sur une description graphique des systèmes et permet d'en représenter les constituants, les programmes, les flux d'information et d'énergie.

L'adoption de ce langage en classes préparatoires, associé à un outil de simulation non causal, permet de répondre au besoin de modélisation à travers un langage unique. Il intègre la double approche structurelle et comportementale des systèmes représentatifs du triptyque Matière - Énergie - Information.

Le langage SysML permet de décrire les systèmes selon différents points de vue cohérents afin d'en permettre la compréhension et l'analyse. Les diagrammes SysML remplacent les outils de description fonctionnelle et comportementale auparavant utilisés et qui ne sont plus au programme.

Les diagrammes SysML sont présentés à la lecture. Certains pourront être modifiés ou complétés mais la syntaxe du langage SysML doit être fournie.

L'écriture du programme en compétences permet de structurer les connaissances et de développer ainsi chez l'élève l'esprit critique, la prise d'initiative et la créativité indispensables à un ingénieur.

Le programme est organisé selon la structure ci-dessous. Le séquençage, proposé ci-après, n'a en aucune manière pour objet d'imposer une chronologie dans l'étude du programme.

Il sera fait appel, chaque fois que nécessaire, à une étude documentaire, éventuellement en anglais, destinée à analyser et à traiter l'information relative à la problématique choisie.

- **Analyser**
  - Identifier le besoin et appréhender les problématiques
  - Définir les frontières de l'analyse
  - Appréhender les analyses fonctionnelle et structurelle
  - Caractériser des écarts
  - Apprécier la pertinence et la validité des résultats
- **Modéliser**
  - Identifier et caractériser les grandeurs physiques
  - Proposer un modèle de connaissance et de comportement
  - Valider un modèle
- **Résoudre**
  - Proposer une démarche de résolution
  - Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique
  - Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique
- **Expérimenter**
  - Découvrir le fonctionnement d'un système pluri-technologique
  - Proposer et justifier un protocole expérimental
  - Mettre en œuvre un protocole expérimental
- **Concevoir**
  - Imaginer des architectures ou des solutions technologiques
  - Choisir une solution technologique
  - Dimensionner une solution technique
- **Réaliser**
  - Réaliser et valider un prototype ou une maquette
  - Intégrer des constituants dans un prototype ou une maquette
- **Communiquer**
  - Rechercher et traiter des informations
  - Choisir les contenus et l'outil de description adapté
  - Afficher et communiquer des résultats

Les tableaux liés aux compétences n'ont pas pour objet de définir une progression pédagogique. Les connaissances associées sont réparties selon une progression organisée en quatre semestres, indiqués dans l'annexe (colonnes de droite).

Lorsqu'une connaissance et le(s) savoir-faire associé(s) sont positionnés au semestre  $n$ , cela signifie :

- qu'ils doivent être acquis en fin de semestre  $n$  ;
- qu'ils peuvent être utilisés aux semestres suivants ;
- qu'ils ont pu être introduits au cours des semestres précédents.

## 2.3. Contenu

### A – Analyser

#### A1 Identifier le besoin et appréhender les problématiques

Connaissances	Savoir-faire
S11 Analyse fonctionnelle	Décrire le besoin Présenter la fonction globale Identifier les domaines d'application, les critères technico-économiques Identifier les contraintes Qualifier et quantifier les exigences (critères, niveaux) Identifier et caractériser les fonctions de service
<i>Commentaires</i> Les diagrammes SysML sont présentés à la lecture. Certains diagrammes peuvent être modifiés ou complétés mais la syntaxe du langage SysML doit être fournie.	
S12 Impact environnemental	Évaluer l'impact environnemental (matériaux, énergie, nuisances) Établir une analyse du cycle de vie (ACV) et analyser les résultats Effectuer un bilan carbone
<i>Commentaires</i> On met en évidence ces notions par l'intermédiaire d'un outil numérique adapté.	

#### A2 Définir les frontières de l'analyse

Connaissances	Savoir-faire
S12 Impact environnemental	Définir les éléments influents du milieu extérieur Identifier les contraintes
S11 Analyse fonctionnelle S13 Analyse structurelle	Isoler un système et justifier l'isolement Définir les limites et les contraintes choisies ou imposées

#### A3 Appréhender les analyses fonctionnelle et structurelle

Connaissances	Savoir-faire
S11 Analyse fonctionnelle S13 Analyse structurelle	Identifier les fonctions techniques Déterminer les constituants dédiés aux fonctions d'un système et en justifier le choix Identifier les architectures fonctionnelles et structurelles
<i>Commentaires</i> Les diagrammes SysML sont présentés à la lecture. Certains diagrammes peuvent être modifiés ou complétés mais la syntaxe du langage SysML doit être fournie.	
S432 Systèmes asservis multi-physiques	Identifier la structure d'un système asservi : chaîne directe, capteur, commande (fonction différence, correction) Identifier et positionner les perturbations Différencier régulation et asservissement
<i>Commentaires</i> Il faut insister sur la justification de l'asservissement par la présence de perturbations et de critères de rapidité et de précision.	
S13 Analyse structurelle	Identifier la nature des flux échangés (Matière, Énergie, Information) traversant la frontière d'étude Préciser leurs caractéristiques (variable potentielle, variable flux) Identifier et décrire les chaînes d'information et d'énergie d'un système Identifier les constituants réalisant les fonctions : acquérir, traiter, communiquer, alimenter, distribuer, moduler, convertir, transmettre et agir. Identifier la nature et les caractéristiques des flux échangés Vérifier l'homogénéité et la compatibilité des flux entre les différents constituants
<i>Commentaires</i> Pour les variables potentielles (vitesse, vitesse angulaire, tension, température, ...) et variables de flux (force, couple, courant, débit, flux d'entropie, ...). Cette description permet de construire une culture de solutions technologiques.	

S2 Chaîne d'énergie S3 Chaîne d'information	Identifier les liens entre chaîne d'énergie et chaîne d'information Analyser l'effet de la commande sur le comportement de la chaîne d'énergie Analyser la réversibilité de la chaîne d'énergie
<i>Commentaires</i> La qualité de l'énergie est analysée en rapport avec la commande utilisée.	
S4312 Comportement des systèmes logiques	Analyser le comportement d'un système décrit par un graphe d'état ou un logigramme
S4313 Comportement des systèmes numériques	Analyser et interpréter un algorithme ou un algorithme (écrit en pseudo-code)
<i>Commentaires</i> La représentation graphique et le pseudo-code permettent de s'affranchir d'un langage de programmation spécifique.	
S33 Communiquer l'information : transport et transmission de l'information	Identifier les architectures matérielles et fonctionnelles d'un réseau de communication Déterminer le mode de transmission Décoder une trame en vue d'analyser les différents champs
S42 Solide déformable	Identifier les contraintes, les déformations et les sollicitations d'un solide
S422 Caractéristiques des matériaux	Identifier les familles des matériaux et analyser le choix des matériaux vis-à-vis des performances attendues
S31 Acquérir l'information : capteurs et détecteurs	Identifier et caractériser un capteur
<i>Commentaires</i> Les solutions techniques retenues sont les capteurs de position, de déplacement, de vitesse, d'accélération, d'effort, de pression, de débit et de température.	
S62 Réalisation	Analyser une spécification indiquée sur un dessin de définition par rapport aux contraintes de montage et de réalisation
<i>Commentaires</i> Les spécifications sont définies par la norme ISO.	

#### A4 Caractériser des écarts

Connaissances	Savoir-faire
	Exploiter et interpréter les résultats d'un calcul ou d'une simulation (analyse de la modélisation proposée et des résultats obtenus) Traiter des données de mesures et de simulations et extraire les caractéristiques statistiques Extraire du cahier des charges les grandeurs pertinentes
<i>Commentaires</i> On insiste sur le choix des résultats de simulation et des réponses expérimentales.	
	Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs mesurées Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs obtenues par simulation Quantifier des écarts entre des valeurs mesurées et des valeurs obtenues par simulation
S13 Analyse structurelle S4 Comportement des systèmes	Rechercher et proposer des causes aux écarts constatés Vérifier la cohérence du modèle choisi avec des résultats d'expérimentation

#### A5 Apprécier la pertinence et la validité des résultats

Connaissances	Savoir-faire
S4 Comportement des systèmes	Prévoir l'ordre de grandeur et l'évolution de la mesure ou de la simulation Critiquer les résultats issus d'une mesure ou d'une simulation Identifier des valeurs erronées Analyser la pertinence du choix des grandeurs simulées
	Valider ou affirmer une hypothèse
S6 Protocoles expérimentaux et réalisation	Exploiter et interpréter des résultats de mesure ou de simulation Utiliser des symboles et des unités adéquates Vérifier l'homogénéité des résultats

## B – Modéliser

### B1 Identifier et caractériser les grandeurs physiques agissant sur un système

Connaissances	Savoir-faire
S13 Analyse structurelle S4 Comportement des systèmes	Qualifier les grandeurs d'entrée et de sortie d'un système isolé
<i>Commentaires</i> <i>Le point de vue de l'étude conditionne le choix de la grandeur potentielle ou de la grandeur de flux à utiliser.</i>	
S13 Analyse structurelle S51 Représentation des signaux	Décrire les évolutions temporelles ou fréquentielles des grandeurs dans les chaînes d'énergie et d'information
S2 Chaîne d'énergie	Associer les grandeurs physiques aux échanges d'énergie et à la transmission de puissance Identifier les pertes d'énergie dans un convertisseur statique d'énergie, dans un actionneur ou dans une liaison
<i>Commentaires</i> <i>La puissance est toujours égale au produit d'une grandeur potentielle (vitesse, vitesse angulaire, tension, température, ...) par une grandeur de flux (force, couple, courant, débit, flux d'entropie, ...).</i>	
S3 Chaîne d'information	Identifier la nature de l'information et la nature du signal
S13 Analyse structurelle	Identifier les phénomènes dominants Proposer des hypothèses simplificatrices en vue de la modélisation
<i>Commentaires</i> <i>On vérifiera l'adéquation des hypothèses avec les objectifs à atteindre.</i>	

### B2 Proposer un modèle de connaissance et de comportement

Connaissances	Savoir-faire
S2 Chaîne d'énergie	Associer un modèle aux constituants d'une chaîne d'énergie
S22 Distribuer et moduler l'énergie S23 Convertir l'énergie	Modéliser l'association convertisseur statique-machine
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur l'obligation d'une commande en couple d'un actionneur électromécanique.</i>	
S241 Liaisons mécaniques S411 Détermination des lois de mouvements	Proposer et justifier un modèle de liaison entre deux solides Associer aux liaisons un torseur d'action mécanique transmissible et un torseur cinématique Déterminer la liaison cinématiquement équivalente à un ensemble de liaisons
<i>Commentaires</i> <i>Le modèle de liaison est déterminé, soit à partir des surfaces fonctionnelles, soit à partir des mobilités.</i> <i>La détermination d'une liaison équivalente se limite à deux liaisons en série ou parallèle.</i> <i>On ne donne que les éléments essentiels de la théorie des torseurs : opérations, invariants, axe central, couple et glisseur.</i>	
S411 Lois de mouvement	Paramétrer les mouvements d'un solide indéformable
<i>Commentaires</i> <i>Le paramétrage avec les angles d'Euler ou les angles de roulis, de tangage et de lacet est présenté, mais la maîtrise de ces angles n'est pas exigée.</i>	
S52 Schématisation des solutions	Réaliser le graphe de structure de tout ou partie d'un mécanisme Proposer un schéma cinématique (plan ou 3D) minimal et d'architecture de tout ou partie d'un mécanisme
S412 Actions mécaniques S4121 Approche statique	Réaliser l'inventaire des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur un solide ou un ensemble de solides
S41 Solide indéformable S42 Solide déformable	Choisir un modèle de solide (indéformable ou déformable) en fonction de l'objectif visé
S4122 Approche dynamique	Déterminer les caractéristiques d'un solide indéformable (masse, centre d'inertie, matrice d'inertie)
<i>Commentaires</i> <i>Ces caractéristiques sont déterminées à l'aide d'un modèleur volumique. Les calculs des éléments d'inertie ne donnent pas lieu à évaluation.</i> <i>La relation entre la forme de la matrice d'inertie et la géométrie de la pièce est exigible.</i>	

S4121 Approche statique	Associer un modèle à une action mécanique Ecrire la relation entre modèle local et modèle global dans le cas d'actions réparties
<i>Commentaires</i> <i>Les résistances au roulement et au pivotement ne sont pas au programme.</i>	
S421 Comportement du solide déformable	Déterminer le torseur de cohésion dans un solide Associer un modèle de contraintes à l'état de sollicitation
<i>Commentaires</i> <i>On se limite aux modèles des poutres unidirectionnelles et les sollicitations sont limitées à la flexion, la torsion et à la traction-compression. Seules les sollicitations simples sont au programme.</i>	
S421 Comportement du solide déformable	Proposer ou justifier des conditions aux limites dans un logiciel de simulation par éléments finis
S22 Distribuer et moduler l'énergie	Adapter la typologie d'un convertisseur statique à la nature des sources
<i>Commentaires</i> <i>On se limite à la conversion directe non isolée.</i>	
S432 Systèmes asservis multi-physiques	Établir le schéma bloc du système
S4322 Représentation et identification d'un système asservi	Déterminer les fonctions de transfert à partir d'équations physiques (modèle de connaissance) Déterminer les fonctions de transfert en boucle ouverte et boucle fermée
<i>Commentaires</i> <i>On se limite aux notions de dérivation et d'intégration de la transformée de Laplace.</i>	
S4321 Modélisation d'un système asservi multi-physique S4325 Systèmes non linéaires	Linéariser un modèle autour d'un point de fonctionnement
S4322 Représentation et identification d'un système asservi	Identifier les paramètres caractéristiques d'un modèle du premier ou du second ordre à partir de sa réponse indicielle
<i>Commentaires</i> <i>Les abaques nécessaires à l'identification sont fournis pour le modèle du second ordre.</i>	
S4321 Modélisation d'un système asservi multi-physique S4322 Représentation et identification d'un système asservi	Identifier les paramètres d'un modèle de comportement à partir d'un diagramme de Bode Associer un modèle de comportement (premier et second ordre, dérivateur, intégrateur) à partir d'un diagramme de Bode
<i>Commentaires</i> <i>D'un point de vue fréquentiel, seul le diagramme de Bode est développé pour l'identification d'un modèle de comportement.</i>	
S4321 Modélisation d'un système asservi multi-physique	Définir les paramètres du modèle Utiliser un diagramme paramétrique
<i>Commentaires</i> <i>Des modules de simulation et de calcul de type non causal sont à privilégier.</i>	

### B3 Valider un modèle

Connaissances	Savoir-faire
S4321 Modélisation d'un système asservi multi-physique	Vérifier la cohérence du modèle choisi avec les résultats d'expérimentation
<i>Commentaires</i> <i>On met l'accent sur les approximations faites, leur cohérence et domaine de validité par rapport aux objectifs.</i>	
S4322 Représentation et identification d'un système asservi	Réduire l'ordre de la fonction de transfert selon l'objectif visé, à partir des pôles dominants qui déterminent la dynamique asymptotique du système
S4321 Modélisation d'un système asservi multi-physique	Modifier les paramètres et enrichir le modèle pour minimiser l'écart entre les résultats simulés et les réponses mesurées



S4325 Systèmes non linéaires	Donner les limites de validité d'un modèle
<i>Commentaires</i> <i>L'étude des systèmes non linéaires n'est pas au programme. Les activités de simulation et d'expérimentation doivent être l'occasion de mettre en évidence les limites des modèles linéaires (présence de saturation, d'hystérésis, de retard, ...).</i>	

## C – Résoudre

### C1 Choisir une démarche de résolution

Connaissances	Savoir-faire
S432 Systèmes asservis multi-physiques	Proposer une démarche permettant de prévoir les performances d'un système asservi
S4324 Contrôle et commande d'un système asservi	Proposer une démarche de réglage d'un correcteur proportionnel
S411 Lois de mouvement	Proposer une démarche permettant de déterminer une loi de mouvement
S412 Actions mécaniques	Proposer une méthode permettant la détermination des inconnues de liaison Proposer une méthode permettant la détermination des paramètres conduisant à des positions d'équilibre
S21 Alimenter en énergie S221 Moduler l'énergie S23 Convertir l'énergie	Proposer une méthode de résolution permettant la détermination des courants, des tensions, des puissances échangées, des énergies transmises ou stockées

### C2 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique

Connaissances	Savoir-faire
S432 Systèmes asservis multi-physiques S51 Représentation des signaux	Prévoir les réponses temporelles des systèmes linéaires du premier et second ordre Prévoir les réponses fréquentielles des systèmes linéaires
S4323 Performances d'un système asservi	Caractériser la stabilité d'un système du premier et du second ordre Justifier le choix d'un correcteur vis-à-vis des performances attendues
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur le fait qu'un système perturbé conserve la même équation caractéristique dans un cas de perturbation additive.</i>	
S4324 Contrôle et commande d'un système asservi S51 Représentation des signaux	Déterminer des paramètres permettant d'assurer la stabilité, en s'appuyant sur les tracés fréquentiels dans le plan de Bode Déterminer l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon ou en rampe (consigne ou perturbation)
<i>Commentaires</i> <i>Les diagrammes de Black et de Nyquist ne sont pas au programme.</i> <i>Il faut attirer l'attention des étudiants sur la nécessité de comparer des grandeurs homogènes, par exemple la nécessité d'adapter la sortie et sa consigne.</i> <i>Les théorèmes de la valeur finale et initiale sont donnés sans démonstration.</i>	
S4323 Performances d'un système asservi	Prévoir les performances de rapidité et de précision d'un système linéaire continu et invariant
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur la dualité temps / fréquence.</i>	
S411 Lois de mouvement	Déterminer la loi entrée-sortie d'une chaîne cinématique simple Déterminer la trajectoire d'un point d'un solide par rapport à un autre Déterminer le vecteur vitesse d'un point d'un solide par rapport à un autre Déterminer le vecteur accélération d'un point d'un solide par rapport à un autre Déterminer les relations de fermeture géométrique et cinématique d'une chaîne cinématique, et résoudre le système associé Déterminer le degré de mobilité et d'hyperstatisme
<i>Commentaires</i> <i>Pour la dérivée d'un vecteur, on insiste sur la différence entre référentiel d'observation et base d'expression du résultat.</i>	

<i>Les méthodes graphiques peuvent être utilisées mais leur maîtrise n'est pas exigée.</i>	
S412 Actions mécaniques	Déterminer les inconnues de liaison Déterminer les paramètres conduisant à des positions d'équilibre
<i>Commentaires</i> <i>L'étude des conditions d'équilibre pour les mécanismes qui présentent des mobilités constitue une première sensibilisation au problème de recherche des équations de mouvement étudié en seconde année.</i> <i>Les méthodes graphiques peuvent être utilisées mais leur maîtrise n'est pas exigée.</i>	
S412 Actions mécaniques	Déterminer les inconnues de liaison ou les efforts extérieurs spécifiés dans le cas où le mouvement est imposé Ecrire le torseur dynamique d'un solide en mouvement au centre de masse ou en un point fixe du solide dans un référentiel galiléen
<i>Commentaires</i> <i>Le modèle est isostatique.</i> <i>La résolution de ces équations différentielles peut être conduite indirectement par des logiciels adaptés.</i> <i>L'accent est alors mis sur la modélisation, l'acquisition correcte des données et sur l'exploitation des résultats.</i>	
S411 Lois de mouvement S412 Actions mécaniques	Donner la loi du mouvement sous forme d'équations différentielles dans le cas où les efforts extérieurs sont connus Exprimer l'énergie cinétique d'un solide dans un référentiel galiléen Exprimer les puissances extérieures et les inter-efforts Exprimer le théorème de l'énergie-puissance appliqué à tout ou partie des éléments de la chaîne d'énergie
<i>Commentaires</i> <i>On définit précisément la nature des grandeurs extérieures (variables potentielles, variables flux) dans le calcul des puissances. On ne se limite pas à l'utilisation du théorème de l'énergie-puissance sur un solide ou un ensemble de solides. Celui-ci peut être appliqué à tout ou partie de la chaîne d'énergie.</i>	
S211 Alimenter en énergie S231 Actionneurs et pré-actionneurs incluant leurs commandes	Construire graphiquement les lois de l'électricité à partir des vecteurs de Fresnel
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur l'utilisation des vecteurs de Fresnel pour la modélisation des sources alternatives sinusoïdales et des machines électriques synchrones et asynchrones.</i>	
S22 Distribuer et moduler l'énergie	Déterminer les pertes en conduction dans un interrupteur statique Dimensionner un dissipateur thermique
<i>Commentaires</i> <i>Les pertes en commutation ne font pas l'objet de calculs.</i>	
S42 Solide déformable	Déterminer la répartition des contraintes dans une section droite Vérifier la résistance mécanique d'une poutre droite Déterminer le coefficient de sécurité par rapport aux exigences du cahier des charges fonctionnel Déterminer l'équation de la flèche dans une poutre droite soumise à de la flexion, avec chargements ponctuels ou répartition linéique constante de la charge
<i>Commentaires</i> <i>On se limite aux sollicitations suivantes : flexion, traction-compression et torsion non combinées.</i>	
S21 Alimenter en énergie et stocker l'énergie S22 Distribuer et moduler l'énergie	Déterminer les courants et les tensions dans les composants Déterminer les puissances échangées Déterminer les énergies transmises ou stockées
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur les formes d'ondes et la qualité de l'énergie.</i>	
S23 Convertir l'énergie	Déterminer les caractéristiques mécaniques de l'actionneur Déterminer le point de fonctionnement

### C3 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique

Connaissances	Savoir-faire
	Choisir une méthode d'intégration adaptée au modèle à simuler Choisir une durée de simulation adaptée au comportement à observer
<i>Commentaires</i> <i>On se limite à la comparaison entre les méthodes à pas fixe et les méthodes à pas variable.</i>	
S13 Analyse structurelle	Utiliser le diagramme paramétrique pour renseigner un modèle
	Choisir et justifier le choix des grandeurs simulées Qualifier l'influence d'un paramètre sur les performances simulées
<i>Commentaires</i> <i>Le choix des grandeurs analysées doit être en lien avec le choix des performances à vérifier.</i>	
S4222 Approche produits - matériaux - procédés	Mettre en place des simulations d'obtention de pièces brutes par fonderie, injection plastique, forgeage, emboutissage, et de pièces finies par enlèvement de matière
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur le lien entre les dimensions géométriques des pièces et le choix du procédé.</i> <i>La mise en œuvre de ces simulations est faite avec des outils logiciels adaptés.</i> <i>On ne fait pas un cours spécifique sur les procédés d'obtention mais ces notions sont introduites lors d'études de cas.</i>	

## D – Expérimenter

### D1 Découvrir le fonctionnement d'un système pluri-technologique

Connaissances	Savoir-faire
S61 Protocoles expérimentaux	Mettre en œuvre un système dans le respect des règles de sécurité
S2 Chaîne d'énergie S3 Chaîne d'information S13 Analyse structurelle	Identifier les constituants réalisant les fonctions élémentaires de la chaîne d'énergie et d'information Repérer les flux d'entrée et de sortie de chaque constituant, leurs natures (électrique, mécanique, pneumatique, thermique ou hydraulique) et leurs sens de transfert).

### D2 Proposer et justifier un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire
S51 Représentation des signaux	Prévoir l'allure de la réponse attendue Prévoir l'ordre de grandeur de la mesure
S61 Protocoles expérimentaux	Choisir les configurations matérielles du système en fonction de l'objectif visé Justifier le choix de la grandeur physique à mesurer Choisir les entrées à imposer pour identifier un modèle de comportement
S61 Protocoles expérimentaux S13 Analyse structurelle	Choisir les appareillages et les conditions d'exploitation en adéquation avec la législation Proposer et justifier le lieu de prise de mesures vis-à-vis de l'objectif à atteindre
S31 Acquérir l'information : capteurs et détecteurs	Qualifier les caractéristiques d'entrée-sortie d'un capteur Justifier le choix d'un capteur ou d'un appareil de mesure vis-à-vis de la grandeur physique à mesurer Justifier les caractéristiques d'un appareil de mesure
S3 Chaîne d'information	Proposer les paramètres de configuration d'une chaîne d'acquisition (capteurs intelligents, conditionneur, réseaux)
S4311 Conditionnement du signal	Prévoir la quantification nécessaire à la précision souhaitée Vérifier l'adéquation entre le temps de conversion et la fréquence d'échantillonnage

## D3 Mettre en œuvre un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire
S61 Protocoles expérimentaux	Mettre en œuvre un appareil de mesure adapté à la caractéristique de la grandeur à mesurer
S3 Chaîne d'information	Paramétrer une chaîne d'acquisition en fonction des caractéristiques des capteurs et des résultats de mesures attendus Paramétrer les constituants d'un réseau local
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur le lien existant entre la fréquence d'échantillonnage et les résultats attendus.</i>	
S51 Représentation des signaux	Choisir une fenêtre d'observation en fonction des résultats attendus
S61 Protocoles expérimentaux	Régler les paramètres de fonctionnement d'un système
S2 Chaîne d'énergie S13 Analyse structurelle	Mesurer les grandeurs potentielles et les grandeurs de flux dans les différents constituants d'une chaîne d'énergie
S4312 Comportement des systèmes logiques S4313 Comportement des systèmes numériques	Générer un programme et l'implanter dans le système cible Réaliser une intégration ou une dérivée sous forme numérique (somme et différence)
<i>Commentaires</i> <i>L'influence du temps d'échantillonnage est illustrée.</i>	
S61 Protocoles expérimentaux	Mettre en œuvre un système complexe en respectant les règles de sécurité Respecter les protocoles expérimentaux
S32 Traiter l'information	Effectuer des traitements (filtrage, régression linéaire, méthode des moindres carrés, analyse statistique, ...) à l'aide de logiciels adaptés à partir des données de mesures expérimentales
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur la caractérisation du signal en vue d'une comparaison avec les résultats d'une simulation ou les spécifications d'un cahier des charges (valeur moyenne, valeur efficace, ...).</i>	

## E – Concevoir

### E1 Imaginer des architectures ou des solutions technologiques

Connaissances	Savoir-faire
S11 Analyse fonctionnelle S13 Analyse structurelle	Proposer une architecture fonctionnelle de tout ou partie d'un système en vue de sa conception Proposer une architecture structurelle de tout ou partie d'un système en vue de sa conception
S52 Schématisation des solutions S53 Représentation géométrique du réel	Elaborer la maquette numérique de la partie étudiée du produit en intégrant les contraintes fonctionnelles d'assemblage
<i>Commentaires</i> <i>Seules les notions de base sur les modeleurs volumiques sont abordées. Les outils « 3D » sont privilégiés. Un dessin à main levée peut être le point de départ d'une conception.</i>	
S11 Analyse fonctionnelle S4312 Comportement des systèmes logiques S4313 Comportement des systèmes numériques	Proposer des évolutions sous forme fonctionnelle Modifier une programmation à l'aide des outils graphe d'états, logigramme ou algorithme
<i>Commentaires</i> <i>On utilisera une approche graphique pour la programmation. Les langages VHDL ou VERILOG ne sont pas au programme.</i>	

## E2 Choisir une solution technologique

Connaissances	Savoir-faire
S2 Chaîne d'énergie	Choisir un convertisseur en fonction des transferts énergétiques souhaités
S23 Convertir l'énergie	Choisir un actionneur adapté à la solution constructive
S4324 Contrôle et commande d'un système asservi	Choisir un correcteur adapté aux performances attendues Discrétiser un correcteur analogique
<p><i>Commentaires</i> L'amélioration des performances apportée par le correcteur est illustrée. On montre l'influence de la période d'échantillonnage sur les résultats attendus.</p>	
S12 Impact environnemental S422 Caractéristiques des matériaux	Choisir un matériau ou une famille de matériau avec des objectifs multicritères
S2 Chaîne d'énergie S3 Chaîne d'information S12 Impact environnemental	Proposer et hiérarchiser des critères de choix d'une solution technique Choisir et justifier la solution technique retenue
<p><i>Commentaires</i> Critères de choix de la solution technique retenue : pour la chaîne d'énergie : - critère énergétique (rendement, autonomie, réversibilité) ; - rigidité, déformation ; - durée de vie ; - impact environnemental ; pour la chaîne d'information : - débit binaire ; - topologie ; - nature des grandeurs d'entrées/sorties. Une notion économique peut être introduite. Le choix de solutions techniques vis-à-vis d'autres critères peut être étudié à partir de documents ressources fournis.</p>	

## E3 Dimensionner une solution technique

Connaissances	Savoir-faire
S2 Chaîne d'énergie S3 Chaîne d'information	Dimensionner les constituants de la chaîne d'énergie et de la chaîne d'information à partir d'une documentation technique
<p><i>Commentaires</i> Dimensionnement sur critères énergétiques : - couple (effort) thermique équivalent ; - critère pV. Dimensionnement sur critère de déformation/contraintes : - flèche maximale ; - coefficient de sécurité. Dimensionnement sur critère de rapidité et de capacité - convertisseurs analogiques numériques ; - mémoires ; - débit binaire. Le dimensionnement d'une solution technique vis-à-vis d'autres critères peut être étudié à partir de documents ressources fournis.</p>	

## F – Réaliser

### F1 Réaliser et valider un prototype ou une maquette

Connaissances	Savoir-faire
S62 Réalisation	Réaliser un prototype de tout ou partie d'un système en vue de valider l'architecture fonctionnelle et structurelle
<i>Commentaires</i> Les solutions de prototypage rapide sont privilégiées (imprimante 3D, cartes de développement).	
S4324 Contrôle et commande d'un système asservi	Mettre en place un asservissement à l'aide de constituants numériques
<i>Commentaires</i> La structure est limitée à deux boucles imbriquées.	
S62 Réalisation	Valider les choix des composants vis-à-vis des performances attendues Analyser les facteurs d'échelle et les proportions des grandeurs influentes
S62 Réalisation	Mesurer des caractéristiques dimensionnelle et géométrique de pièces Définir les méthodes de mesures
<i>Commentaires</i> L'instrument de mesure est laissé au choix des étudiants.	

### F2 Intégrer des constituants dans un prototype ou une maquette

Connaissances	Savoir-faire
S62 Réalisation	Assembler un ou plusieurs constituants pour permettre de répondre à une fonction technique
<i>Commentaires</i> L'approche constituant est favorisée par rapport à l'approche composant.	
S4313 Comportement des systèmes numériques	Mettre en œuvre des composants programmables à l'aide d'un outil graphique de description (graphe d'état, algorigramme, ...) en y intégrant les constituants réalisant les interfaces entre les grandeurs d'entrées et de sorties
S13 Analyse structurelle	Identifier le ou les élément(s) limitant(s) du point de vue des performances globales du prototype

## G – Communiquer

### G1 Rechercher et traiter des informations

Connaissances	Savoir-faire
	Extraire les informations utiles d'un dossier technique Effectuer une synthèse des informations disponibles dans un dossier technique Vérifier la nature des informations Définir les critères de tri des informations Trier les informations selon des critères Distinguer les différents types de documents en fonction de leurs usages
S52 Schématisation des solutions	Lire et interpréter un schéma
<i>Commentaires</i> Les normes de représentation des schémas sont fournies.	
S43 Modélisation des systèmes multi-physiques	Lire et interpréter un diagramme
<i>Commentaires</i> Les normes de représentation du langage SysML sont fournies, la connaissance de la syntaxe n'est pas exigible.	

## G2 Choisir les contenus et l'outil de description adapté

Connaissances	Savoir-faire
	Cibler le contenu de la communication et choisir l'outil de description adapté
<i>Commentaires</i> <i>On insiste sur la pertinence de la représentation des informations (courbes, tableau, carte heuristique,...).</i> <i>Un dessin à main levée peut constituer un outil de description performant.</i>	

## G3 Afficher et communiquer des résultats

Connaissances	Savoir-faire
	Utiliser les outils de communication adaptés à son auditoire
<i>Commentaires</i> <i>Les outils numériques sont privilégiés.</i>	
	Avoir une attitude conforme à l'éthique Respecter son temps de parole Être attentif aux réactions de son auditoire Faire preuve d'écoute et confronter des points de vue
	Être capable de reformuler un questionnement
	Synthétiser des informations sous une forme écrite ou orale

ANNEXE : liste des connaissances associées aux compétences

<b>S1</b>	<b>Outils d'analyse</b>
S11	Analyse fonctionnelle
S12	Impact environnemental
S13	Analyse structurale
<b>S2</b>	<b>Chaîne d'énergie</b>
S21	Alimenter en énergie et stocker l'énergie
S22	Distribuer et moduler l'énergie
S221	Moduler l'énergie
S222	Distribuer l'énergie
S23	Convertir l'énergie
S231	Actionneurs et pré-actionneurs associés incluant leurs commandes
S24	Transmettre l'énergie
S241	Liaisons mécaniques
S242	Composants mécaniques de transmission
<b>S3</b>	<b>Chaîne d'information</b>
S31	Acquérir l'information : capteurs et détecteurs
S32	Traiter l'information
	S321 Traitement analogique de l'information
	S322 Systèmes programmables
S33	Communiquer l'information : transport et transmission de l'information
	S331 Conditionnement du signal
	S332 Modes de transmission
	S333 Réseaux
<b>S4</b>	<b>Comportement des systèmes</b>
S41	Solide indéformable
S411	Lois de mouvement
S412	Actions mécaniques
	S4121 Approche statique
	S4122 Approche dynamique
	S4123 Approche énergétique
S42	Solide déformable
S421	Comportement du solide déformable
S422	Caractéristiques des matériaux
	S4221 Caractéristiques physiques des matériaux
	S4222 Approche produits-matériaux-procédés
S43	Modélisation des systèmes multi-physiques
S431	Systèmes de commande
	S4311 Conditionnement du signal
	S4312 Comportement des systèmes logiques
	S4313 Comportement des systèmes numériques
S432	Systèmes asservis multi-physiques
	S4321 Modélisation d'un système asservi multi-physique
	S4322 Représentation et identification d'un système asservi
	S4323 Performances d'un système asservi
	S4324 Contrôle et commande d'un système asservi
	S4325 Systèmes non linéaires
<b>S5</b>	<b>Représentation des produits</b>
S51	Représentation des signaux
S52	Schématisation des solutions
S53	Représentation géométrique du réel
<b>S6</b>	<b>Protocoles expérimentaux et réalisation</b>
S61	Protocoles expérimentaux
S62	Réalisation



<b>S1</b>	<b>Outils d'analyse</b>		
<b>S11</b>	<b>Analyse fonctionnelle</b>		
	Besoin à satisfaire.	1	
	Cycle de vie du produit.	1	
	Expression fonctionnelle du besoin.	1	
	Frontière d'étude.	1	
	Cahier des charges fonctionnel.	1	
	Architecture fonctionnelle.	1	
	Diagramme des exigences.	1	
	Diagramme des cas d'utilisation.	1	
<b>Commentaires et limitations</b>			
L'analyse fonctionnelle, outil indispensable à la conception et à la réalisation de produits compétitifs, constitue un moyen de situer une problématique technique et fournit un cadre structurant des connaissances visées par le programme, quel que soit le champ disciplinaire abordé. La sensibilisation aux différents outils est abordée à travers quelques exemples pertinents et par la mise en situation systématique des objets d'études lors des TD ou des TP.			
Sur un système complexe, l'analyse et la description fonctionnelle doivent être partielles. L'étude se limitera donc à une seule chaîne d'énergie dans le cas d'un système complexe.			

<b>S12</b>	<b>Impact environnemental</b>		
	Frontière de l'étude.	1	
	Contraintes de l'environnement.	1	
	Bilan carbone.	1	
	Analyse du Cycle de Vie (ACV).	1	
<b>Commentaires et limitations</b>			
L'analyse du cycle de vie se limite à l'étude d'un produit simple ou d'une partie d'un système.			

<b>S13</b>	<b>Analyse structurelle</b>		
	Diagramme de blocs, diagramme de blocs internes, diagramme paramétrique.	1	
	Diagramme chaîne d'énergie-chaîne d'information.		
	Architecture structurelle.	1	
	Nature des flux : variables potentielles (tension, vitesse, température...) et variables de flux (courant, force ou couple, flux thermique...).	1	
	Architecture fonctionnelle des produits et systèmes : chaîne d'énergie, chaîne d'information.	1	
	Relations entre chaîne d'énergie et chaîne d'information : grandeurs physiques à acquérir et ordres de commande.	1	
	Fonctions élémentaires d'une chaîne d'énergie : alimenter, distribuer ou moduler, convertir, transmettre et agir sur la matière d'œuvre.	1	
	Fonctions élémentaires d'une chaîne d'information : acquérir, traiter et communiquer.	1	
	Nature, caractéristiques et flux des éléments transformés par le produit : Matière, Énergie et Information.	1	
	Homogénéité des chaînes fonctionnelles et compatibilité des paramètres d'interface entre les différentes fonctions d'une chaîne.	1	

<b>S2</b>	<b>Chaîne d'énergie</b>		
<b>S21</b>	<b>Alimenter en énergie et stocker l'énergie</b>		
	Sources d'énergies.	2	3
	Variables potentielles, variables de flux.	2	
	Grandeurs physiques disponibles.	2	
	Constituants de distribution.	2	
	Sens de transfert de l'énergie, modes de fonctionnement.	2	
	Batteries, super-condensateurs.	2	
	Charges inertielles.		
	<i>Pour les solutions électriques :</i>		
	- réseaux de distribution monophasé et triphasé équilibré ;	2	
	- réseaux embarqués : piles, panneaux solaires et accumulateurs (différentes technologies et leurs principales applications).	2	
	Adaptation des niveaux de tension et isolement galvanique (transformateur monophasé parfait).	2	
	<i>Pour les solutions pneumatiques et hydrauliques :</i>		
	- accumulateurs ;	3	
	- pompes.	3	
<b>Commentaires et limitations</b>			
Les transformateurs seront étudiés en physique à partir d'un modèle linéaire sans pertes. En SII, ils sont utilisés dans le cadre de l'étude de systèmes en faisant référence au cours de physique.			
On se limite à l'identification des caractéristiques fonctionnelles fondamentales en entrée et en sortie en vue d'obtenir les performances attendues.			
On insiste sur la qualité de l'énergie (contenu harmonique, taux de distorsion).			
On insiste sur l'intérêt des super condensateurs dans le stockage et la fourniture d'énergie pour des applications particulières.			

<b>S22</b>	<b>Distribuer et moduler l'énergie</b>			
	S221 Moduler l'énergie (convertisseurs statiques d'énergie)			
	Nature et caractéristiques des grandeurs physiques d'entrée et de sortie : continu ou alternatif, source de courant ou tension parfaite.	2	3	
	Caractéristiques statique et dynamique des interrupteurs.	2		
	Réversibilités (quadrants de fonctionnement).	2		
	Règles d'association des sources parfaites – transformation de la nature d'une source.	2		
	Pertes par conduction.	2		
	Dissipateur thermique.	2		
	<i>Pour les solutions électriques relatives à l'entraînement des machines tournantes :</i>			
	- conversion alternatif – continu ;	2		
	- conversion continu – continu ;	2		
	- conversion continu – alternatif.			
<b>Commentaires et limitations</b>				
Voir annexe « outils mathématiques » pour les développements en série de Fourier.				
On limite les études aux convertisseurs statiques directs, non isolés. Les convertisseurs statiques au programme sont les hacheurs série, parallèle et 4 quadrants, l'onduleur de tension et les montages redresseurs PD2 et PD3. Dans le cadre d'une démarche pédagogique, les montages PD2 et PD3 sont abordés à partir des montages P2 et P3.				
Les caractéristiques statiques des interrupteurs sont limitées aux composants à 2 et 3 segments. Les critères de choix se limitent aux grandeurs électriques et aux nombres de segments.				
L'étude de la dissipation se fait en régime permanent.				
On montre l'intérêt de la commande MLI du point de vue de la qualité de l'énergie. Les développements en série de Fourier seront fournis.				
	S222 Distribuer l'énergie			
	Nature et caractéristiques des grandeurs physiques d'entrée et de sortie	2		
	<i>Pour les solutions hydrauliques et pneumatiques : distributeurs.</i>			

## S23

## Convertir l'énergie

S231 Actionneurs et pré-actionneurs associés incluant leurs commandes

Caractéristiques d'entrée et de sortie.	2	
Modes de fonctionnement, réversibilités (quadrants de fonctionnement).	2	
Domaines d'application.	2	
Principe de la conversion électromécanique.		
Bilan de puissance.	2	
Caractéristiques mécaniques.	2	
Association convertisseur-machine-charge.	2	
<i>Pour les solutions techniques électriques :</i>		
- machine à courant continu à excitation séparée ou à aimant permanent ;	2	3
- machine synchrone triphasée ;		4
- machine asynchrone triphasée à cage.		
<i>Pour les solutions hydrauliques et pneumatiques : vérins, moteurs.</i>		3
<b>Commentaires et limitations</b>		
Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations non linéaires.		
Voir annexe « outils mathématiques » pour les projections d'un vecteur (diagramme de Fresnel).		
En physique, les actionneurs électromécaniques sont présentés dans un cadre limitatif essentiellement expérimental.		
En SII, les modèles des actionneurs électriques sont donnés sans justification.		
Pour la machine à courant continu, le modèle présenté est de type RLE (résistance d'induit R, inductance d'induit L, et force contre électromotrice E).		
Pour la machine asynchrone triphasée, le modèle étudié est un modèle statique monophasé composé de l'inductance magnétisante L, de la résistance rotorique ramenée au stator et de l'inductance de fuite rotorique ramenée au stator. Seules les commandes scalaires en U/f et en courant sont étudiées.		
Pour la machine synchrone triphasée, le modèle statique étudié est le modèle monophasé composé de l'inductance cyclique $L_s$ , de la résistance statorique $R_s$ , et de la force contre électromotrice à vide $E_v$ .		
Pour le modèle dynamique, la commande vectorielle est présentée avec un modèle simplifié dans le plan (d,q) ( $L_d = L_q$ ).		
On insiste sur la nécessité d'une commande en couple des actionneurs électromécaniques		
Pour les actionneurs hydrauliques, le fluide est considéré incompressible.		

## S24

## Transmettre l'énergie

S241 Liaisons mécaniques

Nature des liaisons obtenues.	1	
Surfaces fonctionnelles.	1	
Caractérisation : niveau de qualité, tenue aux efforts et vitesse relative admissible.		4
<i>Pour les solutions techniques (1) :</i>		
- assemblages démontables et permanents ;	2	
- guidages en rotation par glissement et par éléments roulants ;	2	
- guidages en translation par glissement et par éléments roulants.	2	
<b>Commentaires et limitations</b>		
Les différentes solutions techniques doivent être abordées en TD ou en TP dans le cadre de la réalisation de problématiques plus générales portant sur un système.		
Les points suivants ne sont pas au programme : le collage, le frettage, les calculs des organes filetés précontraints, les calculs par pincement, par déformation élastique ou par coincement, les calculs des clavettes, les guidages hydrostatiques et hydrodynamiques.		
Les points suivants ne sont pas évaluable : l'étanchéité et la lubrification des guidages.		
Les calculs de durée de vie des roulements, dans le cas d'une utilisation continue sans variation de la vitesse de rotation, font uniquement l'objet de calculs de vérification à partir de documents constructeur et des formules qui seront données.		
(1) Les solutions les plus courantes permettant la réalisation des liaisons mécaniques sont étudiées à l'aide de leurs surfaces et conditions fonctionnelles dans le but de mettre en évidence leurs principales caractéristiques : niveau de qualité, tenue aux efforts et vitesse relative admissible.		

## S242 Composants mécaniques de transmission

Caractérisation cinématique de la transmission : mobilités, loi d'entrée-sortie et réversibilité. Puissances d'entrée, de sortie et rendement en un point de fonctionnement. <i>Pour les solutions techniques (1) :</i> <i>transmissions sans transformation de mouvement :</i> <i>- sans modification de la fréquence de rotation ;</i> <i>- avec modification de la fréquence de rotation ;</i> <i>transmissions avec transformation de mouvement.</i>	1  2  2	3
<b>Commentaires et limitations</b> Les différentes solutions techniques doivent être abordées en TD ou en TP dans le cadre de la réalisation de problématiques plus générales portant sur un système. (1) Les solutions les plus courantes permettant la transmission de mouvement sont étudiées et comparées dans le but de mettre en évidence leurs caractéristiques cinématiques et leurs rendements.		

## S3 Chaîne d'information

### S31 Acquérir l'information : capteurs et détecteurs

Place du capteur dans la chaîne d'information. Fonctions de base et structure fonctionnelle de la chaîne d'acquisition de l'information (principes physiques de l'acquisition de l'information). Nature des informations d'entrée et de sortie. Caractéristiques métrologiques : étendue de mesure, sensibilité, résolution, justesse, fidélité, précision et temps de réponse. Paramètres d'un capteur communicant.	1 1 1 2	4
<b>Commentaires et limitations</b> Les caractéristiques analogiques du capteur sont étudiées en physique.		

### S32 Traiter l'information

S321 <i>Traitement analogique de l'information</i> Filtrage (1). Opérations élémentaires (addition, soustraction, multiplication, saturation) (2). Conversions A/N et N/A : approche fonctionnelle (3).	1 1 1	
S322 <i>Systèmes programmables</i> Structure fonctionnelle des systèmes programmables. <i>Pour les solutions techniques :</i> <i>microcontrôleur, circuit logique programmable.</i>	2 2	
<b>Commentaires et limitations</b> (1) La fonction filtrage est présentée en physique. En SII, l'opération de filtrage se limite à une approche par gabarit. Les filtres sont mis en œuvre dans le contexte de la mesure sur un système. (2) Les ALI sont traités en physique à partir d'un modèle parfait en tant que structure. En SII, seule une approche fonctionnelle est utilisée. Le comportement fréquentiel des ALI, en particulier le produit gain x bande-passante, est étudié dans le cas d'un système asservi avec une fonction de transfert en boucle ouverte du 1 <sup>er</sup> ordre. (3) L'étude des conversions analogique-numérique se limite en physique à l'aspect expérimental. En SII, la dualité temps-fréquence sera faite avec une approche fonctionnelle dans le cadre de l'association bloqueur ordre 0 et échantillonneur.		

### S33 Communiquer l'information : transport et transmission de l'information

S331	<i>Conditionnement du signal</i>		
	Caractéristiques principales : bande passante et atténuation.	1	
	Modulation et démodulation d'amplitude (1).		4
	Modulation de largeur d'impulsion (MLI).	2	
S332	<i>Modes de transmission</i>		
	Modes de transmission série : mise en œuvre d'une transmission série asynchrone.		4
	Topologie, sens de transfert.		
S333	<i>Réseaux(2)</i>		
	Architecture matérielle et fonctionnelle des réseaux : supports de l'information, topologie, sens de transfert.		4
	Caractéristiques d'un canal de transmission.		4
	Multiplexage temporel et fréquentiel.		4
	Notion de protocole : rôle des champs dans une trame.		
	Architecture protocolaire : organisation en couches fonctionnelles.		4
	Adressage physique et logique d'un constituant.		4
	<i>Pour les solutions techniques : les paires torsadées, les fibres optiques et les liaisons sans fil.</i>		4
<b>Commentaires et limitations</b>			
(1) On se limite à l'approche fonctionnelle sans aborder les aspects technologiques. La modulation et démodulation d'amplitude numérique est réalisée par simulation ou autour de systèmes réels.			
(2) On se limite à une approche qualitative des techniques de multiplexage (temporel et fréquentiel).			
L'analyse porte sur les caractéristiques principales du support de transmission : bande passante et atténuation.			
On se limite à la couche application du modèle OSI.			
On se limite aux protocoles de la couche transport (UDP et TCP).			

### S4 Comportement des systèmes

#### S41 Solide indéformable

##### S411 Lois de mouvement

	Mouvement d'un solide, trajectoire d'un point d'un solide.	1	
	Vecteur position, vecteur vitesse et vecteur accélération.	1	
	Torseur cinématique associé à une liaison.	1	
	Liaison équivalente à une association de deux liaisons en série ou en parallèle.	1	
	Loi d'entrée-sortie en vitesse et en position d'un système.	1	
	Degré de mobilité et degré d'hyperstatisme (1).	2	
	Conditions géométriques associées à l'hyperstatisme.	2	
<b>Commentaires et limitations</b>			
Voir annexe « outils mathématiques » pour les projections d'un vecteur.			
Voir annexe « outils mathématiques » pour le produit vectoriel.			
Voir annexe « outils mathématiques » pour les fonctions.			
Voir annexe « outils mathématiques » pour la géométrie (vecteurs et systèmes de coordonnées).			
(1) Le degré de mobilité et le degré d'hyperstatisme sont nécessaires à l'interprétation des résultats de simulations numériques.			
On met également en évidence qu'un degré d'hyperstatisme non nul induit soit une ruine prématurée du système par un phénomène de fatigue, voire une impossibilité d'assembler les pièces, si aucune précaution n'est prise, soit la nécessité de mettre en place une cotation rigoureuse et plus contraignante que pour un système isostatique, ou un dispositif de réglage (montage des roulements à contacts obliques par exemple). La conclusion dans ce cas étant un surcoût dans la réalisation du produit qu'il faut justifier par l'intérêt ou la nécessité d'avoir recours à une solution hyperstatique.			

## S412 Actions mécaniques

Modélisation des actions mécaniques.	2
Nature : action mécanique de contact et action mécanique à distance (gravité et magnétique).	2
Modèle local du contact : notion de densité surfacique de charge et modèles de répartition sur une surface de contact (sans frottement et avec frottement - lois de Coulomb) (1).	2
Modèle global des actions transmissibles par une liaison parfaite ou non parfaite : torseur associé.	2
<i>S4121 Approche statique</i>	
Conditions d'utilisation et application du Principe Fondamental de la Statique.	2
Théorème des actions réciproques.	2
Méthodologie : isolement, bilan des actions mécaniques extérieures, application du Principe Fondamental de la Statique (PFS) et résolution (2).	2
<b>Commentaires et limitations</b>	
Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations algébriques.	
(1) Les points suivant ne sont pas au programme : la théorie de Hertz ainsi que la résistance au pivotement et au roulement.	
(2) Une méthode de résolution graphique peut être utilisée dans le cas d'un solide soumis à deux ou trois actions mécaniques modélisables par des glisseurs coplanaires non parallèles.	
<i>S4122 Approche dynamique</i>	
Grandeurs inertielles : centre d'inertie, masse, opérateur d'inertie / matrice associée et théorème de Huygens (1).	3
Grandeurs cinétiques : torseur cinétique, torseur dynamique et énergie cinétique.	3
Conditions d'utilisation et application du Principe Fondamental de la Dynamique par rapport à un référentiel galiléen.	3
Méthodologie : isolement, bilan des actions mécaniques extérieures, application du Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) et résolution.	3
<i>S4123 Approche énergétique</i>	
Puissances développées par les actions mécaniques extérieures à l'ensemble isolé dans son mouvement par rapport à un référentiel galiléen.	3
Puissances développées à l'intérieur de l'ensemble isolé.	3
Utilisation du théorème de l'énergie cinétique galiléenne.	3
Notion de pertes de puissance et rendement global en un point de fonctionnement.	3
Méthodologie : isolement, bilan des puissances, application du théorème de l'énergie cinétique galiléenne et résolution.	3
<b>Commentaires et limitations</b>	
Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations quelconques.	
En physique l'approche dynamique est vue au semestre 2 dans un cadre limitatif (solide en rotation ou translation par rapport à un axe fixe).	
Voir annexe « outils mathématiques » pour le barycentre d'un système de points.	
Voir annexe « outils mathématiques » pour le calcul matriciel.	
(1) En SII, la forme de la matrice d'inertie peut être demandée mais les valeurs des moments et produits d'inertie sont données.	

## S42 Solide déformable

### S421 Comportement du solide déformable

Flexion simple, torsion simple, traction-compression.	4
Sollicitations, contraintes, déformations.	4
Torseur de cohésion.	4
Coefficient de sécurité, résistance mécanique.	4
<b>Commentaires et limitations</b>	
Les sollicitations ne seront pas combinées.	

## S422 Caractéristiques des matériaux

<b>S4221</b> <i>Caractéristiques physiques des matériaux</i>		
Caractéristiques dans les domaines de l'électricité, du thermique, de l'acoustique et de la mécanique.		3
Matériaux composites.		4
Nano matériaux.		4
Familles de matériaux (1).		3
<b>S4222</b> <i>Adéquation produits-matériaux-procédés</i>		
Procédés d'obtention des produits (2).	2	
Paramètres influents du procédé : matériaux, géométrie, précision.	2	
Choix d'un matériau en fonction du design du produit.		3
Démarche de choix du couple matériaux-procédé.		4
<b>Commentaires et limitations</b>		
(1) Les familles de matériaux retenus sont les métalliques, céramiques, organiques et composites. Une présentation des propriétés communes à chaque famille est à privilégier.		
(2) Les principes et caractéristiques des procédés d'obtention sont abordés en simulation avec des outils informatiques adaptés. Les procédés au programme sont la fonderie, l'injection plastique, le forgeage, l'emboutissage et l'enlèvement de matière.		

## S43 Modélisation des systèmes multi-physiques

### S431 Systèmes de commande

<b>S4311</b> <i>Conditionnement du signal</i>		
Filtrage analogique passif : réalisation de filtres passifs (1).	2	
Dualité temps / fréquence (2).	2	
Conversions analogique-numérique et numérique-analogique, caractéristiques : fréquence d'échantillonnage, et résolution (3).	2	
<b>S4312</b> <i>Comportement des systèmes logiques (4)</i>		
Identification des entrées / sorties.	1	
Notion d'état logique, de fonctions logiques.	1	
Description d'un système logique par une table de vérité (5) ou d'un logigramme.	1	
Description d'un système logique par un graphe d'état (6).	1	
Notions d'état, transitions et variables.	1	
<b>S4313</b> <i>Comportement des systèmes numériques (7)</i>		
Identification des entrées / sorties.	1	
Adressage des variables.	1	
Boucles.	1	
Transitions conditionnelles.	1	
Fonctions.	1	
Description d'un système numérique par algorithme (8).	1	
<b>Commentaires et limitations</b>		
(1) On se limite au filtre RC et RL. Les filtres actifs ne sont pas au programme.		
(2) On insiste sur le lien entre les caractéristiques fréquentielles et temporelles pour le traitement d'un signal.		
(3) Seules les caractéristiques fondamentales sont exposées (nombre de bits, période d'échantillonnage, temps de conversion). Les structures internes des CAN et des CNA sont hors programme. Le théorème de Shannon est donné sans démonstration. Pour les convertisseurs analogique-numérique, la présence d'un filtre anti-repliement est précisée et justifiée sans calcul.		
(4) Les outils de simulations graphiques sont utilisés pour réaliser les fonctions logiques complexes, étant entendu que celles-ci sont intégrées dans des circuits logiques programmables et ne se présentent pas sous forme de composants discrets. Les langages de description tels que le VHDL ou Verilog ne sont pas au programme.		
(5) La simplification des fonctions logiques n'est pas au programme sauf dans des cas évidents.		
(6) Les règles de représentation des graphes sont fournies. L'encapsulation n'est pas au programme. Les bascules et les registres à décalage ne sont pas au programme.		
(7) La gestion des interruptions n'est pas abordée.		
(8) Seules les structures algorithmiques de base sont étudiées. La mise en œuvre de ces structures peut être l'occasion de réaliser des correcteurs numériques avec des intégrations et dérivations numériques.		

<b>S4321 Modélisation d'un système asservi multi-physique (1) (2)</b>	
Introduction - aspects généraux.	1
Buts et motivations, exemples.	1
Définition et structure d'un système asservi : chaîne directe et chaîne de retour.	1
Consigne et perturbations.	3
Asservissement - régulation.	3
Définition des performances : stabilité, précision et rapidité.	3
Modélisation et comportement des systèmes linéaires continus et invariants.	3
Notions de systèmes linéaires continus et invariants.	3
Modélisation par équations différentielles.	3
Représentation par fonction de transfert : forme canonique, gain, ordre et classe.	3
Systèmes du 1 <sup>er</sup> et du 2 <sup>nd</sup> ordre : réponses temporelle (échelon et signal sinusoïdal) et fréquentielle (diagramme de Bode uniquement).	3
<b>S4322 Représentation et identification d'un système asservi</b>	
Systèmes linéaires, continus et invariants.	3
Linéarisation autour d'un point de fonctionnement.	3
Représentation par schémas-blocs.	3
Fonctions de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée, influence des perturbations.	3
Représentation dans le plan de Bode (asymptotique et réel) (3).	3
Identification des systèmes linéaires continus et invariants : modélisation et identification paramétrique à l'aide d'une réponse indicielle et/ou d'une réponse harmonique pour les systèmes du 1 <sup>er</sup> et du 2 <sup>nd</sup> ordre.	3
Position des pôles dans le plan complexe.	3
Pôles dominants et réduction du modèle.	3
<b>S4323 Performances d'un système asservi</b>	
Stabilité en BO : position des pôles, marges de phase et de gain dans le plan de Bode (4).	3
Précision : erreur en régime permanent pour une réponse indicielle ou rampe.	3
Effet d'une action intégrale dans la chaîne directe.	3
Rapidité : temps de réponse à 5 %, dépassement et bande passante en boucle ouverte.	3
<b>S4324 Contrôle et commande d'un système asservi (5)</b>	
Correction des systèmes asservis, classe d'une fonction de transfert.	3
Effets sur les performances.	3
Régulateurs P, PI, avance de phase.	3
Discrétisation d'un correcteur (6).	3
<b>S4325 Systèmes non linéaires (7)</b>	
Hystérésis.	3
Saturation.	3
Seuil.	3
Retard.	3
<b>Commentaires et limitations</b>	
Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations différentielles.	
Voir annexe « outils mathématiques » pour la représentation des fonctions.	
(1) L'outil mathématique utilisé est la transformée de LAPLACE. Sa présentation se limite à son énoncé et aux propriétés du calcul symbolique strictement nécessaires à ce cours. Le théorème de la valeur finale est donné sans démonstration. La transformée de Laplace inverse est hors programme.	
(2) Les systèmes multi-physiques sont limités aux domaines de l'électricité, de la mécanique et de la thermique. Une approche par simulation (module non causal) est privilégiée.	
(3) Les représentations dans les plans de Nyquist et de Black sont hors programme.	
(4) La définition de la stabilité est faite au sens : Entrée Bornée, Sortie Bornée (EB/SB) ou en terme de position des pôles. Pour l'étude de la stabilité des systèmes d'ordre 3 notamment, l'usage d'outil informatique est indispensable en vue de déterminer les pôles. Le critère de Routh est hors programme.	
(5) La synthèse complète des correcteurs est hors-programme.	
(6) La transformée en z n'est pas au programme. Les correcteurs numériques sont déterminés par la méthode de la discrétisation de l'équation différentielle d'ordre 2 au maximum.	
(7) L'étude théorique des systèmes non linéaires est hors programme. La mise en évidence des non linéarités est faite lors des activités expérimentales ou au travers de simulations.	



<b>S5</b>	<b>Représentation des produits</b>		
<b>S51</b>	<b>Représentation des signaux</b>		
	Représentation logique : binaire et hexadécimale des nombres entiers et nombres réels (positif et négatif, virgule fixe et flottante simple précision).	1	
	Représentations temporelle (chronogramme) et fréquentielle (spectre), représentation dans le plan complexe.	2	
<b>Commentaires et limitations</b>			
Ces notions sont introduites en fonction des besoins pédagogiques et ne font pas l'objet d'un cours spécifique.			

<b>S52</b>	<b>Schématisation des solutions</b>		
	Schéma cinématique, schéma cinématique minimal (1), schéma d'architecture (2).	1	
	Représentation schématique de la structure des chaînes fonctionnelles (mécaniques, électriques, hydrauliques et pneumatiques) :	1	
	- schémas électriques (3), hydrauliques et pneumatiques ;	1	
	- graphe de structure ;	1	
	- schéma informatique : description graphique.		4
<b>Commentaires et limitations :</b>			
(1) C'est le schéma minimal qui permet la description des mouvements.			
(2) Le schéma d'architecture traduit la réalité technique de réalisation des liaisons et permet de calculer les actions mécaniques.			
(3) Seuls les constituants étudiés dans le programme sont à identifier.			

<b>S53</b>	<b>Représentation géométrique du réel</b>		
	Dessin et croquis à main levée d'une solution.	1	
	Représentation d'une solution constructive en 3D par un modèleur volumique.	1	
	Assemblage sous contrainte.	1	
	Cotation GPS, MMT.		4
	Utilisation de bibliothèques d'éléments standards.	1	
<b>Commentaires et limitations</b>			
Seules les notions de bases sur les modèleurs volumiques sont abordées (création d'une pièce simple, assemblage et visualisation d'une maquette numérique).			
Aucune connaissance affiliée aux normes des dessins techniques n'est évaluable.			

<b>S6</b>	<b>Protocoles expérimentaux et réalisation</b>		
<b>S61</b>	<b>Protocoles expérimentaux</b>		
	Environnement du système.	1	
	Mise en œuvre d'un système, paramètres de fonctionnement d'un système.	1	
	Choix des appareils de mesures (position, calibre, période d'échantillonnage, précision).	1	
	Amplitude des grandeurs, caractéristiques fréquentielle et temporelle.	1	
	Respect des normes de sécurité, protection des biens et des personnes.	1	
	Respect d'un protocole expérimental.	1	

<b>S62</b>	<b>Réalisation</b>		
	Prototypage rapide.		3
	Prototype.		3
	Facteurs d'échelle, grandeurs influentes.		3
	Assemblage des constituants.		3
	Programmation des constituants.		3
	Mise en œuvre d'un réseau.		3
	Caractéristiques dimensionnelle et géométrique de pièces.		3
	Méthodes de mesures.		3

## Appendice aux programmes de physique-chimie et de sciences industrielles de l'ingénieur de TSI « Outils mathématiques »

Au niveau des classes préparatoires, le rôle structurant des outils fournis par les mathématiques est incontournable en physique-chimie et en sciences industrielles de l'ingénieur, mais il convient d'éviter les dérives formelles ou calculatoires : le recours au calcul analytique doit être limité aux cas les plus simples et on utilisera des outils de calcul numérique ou formel dans tous les autres cas, y compris dans certains cas où des calculs analytiques seraient a priori possibles mais hors de portée des étudiants du fait de leur longueur ou de leur technicité.

Afin de cibler au mieux la formation et l'évaluation, cette annexe liste les outils mathématiques dont une bonne maîtrise est indispensable pour que les objectifs de formation des programmes de physique-chimie et de sciences industrielles de l'ingénieur puissent être pleinement atteints. Le niveau d'exigence requis est systématiquement précisé pour chaque outil afin d'éviter toute dérive.

**L'apprentissage de ces outils doit être réparti sur l'année en fonction de l'avancement des cours en ayant un souci permanent de contextualisation. Ceci suppose notamment une concertation au sein de l'équipe pédagogique.**

Dans le cas où d'autres outils seraient ponctuellement nécessaires, il conviendrait de les mettre à disposition des étudiants sous une forme opérationnelle (formulaires...) et de faire en sorte que leur manipulation ne puisse pas constituer un obstacle.

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>1. Equations algébriques</b>	
Système linéaire de $n$ équations à $p$ inconnues	<p>Identifier un nombre minimal d'inconnues, confronter au nombre d'équations indépendantes disponibles.</p> <p>Exprimer la dépendance dans le seul cas <math>n = p = 2</math>.</p> <p>Résoudre analytiquement dans le seul cas <math>n = p = 2</math>.</p> <p>Utiliser des outils numériques ou formels dans les autres cas.</p> <p><i>Exemples : systèmes d'ordre 3 : <math>n = p = 3</math> en mécanique (statique du solide).</i></p>
Équation non linéaire	<p>Discuter graphiquement dans le cas où l'équation se présente sous la forme <math>f(x) = g(x)</math> de l'égalité de deux fonctions <math>f</math> et <math>g</math> classiques.</p> <p>Résoudre, dans le cas général, à l'aide d'un outil numérique.</p> <p><i>Exemples : point de fonctionnement d'un actionneur associé à sa charge, d'un générateur associé à sa charge.</i></p>

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>2. Equations différentielles</b>	
Équation différentielle linéaire du premier et du second ordre à coefficients constants	<p>Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales.</p> <p>Exploiter l'équation caractéristique.</p> <p>Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité).</p> <p>Mettre une équation sous forme canonique. L'écriture de l'équation différentielle doit permettre la vérification de l'homogénéité des grandeurs physiques.</p> <p>Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales (CI).</p> <p>Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ordre et d'un second membre constant.</p> <p>Obtenir analytiquement (notation complexe) le seul régime sinusoïdal forcé dans le cas d'un second membre sinusoïdal. Mettre en évidence l'intérêt d'utiliser la notation complexe dans le cas d'un régime forcé sinusoïdal.</p> <p>Déterminer le module et la phase des grandeurs.</p> <p>Mettre en évidence les notions de régime libre, régime permanent, régime forcé et régime transitoire.</p> <p><i>Exemples : électrocinétique, mécanique, thermique...</i></p>
Équation quelconque	<p>Intégrer numériquement avec un outil fourni.</p> <p><i>Exemples : équations issues du principe fondamental de la dynamique.</i></p>

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>3. Fonctions</b>	
Fonctions usuelles	<p>Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, <math>x \rightarrow x^2</math>, <math>x \rightarrow \frac{1}{x}</math>, <math>x \rightarrow \sqrt{x}</math>.</p>
Dérivée	<p>Interpréter géométriquement la dérivée.</p> <p>Dériver une fonction composée.</p> <p>Rechercher un extrémum.</p> <p><i>Exemples : phénomène de résonance, couple maximum d'une machine asynchrone.</i></p>

Primitive et intégrale Valeurs moyenne et efficace	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales. Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions $\cos$ , $\sin$ , $\cos^2$ et $\sin^2$ . Interpréter l'intégrale en termes d'aire algébrique pour des fonctions périodiques simples. <i>Exemples : fonctions périodiques constantes par morceaux pour les convertisseurs statiques.</i>
Représentation graphique d'une fonction	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log. <i>Exemples : réponses fréquentielles (diagramme de Bode).</i>
Développements limités	Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement. Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : $(1+x)^\alpha$ , exponentielle, sinus, cosinus, logarithme népérien.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique	Utiliser un développement en série de Fourier fourni via un formulaire. Mettre en évidence les propriétés de symétrie dans le domaine temporel (demi-période).

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>4. Géométrie</b>	
Vecteurs et systèmes de coordonnées	Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques. <i>Exemple : repérage d'un point dans l'espace en cinématique.</i>
Projection d'un vecteur et produit scalaire	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire. <i>Exemples : projection en mécanique dans un repère, diagramme de Fresnel.</i>

Produit vectoriel	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres. <i>Exemples : calcul des moments, dérivation des vecteurs unitaires.</i>
Transformations géométriques	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.
Courbes planes  Courbes planes paramétrées	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite et d'un cercle. Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation $r=f(\theta)$ . Reconnaître les équations paramétriques $x = a \cos(\omega X)$ et $y = a \sin(\omega X - \varphi)$ d'une ellipse et la tracer dans les cas particuliers : $\varphi = 0, \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ et } \varphi = \pi .$ Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur.
Longueurs, aires et volumes classiques	Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
Barycentre d'un système de points	Connaître la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène. <i>Exemple : recherche d'un centre de gravité d'un solide.</i>

OUTILS	NIVEAU D'EXIGENCE
<b>5. Trigonométrie</b>	
Angle orienté	Définir une convention d'orientation des angles dans un plan et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles de rotation autour de cet axe.

Fonctions cosinus, sinus et tangente	<p>Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation <math>\cos^2 x + \sin^2 x = 1</math>, relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs des fonctions pour les angles usuels.</p> <p>Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas.</p> <p>Passer de la forme <math>A \times \cos(\omega t) + B \times \sin(\omega t)</math> à la forme <math>C \times \cos(\omega t - \varphi)</math></p>
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes	<p>Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe.</p> <p><i>Exemples : diagramme de Fresnel. Application aux systèmes triphasés : <math>\underline{a} = e^{i\frac{2\pi}{3}} 1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0</math></i></p>
Calcul matriciel (en SII uniquement)	<p>Effectuer le produit d'une matrice par un vecteur</p> <p><i>Exemple : calcul du moment dynamique.</i></p> <p>Choisir une base pour simplifier la structure d'une matrice.</p> <p><i>Exemple : simplification d'une matrice d'inertie.</i></p>

## Programmes de la classe préparatoire scientifique Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST)

NOR : ESRS1306359A

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

---

Vu code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 3-7-1995 ; arrêté du 27-5-2003 ; avis du ministre de l'agriculture, de l'agroalimentaire et de la forêt du 27-3-2013 ; avis du CSE du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 18-3-2013

---

Article 1 - Les programmes de première année de sciences de la vie et de la Terre, de physique-chimie et de mathématiques de la classe préparatoire scientifique Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST), figurant respectivement aux annexes 1, 2 et 3 de l'arrêté du 27 mai 2003 susvisé, sont remplacés par ceux figurant respectivement aux annexes 1, 2 et 3 du présent arrêté.

Article 2 - Les programmes de première et seconde années d'informatique de la classe préparatoire scientifique Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST), figurant en annexe 3 de l'arrêté du 27 mai 2003 susvisé, sont remplacés par ceux figurant à l'annexe 4 du présent arrêté.

Article 3 - Les programmes de première année du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2013, et celui relatif à la seconde année à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 4 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 4 avril 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

Par empêchement de la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Le chef du service de la stratégie de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,  
Jean-Michel Jolion

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,  
Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

### Annexes

↳ Programmes



AMC } ^ C ^ AF

# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST)**

Discipline : **Sciences de la vie et de la Terre**

**Première année**



# CLASSE PREPARATOIRE SCIENTIFIQUE BCPST

## PROGRAMME DE SCIENCES DE LA VIE ET DE LA TERRE

### INTRODUCTION

Le programme de sciences de la vie et de la Terre de la classe de BCPST s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les écoles d'ingénieurs, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

Il importe donc de mesurer les évolutions de la formation au lycée pour favoriser le passage de la classe terminale à la classe préparatoire et appuyer les objectifs du présent programme sur des acquis antérieurs.

La relation au savoir des élèves a changé. Ils vivent dans un monde où la donnée est omniprésente et immédiatement disponible. Cela change sans doute ce qu'il leur est nécessaire de mémoriser et cela change sûrement leur attitude à l'égard de la connaissance : confondant souvent données disponibles et savoirs, ils peuvent, à tort, s'imaginer qu'il est aujourd'hui devenu inutile d'apprendre. Le choix est fait au lycée de stabiliser le plus possible un nombre obligatoirement limité d'idées essentielles, réservant l'exposé de détails au simple besoin de l'argumentation, sans qu'il soit exigé de l'élève qu'il les retienne. Ce faisant, limitant l'objectif de connaissance à un corpus – forcément discutable, mais que l'on espère correctement choisi – de concepts et théories structurants, le programme de lycée libère l'esprit pour une meilleure acquisition de quelques grands savoir-faire de la pensée ou du geste et de quelques attitudes intellectuelles fondamentales qui constituent l'outillage méthodologique du scientifique. C'est cet ensemble de contenus et de méthodes que l'on nomme les compétences développées.

Évidemment simplifiées à la fin de l'enseignement secondaire, ces compétences s'approfondissent en classe préparatoire tout en restant suffisamment généralistes pour donner un panorama des domaines et représentations scientifiques actuels et permettre ensuite un développement plus spécialisé, en rapport avec la voie choisie, de la recherche fondamentale ou de l'application à un champ professionnel (ingénieur, vétérinaire, etc.).

La diversité et le degré de précision des connaissances que l'on souhaite faire acquérir dans les classes préparatoires aux grandes écoles sont bien évidemment approfondis par rapport à ceux du lycée. Néanmoins, c'est le même esprit qui veut être à l'œuvre dans les classes préparatoires aux grandes écoles. La démarche, déjà entreprise, qui éloigne le style pédagogique de ces classes de l'accumulation encyclopédique des détails devra être poursuivie. L'objectif général est de stabiliser, à un niveau de première expertise cette fois, les connaissances essentielles, d'acquérir les principaux savoir-faire, de s'imprégner des attitudes intellectuelles communément reliées à l'exercice de la pensée scientifique. C'est dans cet esprit que le programme est conçu et présenté.

Ce programme est destiné à la fois aux étudiants, aux professeurs et aux interrogateurs de concours ; il constitue leur base commune de travail. Rédigé en termes de compétences, il constitue le référentiel de ce que l'on attend des étudiants en termes de savoirs et de capacités.

### **Les contenus du programme : un réseau de connaissances intégrées autour de grands concepts**

Le programme définit des contenus (faits, modèles, concepts...), qui constituent une base de connaissances de premier ordre indispensables à l'organisation du savoir visé. Ces éléments doivent pouvoir être exposés par l'étudiant de façon concise, en particulier dans le cadre d'épreuves de synthèse. Ils servent aussi de cadres de référence pour analyser, interpréter, comprendre, discuter, critiquer... des objets ou des documents portant sur des éléments non directement mentionnés dans le programme, mais présentés de telle façon qu'ils permettent une réflexion scientifique rigoureuse.

Les grands concepts fédérateurs, les problématiques essentielles qui constituent la colonne vertébrale des sciences de la vie et de la Terre, même s'il n'en est pas systématiquement fait mention dans les différents items du programme, constituent des fils rouges indispensables qui devront être mis en valeur chaque fois que cela se justifiera. Il en va ainsi, par exemple, de l'évolution et de la biodiversité, de la relation génotype/phénotype, des relations structures / propriétés / milieux / fonctions aux différentes échelles d'étude, de l'insertion des organismes dans des réseaux d'interactions biotiques et écologiques, de notions structurantes comme celle de « compartimentation », des concepts de cybernétique liés aux contrôles et aux régulations, des liens entre la vie et la planète, des différentes échelles de temps en géologie et en biologie, du tri géochimique en géosciences. Le hasard et l'indétermination des phénomènes, souvent liée à la complexité, sont également omniprésents tant en sciences de la vie qu'en sciences de la Terre. Ces fils rouges, souvent mis en exergue dans l'un ou l'autre des chapitres, plus discrètement présents dans d'autres, permettent aux étudiants d'établir des liens et d'organiser un véritable réseau de connaissances (comme le suggèrent les renvois explicites entre parties du programme), de poser par eux-mêmes des problématiques et de mettre en perspective leurs exposés, en particulier lors de la réalisation de synthèses. Le monde vivant et sa planète seront, en toute occasion, présentés comme reliés par un champ complexe d'interactions, qui font apparaître des propriétés émergentes lorsque l'unité d'observation monte en ordre de grandeur. Cet ensemble d'interactions systémiques, qui est spécifiquement au cœur des sciences de la vie et de la Terre, sont à la fois sources de stabilité et de fragilité.

Ces contenus et les concepts visés doivent être argumentés et fondés sur des connaissances concrètes, autant que possible issues d'observations. Celles-ci sont acquises au cours des travaux pratiques, qui sont étroitement liés aux objectifs de ce programme, et lors d'indispensables excursions de terrain, car l'observation de la nature dans sa complexité reste le fondement des sciences de la vie et de la Terre et révèle des aspects inaccessibles en laboratoire. Si une certaine richesse d'argumentation est nécessaire dans le cadre de l'enseignement afin d'éviter le risque d'une généralisation abusive, il importe d'éviter une surcharge inutile et de limiter la mémorisation des faits, en nombre et en développement, à ce qui est nécessaire à la présentation d'une argumentation valide. Ceci amène à définir deux niveaux d'exigibilité :

- un premier niveau implique d'être capable d'exposer un concept, un modèle, une idée, un phénomène en s'appuyant sur la présentation d'un seul exemple-argument (quelconque ou précisé dans le programme), par exemple dans le cadre de synthèses écrites ou orales ;
- un deuxième niveau implique d'être capable de construire une argumentation à partir de la réflexion sur un objet ou document fourni, confronter de nouvelles informations à un modèle connu soit pour l'y rapporter, soit pour identifier des différences et les interroger. Cette démarche sera réalisée en particulier dans le cadre du travail sur observations, documents ou articles scientifiques.

Cette nécessité de réinvestissement est au cœur de l'approche par compétence, exigeant que les savoirs soient réellement opérationnels mais strictement sélectionnés en nombre et en qualité. La définition de ces objectifs n'est pas sans impact sur la réflexion didactique et pédagogique qui gouverne l'organisation de l'enseignement en classe préparatoire dès lors qu'il s'agit de combiner, dans la construction des compétences, l'acquisition de contenus et de capacités.

Dans la présentation de ce programme, la colonne de gauche comprend l'énoncé des objectifs de connaissance ; elle ne constitue pas un « résumé » des contenus attendus mais désigne les éléments centraux de chaque unité ainsi que les conditions de leur étude. Ils doivent aussi être lus à la lumière des objectifs généraux indiqués dans l'introduction du programme.

La colonne de droite comprend quant à elle plusieurs types d'informations destinés à préciser ces attendus.

Les alinéas commençant par un verbe à l'infinitif expriment **les capacités** que les étudiants doivent acquérir, c'est-à-dire par exemple : savoir présenter ou exposer des concepts, argumenter, analyser des éléments, mettre en relation... Ces précisions sont destinées à fixer plus clairement les capacités attendues en termes de mémorisation de connaissances (au premier ordre) mais aussi ce qui relève de l'acquisition de méthodes ou de savoir-faire, applicables à condition que les éléments sur lesquels ils doivent s'exercer soient fournis à l'étudiant. C'est aussi en cela que ce programme apporte un allègement par rapport aux précédents en supprimant la nécessité de mémoriser un nombre excessif d'exemples ou de détails.

Sont donc indiqués :

- des précisions sur les contenus attendus : argumentation minimale, éléments de diversification des exemples, parfois précision d'un exemple à utiliser. Le fait qu'un exemple soit désigné ne constitue pas une incitation à réaliser une monographie pointilleuse : au contraire, le niveau d'exigence est limité à ce qui peut servir la construction ou l'illustration des concepts visés ;
- l'énoncé de démarches ou d'actions à savoir réaliser (« capacités »), c'est-à-dire des savoir-faire exigibles associés au contenu spécifique de l'item ;
- des limites qui sont indiquées soit dans une rubrique spécifique, soit associées à des items plus précis selon qu'elles ont une valeur générale ou ponctuelle ;
- des liens avec d'autres parties du programme, avec l'enseignement d'autres disciplines, avec les programmes du second degré ou avec des concepts intégrateurs ; les indications, qui invitent à des mises en relations fortes, notamment entre années, ne sont pas limitatives.

La mise en œuvre du programme de sciences de la vie et de la Terre repose sur des cours, des travaux pratiques et des classes de terrain qui construisent de façon complémentaire des connaissances et des savoir-faire. Les Travaux d'initiative personnelle encadrés (TIPE), portant sur des sujets de biologie ou de géologie sans lien explicite avec le programme, complètent la formation en amenant les étudiants à conduire par eux-mêmes une démarche scientifique mobilisant différentes disciplines. Cet ensemble conduit à développer les compétences de base attendues à l'entrée dans les Écoles, le terme de compétences étant ici pris au sens de la définition de l'Organisation de coopération et de développement économique (OCDE) c'est-à-dire comme étant constituées d'un ensemble de connaissances, de capacités et d'attitudes. Lors des épreuves, toutes ces compétences seront logiquement mobilisées par les candidats selon les besoins, quel que soit le contexte dans lequel elles ont été construites.

Dans la construction d'un savoir scientifique, les notions doivent être associées aux faits. La présentation des techniques et des données qui ont construit le concept préparent à celui-ci et ne peuvent être réduites à des « illustrations » du concept. En particulier, les travaux pratiques comme les excursions de terrain contribuent à la construction des savoirs. Ils peuvent aussi constituer des moments de réinvestissement et de mise en œuvre dans des contextes différents. En permettant de présenter une diversité d'objets, sans pour autant requérir la mémorisation de ce qui n'est pas clairement posé comme exigible, les travaux pratiques sont des moments privilégiés d'élargissement et doivent contribuer à ne pas enfermer les représentations dans un cadre trop étroit. De plus, divers travaux pratiques ont été pensés en lien avec plusieurs aspects du programme ; par conséquent, leur mise en œuvre gagnera à identifier clairement ces liens. Les estimations de temps consacrées aux travaux pratiques doivent être considérées comme des « équivalents-séances » pouvant être redécoupés et distribués à volonté, une séance en classe pouvant permettre d'aborder plusieurs thématiques sur des durées plus courtes.

Il en va de même des items du programme et de l'ordre dans lequel ils sont présentés : chaque professeur garde la liberté d'organiser son enseignement comme il le souhaite, dans la limite du découpage sur les deux années. Il articule les travaux pratiques avec les cours à sa convenance, d'autant que le poids relatif des uns et des autres varie selon les domaines et les parties du programme.

### **Compétences attendues :**

En s'appuyant sur les compétences acquises dans l'enseignement secondaire, l'enseignement de classe préparatoire constitue une étape vers l'acquisition de compétences notamment définies par les référentiels de la Commission des titres ingénieurs (référentiel CTI) ; la contribution porte sur des compétences « généralistes » et en particulier sur :

- « - la connaissance et la compréhension d'un large champ de sciences fondamentales et la capacité d'analyse et de synthèse qui leur est associé ;
- l'aptitude à mobiliser les ressources d'un champ scientifique et technique lié à une spécialité. »

Le référentiel des compétences à construire en classe préparatoire est ici présenté en trois grands blocs, correspondant globalement aux grandes composantes de la démarche scientifique : l'analyse et la formulation d'une problématique scientifique ; son traitement par l'investigation et la réflexion ; la communication et le réinvestissement.

Les capacités définies sont destinées à être travaillées dans le cadre des enseignements en cours et/ou en travaux pratiques, chaque professeur étant libre du choix des supports, des moments, des lieux et de

la progressivité propices à cette composante de la formation. L'expression large de ces compétences tient compte des attentes exprimées par des grandes écoles recrutant sur la filière BCPST.

### **Premier bloc : compétences qui relèvent de la capacité à analyser une situation et poser une problématique**

#### **1- Conduire une analyse de situation par une démarche de type « diagnostic »**

- recueillir, exploiter, analyser et traiter des informations
- observer et explorer
- analyser et hiérarchiser
- organiser et proposer une démarche diagnostic
- présenter la démarche

#### **2- Poser une problématique**

- identifier le problème sous ses différents aspects, dans son environnement technique, scientifique, culturel
- développer une pensée autonome

### **Deuxième bloc : compétences qui relèvent de la capacité à résoudre une problématique par l'investigation et l'expérimentation**

#### **1- Conduire une démarche réflexive d'investigation**

- mobiliser les connaissances scientifiques pertinentes pour résoudre le problème, du champ disciplinaire ou d'autres disciplinaires
- identifier les différentes approches et concepts dans le traitement d'une question
- structurer un raisonnement et maîtriser des relations de causalité
- construire une démonstration en suivant d'une progression logique
- maîtriser la méthode exploratoire, le raisonnement itératif

#### **2- Conduire ou analyser une expérimentation**

- déterminer les paramètres scientifiques pertinents pour décrire une situation expérimentale
- évaluer l'ordre de grandeur des phénomènes et de leurs variations
- élaborer un protocole expérimental
- réaliser une manipulation
- mettre en œuvre des règles de sécurité et de déontologie
- effectuer des représentations graphiques et présenter les résultats
- analyser les résultats de façon critique (sources d'erreur, incertitudes, précisions)
- proposer des améliorations de l'approche expérimentale

#### **3- Annoncer et décrire des perspectives nouvelles**

- explorer, faire preuve de curiosité et d'ouverture d'esprit
- apporter un regard critique
- développer une pensée autonome

### **Troisième bloc : compétences qui relèvent de la communication et du réinvestissement**

#### **1- Construire une argumentation scientifique en articulant différentes références**

- maîtriser les connaissances scientifiques relevant du champ disciplinaire et d'autres disciplines, ainsi que les concepts associés
- identifier une question dans un contexte posé
- intégrer différents éléments, les hiérarchiser, les articuler, les mettre en perspective, apporter un regard critique ;
- structurer un raisonnement et maîtriser des relations de causalité
- construire une démonstration en suivant une progression logique
- construire une argumentation écrite comme orale
- maîtriser des techniques de communication (synthèse, structure, clarté de l'expression, maîtrise du langage en particulier scientifique)

#### **2- Organiser une production écrite**

- s'exprimer correctement à l'écrit
- appuyer son propos sur des représentations graphiques appropriées

### **3- Structurer et présenter une communication orale**

- s'exprimer correctement à l'oral
- appuyer son propos sur des supports graphiques appropriés
- convaincre
- s'adapter au contexte de la communication, savoir dialoguer

Au total, la mise en œuvre de ce programme doit permettre aux futurs ingénieurs, chercheurs et enseignants, de se constituer une culture scientifique de base dans le domaine des sciences de la vie et de la Terre, construite sur les principaux concepts et modèles, opérationnelle et transférable pour interroger et comprendre les situations auxquelles ils seront confrontés. Le choix pertinent des connaissances de premier ordre à mémoriser facilite la prise de recul, la mise en relation des connaissances mémorisées et l'acquisition d'un regard global et synthétique. Les méthodes acquises garantissent la rigueur scientifique des raisonnements et rendent les étudiants aptes à transférer ces connaissances à une diversité de situations dans un domaine scientifique à évolution rapide, dans lequel la mémorisation et l'accumulation de détails parfois rapidement périmés, fussent-ils qualifiés de « précisions », ne présente à l'inverse que peu d'intérêt.

### **L'usage de la liberté pédagogique**

Les contenus du programme et les compétences attendues de la formation en sciences de la vie et de la Terre en BCPST laissent à l'enseignant une latitude certaine dans le choix de l'organisation de son enseignement, de ses méthodes, de sa progression globale, mais aussi dans la sélection de ses problématiques ou ses relations avec ses élèves, qui ressortit fondamentalement à sa liberté pédagogique, suffisamment essentielle pour lui être reconnue par la loi. Liberté pédagogique de l'enseignant qui peut être considérée comme le pendant de la liberté d'investigation du scientifique et de l'ingénieur.

Globalement, dans le cadre de cette liberté pédagogique, le professeur peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

- pédagogue, il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des savoir-faire sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La détermination et l'étude des problématiques, alliées à un temps approprié d'échanges, favorisent cette mise en activité.
- didacticien, il doit savoir recourir à la mise en contexte des connaissances, des capacités et des systèmes étudiés : les sciences de la vie et de la Terre et les problématiques qu'elles induisent se prêtent de façon privilégiée à une mise en perspective de leur enseignement avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant de sciences de la vie et de la Terre est ainsi conduit naturellement à mettre son enseignement « en culture » pour rendre sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.

## **Programme de sciences de la vie**

Le programme de biologie est présenté par échelle d'étude pour les trois premières parties. A chaque échelle, deux grandes catégories de problématiques sous-tendent les contenus :

- la relation organisation / fonctionnement, parfois selon le milieu ;
- les interrelations entre les différents éléments spécialisés des systèmes, qui assurent l'intégration du fonctionnement.

La compréhension du fonctionnement du vivant implique que l'on construise l'emboîtement de ces différents niveaux soit pour expliquer des mécanismes, soit pour comprendre des relations de « cause à effet ». Ces dernières ne sont cependant pas linéaires, comme c'est le propre pour tout système complexe. Chaque palier d'organisation, cellule, organisme, écosystème, possède des propriétés émergentes supérieures à la somme des propriétés de ses parties, conférées en particulier par l'intégration du système.

La quatrième partie s'intéresse à la nature et à la transmission temporelle de l'information génétique du vivant. Cette dimension est envisagée elle aussi à différentes échelles :

- le temps court, du contrôle et de la régulation de l'expression génétique ;
- le temps de la transmission de l'information génétique entre générations et de la dynamique populationnelle ;
- le temps de l'évolution.

Elle permet d'aborder les processus d'adaptation des systèmes soit à ses variations de fonctionnement, soit à des variations de leur environnement, selon des processus intervenant à des vitesses différentes selon l'échelle temporelle considérée.

Ces idées seront privilégiées et mises en valeur chaque fois que possible, même si elles ne sont pas explicitées dans telle ou telle partie du programme. En particulier, l'idée que les structures et les processus observés sont le résultat d'une évolution, et en évolution perpétuelle, doit être sous-jacente à tous les aspects du programme.

Cette approche globale des systèmes vivants se construit progressivement au cours des deux années.

En première années sont traitées :

- au premier semestre, les parties I-A, I-B, II-A, IV-A, IV-B ;
- au second semestre, les parties I-C, I-D, II-D, IV-C.

### **I – Des molécules du vivant à la cellule : organisation fonctionnelle**

L'étude des molécules vise essentiellement à mettre en relation la nature chimique des constituants du vivant, leurs propriétés, leur réactivité et leurs fonctions biologiques. La présentation des biosynthèses et des grandes voies du métabolisme est réalisée en lien avec celle des biomolécules elles-mêmes. Elle permet la compréhension des mécanismes impliqués dans la réalisation des flux d'énergie qui traversent la cellule, mais aussi des écosystèmes et des cycles biogéochimiques des éléments (§ III-B et III-C).

L'unité fonctionnelle de la cellule se construit au fur et à mesure des chapitres et des exemples rencontrés, intégralement en première année. Les différents chapitres font référence à des exemples concrets de cellules permettant de mettre en place progressivement des concepts généraux (compartimentation cellulaire, spécialisation etc.). Il s'agit de montrer des grands types d'organisation (Eubactéries, Métazoaires, Angiospermes) et l'existence d'édifices supramoléculaires en interaction (membranes biologiques en particulier), mais surtout l'unité des principes de fonctionnement des cellules. Les différenciations et spécialisations cellulaires rencontrées seront reliées au fonctionnement global d'un organisme (§ II-A), à son développement (§ II-D) ainsi qu'à l'expression génétique (§ IV-A) et sa relation au phénotype.

### **II - L'organisme : un système en interaction avec son environnement**

Cette partie aborde le vivant sous l'angle de l'organisme en s'appuyant sur des organismes animaux, puis en élargissant les exemples : son enseignement doit être relié aux autres parties de ce programme aussi explicitement que possible, pour éviter une vision « isolée » de l'organisme.

La première année identifie les différentes fonctions et appréhende leurs interrelations au sein d'un organisme. L'exemple d'un ruminant permet d'aborder les relations inter- et intra-spécifiques, prépare la

place de cet organisme dans le fonctionnement des écosystèmes (§ III-B), et montre les interactions entre objectifs sociétaux (agronomie et technologie) et études scientifiques.

Le programme aborde la réalisation des fonctions à travers plusieurs exemples. En première année, la reproduction aborde une première fonction ; elle prépare le lien avec d'autres échelles d'étude (§ III-A, IV-C...) et débouche sur le développement, qui relie le plan d'organisation à sa mise en place.

En seconde année, l'étude de la respiration exemplifie les mécanismes réalisant une fonction à différentes échelles d'étude et montre les relations entre organisation anatomique, fonction biologique et milieu de vie. Puis le contrôle du débit sanguin offre un exemple d'interrelations entre plusieurs systèmes de contrôle et de régulation au sein de l'organisme ; il montre comment l'intégration des diverses réactions autorise l'adaptation physiologique aux variations d'activité de l'organisme ou aux variations de milieu.

Les concepts des chapitres précédents sont ensuite généralisés à d'autres types d'organismes dont les angiospermes. Plusieurs autres modèles, uni- ou pluricellulaires, montrent finalement la diversité des organismes, en préparant les aspects d'écologie (§ III-B) ou de phylogénie (§ IV-E) du programme.

### **III – Populations, écosystèmes, biosphère**

Cette partie vise à franchir les différentes échelles allant de l'organisme à la biosphère, et met plus particulièrement en place l'organisation des organismes en populations, et des populations d'une part en espèces, et d'autre part en communautés où existent divers types de relations interspécifiques.

Entièrement développée en seconde année, cette partie montre d'abord les organismes en population. Une fois mise en place la notion d'écosystème, on constate que ces échelles d'organisation font émerger des processus comme les chaînes trophiques et les cycles des éléments. On montre que l'existence de chaque échelle a des conséquences sur les autres, en particulier sur les organismes (§ II) ainsi que pour la génétique et l'évolution (§ IV).

### **IV – la biodiversité et sa dynamique**

L'étude des génomes et de leur expression permet d'expliquer l'origine et la dynamique de la biodiversité.

**La première année** montre la nature et la transmission du matériel génétique : les bases moléculaires de cette transmission à l'échelle cellulaire permettent de comprendre la conservation de l'information génétique et, en même temps, les sources de sa variation par mutation. A l'échelle des organismes, l'information génétique est transmise verticalement ou horizontalement, avec des recombinaisons entre locus lors des processus sexués qui créent une diversité combinatoire. Tout ceci contribue à créer et entretenir de la biodiversité.

**En seconde année**, cette vision du vivant comme une information transmissible entre organismes sur des temps longs débouche sur la notion d'évolution : on montre comment la diversité mutationnelle peut être éliminée ou conservée par des mécanismes évolutifs aléatoires ou sélectifs. Finalement, la classification phylogénétique, ici mobilisée comme un outil pour discuter de scénarios évolutifs, permet de revisiter des organismes vus par ailleurs en discutant des processus évolutifs qui ont conduit à leur émergence. On attend que les êtres vivants rencontrés dans ce programme trouvent leur place dans cette classification.

## **Programme de sciences de la Terre**

En sciences de la Terre, le programme vise essentiellement à présenter la Terre solide, en montrant néanmoins quelques aspects des enveloppes fluides. Leur étude détaillée est reportée à un niveau d'enseignement ultérieur. Ce programme montre la nécessité de prendre en compte les géosciences appliquées dans une société confrontée à des problèmes divers, en particulier aux risques naturels, à l'approvisionnement en ressources naturelles, à des pollutions...

Le lien étroit des géosciences avec d'autres disciplines (biologie, chimie, physique, mathématiques, géographie) implique l'utilisation de leurs acquis chaque fois que nécessaire.

**Le programme s'articule aussi autour d'un travail sur le terrain effectué dans chacune des 2 années.**

Il invite à mettre les cartes au centre de la réflexion, les cartes géologiques bien sûr, mais aussi toutes les cartes plus spécifiques (topographiques, géophysiques, tectoniques...) dont les apports complémentaires peuvent s'avérer nécessaires à l'étude des phénomènes. Issues de l'exploitation de données de terrain, traitées, choisies, présentées, problématisées, vectrices d'informations élaborées dans un but défini, les cartes sont ensuite des supports de réflexion, d'analyse des situations, de leur interprétation voire dans certaines circonstances, des documents permettant d'éclairer des décisions (gestion des risques, exploitation de ressources, travaux publics...) et de les traduire (cartes des risques par exemple). La relation aux faits et aux objets réels, en salle ou sur le terrain via les excursions demandées, reste au centre de cette exploitation. On attend donc que ce va-et-vient entre représentations cartographiques et réel soit fait chaque fois que possible.

**En première année**, les parties I, II, III et IV sont traitées au premier semestre. Elles permettent de mettre en place les fondements et le cadre d'étude des géosciences et des enjeux sociétaux qui la concernent. Les chapitres consacrés à la Terre, planète active (I), au temps (III) ou aux cartes (IV) permettent de faire la transition entre l'enseignement secondaire dont les acquis sont repris et stabilisés et la première année de classe préparatoire. Le chapitre (II) permet de redéfinir les enjeux déjà abordés au lycée. Ces chapitres permettent aussi de préciser les outils de base des géosciences et le cadre global dans lequel elles s'intègrent.

Au second semestre, deux thèmes majeurs (parties V et VI) sont abordés, l'un concernant la géodynamique interne avec le magmatisme, l'autre avec la géodynamique externe avec les processus sédimentaires. Phénomènes géologiques fondamentaux, exemplaires par la diversité des méthodes d'étude et de raisonnement utilisés, ils amènent à présenter de la géosphère une vision à la fois précise, rigoureuse à un niveau d'explication exigeant, et d'une façon globale, intégrant à l'étude de la « Terre solide » l'interfaçage avec hydrosphère, atmosphère et biosphère, ainsi bien sûr que les enjeux humains.

**En seconde année**, ce panorama des grands phénomènes géologiques est complété par l'étude des déformations et du métamorphisme, au troisième semestre. Le reste du temps permet de construire sous un autre angle d'attaque la connaissance des grands ensembles géologiques. Loin de viser l'exhaustivité ou l'érudition, cet ensemble de chapitres construit, en interrelation avec les parties précédentes dont les contenus sont ici réinvestis, une vision synthétique du système Terre. Il permet de relier les différentes échelles d'espace : couplage entre les différentes sphères, vision synthétique de grands ensembles définis dans le cadre de la tectonique globale, grands ensemble structuraux régionaux. Sur ce dernier point en particulier, ce n'est pas la connaissance des histoires locales, même brossée à grands traits, qui est visée, mais bien l'intégration des différentes données, la mise en œuvre des méthodes acquise au cours des deux années, pour analyser et comprendre la géologie de ces objets de taille intermédiaire.

En première années sont traitées :

- au premier semestre, les parties I ; II ; III ; IV ;
- au second semestre, les parties V ; VI.



# Contenu et mise en œuvre du programme

## Sciences de la vie

### I – Des molécules du vivant à la cellule : organisation fonctionnelle

<b>I-A Organisation fonctionnelle des molécules du vivant (18h)</b>	
<b>Connaissances clés à construire</b>	<b>Commentaires, capacités exigibles</b>
<p><b>I-A-1 L'eau, les petites molécules organiques</b> Les atomes de carbone des molécules biologiques portent des fonctions variées qui déterminent leurs propriétés physico-chimiques (dimension, solubilité, polarité, ionisation).</p> <p>Le rôle biologique des molécules organiques dépend de leurs propriétés physico-chimiques et de leur réactivité.</p> <p>Des réactions d'oxydoréduction modifient et diversifient les fonctions chimiques des petites molécules biologiques. Une même molécule biologique peut appartenir à plusieurs familles.</p> <p><b>La famille des glucides</b> est composée des oses et des osides. Les oses ou glucides simples sont des molécules chirales réductrices qui dérivent du glycéraldéhyde ou du dihydroxyacétone et qui portent plusieurs fonctions hydroxyle.</p> <p>Les di-osides sont des dimères d'oses associés par liaison osidique.</p> <p><b>Les lipides</b> sont des molécules organiques hydrophobes de faible masse molaire. Ils peuvent posséder des groupements hydrophiles qui permettent la formation de micelles et de</p>	<p>Cette partie vise à décrire l'activité chimique des cellules par les transformations chimiques qui impliquent les fonctions des petites molécules et des macromolécules. Cette partie ne prend vraiment son sens que si elle est mise au service de la biologie, c'est-à-dire en particulier, selon les molécules envisagées, en lien avec les § I-B,C &amp; IV-A,B,C.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- mettre en relation les caractéristiques d'une molécule (nature, taille...), ses propriétés (hydrophilie, solubilité, ionisation...), sa réactivité (acides, bases, esters et thio-esters, phosphorylations, équilibre céto-énolique) et in fine sa stabilité, ses fonctions.</li><li>- identifier la nature des réactions chimiques lors de l'analyse d'une voie métabolique (acide-base, estérification, hydrolyse, oxydo-réduction, hydratation, aldolisation) ;</li><li>- identifier et analyser les réactions d'oxydo-réduction du vivant en termes de transfert d'électrons ;</li></ul> <p><i>On se limitera à la description des fonctions alkyl, alcool, aldéhyde, cétone, acide, amine.</i></p> <p><b>Liens :</b> Métabolisme (§ I-C) Cours de Chimie.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- représenter les molécules suivantes sous leurs formes linéaires et cycliques : glycéraldéhyde, dihydroxyacétone, glucose, fructose, ribose, désoxyribose ;</li><li>- représenter le saccharose et expliquer son absence de pouvoir réducteur ;</li><li>- identifier et expliciter les liens entre oses rencontrés dans une voie métabolique (cycle de Calvin ou glycolyse) ;</li><li>- décrire et représenter un triglycéride, un phosphoglycéride, le cholestérol ;</li><li>- décrire et reconnaître les groupements hydrophobes et hydrophiles d'un lipide ;</li></ul>

<p>bicouches. Les glycolipides sont des molécules mixtes associant un lipide à un ou plusieurs radicaux glucidiques.</p> <p><b>Les acides alpha-aminés</b> ont un état d'ionisation qui dépend du pH. Leur diversité repose sur les caractéristiques de leurs radicaux. <b>La liaison peptidique</b> unit deux acides aminés selon une géométrie qui conditionne les structures d'ordre supérieur.</p> <p><b>Les nucléotides</b> sont des molécules organiques composées d'une base azotée purique ou pyrimidique et d'un pentose phosphorylé.</p> <p>Leur diversité est due à la nature de la base azotée. Ils forment des molécules de petite taille solubles et mobiles ou susceptibles de s'associer à des protéines</p> <p>Les conversions d'une famille à l'autre sont possibles.</p> <p>Oses, acides aminés et nucléotides sont également les monomères d'édifices macromoléculaires.</p> <p><b>I-A-2 Les macromolécules</b></p> <p>Les macromolécules sont des polymères de forte masse molaire (globalement supérieure à 5000 Daltons). Ce sont des glucides, des acides nucléiques, des protéines ou des polyphénols (lignine).</p> <p><b>Les macromolécules glucidiques</b>, non réductrices, sont des polymères le plus souvent monotones d'oses. Selon leur taille, leur solubilité, leur activité osmotique ou leur structure tridimensionnelle, ils forment de grands édifices aux fonctions diverses</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- reconnaître et définir le caractère saturé ou insaturé d'un acide gras ;</li> </ul> <p><i>Aucune formule de glycolipide n'est à connaître.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- citer les groupes d'acides aminés et leurs principales propriétés associées ;</li> <li>- identifier sur une formule le type de radical, le rattacher à un groupe d'acide aminé ;</li> <li>- décrire et commenter la liaison peptidique ;</li> </ul> <p><i>Seules l'alanine, la cystéine et la sérine sont à mémoriser.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- représenter l'organisation des nucléotides (pentose - phosphate - base azotée) ;</li> <li>- indiquer la distinction ribose / désoxyribose ;</li> <li>- représenter schématiquement ATP et NAD en liaison avec leur fonction d'intermédiaires du métabolisme ;</li> </ul> <p><i>La seule formule exigible est celle de l'ATP.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- reconnaître les voies de conversion d'une famille à l'autre (en lien avec le métabolisme) ;</li> <li>- que le glycérol est formé par réduction du dihydroxyacétone ;</li> <li>- décrire le principe de la production de triglycérides ou phospholipides ;</li> <li>- décrire le principe de la production d'acides alpha-cétonique par oxydation d'oses et leur possibilité d'amination en acides alpha aminés ;</li> </ul> <p><i>On se limite à l'exemple du pyruvate et de l'alanine.</i></p> <p><i>La connaissance de la formule des polyphénols n'est pas au programme.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- montrer, à partir de l'exemple de l'amidon, du glycogène et de la cellulose, comme pour le saccharose, en quoi la polymérisation d'oses cyclisés rend ces macromolécules non réductrices ;</li> <li>- décrire schématiquement et commenter la structure linéaire ou spiralée de deux polymères d'oses : la cellulose et l'amidon ;</li> </ul>
--	---

<p>Ils peuvent s'associer à d'autres molécules organiques.</p> <p><b>Les acides nucléiques</b> sont des polymères séquencés de nucléotides. Vecteurs d'information, ils peuvent interagir avec des protéines.</p> <p><b>Les protéines</b> sont des polymères d'acides aminés. Les propriétés physico-chimiques de la liaison peptidique et des radicaux des acides aminés permettent aux protéines de s'organiser en structures tridimensionnelles secondaires, tertiaires et quaternaires. La fonction des protéines dépend des propriétés chimiques et mécaniques de ses différents domaines fonctionnels.</p> <p><b>Les macromolécules protéiques sont des structures dynamiques</b>, dont les radicaux sont en permanente agitation. Leur fonction dépend de leur organisation tridimensionnelle qui repose sur des liaisons de faible énergie qui contribuent à contenir l'agitation thermique des radicaux.</p> <p><b>Elles peuvent s'associer de façon spécifique à d'autres molécules au niveau de sites.</b> Les propriétés de ces relations protéines-ligands sont semblables ; les conséquences fonctionnelles qu'entraîne la fixation dépendent de la protéine.</p> <p>Certaines protéines sont glycosylées.</p> <p>Les lipoprotéines sont des édifices complexes de protéines et de lipides.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- relier leur constitution, leurs propriétés physico-chimiques et leurs fonctions ;</li> </ul> <p><i>On se limitera aux fonctions de réserve (amidon et glycogène), de structure (cellulose, chitine, glycanes) et d'information (glycanes des matrices extracellulaires).</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- représenter schématiquement et commenter les structures de l'ADN et de l'ARN, les relier à leurs propriétés en relation avec les attendus des cours de génétique (§ IV-A) ;</li> <li>- présenter les niveaux structuraux des protéines ;</li> <li>- présenter la diversité des relations entre radicaux ;</li> <li>- interpréter un profil d'hydropathie ;</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- présenter un modèle d'interaction spécifique entre une protéine et un ligand ;</li> <li>- relier les caractéristiques de l'interaction, ses propriétés (spécificité, stabilité...) et ses fonctions ;</li> </ul> <p><i>On construit l'argumentation sur un exemple de mécanisme de catalyse enzymatique, qui permet entre autres de montrer l'importance du site actif, avec la stabilisation d'une forme de transition a priori instable sans l'enzyme.</i></p> <p><b>Liens :</b> Construits sur l'exemple d'enzymes, les concepts sont réinvestis à de nombreuses autres occasions (récepteurs, interaction ADN-protéines etc.).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- présenter le principe d'une O-glycosylation sur sérine ;</li> </ul>
---	---

<p><b>I-B Membrane et échanges membranaires (13h)</b></p>	
<p><b>I-B-1 Organisation et propriétés des membranes cellulaires</b> Les membranes cellulaires sont des associations non covalentes de protéines et de lipides assemblés en bicouches asymétriques. Les propriétés de fluidité, de perméabilité sélective, de spécificité et de communication de la membrane dépendent de cette organisation.</p> <p><b>I-B-2 Membranes et interrelations structurales</b> Des interactions entre membranes, matrices extracellulaires et cytosquelettes conditionnent les</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- présenter en l'argumentant le modèle de mosaïque fluide ;</li> <li>- présenter et analyser les différents types de localisation des protéines membranaires ;</li> <li>- en discuter les conséquences en termes de mobilité ;</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- reconnaître les grands types de jonction et les relier à leurs fonctions ;</li> </ul>

propriétés mécaniques des cellules et les relations mécaniques entre cellules au sein des tissus.

Les matrices extracellulaires forment une interface fonctionnelle entre la cellule et son milieu.

### I-B-3 Membranes et échanges

Il existe **différentes modalités de flux de matière entre compartiments**.

Des transferts de matière sont réalisés entre compartiments par des phénomènes de **bourgeoisement ou de fusion de vésicules** (dont les phénomènes d'endocytose et d'exocytose). Les mécanismes reposent sur les propriétés des membranes et l'implication de protéines.

**L'eau et les solutés peuvent traverser une membrane** par transferts passifs, par transport actif primaire ou secondaire. Ces transferts sont régis par des **lois thermodynamiques** (gradients chimiques ou électrochimiques, sens de transfert). Des modèles de **mécanismes moléculaires** permettent de rendre compte de ces différents types de flux. Ces échanges ont des fonctions diverses en liaison entre autres, avec la nutrition des cellules, leur métabolisme mais aussi avec des **fonctions informationnelles** à l'échelle de la cellule ou de l'organisme.

Plus précisément :

- la cinétique des flux transmembranaires peut être linéaire (diffusion simple au travers de la phase lipidique), ou hyperbolique (la diffusion

- connaître la nature moléculaire des filaments d'actine, des microtubules et de la kératine afin d'argumenter leur fonction structurale au sein de la cellule ;  
- décrire l'organisation du collagène, l'architecture d'une matrice animale (on se limite à l'exemple d'un conjonctif) et d'une paroi pecto-cellulosique ;  
- relier la densité et les propriétés intrinsèques des réseaux de filaments aux propriétés mécaniques des matrices (consistances de gel plus ou moins fluides) ;  
- expliquer le principe de la rigidification d'une matrice par imprégnation de lignine ou de substance minérale ;

*Aucun exemple particulier de cellule n'est exigible. Cependant, celui d'une cellule épithéliale est particulièrement propice à la présentation de ces interactions.*

*Pour les matrices extracellulaires, on se limite à deux exemples :*

- pour les végétaux, la paroi pecto-cellulosique ;
- pour l'architecture d'une matrice animale, un conjonctif.

*On ne fait que mentionner les parois bactériennes dont l'architecture n'est pas au programme.*

- définir un compartiment ;

- présenter un exemple de formation d'une vésicule d'endocytose et de fusion d'une vésicule d'exocytose ;

- présenter de façon cohérente les différentes grilles d'analyse des flux transmembranaires en reliant les aspects dynamiques, thermodynamiques aux modèles moléculaires associés ;  
- présenter ces échanges dans la perspective de leurs fonctions biologiques ;

- évaluer la liposolubilité d'une espèce chimique par son coefficient de partition huile/eau ;  
- relier une cinétique de passage à une modalité de passage ;

facilitée par les transporteurs ou les canaux la cinétique de ces derniers étant cependant linéaires dans les conditions cellulaires) ;  
- un gradient transmembranaire (chimique ou électrochimique) est une forme d'énergie que l'on peut évaluer sous forme d'une variation molaire d'enthalpie libre.

#### **I-B-4 Membrane et différence de potentiel électrique : potentiel de repos, d'action et transmission synaptique**

##### **Potentiel de membrane – potentiel d'action**

Les membranes établissent et entretiennent des gradients chimiques et électriques. Les flux ioniques transmembranaires instaurent un potentiel électrique appelé potentiel de membrane. Le potentiel d'équilibre d'un ion est le potentiel de membrane pour lequel le flux net de l'ion est nul. La présence de canaux ioniques sensibles à la tension électrique rend certaines cellules excitables. Le **potentiel d'action neuronal** s'explique par les variations de conductance de ces canaux.

**Dans les neurones, le potentiel d'action se propage** de façon régénérative le long de l'axone. Le diamètre des fibres affecte leur conductivité et donc la vitesse de propagation des potentiels d'action, de même que la gaine de myéline.

**La synapse** permet la transmission d'information d'une cellule excitable à une autre en provoquant une variation de potentiel transmembranaire.

- évaluer une différence de potentiel électrochimique ;
- exprimer une différence de potentiel électrochimique sous forme d'une tension transmembranaire (« force ion-motrice ») ;
- relier l'existence d'un gradient aux aspects énergétiques des transferts ;
- relier les caractéristiques des protéines, leur localisation et leur fonction dans les échanges ;

##### **Liens :**

§ I-A ; § I-C

- définir la notion de potentiel électrochimique d'un ion et expliciter le calcul de son potentiel d'équilibre (loi de Nernst) ;
- relier la variation du potentiel membranaire aux modifications de conductances ;
- analyser des enregistrements de patch-clamp pour argumenter un modèle moléculaire de fonctionnement d'un canal voltage-dépendant ;

- expliquer la propagation axonique par régénération d'un potentiel d'action ;  
*L'explication des montages permettant de mesurer les courants ioniques transmembranaires n'est pas exigible.*

- expliquer, dans un fonctionnement synaptique, le trajet de l'information supportée par les signaux successifs : nature du signal, nature du codage, extinction du signal ;
- relier ces étapes aux modèles de mécanismes moléculaires qui les sous-tendent ;
- relier sur un exemple le fonctionnement des récepteurs ligands-dépendants aux caractéristiques fonctionnelles des protéines (site, allostérie, hydrophobie et localisation...) ;

*On se limite à un exemple qui peut être celui de la synapse neuromusculaire ou d'une synapse neuro-neuronique. On limite les précisions sur les mécanismes moléculaires à ce qui est strictement nécessaire à la compréhension du modèle. Aucun exemple spécifique n'est exigible, mais le choix d'un support permettant d'intégrer endocytose, exocytose et de comparer canaux voltages et ligands dépendants peut être pratique. Les mécanismes producteurs des potentiels post-*

## **I-C. Métabolisme cellulaire (20h)**

### **I-C-1. Les réactions chimiques du vivant (3h)**

Les transformations chimiques qui constituent le métabolisme obéissent aux lois de la thermodynamique et de la cinétique chimique. Elles sont accélérées par des biocatalyseurs, les enzymes, qui permettent à ces réactions de se produire à des vitesses importantes dans les conditions du vivant (température, pH, etc.).

Certaines transformations donnent lieu à un couplage énergétique. Les enzymes sont les facteurs de couplage.

Le contrôle de la réalisation des transformations dépend :

- de la présence des enzymes, liée au niveau d'expression des gènes ;
- des changements conformationnels intervenant à tous les niveaux structuraux ; ces modifications sont induites par l'association, covalente ou non, à un ou plusieurs ligands.

La nature des enzymes présentes dans les cellules ou les compartiments ainsi que la spécificité des associations entre ces enzymes et leurs ligands sont des éléments de la spécialisation des cellules.

- analyser les conditions thermodynamiques et cinétiques de la réalisation des transformations chimiques dans la cellule (variation d'enthalpie libre, chemin réactionnel, pH et T optimales) de façon à identifier et argumenter la notion de transformation spontanée et la nécessité de couplages entre transformations ;

- analyser les couplages en termes thermodynamiques sans détail des mécanismes moléculaires (exemples possibles : hexokinase, pyruvate kinase) ;
- identifier les effets de la fixation de ligands sur la cinétique d'une réaction catalysée par une enzyme ;
- interpréter ces effets en termes de modification allostérique ;
- analyser le mécanisme de contrôle sur une protéine monomérique et une protéine oligomérique (exemples préconisés : hexokinase et glycogène phosphorylase, sans mémorisation du détail de l'interaction entre radicaux d'acides aminés) ;

#### **Liens :**

Travaux pratiques (2 séances) cinématique enzymatique et son contrôle  
L'analyse des sites des protéines (§ I-A-2), certains concepts construits sont réinvestis dans d'autres situations d'interaction protéine-ligand (contrôle du développement (§ II-D), interaction messenger chimique-récepteur (§ II-C), etc.).

### **I-C-2. Biosynthèses caractéristiques (5h)**

Les transformations chimiques cellulaires permettent la réalisation de biosynthèses nécessaires au fonctionnement cellulaire et à la multiplication cellulaire.

Des interconversions sont possibles entre les différentes familles de molécules ; elles aboutissent à la synthèse des principales molécules à rôles structural, métabolique ou informationnel qui permettent le fonctionnement des cellules et leurs interactions avec le milieu. Ces synthèses, localisées dans les cellules, sont associées à des voies d'acheminement des molécules vers leur localisation fonctionnelle **intra ou extracellulaire.**

**Un exemple de biosynthèse : la biosynthèse des protéines**

- commenter les principales biosynthèses cellulaires sur un panorama simplifié ;
- indiquer la localisation cellulaire de la synthèse des principales biomolécules (phospholipides membranaires, protéines, acides nucléiques, constituants fibreux de la matrice extracellulaire ; sans démonstration, ni connaissance des intermédiaires) ;
- commenter les voies d'acheminement de ces molécules vers leur localisation fonctionnelle ;  
*Il ne s'agit que de poser le cadre des synthèses cellulaires à un niveau obligatoirement très simplifié. Seules les cellules eucaryotes seront prises comme exemple. On se limite à ce qui est commun aux différentes cellules sans chercher à balayer la diversité des cellules spécialisées.*  
*La biosynthèse est abordée à partir de l'étude de la synthèse des protéines dans la cellule eucaryote, qui constituera le seul exemple exigible. On se limite ici à l'étude de la traduction, de la maturation et de l'adressage des polypeptides.*

<p>La synthèse des protéines est un processus de polymérisation d'acides aminés, réversible par hydrolyse. L'ARNr de la grande sous-unité du ribosome assure la catalyse lors de la formation de la liaison peptidique (ribozyme), réaction consommatrice d'énergie.</p> <p>De plus, cette polymérisation s'accompagne d'un transfert d'information et d'un décodage réalisé grâce à la coopération fonctionnelle de différents ARN au sein des ribosomes.</p> <p>La protéine synthétisée subit ensuite des modifications de structure et de localisation avant de devenir fonctionnelle. Elle acquiert sa structure tridimensionnelle, processus facilité par l'intervention de protéines chaperonnes. Sa localisation cellulaire est déterminée par la présence d'une information de position.</p> <p>Le contrôle de la biosynthèse est un des éléments d'ajustement du protéome cellulaire, qui dépend aussi de leur renouvellement et de leur recyclage.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- décrire la formation et l'hydrolyse de la liaison peptidique ;</li> <li>- indiquer la nature du couplage énergétique ;</li> <li>- décrire la relation entre la structure du ribosome et ses fonctions dans la biosynthèse d'une protéine ;</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- relier les modalités de cette biosynthèse avec les éléments clé du transfert d'information (phase initiateur de la traduction et calage du cadre de lecture ; code génétique, élongation, terminaison) ;</li> <li>- utiliser un tableau du code génétique sans mémoriser les expériences ayant conduit à son élucidation ;</li> <li>- décrire le fonctionnement du ribosome au cours de la phase d'élongation ;</li> </ul> <p><i>Les expériences ayant conduit à l'élucidation du code génétique et la terminologie des facteurs protéiques intervenant dans la traduction ne sont pas à mémoriser.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- expliquer le principe de l'assistance au repliement des polypeptides ;</li> <li>- présenter la notion de séquence signal et son interaction avec le système de traduction ;</li> <li>- utiliser un modèle concernant les protéines plastidiales ou mitochondriales à codage nucléaire ;</li> </ul> <p><i>Ce point est simplement mentionné pour participer à la représentation de la dynamique cellulaire. Aucune précision ni développement ne sont au programme.</i></p> <p><b>Liens :</b>  Oses et osides (§ I-A-1)  Structure et fonction des protéines (§ I-A-1)  Expression de l'information génétique (§ IV-A-1.)</p>
<p><b>I-C-3 Aspects énergétiques du métabolisme –</b></p> <p>Le métabolisme peut se lire selon deux grilles :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- en termes de transformation de matière ;</li> <li>- en termes énergétiques.</li> </ul> <p>Ces deux approches doivent évidemment être reliées l'une à l'autre.</p> <p>Les interrelations entre voies métaboliques et leurs contrôles au sein des systèmes cellulaires introduisent une troisième grille de lecture : l'information.</p>	<p><b>liens avec les synthèses (12h)</b></p>
<p><b><u>I-C-3-a Métabolisme et formes d'énergie de la cellule</u></b></p> <p>Trois formes d'énergie sont privilégiées dans la cellule : l'énergie d'hydrolyse de l'ATP, l'énergie des réactions d'oxydo-réduction et l'énergie de gradient transmembranaire.</p> <p>La phosphorylation d'ADP en ATP est réalisée soit par transphosphorylation (synonyme de phosphorylation sur substrat) soit au niveau des membranes par conversion d'une force proton motrice.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- indiquer les ordres de grandeur de l'enthalpie libre de réaction d'une hydrolyse d'ATP et celle du transfert transmembranaire d'un ion ;</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- expliquer les différents modes de conversion énergétique permettant phosphorylation d'ADP en ATP intervenant au cours de la photosynthèse eucaryote et du catabolisme oxydatif ;</li> <li>- exploiter et relier des données mettant en évidence l'implication de réactions d'oxydoréduction et de flux de protons dans le fonctionnement des plastes et</li> </ul>

<p>Chez les eucaryotes, mitochondries et chloroplastes jouent des rôles essentiels dans le métabolisme énergétique. Leur organisation, que l'on peut relier à une origine endosymbiotique, est étroitement liée à leurs fonctions.</p> <p>La diversité des modes d'établissement de cette énergie potentielle (en particulier de la force proton-motrice) permet de distinguer différents types trophiques (chimioorganotrophie, photolithotrophie et chimiolithotrophie).</p>	<p>des mitochondries ;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- présenter l'organisation fonctionnelle de la membrane interne de la mitochondrie animale, de la membrane du thylacoïde des chloroplastes et de la membrane plasmique d'une eubactérie nitrifiante en liaison avec la conversion d'énergie ;</li> <li>- décrire le principe de fonctionnement d'un complexe translocateur de protons (exemple préconisé : complexe cytochrome b6f ou bc1) ;</li> <li>- relier le principe de la conversion d'énergie aux caractéristiques de l'ATP-synthase ;</li> <li>- identifier les homologies entre les membranes et les chaînes précédentes de façon à argumenter leur origine commune ;</li> <li>- identifier la similitude fonctionnelle des processus membranaires mis en œuvre ;</li> <li>- présenter le principe du transfert photochimique à partir de l'exemple des pigments présents chez les chloroplastes des chlorophytes ;</li> <li>- manipuler des valeurs et des diagrammes de potentiels redox ;</li> <li>- présenter et discuter une approche synthétique des différents modèles (modèles thermodynamiques fondés sur les potentiels redox et modèles moléculaires de transfert et de conversion énergétique) ;</li> </ul> <p><i>Les précisions moléculaires sont limitées au strict nécessaire. Leur mémorisation ne va pas au-delà des données générales nécessaires à la présentation des modèles. En particulier, la liste des transporteurs d'oxydo-réduction, la structure fine des photosystèmes ne sont pas exigibles. Les arguments expérimentaux éventuellement présentés ne sont pas à mémoriser.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- définir les termes de chimiolithotrophie, chimioorganotrophie, photolithotrophie ;</li> </ul> <p><i>Aucune précision supplémentaire concernant les « types trophiques » n'est exigible.</i></p>
<p><b>I-C-3-b Métabolisme et transferts de matière</b></p> <p><b>Fondements métaboliques de l'hétérotrophie</b></p> <p>L'approvisionnement des cellules en éléments chimiques fondamentaux (carbone et azote) peut être assuré par hétérotrophie. Dans la cellule hétérotrophe pour l'azote et le carbone, ces éléments entrent sous forme de molécules organiques qui peuvent être anabolisées ou catabolisées comme source d'énergie.</p> <p>La glycolyse est une voie métabolique</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- commenter un panorama des différentes transformations subies par les molécules organiques pénétrant dans la <u>cellule eucaryote animale</u>, seul exemple exigible ;</li> <li>- définir et discuter la notion de « chaîne de</li> </ul>



<p>permettant la formation d'ATP, de coenzymes réduits et de pyruvate par une chaîne de réactions partant du glucose. L'oxydation du glycéraldéhyde 3-P dans le cytosol est une réaction clé.</p> <p>Le flux glycolytique est l'objet d'un contrôle cellulaire. Il participe à l'ajustement de la production d'ATP aux besoins de la cellule.</p> <p>Le pyruvate et les acides gras sont importés et utilisés dans la matrice mitochondriale pour produire de l'acétyl-coenzyme A, substrat du cycle de Krebs.</p> <p>Le cycle de Krebs est une voie de convergence du catabolisme. La production d'ATP est donc possible à partir de différents métabolites initiaux.</p> <p>La transformation des molécules azotées entraîne souvent une excrétion azotée.</p> <p><b>Fondements métaboliques de l'autotrophie</b></p> <p>L'approvisionnement des cellules en éléments chimiques fondamentaux (carbone et azote) peut être assuré par autotrophie.</p> <p>Dans le chloroplaste de la cellule eucaryote végétale, l'énergie lumineuse permet de réduire en molécules organiques les formes minérales des éléments.</p> <p>La Rubisco est une enzyme oligomérique michaélienne à activités carboxylase et oxygénase. Cette double activité catalytique débouche sur deux effets qui s'opposent et dont le bilan détermine la fixation du carbone. Pour le métabolisme en C<sub>4</sub>, la PEP-carboxylase permet de fixer le dioxyde de carbone pratiquement jusqu'à épuisement. Il alimente les cellules ne possédant qu'un cycle de Calvin et leur permet de poursuivre ainsi la fixation et de contourner l'effet de la photorespiration.</p> <p>Les trioses phosphates produits par le cycle de Calvin sont stockés sous forme d'amidon dans le stroma chloroplastique ou exporté vers le</p>	<p>réactions » ;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- commenter les différentes étapes de la glycolyse ;</li> <li>- identifier et exposer la réaction d'oxydoréduction et son couplage avec la phosphorylation ;</li> <li>- établir un bilan énergétique simple de la glycolyse ;</li> <li>- identifier les réactions clés, cibles des processus de contrôle ;</li> <li>- exposer un exemple d'enzyme glycolytique à régulation allostérique (exemple préconisé : phosphofructokinase I) ;</li> <li>- utiliser un modèle du cycle de Krebs ;</li> </ul> <p>Pour ces deux voies :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- identifier les réactions d'oxydoréduction et le couplage de certaines d'entre-elles à une transphosphorylation</li> <li>- établir un bilan énergétique simple ;</li> </ul> <p><i>Le détail des réactions métaboliques et la structure des composés intermédiaires de la glycolyse et du cycle de Krebs ne sont pas mémoriser.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- énoncer la nature des déchets azotés à l'échelle de l'organisme, sans détailler leur formation ;</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter et relier des données mettant en évidence les premières étapes de la fixation du carbone ;</li> <li>- établir un bilan de matière et d'énergie du cycle de Calvin ;</li> <li>- écrire les réactions conduisant du ribulose biphosphate aux trioses phosphates dans le cycle de Calvin ;</li> <li>- présenter l'organisation d'ensemble de la voie d'assimilation des nitrates par les nitrates réductases et le système GS-GOGAT ;</li> <li>- relier autotrophie à l'azote et absence d'excrétion azotée à l'échelle de l'organisme ;</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter et relier des données permettant d'établir l'existence d'une photorespiration ;</li> <li>- commenter un modèle de mécanisme C<sub>4</sub>-C<sub>3</sub>, sans mémorisation, de façon à argumenter l'existence de dispositifs de contournement de la photorespiration ;</li> <li>- énoncer les conséquences biologiques de la photorespiration et de son contournement à l'échelle cellulaire ;</li> </ul> <p><i>Les transformations chimiques autres que celles explicitement citées ne sont pas à mémoriser. L'étude détaillée de la photorespiration n'est pas attendue. Le métabolisme CAM n'est pas au programme.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- commenter un panorama des différentes utilisations des trioses phosphates dans la cellule ;</li> <li>- relier le fonctionnement du chloroplaste et de la</li> </ul>
---	--

<p>cytosol. Ils sont à l'origine de la synthèse des différentes molécules organiques du vivant et de l'énergie utilisée par des voies analogues à celles des cellules hétérotrophes.</p> <p>Des transformations similaires se déroulent dans certaines cellules bactériennes chimiolithotrophes.</p>	<p>mitochondrie dans le métabolisme de la cellule ;</p> <p>- dégager la similitude des métabolismes du chloroplaste et de la bactérie chimiolithotrophe (exemple d'une eubactérie nitrifiante prise en exemple plus haut ; autotrophie au carbone et à l'azote) ;</p> <p><b>Liens :</b> Travaux pratiques 2<sup>ème</sup> année : écosystèmes et chaînes trophiques (§ III-B), cycle des éléments dont azote (§ III-C) Autres disciplines : Physique-Chimie</p>
--	---

**I-D Synthèse sur l'organisation fonctionnelle de la cellule (2 heures)**  
temps de synthèse identifié permet de rassembler les notions essentielles sur la cellule, eucaryote comme eubactérienne.

**Travaux pratiques : première année, 6 séances**

<p><b>Organisation fonctionnelle de la cellule (3 séances)</b></p> <p>- remise en cohérence des acquis des classes antérieures - au fur et à mesure des cellules rencontrées, organisation fonctionnelle de différentes cellules d'organismes uni et pluricellulaires</p>	<p>- mise en œuvre de techniques d'études simples de la cellule - observation et identification des éléments d'organisation de la cellule (microscopie photonique - électronique) avec mise en relation des représentations 2D-3D</p>
<p><b>Nature, propriétés et techniques d'études des biomolécules (1 séance)</b></p>	<p>- réalisation d'une électrophorèse de protéines en conditions native et dénaturante - mise en évidence de l'existence de différents niveaux structuraux - chromatographie de pigments photosynthétiques de Chlorophyte et de Rhodophyte - analyse d'un résultat de blot (Western blot)</p>
<p><b>Cinétique enzymatique et son contrôle (2 séances)</b></p> <p>- approche expérimentale, interprétation en termes moléculaires</p>	<p>- suivi expérimental de la cinétique d'une réaction enzymatique, détermination de vitesses initiales dans le cas d'une cinétique michaelienne - détermination de <math>K_M</math> et <math>V_{max}</math> à l'aide d'un tableur - analyse et interprétation de données portant sur des cinétiques michaeliennes en présence ou non de différents types d'inhibiteurs (compétitifs - non compétitifs seulement) - interprétation en termes de structure des protéines avec utilisation d'imagerie moléculaire (site, spécificité, changement de conformation)</p>

**II – L'organisme : un système en interaction avec son environnement**

<b>II-A L'organisme vivant : un système physico-chimique en interaction avec son environnement (10 heures)</b>	
<b>Connaissances clés à construire</b>	<b>Commentaires, capacités exigibles</b>
<p><b>II-A-1 Regards sur l'organisme animal</b> Tout organisme vivant est un système thermodynamique ouvert, en besoin permanent</p>	<p><i>Le concept de l'organisme vivant est abordé à partir d'un exemple de ruminant, la vache. Cet exemple</i></p>

<p>d'énergie.</p> <p>Dans le cas de l'organisme animal, ce besoin est satisfait par la consommation d'aliments (hétérotrophie), suivie de leur transformation. Les métabolites sont distribués dans l'ensemble de l'organisme et entrent ainsi dans le métabolisme. Le métabolisme énergétique aérobie est relié à la fonction respiratoire. Les déchets produits sont éliminés.</p> <p>La reproduction est un processus conservatoire et diversificateur. Elle génère des individus qui sont de la même espèce que les parents, mais dont la diversité ouvre à la sélection.</p> <p>La réalisation de l'ensemble de ces fonctions s'accompagne de mouvements de l'organisme.</p> <p>L'organisme est en interactions multiples avec son environnement biotique et abiotique. La survie individuelle dépend de systèmes de perception et de protection.</p> <p>Face aux variations d'origine interne ou externe, les interrelations entre fonctions permettent soit une régulation, soit une adaptation.</p> <p>L'étude de l'organisme relève ainsi d'approches multiples, diversifiées et complémentaires : taxonomique, écologique, agronomique, technologique.</p>	<p><i>permet de définir les grandes fonctions et de les mettre en relation avec les structures associées (appareils, tissus, organes...).</i></p> <p><i>Loin de constituer une monographie, il s'agit d'une vue d'ensemble des fonctions en insistant avant tout sur les interrelations entre fonctions ainsi que sur leur dimension adaptative et évolutive pour en faire ressortir les points essentiels.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- identifier les caractères morphologiques, anatomiques... permettant de placer un animal dans une classification ;</li> <li>- connaître les différentes fonctions et relier les grands traits de leur réalisation aux supports anatomiques, dans un milieu de vie donné ;</li> <li>- expliquer et identifier sur quelques situations simples les interactions entre les fonctions qui fondent l'unité de l'organisme ;</li> <li>- montrer qu'un animal est inclus dans différents systèmes de relation : relations intraspécifiques et interspécifiques (dont la domestication) ;</li> <li>- montrer qu'en tant qu'« objet technologique », la vache est le produit d'une domestication et d'une sélection par l'homme ;</li> </ul>
--	---

<p><b>II-A-2 Plans d'organisations et relation organisme/milieu</b></p> <p>Ces notions ont une portée générale dans la description du monde animal. Le fonctionnement des organismes repose sur les mêmes grandes fonctions, réalisées par des structures différentes ou non selon les plans d'organisations, dans des milieux identiques ou différents.</p> <p>Pour des fonctions identiques, dans des milieux comparables, on identifie des convergences entre des dispositifs homologues ou non, correspondant ou non à des plans d'organisations différents.</p> <p><i>Il s'agit d'un temps de synthèse qui permet de confronter les observations faites en travaux pratiques aux connaissances et concepts construits en II-A-1.</i></p> <p><i>On se limite aux animaux et aux fonctions dont les structures associées sont observables en travaux pratiques. Les autres aspects de la biologie de ces animaux ne sont pas abordés</i></p> <p><b>Liens</b></p> <p>Travaux pratiques</p> <p>2<sup>ème</sup> année : respiration (§ II-C)</p>	
--	--

**Travaux pratiques : première année, 5 séances**

<p><b>Diversité des organismes pluricellulaires</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Souris : (2 séances)</li> <li>- Poisson téléostéen</li> <li>- Langoustine, Ecrevisse</li> <li>- Criquet</li> </ul>	<p>L'étude des différents exemples permet de soutenir les deux chapitres précédents en étant conduite sous différents angles :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- caractéristiques du plan d'organisation par analyse de la morphologie et de l'anatomie</li> <li>- anatomie fonctionnelle et anatomie comparée</li> <li>- réalisation des fonctions et relations</li> </ul>
---	--

	<p>organismes /milieu de vie</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- quand c'est possible, relations interspécifiques (parasites visibles, symbiotes etc.)</li> </ul> <p>Observations en lien avec la partie II-A-2 (morphologie et anatomie) :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Souris : appareil digestif, appareil « cardio-respiratoire », limité au départ du cœur des principaux vaisseaux, appareil uro-génital ; coloration et observation du contenu du caecum</li> <li>- Poisson téléostéen : appareil digestif, région branchie cœur avec au moins un arc aortique, appareil reproducteur</li> <li>- Ecrevisse – langoustine : extraction des appendices (sans la nomenclature des parties des appendices), appareil digestif, appareil circulatoire, cavité branchiale, appareil reproducteur, chaîne nerveuse dans la région abdominale</li> <li>- Criquet : extraction des pièces buccales – (nomenclature limitée au nom de l'appendice), montage de trachées</li> </ul> <p>Éléments d'histologie  Les lames citées seront pour certaines observées à l'occasion de ces séances de travaux pratiques, pour d'autres lors de celles consacrées à différentes parties du programme de première année.  Tégument (Mammifère, Téléostéen, Arthropode), intestin (Mammifère), gonades (Mammifères).</p> <p><b>Liens :</b>  § II-A, II-D  Ces éléments seront complétés en seconde année (§ II-B, II-C).</p>
--	--

**Seconde année**

**II - B Exemple d'une fonction en interaction directe avec l'environnement: la respiration : (7 heures)**

**II - C Un exemple d'intégration d'une fonction à l'échelle de l'organisme (15 heures) + travaux pratiques une séance**

<b>II-D Ontogenèse et reproduction (24h)</b>	
<b>II-D-1 Reproduction des organismes animaux et végétaux (12h)</b>	<b>Liens :</b> La multiplication est reliée à ses conséquences sur la dynamique des populations et des écosystèmes (2 <sup>ème</sup> année : § III). La diversification est reliée aux aspects génétiques et évolutifs (§ IV biodiversité).
<p>La reproduction des organismes animaux et végétaux est une source de multiplication des individus. En outre, selon les mécanismes, elle participe plus ou moins à leur diversification.</p> <p><b>Reproduction sexuée</b></p> <p>La reproduction sexuée des organismes s'inscrit dans un <b>cycle de reproduction</b>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- tracer les cycles d'une Angiosperme, d'un Polypode et d'un animal (à choisir parmi les exemples traités précédemment) ;</li> <li>- placer sur ce cycle les éléments clés d'un cycle de reproduction : alternance de phases, alternance de générations, formation de spores ou de gamètes, fécondation, moment de la sexualisation, de la multiplication et de la diversification, lien au cycle des saisons... ;</li> </ul>
<p><b>Les modalités de rapprochement des gamètes sont diverses</b> et peuvent être reliées avec le milieu et le mode de vie des organismes. Elles s'accompagnent fréquemment de phénomènes de tri qui jouent sur les processus de diversification.</p>	<p><i>La localisation de la formation des spores, des gamètes, des gamétophytes dans les organismes est connue, les mécanismes de leur formation ne sont pas au programme. L'exemple du Polypode ne doit servir qu'à présenter un cycle digénétique haplodiplophasique, avec des spores ou des gamétophytes facilement identifiables pouvant servir de référence.</i></p>
<p>D'une façon générale, les gamètes peuvent être libérés dans le milieu de vie et réalisent une fécondation externe (en milieu aquatique surtout), ou se rencontrer dans l'organisme femelle en une fécondation interne (lien avec le milieu aérien).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- analyser les liens entre reproduction et milieu et mode de vie ;</li> <li>- montrer et argumenter l'existence fréquente d'un tri des partenaires associé au rapprochement des gamètes et ses conséquences ;</li> <li>- montrer que les modalités de rapprochement des gamètes sont liées au milieu et au mode de vie, en se limitant à deux exemples animaux (une espèce aquatique à vie fixée et une espèce réalisant une parade nuptiale permettant un choix de partenaire et préluant à un accouplement), ainsi qu'à trois exemples végétaux (Angiosperme, Fucus, Polypode)</li> </ul>
<p>Chez les Angiospermes, en milieu aérien, la pollinisation permet le rapprochement des cellules impliquées dans une double fécondation. Après tri des tubes polliniques, la double fécondation conduit à l'évolution du sac embryonnaire en embryon, de l'ovule en graine et de la fleur en fruit.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- décrire la fleur des Angiospermes et les gamétophytes en liaison avec leur fonction dans la reproduction sexuée ;</li> <li>- identifier différents types de pollinisation et les caractères des fleurs et des grains de pollen associés (lien § III-B) ;</li> <li>- expliquer le principe de la double fécondation ;</li> <li>- présenter les devenir du sac embryonnaire fécondé, de l'ovule et de la fleur ; les étapes de ces évolutions ne sont pas exigibles ;</li> </ul>

<p>La <b>fécondation sensu stricto</b> repose sur la fusion des gamètes et de leurs matériels génétiques ; les mécanismes cellulaires et moléculaires participent à assurer le caractère intraspécifique de cette fécondation et la diploïdie du zygote.</p> <p><b>Reproduction asexuée</b> Certains organismes peuvent réaliser une reproduction asexuée, grâce au recrutement de structures variées, y compris le gamète femelle. Celle-ci peut assurer, dans des conditions favorables, une multiplication importante du nombre des individus, avec des conséquences ambivalentes sur la conservation de l'identique et la diversification.</p>	<p><b>Liens :</b> Relier le système sporophytique d'auto-incompatibilité et le brassage génétique lié à la reproduction sexuée (§ IV-C) ; le mécanisme moléculaire n'est pas au programme.</p> <p>Mettre en relation l'organisation des gamètes mâles et femelle avec les modalités cellulaires de la fécondation.</p> <p><i>On se limite au modèle Mammifère (en liaison avec le § D-II).</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- relier la possibilité de reproduction asexuée à des caractéristiques de l'organisme (possibilité de dédifférenciation en particulier, réserves...)</li> <li>- relier les caractéristiques de la reproduction asexuée à ses conséquences génétiques, biologiques, écologiques ;</li> </ul> <p><i>On se limite à la reproduction asexuée des Angiospermes. La parthénogenèse peut être mentionnée mais non développée.</i></p> <p><b>Liens :</b> Travaux pratiques Si les travaux pratiques sont l'occasion de parcourir et d'analyser diverses modalités à la lumière des concepts visés, par contre, le nombre d'exemples utilisés en cours reste limité à ce qui peut servir l'illustration de ces concepts à l'exclusion de toute description exhaustive des modalités.</p> <p>1<sup>ère</sup> année : Mécanismes de la mitose (§ IV-B), méiose et diversification des génomes (§ IV-C), organisation de l'appareil végétatif des Angiospermes (§ II-E).</p> <p>2<sup>ème</sup> année : Dynamique des populations (§ III-A)</p>
--	---

<b>II-D-2 Développement d'un organisme animal (12h)</b>	
<p><b>Développement embryonnaire et acquisition du plan d'organisation</b></p> <p>Le développement embryonnaire animal se déroule suivant plusieurs étapes continues (segmentation, gastrulation, organogenèse) et permet la mise en place d'un plan d'organisation (larvaire ou juvénile). Dans ses grands traits, cette succession est commune, en particulier chez les Vertébrés. Différents mécanismes cellulaires interviennent qui permettent d'expliquer la multiplication des</p>	<p><i>L'étude du développement s'effectue sur des organismes modèles. Les étapes du développement sont étudiées sur un amphibien en se limitant au développement embryonnaire. L'étude du contrôle peut se référer à d'autres modèles.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- décrire les étapes du développement embryonnaire d'un Amphibien pour argumenter la mise en place progressive du plan d'organisation (acquisition du caractère pluricellulaire, symétrie et polarité, feuillet...) jusqu'au stade bourgeon caudal ;</li> <li><i>Aucune mémorisation d'exemples complémentaires n'est exigée.</i></li> <li>- lier les grands types de phénomènes constatés aux mécanismes qui les permettent (divisions cellulaires,</li> </ul>

cellules (mitoses), la mobilité des cellules et des ensembles de cellules.

L'organogenèse repose sur la différenciation des tissus et des cellules.

### **Contrôle du développement embryonnaire**

Des cellules issues par mitose du zygote, donc avec un même génome, se différencient progressivement en fonction de leur position, ce qui aboutit à la formation de territoires, d'organes, de tissus spécialisés occupant une place spécifique dans le plan d'organisation. Cette évolution est contrôlée dans l'espace et dans le temps par des échanges d'informations reposant sur des communications inter et intracellulaires. Des cascades d'induction spécifient et modulent progressivement la différenciation des cellules et des territoires, modifient les caractéristiques de leurs réponses aux signaux (compétence) et spécifient de proche en proche leur devenir. In fine, ces systèmes d'information interagissent avec des réseaux de gènes, conservés dans l'évolution, dont l'expression est contrôlée par des facteurs de transcription et qui orchestrent le développement embryonnaire.

Dans les grandes lignes, ces modèles d'interaction se retrouvent, non seulement chez tous les animaux, mais aussi chez les plantes.

adhérence intercellulaire, intervention du cytosquelette...);

- présenter un exemple de différenciation cellulaire, ainsi que les événements génétiques associés (exemple préconisé : la différenciation du myocyte squelettique) ;  
- transposer le modèle établi à d'autres cas de différenciation cellulaire à partir de documents ;  
*On se limite à un exemple pour chaque grand mécanisme.*

#### **Liens :**

Mitose (§ IV-B)

Organisation des cellules eucaryotes et de leurs matrices extracellulaires (§ I-A, B et D)

- exploiter des données permettant d'établir un système de régulation, le principe des méthodes étant fourni (Knock-out de gènes, utilisation de gènes rapporteurs, hybridations in situ...);  
- présenter un exemple d'induction embryonnaire en s'appuyant sur un nombre limité de résultats expérimentaux ;  
- identifier et définir les cellules inductrices et compétentes ;  
- expliquer la relation entre induction, compétence et jeu du ou des signaux inducteurs ;  
- définir et présenter les gènes de développement à partir de l'exemple des gènes homéotiques ;  
- plus globalement, présenter un modèle de lien entre les phénomènes (induction, compétences), les signaux en jeu et l'évolution progressive des cellules au cours du développement embryonnaire ;

#### **Liens :**

Modalités de signalisation intercellulaire (§ II-C)

Propriétés des protéines et leurs interactions (§ I-A)

*Aucune argumentation ni connaissance n'est exigible.*

*Il s'agit simplement d'être capable de transférer les concepts acquis sur les animaux, toutes informations nécessaires à l'analyse, à la discussion et au raisonnement étant fournies.*

<p><b>Structures et cellules impliquées dans la reproduction</b></p>	<p>Etude des organes reproducteurs et des cellules reproductrices :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- localiser des cellules reproductrices sur des coupes histologiques de gonades de Mammifères</li> <li>- prélever et observer des gamètes mâles et femelles (Fucus ou Oursin) ; réaliser une fécondation in vitro</li> <li>- réaliser et/ou observer des coupes d'ovaires, d'anthères et d'ovules d'Angiospermes</li> <li>- observer des structures reproductrices de Polypode</li> </ul> <p><b>Liens :</b>            Organisation des appareils reproducteurs observés au cours des dissections (§ II-A)            Méiose (§ IV-C)</p>
<p><b>Développement embryonnaire des Amphibiens</b></p>	<p>Analyse des différentes étapes à partir d'embryons entiers ou de coupes            Identification des structures et de la chronologie de leur mise en place</p>
<p><b>Les fleurs des Angiospermes (2 séances)</b></p>	<p>Observations, dissections, analyse de fleurs d'Angiospermes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- organisation florale en liaison avec le mode de pollinisation</li> <li>- organisation florale et systématique : utiliser une flore</li> </ul> <p><b>Lien :</b>            Classe sur le terrain</p>
<p><b>Fruits et graines</b></p>	<p>Observations de fruits et de graines afin de :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- dégager les grands traits de l'organisation de fruits et de graines (en relation avec leur place dans la reproduction)</li> <li>- mettre en relation organisation des structures et mode de dissémination</li> <li>- repérer des homologies et des convergences dans la réalisation des fonctions des fruits et graines. (La typologie des fruits et des graines n'est pas au programme)</li> </ul>
<p><b>Multiplication végétative des Angiospermes</b></p> <p><b>Classe de terrain</b>            La classe de terrain permet de mettre en œuvre certaines pratiques abordées en classe et de faire le lien avec d'autres échelles d'études (biotope, écosystème). Elle est également l'occasion de relier biologie et géologie et d'ouvrir sur les problématiques de géographie.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- analyse de quelques cas de multiplication végétative (organes concernés, modalités et facteurs de la multiplication...)</li> <li>- utiliser une clé de détermination</li> </ul>

**Seconde année**

**II-E Organisation fonctionnelle des organismes (12h)**



### III – Populations, écosystèmes, biosphère

Seconde année

III-A Les populations et leur dynamique (3h)

III-B Les écosystèmes et leur fonctionnement (12h)

III-C Flux et cycles biogéochimiques (4h)

### IV – La biodiversité et sa dynamique

IV-A Génomique structurale et fonctionnelle (8 h)	
<p><b>IV-A-1 Génome des eubactéries – génome des eucaryotes</b></p> <p>L'ensemble des molécules d'ADN contenues dans une cellule et l'information qu'elles portent forment son génome.</p> <p><b>Chez les eubactéries</b>, le génome à localisation cytoplasmique est formé d'un chromosome circulaire et éventuellement de plasmides. Le génome des eubactéries est compact : il est constitué presque exclusivement de régions codantes associées à des régions régulatrices communes (notion d'opéron).</p> <p><b>Chez les eucaryotes</b>, on distingue le génome nucléaire et le génome des organites. Le génome nucléaire est constitué de chromosomes. L'ADN génomique est associé à des protéines dont des histones. Le génome nucléaire des eucaryotes, de plus grande taille, présente une grande part de séquences intergéniques non transcrites. La majorité de ces séquences est répétée. Les gènes eucaryotes sont généralement morcelés.</p> <p><b>IV-A-2 L'expression du génome : la transcription et son contrôle</b></p> <p><b>Le mécanisme de transcription</b> de l'ADN est assuré par des polymérases ; elles génèrent plusieurs types d'ARN. La transcription est initiée au niveau d'un promoteur reconnu par des facteurs de transcription. Des signaux indiquent la fin de la transcription. Chez les eucaryotes, à partir de transcrits de gènes morcelés, différents processus de</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- utiliser des résultats de techniques de séquençage pour analyser et décrire les génomes</li><li>- comparer les génomes des eubactéries et des eucaryotes, les grands traits de leur organisation, de leur expression et de sa régulation ;</li></ul> <p><b>Lien :</b> Phylogénie (§ IV-E)</p> <p><i>On ne détaille pas l'organisation moléculaire du chromosome bactérien.</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- présenter les différents niveaux de repli de la chromatine interphasique ;</li><li>- étudier les similitudes entre le génome extranucléaire eucaryote et celui des eubactéries ;</li><li>- éclairer cette comparaison sous un angle évolutif ;</li></ul> <p><i>On peut mentionner les séquences télomériques en lien avec la réplication (§ IV-B), les transposons en termes de copier/coller. Mais, ni les structures moléculaires ni les mécanismes mis en jeu ne sont au programme.</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- mettre en relation les caractéristiques des molécules réalisant la transcription avec celles du système d'information (reconnaissance des débuts, signaux de fin...)</li><li>- mettre en relation les processus de maturation post-transcriptionnelle avec d'une part la structure</li></ul>

<p><b>maturation post-transcriptionnelle</b> des ARN messagers conduisent à la séquence traduite.</p> <p>Selon les types cellulaires, en réponse à des signaux, à des variations d'activité, des modifications des conditions de milieu, l'expression du génotype varie et conduit à des phénotypes cellulaires variés. Les mécanismes permettant ces modulations portent essentiellement sur le contrôle de la transcription.</p> <p><b>Le contrôle de la transcription</b> fait intervenir des interactions entre séquences régulatrices et facteurs de transcription. Le niveau de transcription dépend aussi de l'état de méthylation de l'ADN et de modifications de la chromatine.</p> <p>Le contrôle de l'expression de l'information génétique fait aussi intervenir des petits ARN.</p> <p>Chez les eucaryotes, la diversité des régulations de transcription et des maturations post-transcriptionnelles explique en grande partie <b>la diversité des transcriptomes</b>.</p> <p><b>A une autre échelle de temps</b>, les profils d'expression génétique sont parfois héréditaires, en l'absence de mutation (épigénétique).</p>	<p>du génome, d'autre part l'état du transcriptome final ;  <i>On limite les éléments à mémoriser au strict nécessaire Seul l'exemple de l'ARN polymérase II eucaryote est à connaître.</i>  <i>Le complexe d'initiation est présenté globalement ; sa composition et l'organisation du promoteur ne sont pas à mémoriser.</i></p> <p>- présenter deux modèles simples de contrôle de la transcription : un modèle eubactérien (opéron) et un modèle eucaryote ;  - situer les modalités présentées de contrôle de la transcription dans la perspective du fonctionnement cellulaire, à différentes échelles de temps ;  <i>La présentation de l'opéron et de sa structure et de son fonctionnement est faite sans démonstration.</i></p> <p>- présenter un exemple de contrôle de l'expression de l'information génétique par petit ARN ;</p> <p><b>Lien :</b>  Protéines (§ I-A) et interactions protéines ligands (§ I-C)  Développement et contrôle de l'expression des gènes (§ III-D-2)</p> <p>- détecter l'expression sélective des gènes par l'étude des résultats des principales méthodes d'étude des transcriptomes afin d'exploiter des résultats expérimentaux ;  <i>Les méthodes d'étude des transcriptomes ne sont pas à mémoriser.</i></p>
---	--

<p><b>IV-B Réplication de l'information génétique et mitose (5 h)</b></p>	
<p>La transmission de l'information génétique au cours des divisions cellulaires est réalisée grâce à une duplication du matériel génétique, à faible taux d'erreur, suivie d'une répartition équitable du matériel génétique entre les deux cellules filles.</p> <p><b>IV-B.1 Duplication de l'information génétique : conservation et variation</b></p>	<p><i>Par souci de simplification, la réplication du matériel génétique sera étudiée chez une Eubactérie.</i></p>

L'ADN subit une réplication semi-conservative assurée par un ensemble de protéines au niveau de la fourche de réplication. Le processus assure fondamentalement la conservation de l'information.

Des erreurs de réplication conduisent à des mésappariements qui peuvent être corrigés au cours ou à la fin de la réplication. Les erreurs non réparées modifient les séquences des génomes et constituent des mutations spontanées créant de nouveaux allèles. Un processus globalement « conservateur » est ainsi à l'origine de « variations ».

#### **IV-B.2 Cycle cellulaire, mitose et répartition du matériel génétique**

Chez les eucaryotes, la duplication du matériel génétique se produit au cours de la phase S du cycle cellulaire, lors de l'interphase.

La mitose, pendant laquelle les chromosomes sont répartis de manière identique entre les deux cellules filles grâce au cytosquelette, boucle le cycle cellulaire.

La cytokinèse ne suit pas obligatoirement la division du noyau ce qui conduit alors à des syncytiums.

- expliquer en quoi le mécanisme de la réplication permet la polymérisation d'un polynucléotide et conduit à la formation de deux nouvelles double-hélices portant la même information que la molécule matrice ;
- expliquer le principe du fonctionnement général d'une ADN polymérase (réaction catalysée, sens de lecture et sens de synthèse, rôle des d'amorces) ;
- présenter un modèle simple de fonctionnement d'une fourche de réplication chez E. coli (ADN polymérase III, hélicase, primase, topoisomérase, protéines SSB) ;
- mentionner les mécanismes d'élimination et de remplacement des amorces ;

- montrer comment l'insertion d'une forme tautomère de base peut conduire à un mésappariement ;
- expliquer l'importance de l'activité auto-correctrice des ADN polymérases dans la limitation du nombre d'erreurs ;
- montrer un mécanisme de correction (tel que la correction par excision de base) capable d'éliminer des erreurs non repérées au cours de la réplication ;

#### **Lien :**

Mutations (§ IV-C)

- définir le cycle cellulaire et les caractéristiques essentielles de ses différentes phases ;
- montrer en quoi les mécanismes de la mitose, et en particulier le fonctionnement du fuseau achromatique, permettent l'égale répartition des chromosomes, donc de l'information génétique ;

*On considère uniquement la mitose de cellules pour lesquelles la division cellulaire suit la division nucléaire. On se limite aux mécanismes de base ; la cohésine, tout comme la séparase par exemple, ne sont pas exigibles. Le contrôle du cycle cellulaire n'est pas au programme.*

*On mentionne les structures syncytiales sans développement (Oomycètes, voir IV-E).*

<b>IV-C La diversification des génomes (7 h)</b>	
<p><b>IV-C.1 Diversité des mutations et diversification des génomes</b>  Les séquences des génomes sont modifiées de manière aléatoire par des erreurs de réplication non réparées ou d'autres causes de mutations.</p> <p>Certaines mutations modifient la structure des chromosomes (délétions, inversions, duplication, translocation).</p> <p>Quel que soit le mécanisme, les mutations sont la seule source de diversification des allèles.</p> <p><b>IV-C.2 Brassage génétique et diversification des génomes</b>  La sexualité modifie les génomes en brassant les allèles.</p> <p>Chez les eucaryotes, la méiose contribue à la diversification des génomes. En unissant des génomes haploïdes, la fécondation crée de nouvelles combinaisons alléliques diploïdes.</p> <p>D'autres processus liés à la reproduction sexuée à l'échelle des organismes et des populations interviennent dans cette diversification.</p> <p>Chez les eubactéries (et dans une moindre mesure chez les eucaryotes), des modifications du génome sont possibles par transferts horizontaux de gènes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- expliquer des origines possibles de la modification de séquence sur deux exemples d'altérations ponctuelles. (dimères de thymine – cf. IV-B - désamination) ;</li> <li>- expliquer la relation entre les mutations et leurs conséquences sur la fonction du polypeptide codé ;</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>-relier les principaux évènements cytogénétiques de la méiose avec leurs conséquences sur le brassage allélique ;</li> <li>- argumenter les processus de brassage génétique en s'appuyant sur le principe de quelques croisements simples mais différant par deux couples d'allèles pris chez les organismes haploïdes et/ou diploïdes ;</li> <li>- évaluer en ordre de grandeur la diversification potentielle à partir de données (fréquences de mutation, nombre de chromosomes, etc.) ;</li> <li>- relier cette diversité aux processus de reproduction sexuée et en particulier, comparer auto- et allogamie (mécanismes et conséquences) ; on se limite à des exemples d'Angiospermes ;</li> </ul> <p><b>Liens :</b>  § II-D, III-A, IV-D  L'ensemble de ces phénomènes est replacé dans le cadre général de la reproduction sexuée (modalités et cycles, mécanismes limitant l'autofécondation) (II-D) et diversité génétique populationnelle (III-A)</p> <p><i>Ni la nomenclature des différentes étapes de la prophase 1 de méiose ni les mécanismes moléculaires de la recombinaison homologue de la méiose ne sont au programme.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- exposer deux exemples de transfert horizontal, l'un chez les eubactéries, l'autre chez les eucaryotes ;</li> </ul> <p><b>Liens :</b>  Hybridation (§ IV-D) et endosymbiose (§ IV-E)</p>

**Seconde année**

**IV-D Les mécanismes de l'évolution (7 h)**

**IV-E Une approche phylogénétique de la biodiversité (5 h)**

## Première année : Travaux Pratiques associés aux IV-A, IV-B, IV-C (3 séances)

Quelques outils pour l'étude des génomes	<ul style="list-style-type: none"><li>- réaliser et exploiter une électrophorèse de fragments de restriction d'ADN</li><li>- établir une carte de restriction</li><li>- manipuler quelques outils d'exploitation informatique des séquences nucléotidiques afin de réaliser l'identification de séquences homologues à la séquence étudiée et l'alignement de séquences en vue de la construction d'arbres phylogénétiques</li></ul> <p><b>Lien :</b> Phylogénie (§ IV-E)</p> <p>- analyser des résultats expérimentaux de différentes techniques de biologie moléculaire (transgénèse, Northern blot, Southern blot, utilisation de gènes rapporteurs, étude de la fonction de gènes par knock-out, puces à ADN) <i>(Ces études peuvent être faites lors de la séance de travaux pratiques ou associées à la progression du cours lorsqu'elles apparaissent opportunes)</i></p> <p><i>Le principe général des techniques de base est connu, mais le protocole simplifié de chacune est fourni pour en permettre une analyse raisonnée rigoureuse.</i></p> <p><b>Lien :</b> Cours § IV-A</p>
Chromosomes, mitose et méiose	<ul style="list-style-type: none"><li>- réaliser une préparation microscopique afin d'identifier différentes phases de la mitose</li><li>- exploiter des lames et des clichés microscopiques à différentes échelles (repérage des différentes phases, organisation des chromosomes et du fuseau de division de cellules végétales et animales)</li><li>- analyser des résultats expérimentaux sur le contrôle du cycle cellulaire (identification d'un point de contrôle, analyse des interactions entre les protéines impliquées).</li><li>- analyser des caryotypes et détecter des anomalies</li></ul> <p>- analyse de résultats de croisement chez <i>Sordaria</i></p> <p><b>Liens:</b> Cours § IV-A et IV-B</p>

I – La Terre, planète active (5h)

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles
<p><b>I-A Structure de la planète Terre (2h)</b>                      La Terre est constituée d'enveloppes concentriques solides, liquides et gazeuses qui se distinguent par leur nature et leurs propriétés physico-chimiques. Les principales enveloppes solides sont les croûtes, le manteau, le noyau (noyau externe et graine), la lithosphère, l'asthénosphère et le manteau inférieur. Les enveloppes fluides sont l'hydrosphère et l'atmosphère. La nature minéralogique du manteau varie avec la profondeur.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter et relier des données permettant d'établir des discontinuités physiques ou chimiques dans le globe ;</li> <li>- exploiter et relier des données montrant la nature des enveloppes solides du globe ;</li> <li>- présenter un modèle radial de la Terre solide (modèle PREM) ;</li> <li>- exploiter des données géophysiques et expérimentales montrant les transitions de phase dans le manteau ;</li> <li>- relier l'architecture des silicates aux transitions de phase mantelliques ;</li> <li>- exploiter des données montrant la stratification des enveloppes fluides ; pour l'atmosphère, on se limite à troposphère et stratosphère.</li> </ul> <p><i>L'étude des discontinuités s'appuie sur les connaissances acquises au lycée. Les travaux historiques permettant de les établir ne sont pas à connaître. L'architecture des silicates est introduite à propos de l'étude d'une transition de phase. La minéralogie du manteau n'est pas à connaître dans le détail. La diversité des structures silicatées n'est présentée dans la suite du programme que lorsque l'item l'exige.</i></p>
<p><b>I-B Dynamique des enveloppes terrestres (3h)</b>                      La dynamique des enveloppes terrestres est guidée par des transferts de chaleur interne et externe : conduction et convection. La convection mantellique, moteur des mouvements de plaques lithosphériques, est associée à l'expression d'une production de chaleur interne du globe. La convection troposphérique, motrice des vents en surface, est associée à la redistribution latitudinale de l'énergie solaire incidente.</p> <p>L'équilibre vertical de la lithosphère sur l'asthénosphère est archimédien : l'isostasie. Il s'agit d'un équilibre dynamique qui peut être source de mouvements verticaux.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- relier les grands événements géologiques et les frontières de plaques ;</li> <li>- relier les vents de surface à trois cellules latitudinales troposphériques ;</li> <li>- exploiter des données de tomographie sismique et les relier au contexte géodynamique ;</li> <li>- citer les principales sources de chaleur interne du globe ;</li> <li>- relier les propriétés des péridotites mantelliques ou du mélange gazeux atmosphérique à l'existence d'une convection ;</li> <li>- construire, à l'aide de données adéquates, un gradient géothermique ;</li> <li>- commenter un géotherme ;</li> </ul> <p><i>L'étude de la dynamique du noyau n'est pas au programme. On signale simplement que cette dynamique est à l'origine du champ magnétique terrestre.</i></p> <p><i>La construction de modèle cinématique n'est pas au programme.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- réaliser des calculs simples d'équilibre vertical archimédien dans des contextes géologiques : chaîne de montagne, rift continental ;</li> <li>- exploiter des cartes gravimétriques obtenues par</li> </ul>

<p>La modélisation des états équilibres permet de proposer des interprétations des reliefs et altitudes, que les données gravimétriques valident ou questionnent.</p> <p>Réciproquement, cette connaissance permet de reconstituer des variations altitudinales inaccessibles à l'observation directe ou à travers d'autres instrumentations. Par exemple, les variations spatiales de petite longueur d'onde du géoïde marin reflètent les reliefs sous-marins.</p>	<p>altimétrie satellitaire. Le géoïde sera assimilé à une surface sur laquelle l'énergie potentielle de pesanteur est constante ; par contre sur cette surface, l'accélération de la pesanteur <math>g</math> peut varier ;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- relier des données permettant de proposer des hypothèses régionales en termes d'équilibre vertical ;</li> <li>- exploiter des données géologiques diverses permettant d'estimer une vitesse de remontée isostatique. L'ordre de grandeur de la durée d'un rééquilibrage isostatique sera connu ;</li> </ul> <p><i>Les notions de champ et de potentiel ne sont pas exigibles.</i></p> <p><b>Liens :</b> Travaux pratiques : « Structure dynamique du globe terrestre » Métamorphisme (§ VII-B, en rapport avec les mouvements verticaux)</p>
--	---

## II – Risques et ressources : les géosciences et l'Homme (2h)

<p><b>II-A Les risques liés à la géodynamique terrestre (1h)</b></p> <p>Les manifestations de la dynamique de la Terre présentent un caractère aléatoire, variable selon le phénomène et qui dépend de l'échelle (humaine ou géologique) à laquelle on l'envisage. Ces événements sont à l'origine d'un risque lorsqu'ils se produisent sur un site impliquant l'Homme et ses activités.</p> <p>Les aléas sont divers : ils sont associés à des phénomènes liés à la géodynamique externe (éboulement, glissement, tempête, cyclones, tornades, inondations) ou à des phénomènes liés à la géodynamique interne (séismes, éruption volcanique, tsunami).</p>	<p><i>On se limite à des exemples de risques d'origine naturelle.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- distinguer les concepts d'aléa, d'enjeu et de risque ;</li> <li>- présenter les concepts généraux sur un petit nombre d'exemples étudiés dans l'année (aucun exemple précis n'est imposé) ;</li> <li>- appliquer ces concepts à l'analyse d'une situation ;</li> </ul> <p><b>Liens :</b> Les aléas volcaniques sont reliés à la partie V sur le magmatisme. Les aléas sismiques sont reliés à la partie I-B (dynamique des plaques lithosphériques) et à la partie sismogénèse de 2<sup>ème</sup> année (§ VII-A-2). <i>L'objectif est de montrer comment l'abord de ces questions nécessite la prise en compte des géosciences appliquées. Il s'agit seulement de montrer l'existence d'une diversité des aléas, mais en aucune manière de demander leur connaissance exhaustive, ni de leurs natures, ni de leurs répartitions géographiques, ni des mécanismes de chacun d'eux.</i> <i>Les aléas liés à la géodynamique externe sont simplement énoncés sans analyse ni démonstration.</i></p>
<p><b>II-B Les ressources géologiques (1h)</b></p> <p>L'homme puise dans les enveloppes terrestres solides de très nombreuses ressources inégalement réparties : eau, matériaux,</p>	<p><i>Aucune exhaustivité n'est exigible. Aucun exemple précis n'est imposé ; dans la mesure du possible, certains exemples seront pris dans le contexte</i></p>

<p>minerais, ressources énergétiques. Ces inégalités conduisent à une adaptation de l'activité humaine aux conditions locales et à de nombreux échanges planétaires. Les connaissances géologiques éclairent les prises de décision concernant la recherche et l'exploitation de ces ressources.</p>	<p><i>régional. Seule leur présentation très globale pourra être attendue.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- montrer la diversité des ressources et l'inégalité des disponibilités locales ;</li> <li>- montrer l'existence de conséquences de cette inégalité sur l'activité humaine ;</li> <li>- lier l'objet géologique naturel et l'objet économique que constitue la ressource ;</li> <li>- distinguer les problématiques associées à une ressource locale abondante (granulats par exemple) et à une ressource plus rare nécessairement importée ;</li> </ul> <p><b>Liens :</b> Travaux pratiques : informations sur les forages, les mines, les carrières... à partir de cartes géologiques (1<sup>ère</sup> et 2<sup>ème</sup> année)</p>
--	--

### III – La géologie, une science historique (2h)

<p>Les relations géométriques (superposition, recoupement, inclusions) permettent d'ordonner la chronologie de formations ou de phénomènes géologiques. La chronologie (ou datation) relative permet de situer les événements dans le temps les uns par rapport aux autres.</p> <p>La biostratigraphie se fonde sur le contenu fossilifère des roches pour caractériser des intervalles de temps et les classer de façon relative.</p> <p>La définition d'une unité stratigraphique se traduit par le choix d'une référence appelée stratotype. Les modifications paléontologiques sont les principaux critères pour établir des coupures de différents rangs dans les temps géologiques.</p> <p>Les informations obtenues sur des séries sédimentaires éloignées sont mises en correspondance par des corrélations. Les méthodes de chronologie relative conduisent à l'établissement d'une échelle mondiale des temps géologiques, l'échelle chronostratigraphique.</p> <p>La datation absolue, fondée essentiellement sur la radiochronologie, donne accès à la valeur de l'âge et étalonne l'échelle stratigraphique.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- établir et utiliser des relations géométriques pour déterminer une chronologie relative ;</li> <li>- extraire des informations à partir du contenu fossilifère d'une strate et d'une série sédimentaire ;</li> <li>- exploiter des données fournies pour établir un raisonnement chronologique et reconstituer une histoire ;</li> <li>- établir des corrélations entre différentes formations sédimentaires ;</li> <li>- présenter et exploiter les principaux caractères de l'échelle chronostratigraphique ;</li> <li>- discuter des problèmes liés à leur établissement et à leur utilisation (position des coupures, corrélations...)</li> <li>- présenter les différents types de stratotypes (dont les GSSP ou « clous d'or ») ;</li> <li>- définir les différents rangs de coupures de l'échelle stratigraphique ;</li> <li>- nommer les périodes ;</li> </ul> <p><b>Limite :</b> <i>Aucune identification d'organisme fossile, ni aucune extension stratigraphique n'est à mémoriser ; les différents types de biozones ne sont pas au programme.</i> <i>Les différentes coupures de l'échelle stratigraphique sont définies, mais la connaissance de leur nom se limite à celle des périodes.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- expliquer le principe de la datation radiochronologique à partir de deux méthodes K/Ar et Rb/Sr ;</li> <li>- justifier l'utilisation de différentes méthodes de radiochronologie en s'appuyant sur la comparaison des méthodes K/Ar et Rb/Sr et de leurs domaines d'application ;</li> </ul>
---	--



	<p>- expliquer l'intérêt de la construction d'une isochrone (système riche et roche totale) ;</p> <p><b>Liens :</b> Magmatisme (§ V) Travaux pratiques : - « La géologie, une science historique » - « Exploitation des cartes géologiques » - « Le magmatisme » - « Le phénomène sédimentaire »</p>
--	--

#### IV – La carte géologique (2h)

<p>La carte géologique est une représentation bidimensionnelle de la nature et de la géométrie du sous-sol. Elle représente l'intersection d'un agencement à trois dimensions avec la surface topographique. Elle résulte de l'exploitation et de l'interprétation de diverses données : levés de terrain, photographies aériennes, forages, etc. Elle représente l'état des connaissances au moment de sa réalisation.</p> <p>Les modèles numériques de terrain (MNT) permettent d'avoir une représentation de la topographie sous une forme adaptée à l'utilisation grâce à un ordinateur numérique ; les systèmes d'information géographique (SIG) corréler les données géoréférencées et produisent des cartes topographiques et des cartes thématiques.</p> <p>Les cartes géologiques de la France sont complémentaires dans leur échelle. D'autres documents cartographiques sont plus thématiques ; en particulier les cartes géophysiques fournissent des renseignements de nature différente.</p>	<p>- exploiter les légendes d'une carte géologique ; - établir des corrélations spatiales et temporelles ; - utiliser la diversité des échelles spatiales ; - repérer les indices d'exploitation (forage, mines, carrières) ; - croiser les informations provenant de cartes de types différents.</p> <p><i>L'exploitation d'une notice complète (souvent très dense et dont la lecture est longue) n'est pas exigible.</i> <i>L'exploitation de cartes géophysiques ne donnera pas lieu à des développements sur les aspects fondamentaux de la gravimétrie et du magnétisme.</i></p> <p><b>Liens :</b> § III et programme de 2<sup>ème</sup> année</p> <p>- réaliser des coupes géologiques à main levée en région tabulaire et en région plissée en partant de profils topographiques fournis ; - confronter les données d'une carte (ou de plusieurs cartes) à d'autres données pour proposer des hypothèses explicatives ; - confronter les données de cartes thématiques diverses ;</p> <p><i>La réalisation de schémas structuraux sera faite en 2<sup>ème</sup> année en liaison avec l'étude des déformations, d'une chaîne de montagne et des grands ensembles structuraux de la France. L'utilisation des cartes thématiques sera également reprise dans l'étude des grands ensembles géologiques (océan, chaîne de montagne).</i></p> <p>Cette partie est traitée <b>en liaison avec les travaux pratiques « Les cartes géologiques »</b>, mais aussi à chaque fois que le sujet du programme traité s'appuie sur l'exploitation d'une carte en particulier géologique. De ce point de vue, l'organisation générale des séances de Travaux Pratiques figurant sous le titre « les cartes géologiques » est laissée au choix du professeur.</p>
--	--

## V – Le magmatisme (8h)

### V-A Les modes d'expression des magmas (2h)

La trace de l'activité magmatique peut être directe (roches magmatiques pour les systèmes fossiles, volcans, fumerolles, séismes pour les systèmes actifs) ou indirectes (auréoles de contact, hydrothermalisme associé). Les modes de gisement des roches magmatiques sont variés : intrusions plutoniques résultant de la cristallisation de magmas en profondeur et mises à l'affleurement, formations filoniennes ou formations volcaniques.

La chronologie de mise en place des roches magmatiques peut être établie par datation relative et par datation absolue.

Les volcans actuels ou récents s'observent dans des environnements géodynamiques variés, principalement aux frontières de plaques (zones d'accrétion ou de subduction) mais aussi en domaine intraplaque. Les types de laves, majoritairement mises en place dans chaque contexte sont différents.

Les produits émis au niveau des volcans attestent de l'existence de différents types de dynamismes éruptifs.

Les différents dynamismes éruptifs sont déterminés par les caractéristiques physico-chimiques des magmas émis (viscosité, teneur en gaz), ainsi que par les caractéristiques de la zone d'émission (topographie, présence d'eau phréatique, de glaces...). La prévention des risques volcaniques se fonde sur la connaissance des éruptions passées et sur la mise en place de réseau de surveillance.

Les roches magmatiques s'organisent en associations temporelles et spatiales (séries magmatiques) que l'on peut identifier à partir des caractéristiques des gisements et de critères pétrographiques ; leur étude permet de reconstituer le fonctionnement des systèmes magmatiques (cf infra).

- identifier le mode de gisement d'une roche par analyse de sa texture ;
- identifier une roche magmatique plutonique par analyse de sa composition modale et la placer dans la classification de Streckeisen ;
- identifier une roche volcanique par sa composition minéralogique et sa constitution chimique et la placer dans le diagramme TAS ;
- expliquer le lien entre composition chimique et composition minéralogique d'une roche magmatique ;

*On se limite aux roches suivantes : basalte, gabbro, andésite, granodiorite, granite, rhyolite, trachyte.*

#### Lien :

§ V-B-2

- établir une chronologie relative entre des formations magmatiques et leur environnement et/ou entre des formations magmatiques entre elles ;
- exploiter des données radiochronologiques pour déterminer un âge absolu ;

- différencier un dynamisme effusif d'un dynamisme explosif par l'étude des édifices volcaniques et des produits émis ;
- relier dynamismes éruptifs et caractéristiques physico-chimiques des magmas ;
- identifier des risques volcaniques à partir d'études cartographiques, pétrologiques ou géophysiques ;
- identifier un ensemble correspondant à une série magmatique à partir de différents critères (cartes, gisements, analyses chimiques, datation etc.) ;

*Les observations sont conduites à l'échelle macroscopique et à celle des lames minces observées sous forme de photographies (LPNA, LPA). Les photographies sont légendées du nom des minéraux, l'objectif n'étant pas la reconnaissance de ceux-ci en lumière polarisée et analysée, mais la compréhension du système que constitue la roche, quant à sa formation, son origine et son histoire.*

#### Liens :

<p><b>V-B Processus fondamentaux du magmatisme (6h).</b></p> <p><b>V-B-1 Production des magmas primaires</b>  Les magmas sont des mélanges de fluides (silicates fondus, éventuellement sulfures, carbonates, gaz) et de solides (cristaux, enclaves). Ils sont formés par fusion partielle des roches crustales ou mantelliques et la composition du liquide primaire obtenu par fusion partielle dépend, au premier ordre, de la nature de la source et du taux de fusion. La fusion partielle des péridotites mantelliques produit des liquides primaires de composition basaltique ; la fusion partielle de la croûte continentale (anatexie crustale) entraîne la production de liquides de composition granitique. Les causes de la fusion partielle des matériaux varient selon les contextes géodynamiques.</p> <p><b>V-B-2 Évolution des liquides</b>  Une série magmatique est définie comme un ensemble de roches mises en place dans une même région, au cours d'un intervalle de temps relativement limité et présentant entre elles des liens génétiques. Une série magmatique présente généralement un ensemble de roches, allant de termes basiques à des termes différenciés, de volumes respectifs souvent très différents et attestant d'une évolution de la composition des magmas (différenciation magmatique). Deux mécanismes importants guident la différenciation magmatique : la cristallisation fractionnée et l'existence de mélange avec des solides (contamination) ou entre magmas. La composition des liquides basaltiques initiaux et des roches différenciées obtenues conduit à définir trois séries magmatiques principales : les séries tholéiitique, calco-alkaline et alcaline. La série tholéiitique caractérise le magmatisme des dorsales ainsi que celui de grands épanchements en domaines intraplaques océaniques ou continentaux. La série calco-alkaline caractérise les zones de subduction et</p>	<p>La détermination de l'âge absolu s'appuie sur les acquis des méthodes de chronologie (§ III). Le rappel de l'établissement d'une isochrone Rb/Sr permet de comprendre la signification du rapport isotopique initial exploité dans la détermination des sources de magma.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en relation la convergence de composition des premiers liquides produits lors de la fusion d'une source (manteau ou croûte) avec les propriétés thermodynamiques (eutectiques) ;</li> <li>- reconstituer les conditions de fusion (congruente et incongruente) de phases solides et d'apparition d'un liquide dans des diagrammes binaires et dans un diagramme ternaire ;</li> <li>- estimer un taux de fusion partielle à partir de données géochimiques ;</li> <li>- proposer des hypothèses sur les conditions de la fusion : décompression adiabatique, échauffement isobare ou hydratation ;</li> <li>- discuter l'origine et la source des magmas à partir de la mesure des rapports isotopiques initiaux en Sr et Nd ;</li> <li>- identifier l'existence de sources magmatiques différentes sur des arguments géochimiques ;</li> </ul> <p><i>La connaissance de la diversité des sources mantelliques n'est pas exigible, pas plus que la diversité des sources magmatiques en zones de subduction.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- utiliser un exemple connu de série (au choix) pour présenter les concepts fondamentaux de série magmatique et de différenciation magmatique ;</li> <li>- argumenter la notion de série magmatique à partir de données chronologiques, pétrologiques et géochimiques ;</li> <li>- reconstituer l'évolution des phases solides et liquides dans une cristallisation à l'équilibre et dans une cristallisation fractionnée en mettant en relation les observations pétrologiques (ordre de cristallisation), les données géochimiques et diagrammes (diagrammes binaires à solution solide ou avec eutectique, diagramme ternaire) ;</li> <li>- exploiter des observations pétrologiques et des données géochimiques pour formuler et argumenter des hypothèses sur les processus pouvant guider une différenciation magmatique ;</li> <li>- identifier la nature d'une série magmatique en utilisant un diagramme de Harker et formuler des hypothèses sur le contexte géodynamique de mise en place d'ensembles magmatiques à partir de données pétrologiques, géochimiques, structurales ;</li> <li>- associer certains dynamismes étudiés au § V-A et</li> </ul>
--	--

<p>demeure souvent à l'origine d'éruptions dangereuses. La série alcaline s'observe principalement en domaine intraplaque.</p>	<p>la (les) série(s) observée(s) ;</p> <p>Globalement :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter des documents afin de proposer une (des) hypothèse(s) sur l'histoire régionale d'une série magmatique ;</li> <li>- expliquer les processus magmatiques dans le cadre de la formation de la lithosphère océanique ;</li> </ul> <p><i>Un seul exemple de série magmatique est utilisé pour définir les arguments en faveur d'une évolution par cristallisation fractionnée, associant données pétrologiques et données géochimiques (nature du magma initial, ordre de cristallisation...). La nomenclature des différents termes volcaniques et plutoniques des différentes séries n'est pas à mémoriser. Les mécanismes physiques pouvant expliquer le fractionnement des phases cristallisées, même s'ils sont mentionnés ne sont ni à argumenter, ni à connaître.</i></p> <p><i>L'existence d'autres processus susceptibles d'intervenir dans l'évolution de la composition d'un magma initial (injections successives, contamination par l'encaissant ou existence de mélanges) n'est abordée que pour discuter le modèle de base et amener à poser d'éventuelles hypothèses au regard d'autres observations ; la connaissance de ces processus n'est pas au programme.</i></p> <p><b>Liens :</b></p> <p>Travaux pratiques :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- « magmatisme »</li> <li>- « exploitation des cartes géologiques »</li> </ul> <p>Gestion du risque volcanique (§ III) Métamorphisme (§ VIII)</p>
--	---

## VI – Le phénomène sédimentaire (12h)

### VI-A Modelés des paysages et transferts de matériaux en surface (4 h)

Les matériaux en surface sont soumis à de multiples processus d'altération qui engendrent des formations résiduelles, et d'érosion avec en particulier l'entraînement de produits par les eaux.

La diversité des modelés des paysages est liée à l'action relative de facteurs structuraux, lithologiques et climatiques.

#### Des processus d'altération

Les principaux processus d'altération chimique par l'eau sont l'hydrolyse et la dissolution.

L'hydrolyse des silicates conduit à la formation d'argiles dont la nature est en relation avec l'intensité de l'altération, qui elle-même dépend du climat.

Les produits de l'altération sont différemment mobilisables, en particulier en fonction de leur solubilité.

#### Erosion et entraînement de matière

En surface des continents, l'érosion se traduit par des flux de matières en **solution** (solutés) ou en **suspension** (particules) transportés par les fleuves et dépendant de la géologie des substrats, du climat, des êtres vivants ou des activités humaines.

- analyser le modelé d'un paysage à partir de documents photographiques et cartographiques ;
- identifier les principaux processus d'altération et d'érosion déterminant l'évolution d'un paysage ;
- proposer des hypothèses sur l'influence possible des différents facteurs structuraux, lithologiques et climatiques dans l'évolution du paysage ;

*Le raisonnement est privilégié, construit sur un ou des exemples au choix, par exemple pris localement. Aucune connaissance exhaustive n'est attendue.*

- identifier la nature des processus chimiques se produisant à l'échelle des roches et des minéraux ;
- décrire les différents stades d'hydrolyse des feldspaths alcalins ;
- relier sur ces exemples la diversité des produits d'altération, des conditions d'altération et celle des climats ;
- utiliser le diagramme de Goldschmidt ;
- analyser l'altération des roches carbonatées en s'appuyant sur l'équilibre des carbonates et ses éléments de contrôle ;
- interpréter la présence éventuelle d'oxydes et d'hydroxyde de fer et d'aluminium (latéritisation) dans les formations résiduelles par l'intervention de processus d'oxydation et des facteurs qui l'influencent ;
- mettre en relation les types d'altération avec les facteurs géologiques et environnementaux ;

- exploiter des données pour quantifier des transferts de matières à la surface du globe ;
- identifier et argumenter les facteurs guidant leur importance et leur distribution ;
- expliquer sur un exemple l'impact des activités humaines sur les transferts de surface ;
- proposer des hypothèses sur l'impact des activités humaines sur les transferts de surface ;

*On s'appuie sur les acquis de l'enseignement secondaire : « Le sol, un patrimoine durable » en Seconde, et « La disparition des reliefs » en Terminale. Néanmoins l'étude des sols n'est pas au programme. L'intervention de la biosphère sera simplement mentionnée.*

*L'étude des phyllosilicates se limite à distinguer le rapport Si/Al des différents types d'argile.*

## VI-B La sédimentation des particules et des solutés (4 h)

**Les dépôts de particules en suspension** (sédiments détritiques) sont liés aux conditions hydrodynamiques des milieux et se produisent dans des environnements divers, lacustres, fluviaux ou marins. Les sédiments présentent des structures et des figures sédimentaires diverses, à différentes échelles, traduisant les régimes hydrodynamiques. Des courants gravitaires engendrent des turbidites.

**La sédimentation des solutés** est précédée d'une bioprécipitation ou d'une précipitation.

**La sédimentation carbonatée** résulte pour l'essentiel de l'activité d'êtres vivants : organismes produisant des tests et des coquilles ou bactéries provoquant des précipitations. Elle se produit surtout en domaine marin de plateforme et caractérise aussi les environnements récifaux. La sédimentation carbonatée pélagique est le fait de micro-organismes planctoniques. Les dépôts ne s'observent pas au-delà d'une certaine profondeur, qui définit la profondeur de compensation des carbonates variable d'une zone océanique à une autre.

**La silice** dissoute dans l'eau de mer peut être utilisée par des micro-organismes planctoniques (Radiolaires, Diatomées), ce qui alimente la sédimentation de boues siliceuses, non limitée par la profondeur et inégalement distribuée.

**La précipitation de solutés** en domaine lagunaire ou littoral, peut engendrer des **évaporites** (gypse, halite, sylvite) par concentration des solutions.

### Liens :

Ressources géologiques (§ III) : on montre que les processus d'altération peuvent générer des concentrations à valeurs de ressources (bauxite, nickel de Nouvelle-Calédonie). Néanmoins aucune connaissance sur ces gisements n'est exigible.

- analyser des formations superficielles continentales à partir de photographies et de cartes (topographiques et géologiques) pour en identifier l'origine et en comprendre la dynamique de mise en place et d'évolution ;
- analyser des structures et des figures sédimentaires à partir de données expérimentales (diagramme de Hjulström) et d'observations actuelles pour en identifier l'origine et la dynamique de mise en place ;
- analyser des structures et des figures sédimentaires en exploitant le diagramme de Allen ;
- analyser la distribution de dépôts détritiques marins à partir de données cartographiques pour caractériser les principaux environnements de sédimentation en relation avec la dynamique de l'hydrosphère ;

*On se limite à la sédimentation détritique marine (environnements deltaïques, éventails sous-marins et milieux pélagiques).*

- analyser les caractères d'une roche carbonatée pour en déduire l'origine et les conditions de formation ;
- identifier l'origine et les facteurs de contrôle de la sédimentation carbonatée et siliceuse à partir de l'étude de la sédimentation pélagique ;

*En ce qui concerne les environnements carbonatés, on se limite à l'étude d'une plateforme et d'un milieu récifal.*

- mettre en relation la localisation et les caractères d'une séquence évaporitique avec les conditions chimiques de précipitation de sels ;

### Liens :

Enseignement secondaire : L'existence d'une

<p><b>VI-C Bassins sédimentaires et formation des roches (4 h)</b></p> <p><b>VI-C-1 Du sédiment à la roche : la diagenèse</b></p> <p>Les bassins sédimentaires se développent dans des environnements géodynamiques subsidents ce qui entraîne l'enfouissement des sédiments.</p> <p>Au cours de cet enfouissement, les sédiments sont transformés en roches sédimentaires (diagenèse). Ces transformations sont marquées par des mécanismes physiques de compaction et par des mécanismes chimiques de précipitation, de dissolution ou de recristallisation.</p> <p>L'ensemble des caractères lithologiques et paléontologiques d'une roche sédimentaire constitue son faciès.</p> <p><b>VI-C-2 Organisation des corps sédimentaires et signification au sein des bassins</b></p>	<p>sédimentation de la matière organique a été présentée en classes de Seconde et Première. Les acquis pourront être brièvement rappelés sans être développés et sans faire l'objet d'interrogations au concours.</p> <p>Ressources (§ III) : L'importance des concentrations sédimentaires dans les ressources naturelles (placers, évaporites) est évoquée, mais aucune connaissance n'est exigible à ce propos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- caractériser des mécanismes de diagenèse à partir d'observations pétrologiques à différentes échelles et de données géophysiques et géochimiques ;</li> <li>- argumenter et présenter les transformations chimiques de la diagenèse sur l'exemple des carbonates (transformation de l'aragonite en calcite, dolomitisation) ;</li> </ul> <p><b>Liens :</b></p> <p>L'étude de la diagenèse utilise des observations réalisées en Travaux Pratiques, en liaison notamment avec la classification des calcaires.</p> <p>En particulier, l'ensemble des connaissances et des méthodes acquises doit permettre de :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- déterminer différents types de roches sédimentaires en utilisant les classifications <i>ad hoc</i> et la classification granulométrique pour les roches détritiques terrigènes et la classification de Dunham pour les roches carbonatées ;</li> <li>- formuler des hypothèses sur l'environnement et/ou les mécanismes de dépôt de la roche à partir de l'analyse de ses caractéristiques lithologiques et paléontologiques ;</li> </ul> <p><i>On se limitera à l'identification chimique de roches carbonatées, à leur description macroscopique texturale (classification de Dunham) et à l'identification microscopique d'une matrice ou d'un ciment. La nature des grains carbonatés susceptibles d'être observés dans les roches proposées se limitera aux oolithes, à des microfossiles et à des bioclastes, la nature des fossiles n'étant en rien exigible.</i></p> <p><b>Liens :</b> Travaux pratiques : observation et analyse de roches sédimentaires en particulier calcaires</p> <p>Ressources géologiques (§ III) : on montrera l'intérêt de ces études dans la recherche et l'exploration des ressources (eau, gaz, pétrole).</p> <p>Enseignement secondaire : la diagenèse de la matière organique évoquée dans l'enseignement secondaire pourra être rappelée mais ne fera pas l'objet d'interrogations au concours.</p>
---	--

<p>En plus des études de terrain, les formations sédimentaires d'un bassin peuvent être étudiées par forage. Elles sont aussi étudiées de manière indirecte par exploration sismique et enregistrements diagraphiques.</p> <p>Le suivi d'une série sédimentaire permet de reconstituer l'évolution des caractères des milieux au cours du temps. Les corps sédimentaires peuvent s'organiser en séquences dont la géométrie et les faciès traduisent des variations relatives du niveau marin (variable eustatique dépendante du temps) et/ou des signatures tectoniques (variable dépendante du temps et de l'espace)</p> <p>L'étude de la géométrie des corps sédimentaires permet de reconstituer des éléments de la dynamique du bassin sédimentaire.</p> <p>L'évolution des bassins subsidents s'effectue dans des contextes géodynamiques variés que l'on peut observer en régime de convergence, de divergence et de coulissage.</p>	<p><i>Les seuls paramètres enregistrés dans les diagraphies et mentionnés seront le gamma-ray et l'outil "Sonic".</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en relation des données de diagraphies avec certains caractères des roches traversées ;</li> <li>- exploiter des documents sismiques et lithologiques permettant d'argumenter des facteurs qui contrôlent la géométrie des corps sédimentaires ;</li> <li>- réaliser l'analyse stratigraphique d'une série sédimentaire pour observer et décrire des séquences lithologiques correspondant à des environnements de dépôt (faciès littoraux, faciès distaux) ;</li> <li>- relier l'observation sur une même verticale de faciès différent avec le déplacement horizontal du système de dépôt et la présence éventuelle de discontinuités (surfaces d'érosion...) ;</li> <li>- définir les notions d'accommodation, de taux de subsidence, de niveau marin absolu et relatif ;</li> <li>- identifier les principaux corps qui se succèdent dans un cycle eustatique ;</li> <li>- identifier les dispositions géométriques correspondant à une progradation, une aggradation, une rétrogradation ;</li> <li>- analyser une coupe-profondeur correspondant à un cycle eustatique grâce à l'exploitation de la coupe-temps correspondante ;</li> </ul> <p><i>On se limite à la variable temporelle eustatisme ; le passage de la coupe-profondeur à la coupe-temps n'est pas exigible.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- discuter les causes de la subsidence en relation avec le contexte tectonique et le poids des sédiments ;</li> <li>- réaliser des calculs simples de subsidence à partir du modèle d'équilibre vertical archimédien et à partir de données sédimentologiques des bassins ;</li> </ul> <p><b>Liens</b> Travaux pratiques : « Phénomène sédimentaire » « Exploitation des cartes géologiques »</p> <p>2<sup>ème</sup> année : L'étude des bassins sédimentaires se prolonge en 2<sup>ème</sup> année (marge passive, bassins sédimentaires de la France métropolitaine sur la carte au millionième) ; en 1<sup>ère</sup> année, on ne fera que mentionner les facteurs de contrôle intervenant dans le fonctionnement des bassins (apports de matériaux, eustatisme, tectonique).</p>
---	---



## Travaux pratiques de première année :

Le lien fort entre les différentes parties portant sur des thématiques générales (cartes, temps, risques, ressources) et les parties portant sur des objets ou processus géologiques étudiés en première année (magmatisme, phénomènes sédimentaires, etc.) ou en seconde année (métamorphisme, grands ensembles géologiques) invite à organiser les travaux pratiques avec la plus grande liberté en respectant le cadre horaire global.

Pour la première année, neuf séances de travaux pratiques sont définies, dont quatre au premier semestre.

<b>Structure et dynamique du globe (1 séance)</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- étude de documents géophysiques permettant de remobiliser les acquis du lycée ;</li><li>- exploitation de documents de tomographie sismique ;</li><li>- exploitation de cartes de fonds océaniques (océan Atlantique ou océan Indien CCGM) ;</li><li>- construction du gradient géothermique.</li></ul>
<b>La géologie, une science historique (1 séance)</b>  Cette séance de TRAVAUX PRATIQUES pourra être envisagée en relation avec les séances de TRAVAUX PRATIQUES prévues en IV (la carte géologique).	<ul style="list-style-type: none"><li>- analyse des relations géométriques sur des supports divers (photographies d'affleurements, carte géologique) afin d'établir une chronologie relative entre formations ou événements géologiques ;</li><li>- analyse de chronologie relative sur des documents fournissant des contenus faunistiques et l'extension stratigraphique des fossiles concernés ;</li><li>- établissement de corrélations entre formations sédimentaires ;</li><li>- mise en relation de formations sédimentaires avec l'échelle stratigraphique (identification de lacunes...)</li><li>- exploitation d'une isochrone pour dater la fermeture d'un système (roches totales et système riche comme la biotite).</li></ul>
<b>Les cartes géologiques (2 séances)</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- réalisation de coupe en région tabulaire (à main levée ou à l'aide d'un profil topographique fourni) ;</li><li>- réalisation de coupes en région plissée (à main levée ou à l'aide d'un profil topographique fourni) ;</li><li>- exploiter les informations visibles sur une carte (à l'exception de la notice) pour établir une histoire régionale simplifiée.</li></ul>
<b>Magmatisme (2 séances)</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- analyse de paysages, d'affleurements et de cartes permettant de visualiser la diversité des modes d'expression du magmatisme ;</li><li>- identifier à l'échelle macroscopique quelques minéraux : olivine, pyroxènes, amphiboles, feldspaths, quartz, micas ;</li><li>- identification macroscopique raisonnée des roches magmatiques précédemment citées par l'étude de leur texture, de la minéralogie observable et de la mésostase ;</li><li>- étude d'un exemple d'une série magmatique ;</li><li>- réalisation d'exercices illustrant la diversité des sources, la variation du taux de fusion partielle ;</li><li>- réalisation d'exercices illustrant deux moteurs de la différenciation magmatique : la cristallisation fractionnée et l'existence de mélanges.</li></ul>
<b>Phénomène sédimentaire (3 séances)</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- le modelé des paysages : analyse de cartes et de documents faisant apparaître un modelé glaciaire ;</li><li>- analyse d'une carte montrant des formations superficielles ;</li><li>- analyse des formations superficielles fluviales ;</li><li>- étude des roches sédimentaires (critères d'identification) ; relations avec les conditions de mise en place : calcaires (avec classification), grès, argilites, marnes, bauxite, conglomérats,</li></ul>

	<p>halite, gypse, houille ;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-analyse d'observations pétrologiques et de données relatives aux transformations diagénétiques ;</li> <li>- calcul simple de taux de subsidence et analyse de l'évolution de la subsidence d'un bassin ;</li> <li>- observations de figures et structures sédimentaires ;</li> <li>- étude des séries sédimentaires à l'échelle d'un bassin ;</li> <li>- analyse de différents forages et diagraphies associées ;</li> </ul> <p>établissement des corrélations entre les forages ;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- analyse d'une coupe-profondeur et d'une coupe-temps associées à un cycle eustatique.</li> </ul>
<p><b>Classe de terrain</b>  Le travail effectué sur le terrain permet d'établir le lien entre les objets réels et les différentes représentations utilisées en salle, dont en particulier les cartes. Il permet aussi d'ouvrir sur la biologie (via l'analyse et la représentation du paysage en particulier) et sur les problématiques étudiées en géographie.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- se localiser dans la topographie et dans la structure géologique</li> <li>- identifier, décrire, interpréter des objets géologiques à différentes échelles</li> <li>- reconstituer et représenter les objets dans les trois dimensions de l'espace</li> <li>- rendre compte sous différentes formes (photographies, croquis, textes...)</li> </ul>

## Seconde année

### VII Déformations de la lithosphère et transformations minérales associées (11h)

### VIII Etude de grands ensembles géologiques (11 h)



ANNUÉE } ^ Ç ^ AG

# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST)**

Discipline : **Physique-chimie**

**Première année**

# Programme de Physique-Chimie en BCPST 1<sup>ère</sup> année

## Les objectifs généraux de la formation en deux années

La filière BCPST constitue la première étape d'une formation d'ingénieurs et de vétérinaires, reposant sur la connaissance du monde du vivant, sur la compréhension des lois de la matière et sur l'interaction entre l'Homme et son environnement. Les domaines d'activités visés lors de l'insertion professionnelle à l'issue de la formation sont variés et les responsabilités touchent à des secteurs vitaux pour la société, tels que la santé animale, l'agriculture, l'agroalimentaire, l'eau, l'environnement, la prospection minière, l'aménagement du territoire.

L'enseignement de physique-chimie poursuit la construction de **compétences scientifiques**, cognitives et réflexives, déjà ébauchées au lycée. Les étudiants doivent maîtriser la démarche scientifique, être en mesure d'identifier un problème scientifique et de mobiliser les ressources pertinentes pour le résoudre, maîtriser la recherche d'informations et la conduite d'un raisonnement, analyser de manière critique la qualité d'une mesure et les limites d'une modélisation. Pendant cette formation, les étudiants doivent aussi acquérir des **compétences en autonomie et créativité** : autonomie de réflexion et de modélisation, prise d'initiative, recul critique sont propices au développement de l'esprit d'innovation. La formation en physique-chimie contribue aussi à l'acquisition de **compétences organisationnelles et sociales**, notamment lors du travail partagé au sein d'un groupe au cours des activités expérimentales ou documentaires. Et il participe à la consolidation des **compétences de communication**, écrite ou orale.

## La formation en physique et chimie en première année

Le programme de physique-chimie de la classe de BCPST1 s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes rénovés du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus de vétérinaire, d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

A travers l'enseignement de la physique et de la chimie, il s'agit de renforcer chez l'étudiant les compétences inhérentes à la pratique de la démarche scientifique et de ses grandes étapes : observer et mesurer, comprendre et modéliser, agir pour créer, pour produire, pour appliquer cette science aux réalisations humaines. Ces compétences ne sauraient être opérationnelles sans connaissances, ni savoir-faire ou capacités. C'est pourquoi ce programme définit un socle de connaissances et de capacités, conçu pour être accessible à tous les étudiants, en organisant de façon progressive leur introduction au cours de la première année. L'acquisition de ce socle par les étudiants constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Parce que la physique et la chimie sont avant tout des sciences expérimentales, parce que l'expérience intervient dans chacune des étapes de la démarche scientifique, parce qu'une démarche scientifique rigoureuse développe l'observation, l'investigation, la créativité et l'analyse critique, l'expérience est mise au cœur de l'enseignement de la discipline, en cours et lors des séances de travaux pratiques. Les activités expérimentales répondent à la nécessité de se confronter au réel, nécessité que l'ingénieur, le chercheur, le scientifique auront inévitablement à prendre en compte dans l'exercice de leur activité, notamment dans le domaine de la mesure.

Pour acquérir sa validité, l'expérience nécessite le support d'un modèle. La notion même de modèle est centrale pour la discipline. Par conséquent modéliser est une compétence essentielle développée en BCPST1. Pour apprendre à l'étudiant à modéliser de façon autonome, il convient de lui faire découvrir les différentes facettes de la physique et de la chimie, qui toutes peuvent le guider dans la compréhension des phénomènes. Ainsi le professeur doit rechercher un point d'équilibre entre des approches complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

La construction d'un modèle passe par l'utilisation nécessaire des mathématiques, symboles et méthodes, dont le fondateur de la physique expérimentale, Galilée, énonçait déjà qu'elles étaient le langage dans lequel est écrit le monde. Si les mathématiques sont un outil puissant de modélisation, que l'étudiant doit maîtriser, elles sont parfois plus contraignantes lorsqu'il s'agit d'en extraire une solution. L'évolution des techniques permet désormais d'utiliser aussi l'approche numérique afin de faire porter prioritairement l'attention des étudiants sur l'interprétation et la discussion des résultats plutôt que sur une technique d'obtention. Cette approche permet en outre une modélisation plus fine du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est aussi l'occasion pour l'étudiant d'exploiter les compétences acquises en informatique. C'est enfin l'opportunité de mener avec le professeur de mathématiques d'éventuelles démarches collaboratives.

Les liens de la physique et de la chimie avec les sciences de la vie et de la Terre doivent aussi être soulignés : les exemples choisis par le professeur pour illustrer les enseignements de physique et de chimie doivent être préférentiellement choisis en lien avec la biologie ou les sciences de la Terre. Là aussi c'est l'opportunité de mener d'éventuelles démarches collaboratives avec le professeur de sciences de la vie et de la Terre.

Enfin l'autonomie de l'étudiant et la prise d'initiative sont développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à un questionnement ou atteindre un but.

Le programme est organisé en trois composantes :

1. la première décrit les compétences que la pratique de la démarche scientifique permet de développer à travers certaines de ces composantes : la **méthodologie expérimentale**, les **approches documentaires** et la **résolution de problème**. Ces compétences et les capacités associées doivent être exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme ; elles continueront à l'être en seconde année ; leur acquisition feront donc l'objet d'un suivi dans la durée. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
2. la deuxième, intitulée « **formation expérimentale** », présente les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin du cycle de formation. Leur mise en œuvre à travers les activités s'appuie sur les problématiques **identifiées en gras** dans la troisième partie et doit faire l'objet d'une programmation de la part du professeur.
3. la troisième concerne la « **formation disciplinaire** », elle décrit les connaissances et capacités que l'étudiant doit maîtriser pour l'essentiel à l'issue de chaque semestre. Elles sont organisées en deux colonnes : à chaque « notion ou contenu » de la première colonne correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la seconde colonne. Cette dernière explicite ainsi le socle de capacités dont la maîtrise par tous les étudiants doit être la priorité absolue du professeur. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des

évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.

Pour faciliter la progressivité des acquisitions, au premier semestre on traite surtout de grandeurs physiques scalaires dépendant du temps et éventuellement d'une variable d'espace ; et on réserve l'introduction de grandeurs physiques vectorielles au deuxième semestre.

Certains items de cette troisième partie, **identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche documentaire.

# Mise en œuvre de la démarche scientifique

## 1. Méthodologie expérimentale

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux composantes de la démarche scientifique s'enrichissant mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de son enseignement.

Ce programme fait donc une large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la partie I est consacrée. Compte tenu du volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure et des incertitudes et de savoir-faire techniques. Cette composante importante de la formation d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme, dans la partie II (formation disciplinaire), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques, complémentaires, ne répondent donc pas tout à fait aux mêmes objectifs :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique.
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée, et chaque fois que cela est possible transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la quantification des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en annexe de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en annexe du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

### Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en CPGE mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres composantes du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

<b>Compétence</b>	<b>Exemples de capacités (liste non exhaustive)</b>
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale</li> <li>- énoncer une problématique d'approche expérimentale.</li> <li>- définir les objectifs correspondants.</li> </ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- formuler et échanger des hypothèses.</li> <li>- proposer une stratégie pour répondre à la problématique.</li> <li>- proposer un modèle associé.</li> <li>- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental.</li> <li>- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations.</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en œuvre un protocole.</li> <li>- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « Grandeurs et instruments », avec aide pour tout autre matériel.</li> <li>- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates.</li> <li>- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales.</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes.</li> <li>- confronter un modèle à des résultats expérimentaux.</li> <li>- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information.</li> <li>- analyser les résultats de manière critique.</li> <li>- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle.</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- à l'écrit comme à l'oral : <ul style="list-style-type: none"> <li>o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible ;</li> <li>o utiliser un vocabulaire scientifique adapté ;</li> <li>o s'appuyer sur des schémas, des graphes adaptés.</li> </ul> </li> <li>- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue.</li> </ul>
<b>Être autonome, faire preuve d'initiative</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- travailler seul ou en équipe.</li> <li>- solliciter une aide de manière pertinente.</li> <li>- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper.</li> </ul>

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, doivent être développées les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les étudiants de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur



La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

## 2. Résolution de problèmes

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problème » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Cette activité est adaptée tant à une évaluation écrite où l'étudiant progresse en complète autonomie qu'à une évaluation orale pouvant s'enrichir d'une interaction avec un examinateur qualifié.

Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problème permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problème. La résolution de problème mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

S'approprier le problème	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue (réaction chimique voisine ...).
Etablir une stratégie de résolution (analyser)	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois qui seront utilisées, le type de réaction mise en œuvre, ...
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser)	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Communiquer par écrit ou par oral la solution trouvée afin d'expliquer le raisonnement et les résultats.
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre

	<p>approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, autre voie de synthèse...).</p> <p>Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue.</p>
--	---

Des possibilités d'articulation entre la résolution de problème et les autres types de compétences développées existent :

- en lien avec les incertitudes : évaluer ou déterminer la précision de la solution proposée, notamment lorsqu'il s'agit d'une solution approchée sans la surestimer ni la sous estimer ; déterminer ce qu'il faudrait faire pour améliorer la précision d'un résultat.
- en lien avec l'analyse de documents : analyser de manière critique un texte dont l'objet est scientifique ou technique, en mobilisant ses connaissances, notamment sur les valeurs quantitatives annoncées ; vérifier la cohérence des chiffres proposés en développant un modèle simple ; vérifier à l'aide d'un document technique, d'une photographie ... le résultat d'une modélisation.
- en lien avec la démarche expérimentale : l'approche « résolution de problème » peut se prêter à des activités expérimentales pour lesquelles une tâche précise sera demandée sans que la méthode ne soit donnée. Par exemple : mesurer une quantité physique donnée, comparer deux grandeurs, mettre en évidence un phénomène ... ; la vérification d'une modélisation peut être effectuée en réalisant l'expérience (en prédisant quantitativement l'issue d'une expérience, puis en effectuant les mesures pour vérifier les valeurs prédites).
- en lien avec les compétences de communication écrite et de communication orale : adapter le niveau de sa prestation à ses capacités personnelles ; utiliser le support graphique et numérique comme soutien de son argumentation ; rédiger de manière concise et directe une solution qui a souvent été trouvée par un long cheminement ; développer avec conviction une argumentation claire et progressive ; interagir avec un interlocuteur qualifié et faire preuve de réactivité.

### 3. Approches documentaires

Dans un monde où le volume d'informations disponibles rend en pratique difficile l'accès raisonné à la connaissance, il importe de continuer le travail commencé au collège et au lycée sur la recherche, l'extraction et l'organisation de l'information afin de permettre l'accès à la connaissance en toute autonomie avec la prise de conscience de l'existence d'un continuum de niveaux de compétence sur un domaine donné, de la méconnaissance (et donc la découverte) à la maîtrise totale.

Le programme de physique-chimie prévoit qu'un certain nombre de rubriques, identifiées dans la colonne « capacités exigibles » relèvent d'une « **approche documentaire** ». L'objectif est double ; il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver différemment en utilisant des documents au support varié (texte, vidéo, photo...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (grandes idées, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs) dans les domaines de la physique et de la chimie du XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècle et de leurs applications.

Ces approches documentaires sont aussi l'occasion d'apporter des éléments de compréhension de la construction du "savoir scientifique" : histoire des sciences, débats d'idées, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, contribution des sciences à des questions sociétales ou au développement industriel... Elles doivent permettre de développer des compétences d'analyse et de synthèse. Elles reposent sur l'utilisation d'articles de revues scientifiques spécialisées ou de vulgarisation, de documents extraits de sites institutionnels ou reconnus par la communauté scientifique, d'ouvrages scientifiques de référence, ou encore sur une vidéo, une photo ou un

document produit par le professeur. Elle sensibilise également les étudiants à la diversité des supports de l'information, et au crédit que l'on peut accorder à une information.

Quelle que soit la façon d'aborder ces approches documentaires, le rôle du professeur est de travailler à un niveau adapté à sa classe et d'assurer une synthèse de ce qu'il convient de retenir. Elles doivent être en cohérence avec le socle du programme. Elles peuvent être l'occasion d'acquérir de nouvelles connaissances ou d'approcher de nouveaux modèles mais il faut proscrire toute dérive en particulier calculatoire.

#### 4. Usage de la liberté pédagogique

Le programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. Comme le rappellent les programmes du lycée, la liberté pédagogique de l'enseignant est le pendant de la liberté scientifique du chercheur.

Dans le cadre de cette liberté pédagogique, le professeur organise son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

1. pédagogue, il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
2. didacticien, il doit savoir recourir à la mise en contexte des connaissances et des capacités : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant peut ainsi avoir intérêt à mettre son enseignement « en culture » si cela rend sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.

## Partie I : Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la méthodologie expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans le reste du programme – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie.

Le **bloc A** précise les connaissances et savoir-faire qui doivent être acquis dans le domaine de la mesure et de l'évaluation des incertitudes, dans la continuité de la nouvelle épreuve d'Évaluation des Compétences Expérimentales (ECE) de Terminale S, avec cependant un niveau d'exigence plus élevé qui correspond à celui des deux premières années d'enseignement supérieur.

Le **bloc B** présente de façon détaillée l'ensemble des capacités expérimentales qui doivent être acquises et pratiquées en autonomie par les étudiants à l'issue de leur première année de CPGE.

Une liste de matériel, que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice succincte, figure en outre en annexe du présent programme.

## A. Mesures et incertitudes

Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les étudiants doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure..., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les étudiants doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières scientifiques du lycée général et technologique. Les objectifs sont identiques, certains aspects sont approfondis : utilisation du vocabulaire de base de la métrologie, connaissance de la loi des incertitudes composées, ... ; une première approche sur la validation d'une loi physique est proposée. Les compétences identifiées sont abordées dès la première année et doivent être maîtrisées à l'issue des deux années de formation. Les activités expérimentales permettent de les introduire et de les acquérir de manière progressive et authentique. Elles doivent régulièrement faire l'objet d'un apprentissage intégré et d'une évaluation.

<b>Notions et contenus</b>	<b>Capacités exigibles</b>
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.  Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.
Notion d'incertitude, incertitude-type.  Évaluation d'une incertitude-type.  Incertitude-type composée.	Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.  Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).  Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur.  Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes dans les cas simples d'une expression de la valeur mesurée sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient ou bien à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel.

Incertitude élargie.	<p>Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.</p> <p>Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.</p>
Présentation d'un résultat expérimental.	<p>Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.</p> <p>Présenter une valeur à l'aide de la notation scientifique adaptée à la précision des mesures et/ou des données.</p>
Vérification d'une loi physique ou validation d'un modèle ; ajustement de données expérimentales à l'aide d'une fonction de référence modélisant le phénomène.	<p>Utiliser un logiciel de régression linéaire.</p> <p>Expliquer en quoi le coefficient de corrélation n'est pas un outil adapté pour juger de la validité d'un modèle linéaire.</p> <p>Juger qualitativement si des données expérimentales avec incertitudes sont en accord avec un modèle linéaire.</p> <p>Extraire à l'aide d'un logiciel les incertitudes sur la pente et sur l'ordonnée à l'origine dans le cas de données en accord avec un modèle linéaire.</p>

## B. Méthodes expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des méthodes expérimentales que les étudiants doivent acquérir au cours des deux années durant les séances de travaux pratiques. Les capacités sont acquises plus particulièrement en liaison avec un thème du programme, ce qui ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul thème.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
<b>1. Mesure de longueur</b>	Mettre en œuvre une mesure de longueur sur un banc d'optique.
<b>2. Mesure d'un signal électrique</b>  Mesure directe d'une tension au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope.  Mesure d'une intensité : - mesure directe à l'ampèremètre numérique ; - mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée.  Mesure d'une résistance : - mesure directe à l'ohmmètre ; - mesure indirecte au voltmètre sur un diviseur de tension.	Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques :  Distinguer les modes AC et DC. Définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête...) Choisir un calibre adapté en lien avec le nombre de chiffres affichés (nombre de points de mesure).  Être informé des problèmes de masse.
<b>3. Visualisation d'une image optique</b>  Formation d'une image.	Éclairer un objet de manière adaptée. Reconnaître la nature convergente ou divergente d'une lentille. Choisir une ou plusieurs lentilles en fonction des contraintes expérimentales et choisir leur focale de façon raisonnée. Optimiser la qualité d'une image (alignement ...). Mesurer la distance focale d'une lentille convergente. Produire un faisceau de lumière parallèle en utilisant l'autocollimation.
<b>4. Mesure en thermodynamique</b>  Mesure d'une température.  Effectuer des bilans d'énergie.	Mettre en œuvre un capteur de température.  Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.
<b>5. Prévention du risque chimique</b>  Règles de sécurité au laboratoire. Pictogrammes des produits chimiques. Phrases H et P.	Respecter les règles de sécurité. Relever les indications sur le risque associé à la manipulation des produits chimiques et à sa prévention.
<b>6. Impact environnemental</b>  Traitement et rejet des déchets chimiques.	Éliminer les composés chimiques de façon adaptée. Choisir, parmi plusieurs modes opératoires, celui qui minimise les impacts environnementaux.
<b>7. Méthodes de titrage et mesures cinétiques</b>  Réalisation d'un titrage volumétrique direct ou	Effectuer un titrage. Choisir l'indicateur coloré adapté.

<p>indirect à l'aide d'indicateur coloré de fin de titrage.</p> <p>Tracé et exploitation d'une courbe de titrage acido-basique.</p> <p>Détermination d'une constante thermodynamique .</p> <p>Spectrophotométrie.</p> <p>Suivi cinétique d'une réaction chimique par prélèvement ou in situ.</p>	<p>Déterminer la quantité de matière du réactif titré.</p> <p>Utiliser le conductimètre. Étalonner et utiliser le pH-mètre.</p> <p>Déterminer un <math>pK_a</math>.</p> <p>Choisir la longueur d'onde et la gamme d'absorbance adaptées. Réaliser une courbe d'étalonnage et l'exploiter.</p> <p>Relier la grandeur mesurée à une modélisation cinétique afin de la valider et d'en extraire les constantes caractéristiques. Utiliser un bain thermostaté.</p>
<p><b>8. Synthèse et analyse</b></p> <p>Synthèse d'un produit organique : - utiliser un montage à reflux.</p> <p>Extraction d'un produit du milieu réactionnel : - extraire par lavage et décantation. - filtrer sous vide. - évaporer sous vide. - séparer par entraînement à la vapeur.</p> <p>Purification d'un produit : - distiller sous pression atmosphérique ; - recristalliser.</p> <p>Identification et vérification de la pureté : - prendre un point de fusion ; - mesurer un pouvoir rotatoire ; - réaliser une chromatographie sur couche mince ; - analyser des spectres RMN et IR fournis.</p>	<p>Réaliser en autonomie un montage de synthèse organique.</p> <p>Proposer et mettre en oeuvre la technique appropriée à la nature du produit à extraire.</p>

## Partie II : Formation disciplinaire

### Les thèmes traités en première année

L'enseignement de physique-chimie est organisé en **thèmes**, poursuivant des objectifs de formation décrits par des notions et des capacités exigibles. Dans les thèmes, les illustrations et les exemples s'appuient sur la vie quotidienne, la recherche ou l'histoire des sciences, en balayant les domaines du vivant, de l'environnement ou de l'industrie. La première année est rythmée par dix thèmes, répartis entre les deux semestres, pour lesquels est donnée à titre indicatif une estimation du temps à consacrer.

Semestre 1	I. Thermodynamique chimique	14 h
	II. Signaux physiques, bilans et transports	17 h 12 h
	III. Structure de la matière	6 h
	IV. Optique géométrique	10 h
	V. Introduction à la chimie organique	13 h
	VI. Thermodynamique	
Semestre 2	VII. Thermodynamique	17 h
	VIII. Cinétique chimique	13 h
	IX. Mécanique	20 h
	X. Chimie organique réactionnelle	18 h

Chaque thème poursuit des objectifs de formation spécifique et de transférabilité des compétences acquises. Les **activités documentaires et expérimentales sont précisées au regard des notions et capacités exigibles**, mais leur mise en œuvre est laissée à **l'appréciation pédagogique** du professeur, qui détermine notamment le choix des études de cas. Les techniques d'analyse et de synthèse contenues dans les attendus de la formation sont également précisées dans le corps du programme.

Chaque thème comporte une brève introduction, qui fixe le cadre et les limites d'étude, suivie d'un tableau qui détaille les connaissances et capacités associées. Les notions abordées, qui doivent être connues des étudiants, figurent dans la colonne de gauche. La colonne de droite précise et encadre les capacités exigibles relatives à chaque notion.

En outre l'étudiant doit savoir utiliser l'analyse dimensionnelle.

Notions	Capacités exigibles
Analyse dimensionnelle.	Vérifier l'homogénéité d'une expression littérale à partir d'une analyse dimensionnelle des termes présents. Définir un ordre de grandeur (durée, longueur) par analyse dimensionnelle d'une équation modélisant un phénomène.

## Premier semestre

### I. Thermodynamique chimique : un système tend à évoluer vers l'équilibre

L'enseignement de thermodynamique chimique est consacré à l'introduction des notions permettant l'analyse des systèmes chimiques homogènes. L'équilibre chimique est introduit comme une donnée expérimentale, et l'existence d'une constante d'équilibre est admise. Les applications sont illustrées par l'étude des réactions acido-basiques et d'oxydoréduction en solution aqueuse.

L'enseignement d'oxydoréduction vise essentiellement à introduire l'oxydation et la réduction en chimie organique, en lien avec le cours de Sciences de la Vie et de la Terre. Il n'induit pas de développement théorique ; les potentiels standard sont interprétés comme une simple échelle de la force des oxydants et des réducteurs, par analogie avec l'échelle des  $pK_a$ . Les exemples privilégiés sont en relation avec la biologie, l'agronomie, l'agroalimentaire, l'environnement ou la géochimie.

La partie expérimentale est consacrée à la réalisation et l'interprétation de titrages directs et indirects. Les techniques usuelles de la chimie analytique (prise de volume, pesée, réalisation du montage, utilisation des appareils à l'aide d'une notice simplifiée) doivent être maîtrisées, afin



d'amener progressivement les étudiants à une prise d'autonomie dans l'élaboration et la réalisation de protocoles expérimentaux. Les limites des lois expérimentales sont présentées qualitativement.

Notions	Capacités exigibles
<p><b>1. Description d'un système chimique en réaction</b></p> <p>Avancement d'une réaction chimique ; degré d'avancement.            Activité ; quotient de réaction.            Évolution et équilibre.</p> <p>Transformation quantitative ou limitée.</p>	<p>Écrire un tableau d'avancement.</p> <p>Prévoir le sens d'évolution d'un système.            Déterminer la composition à l'état final. Les outils numériques ou graphiques peuvent être un support à la résolution lorsque la méthode analytique n'est pas aisée.            Établir une hypothèse sur l'état final d'une réaction connaissant l'ordre de grandeur de la constante d'équilibre.</p>
<p><b>2. Réactions acido-basiques</b></p> <p>Couples acide-base ; acides et bases faibles et forts, constante d'acidité, pH, courbes de distribution et diagrammes de prédominance.            Réaction prépondérante.</p> <p>Détermination du pH d'une solution dans des cas simples et réalistes.</p> <p>Tampons acido-basiques.            Application aux acides aminés.</p>	<p>Comparer la force des acides et des bases.            Lire et exploiter un diagramme de courbes de distribution.            Identifier la réaction prépondérante à partir de la composition initiale.            Poser les hypothèses adaptées dans le but d'établir la composition d'une solution à l'équilibre.            Calculer le pH d'une solution dans le cas d'une unique réaction prépondérante.            Établir l'expression littérale du pH en fonction de la concentration initiale dans les cas suivants : acide ou base fort dans l'eau, acide ou base faible en réaction limitée sur l'eau, ampholyte.            Vérifier les hypothèses simplificatrices dans le cas d'un acide faible dans l'eau ou d'une base faible dans l'eau.</p> <p>Décrire le comportement d'un acide aminé en fonction du pH.</p>
<p><b>3. Réactions d'oxydoréduction</b></p> <p>Oxydant, réducteur, couples rédox ; pile électrochimique.</p> <p>Echelle des potentiels standard.</p> <p>Constante d'équilibre rédox.</p>	<p>Écrire les échanges électroniques pour les couples rédox en chimie organique et inorganique, en liaison avec le cours de biochimie.            Utiliser sans démonstration l'expression de la constante d'équilibre en fonction des potentiels standard.            Prédire le sens d'une réaction rédox.            Déterminer la composition à l'équilibre dans le cas d'une unique réaction prépondérante.</p>

<p><b>4. Application à la chimie analytique</b></p> <p>Spectrophotométrie. Loi de Beer-Lambert et limite de validité.</p> <p>Conductimétrie. Expression de la conductivité en fonction des concentrations et limite de validité.</p> <p>pH-métrie.</p> <p>Titrages direct et indirect.</p>	<p><b>Réaliser une mesure d'absorbance.</b></p> <p><b>Reconnaître une cellule de conductimétrie. Réaliser une mesure de conductivité.</b></p> <p><b>Choisir les électrodes adaptées à la mesure du pH. Réaliser une mesure de pH.</b></p> <p><b>Utiliser un indicateur coloré de fin de titrage. Suivre un titrage par pH-métrie ou par conductimétrie.</b></p> <p>Reconnaître, à partir d'un protocole, la nature d'un titrage.  Identifier la ou les équations du titrage et établir les relations entre quantités de matière.  Utiliser des courbes de distribution simulées pour analyser un titrage.  Calculer le pH aux points particuliers d'un titrage.  Modéliser la courbe de titrage pH-métrique et conductimétrique dans un cas simple.  Évaluer le caractère successif ou simultané des réactions dans le cas du titrage d'un mélange.  Exploiter une courbe de titrage.</p>
--	---

## **II. Signaux physiques, bilans et transports : les phénomènes de transport déterminent l'évolution temporelle et spatiale de grandeurs physiques**

Cet enseignement a pour but d'initier les étudiants aux concepts très généraux décrivant des systèmes en interaction avec le monde extérieur, par échange ou transport, en évitant tout développement théorique excessif. Il apparaît alors qualitativement que les grandeurs physiques ou signaux dépendent de variables de temps et/ou d'espace, et l'illustration en est donnée dans la continuité du programme de terminale. L'approche transversale des phénomènes de transport vise à mettre en évidence des analogies et à dégager les notions communes de flux, de différence de potentiel, de stock et de résistance. L'étude de circuits électriques simples sert de support, facilement mis en œuvre expérimentalement, à l'illustration de ces notions. Les exemples traités se rapportent aux circuits en régime continu et au régime transitoire du premier ordre, dont le circuit RC constitue le modèle. Des notions de base sur la mesure électrique et sur l'oscilloscope sont nécessaires à l'illustration expérimentale du régime transitoire, mais elles ne sont pas destinées à être étudiées pour elles-mêmes ; seuls les modes de fonctionnement usuels de l'oscilloscope sont présentés.

Notions	Capacités exigibles
<p><b>1. Signaux physiques</b></p> <p>Acquisition et traitement de signaux dépendant du temps.</p> <p>Composition de signaux sinusoïdaux.</p> <p>Signal dépendant du temps et d'une coordonnée de l'espace.</p>	<p>Extraire une fréquence. Identifier les régimes permanent, stationnaire, transitoire. Estimer le temps caractéristique d'un signal transitoire. Interpréter le résultat d'une analyse spectrale.</p> <p><b>Approche documentaire</b> : étudier un exemple d'onde sonore ou d'onde sismique.</p>
<p><b>2. Bilan macroscopique</b></p> <p>Volume de contrôle et surface de contrôle.</p> <p>Grandeur intensive et grandeur extensive.</p> <p>Bilan de charge, de matière, d'énergie : Flux de charge, de matière et d'énergie.</p> <p>Équation de bilan avec ou sans création. Loi des nœuds.</p>	<p>Délimiter un système. Reconnaître un système isolé, fermé, ouvert.</p> <p>Définir l'intensité du courant électrique comme débit de charges. Établir un bilan macroscopique.</p>
<p><b>3. Transport</b></p> <p>Relation entre flux et différence de potentiel.</p> <p>Transport linéaire : résistance électrique, thermique.</p> <p>Association de résistances en série et en parallèle.</p>	<p>Relier un flux de charge, de chaleur, de matière à une différence, respectivement, de potentiel électrique, de température, de composition. Interpréter le sens du transport.</p> <p>Remplacer une association série ou parallèle de plusieurs résistances par une résistance équivalente.</p>
<p><b>4. Circuit dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires</b></p> <p>Tension aux bornes d'un dipôle. Loi des mailles.</p> <p>Sources décrites par un modèle linéaire.</p> <p>Montages diviseurs de tension et de courant.</p> <p>Puissance électrique.</p>	<p>Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur. Appliquer les lois de Kirchhoff.</p> <p>Modéliser une source non idéale par un modèle de Thévenin ou de Norton.</p> <p>Reconnaître un diviseur de tension ou de courant dans un montage.</p> <p><b>Mesurer l'impédance d'entrée d'un oscilloscope.</b></p>

<p>Transport thermique et de transport de matière en régime stationnaire.</p>	<p>Calculer la puissance électrique et reconnaître le comportement récepteur ou générateur d'un dipôle dans un circuit. Exprimer la puissance électrique dissipée par effet Joule.</p> <p>Faire l'analogie entre le transport thermique ou le transport de matière d'une part et le transport de charges d'autre part.</p>
<p><b>5. Régimes transitoires du premier ordre</b></p> <p>Condensateurs.</p> <p>Modélisation des régimes transitoires par un circuit RC.</p> <p>Stockage et dissipation de l'énergie.</p>	<p>Relier la tension et la charge, et la tension et l'intensité pour un condensateur. Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur. Interpréter la continuité de la tension aux bornes du condensateur. Analyser le comportement d'un condensateur en régime permanent.</p> <p>Etablir l'équation différentielle de la réponse d'un circuit RC à un échelon de tension et la résoudre.</p> <p><b>Réaliser un montage permettant de visualiser à l'oscilloscope la charge et la décharge d'un condensateur</b></p> <p>Maîtriser l'analogie entre le bilan d'énergie dans un circuit RC et un bilan particulaire ou thermique en régime transitoire.</p>

### III. Structure de la matière

Cet enseignement illustre, sans prétendre à l'exhaustivité, l'organisation de la matière de l'échelle atomique à l'échelle supramoléculaire. Il explicite des concepts sur la structure des atomes, dont la finalité est d'une part de présenter le phénomène de radioactivité et d'autre part de pouvoir lire et utiliser la classification périodique. La structure des molécules est envisagée sous le seul formalisme de Lewis, et leur géométrie dans le cadre du modèle de Gillespie. Les propriétés électroniques des molécules sont traitées dans le but d'interpréter la structure et la réactivité en chimie organique et en biochimie. Selon la même démarche, l'étude des interactions intermoléculaires constitue essentiellement un support à l'interprétation qualitative de protocoles expérimentaux en chimie organique, mais il accompagne également les notions vues en sciences de la vie et de la Terre.

Notions	Capacités exigibles
<p><b>1. Noyau atomique</b></p> <p>Composition. Isotopie. Stabilité des noyaux.</p> <p>Principe de la fission. Radioactivités <math>\alpha</math>, <math>\beta^+</math>, <math>\beta^-</math> et <math>\gamma</math>. Décroissance radioactive.</p>	<p>Commenter les ordres de grandeur des énergies mises en jeu dans les unités adaptées.</p> <p>Écrire le bilan d'une réaction nucléaire.</p> <p><b>Approche documentaire</b> : mettre en évidence le rôle des isotopes radioactifs dans le domaine médical ou dans celui de la radioprotection.</p>
<p><b>2. Structure électronique des atomes</b></p> <p>Quantification de l'énergie dans les atomes ; lampes spectrales.</p> <p>Notion de fonction d'onde et densité de probabilité de présence ; application à l'électron. Nombres quantiques orbitaux. Représentation géométrique des OA s et p. Spin électronique ; nombre quantique de spin. Principe de Pauli. Règles de remplissage. Électrons de cœur et électrons de valence.</p> <p>Structure du tableau périodique ; familles. Électronégativité.</p>	<p>Interpréter l'existence des longueurs d'onde d'émission à l'aide d'un diagramme d'énergie.</p> <p>Déterminer à l'aide de la règle de Klechkowski la configuration électronique fondamentale d'un atome et en déduire celle de ses ions usuels. Construire un schéma de remplissage des sous-couches de valence et déterminer le nombre d'électrons célibataires</p> <p>Relier la structure électronique d'un élément et sa place dans la classification. Extraire des informations (<math>Z</math>, <math>A</math>, électronégativité ...) à partir d'une classification périodique légendée.</p>
<p><b>3. Liaison covalente</b></p> <p>Modèle de Lewis. Hypervalence du soufre et du phosphore. Géométrie des molécules en théorie VSEPR.</p> <p>Caractéristiques de la liaison covalente : longueur, énergie, polarité.</p> <p>Polarité des molécules.</p>	<p>Établir la structure de Lewis de molécules simples.</p> <p>Représenter les structures courantes de type <math>AX_nE_m</math> avec <math>n + m = 2</math> à <math>6</math> Commenter l'ordre de grandeur des longueurs de liaison. Comparer les densités de probabilité de présence et les énergies dans les liaisons sigma et pi. Déterminer si une molécule est polaire ou apolaire.</p>
<p><b>4. Délocalisation électronique et aromaticité</b></p> <p>Mésomérie. Conjugaison et conséquences structurales.</p> <p>Aromaticité ; critère de Hückel.</p>	<p>Écrire les formules résonnantes d'une molécule. Utiliser la mésomérie et la conjugaison pour interpréter la géométrie et la réactivité.</p>

<p><b>5. Interactions de faible énergie</b></p> <p>Interaction de Van der Waals. Liaison hydrogène ; directivité.</p>	<p>Comparer les ordres de grandeurs des énergies mises en jeu (liaison covalente, liaison hydrogène, liaison de Van der Waals).</p> <p><b>Approche documentaire</b> : mettre en évidence l'importance des interactions de faible énergie pour la structure tridimensionnelle des molécules ou des systèmes biologiques.</p>
---	---

#### IV. Optique géométrique

L'enseignement d'optique géométrique vise à sensibiliser les élèves aux principes fondamentaux de la propagation de la lumière, en vue de reconnaître les phénomènes lumineux et de comprendre le fonctionnement des instruments d'optique utilisés dans la vie courante et en biologie. Cet enseignement est fortement adossé à la pratique expérimentale qui repose sur l'utilisation de nombreux dispositifs.

Notions	Capacités exigibles
<p><b>1. Lois de Descartes</b></p> <p>Propagation de la lumière dans un milieu transparent, homogène et isotrope. Indice optique.</p> <p>Notion de rayon lumineux.</p> <p>Lois de Descartes pour la réflexion et la réfraction. Miroir plan ; stigmatisme et aplanétisme.</p>	<p>Relier l'indice optique et la vitesse de propagation dans le milieu. Utiliser le principe du retour inverse de la lumière.</p> <p>Etablir la condition de réflexion totale. Construire l'image d'un objet, identifier sa nature réelle ou virtuelle.</p>
<p><b>2. Lentilles minces</b></p> <p>Conditions de Gauss.</p> <p>Lentilles minces : centre, foyers principaux, plans focaux, distance focale, vergence.</p> <p>Formule de conjugaison avec origine au centre. Grandissement transversal.</p> <p>L'œil : modèle optique, notion de punctum remotum et de punctum proximum.</p>	<p>Enoncer les conditions permettant un stigmatisme et un aplanétisme approché.</p> <p>Relier un objet et son image (situés à distance finie ou infinie) à l'aide des rayons. Maîtriser les notions d'objet et d'image virtuels.</p> <p>Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal pour des systèmes à une ou deux lentilles.</p> <p>Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de focale variable et d'un capteur fixe. Interpréter les défauts de l'œil, et leur correction.</p>

<p><b>3. Visualisation d'une image optique</b></p> <p>Formation d'une image.</p> <p>Focométrie.</p> <p>Réalisation de montages.</p>	<p><b>Éclairer un objet de manière adaptée.</b></p> <p><b>Reconnaître le caractère divergent ou convergent d'une lentille, et évaluer sommairement la distance focale d'une lentille convergente.</b></p> <p><b>Mesurer la distance focale d'une lentille convergente.</b></p> <p><b>Utiliser le principe d'autocollimation.</b></p> <p><b>Réaliser en autonomie un montage permettant de visualiser un objet proche ou éloigné.</b></p>
---	--

## V. Introduction à la chimie organique

Cette partie introductive à la chimie organique reste descriptive, l'aspect mécanistique des réactions n'étant abordé qu'au deuxième semestre. Les compléments de stéréochimie s'inscrivent dans la continuité des notions introduites en classe de terminale. L'importance de la structure tridimensionnelle des molécules est illustrée par d'exemples tirés du monde du vivant.

Le chapitre sur les solvants est l'occasion de sensibiliser les étudiants aux problèmes de toxicité humaine et environnementale et à la notion de chimie verte.

La présentation des différentes fonctions chimiques permet d'avoir une vue d'ensemble des groupes fonctionnels les plus courants qui seront rencontrés dans la suite du cours. L'utilisation de données spectroscopiques (UV visible, infra-rouge et résonance magnétique nucléaire du proton), s'appuie sur les connaissances acquises en Terminale.

Notions	Capacités exigibles
<p><b>1. Stéréochimie</b></p> <p>Écriture semi-développée et topologique. Représentation spatiale des molécules : Cram, Newman, perspective.</p> <p>Conformations des alcanes linéaires et du cyclohexane.</p> <p>Glucopyranoses ; anomérie ; existence de la mutarotation du glucose. Carbone asymétrique, chiralité, énantiométrie, diastéréoisométrie.</p> <p>Descripteurs stéréochimiques Z/E, R/S, D/L</p> <p>Activité optique, pouvoir rotatoire, loi de Biot. Mélange racémique.</p>	<p>Représenter une molécule à partir de son nom, en tenant compte d'informations stéréochimiques, dans un type de représentation donnée.</p> <p>Discuter la stabilité relative de deux conformations d'un alcane.</p> <p>Représenter le conformère le plus stable d'un cyclohexane monosubstitué.</p> <p><b>Manipuler des modèles moléculaires.</b></p> <p>Déterminer si une molécule est chirale Identifier les relations de stéréoisométrie entre deux composés. Comparer les propriétés de deux stéréoisomères de configuration, en milieu chiral et non chiral. Déterminer les descripteurs stéréochimiques dans les cas simples. Utiliser la loi de Biot pour discuter de la pureté énantiomérique d'un mélange. Illustrer l'importance de la structure spatiale par des exemples tirés du monde du vivant.</p>

	<p><b>Approche documentaire</b> : illustrer et analyser le rôle de la diastéréoisomérisation lors de synthèses énantiosélectives, de séparations d'énantiomères et dans le monde du vivant.</p>
<p><b>2. Solvant</b></p> <p>Rôle du solvant. Exemples : solvants apolaires, polaire aprotique et polaire protique</p>	<p>Faire le lien entre les propriétés du solvant et les interactions intermoléculaires. Interpréter qualitativement la méthode de l'extraction liquide-liquide. <b>Approche documentaire</b> : expliciter le choix du solvant en faisant un lien à la toxicité et donner une illustration dans le domaine de la chimie verte.</p>
<p><b>3. Acido-basicité et oxydo-réduction en chimie organique</b></p> <p>Échelle de <math>pK_a</math> généralisée.</p> <p>Exemples d'acides et de bases utilisés en chimie organique.</p> <p>Présentation des principales fonctions organiques par degré d'oxydation : – halogénoalcane, alcools, alcènes, – composés carbonylés, – acides carboxyliques et dérivés.</p> <p>Chaîne d'oxydation des alcools.</p> <p>Dihydroxylation des alcènes. Coupure oxydante des alcènes..</p> <p>Exemples de réducteurs utilisés en chimie organique.</p>	<p>Connaître l'utilisation de solvants autre que l'eau pour former des bases fortes. Connaître le caractère acide ou basique de : acide carboxylique, alcool, amine, H en <math>\alpha</math> de groupe électroattracteur. Écrire l'équation-bilan de la formation d'un alcoolate par action du sodium ou de l'ion hydroxyde.</p> <p>Distinguer oxydation complète et oxydation ménagée. Écrire les équations-bilan d'oxydation : – d'un alcool primaire en aldéhyde, – d'un aldéhyde en acide carboxylique, – d'un alcool secondaire en cétone.</p> <p>Écrire l'époxyde obtenu par action d'un acide peroxy-carboxylique sur un alcène Écrire le diol obtenu par ouverture d'un époxyde en milieu basique. Écrire le diol obtenu par action du permanganate sur un alcène. Écrire le bilan de la coupure oxydante par action de l'acide périodique sur un diol.</p> <p>Écrire l'équation-bilan de la réduction d'un composé carbonylé en alcool par <math>NaBH_4</math>. Écrire l'équation-bilan de réduction d'un alcène en alcane par <math>H_2</math> et déterminer les stéréoisomères obtenus.</p>



## VI. Thermodynamique

L'enseignement de thermodynamique fait suite à celui consacré aux échanges et aux transports. A partir d'une description des états de la matière et des transformations qu'elle subit, il formalise les échanges d'énergie et contribue à les évaluer. Cet enseignement s'organise en deux parties distinctes. La première, dispensée au premier semestre, est consacrée à la description des états de la matière et des paramètres qui la caractérise. La seconde, dispensée au second semestre, propose, d'une part, une présentation plus étoffée du premier principe dont l'introduction a déjà été réalisée en classe de terminale, et d'autre part formalise les notions d'irréversibilité et de réversibilité à l'aide du second principe. Afin de limiter l'utilisation de fonctions de plusieurs variables, les deux principes sont appliqués en première année aux transformations thermodynamiques de phases condensées et aux machines thermiques. C'est l'occasion de réaliser des bilans macroscopiques sur des systèmes modèles. L'objectif est là de dégager le concept de rendement et de sensibiliser l'étudiant à l'impact énergétique d'un dispositif domestique ou industriel.

Notions	Capacités exigibles
<p><b>1. États de la matière</b></p> <p>Phases condensées et phases gazeuses.</p> <p>Notion de température absolue.</p> <p>Modèle du gaz parfait. Mélange idéal de gaz parfaits. Fraction molaire et pression partielle.</p> <p>Gaz réel.</p>	<p>Identifier le caractère peu compressible et peu dilatable des phases condensées. Comparer les ordres de grandeurs caractéristiques des gaz et des phases condensées. Utiliser les échelles de température absolue et de température Celsius.</p> <p>Utiliser l'équation d'état du gaz parfait. Représenter les isothermes en coordonnées de Clapeyron. Interpréter qualitativement le modèle du gaz parfait, sa pression et sa température à l'échelle moléculaire.</p> <p>Faire le lien avec les interactions de faible énergie.</p>
<p><b>2. Éléments de statique des fluides</b></p> <p>Pression dans un fluide en équilibre.</p>	<p>Utiliser la relation <math>dP = -\rho g dz</math> pour un fluide incompressible ou compressible dans une atmosphère isotherme, dans un champ de pesanteur uniforme.</p>
<p><b>3. Changements d'état du corps pur</b></p> <p>Diagramme de phases en coordonnées (T,P) ; point critique et point triple. Pression de vapeur saturante.</p> <p>Variance.</p> <p>Changement d'état liquide-vapeur ; diagramme</p>	<p><b>Approche documentaire :</b> illustrer des applications des changements d'état dans les domaines biologiques, géologiques ou dans l'industrie.</p> <p>Interpréter le diagramme (P,V) selon la</p>

(P,V) ; isothermes.  Titre en vapeur. Théorème des moments.	variance. Interpréter qualitativement le palier de température associé au changement d'état isobare  Calculer à partir d'un diagramme la composition d'un mélange liquide-vapeur à l'équilibre.
---	--

## Deuxième semestre

### VII. Thermodynamique

Notions	Capacités exigibles
<p><b>4. Équilibre et transformations thermodynamiques d'un système fermé</b></p> <p>Équilibre thermodynamique.</p> <p>Transformations thermodynamiques.</p> <p>Réversibilité d'une transformation.</p> <p>Travail et transfert thermique ; puissance mécanique et puissance thermique. Thermostat.</p>	<p>Interpréter les conditions d'équilibre thermique et mécanique.</p> <p>Maîtriser le vocabulaire usuel : isotherme, isobare, isochore, monobare, monotherme, adiabatique.</p> <p>Déterminer l'état d'équilibre final à partir des contraintes imposées par le milieu extérieur. Dégager les critères de réversibilité d'une transformation.</p> <p>Distinguer qualitativement les trois types de transferts thermiques : conduction, convection et rayonnement.</p>
<p><b>5. Premier principe de la thermodynamique en système fermé</b></p> <p>Contributions à l'énergie d'un système : énergie interne, énergie cinétique macroscopique et énergie potentielle macroscopique.</p> <p>Énergie interne molaire et massique d'une phase condensée Capacité thermique à volume constant.</p> <p>Premier principe en système fermé : <math>\Delta U + \Delta E_p + \Delta E_c = Q + W</math></p> <p>Calorimétrie.</p>	<p>Relier l'énergie interne à la température pour une phase condensée.</p> <p>Formuler le premier principe en termes de puissance et sous forme d'un bilan élémentaire.</p> <p><b>Réaliser un bilan à partir d'une expérience de calorimétrie.</b></p>

<p><b>6. Second principe de la thermodynamique en système fermé</b></p> <p>Entropie ; entropie massique et entropie molaire.</p> <p>Second principe en système fermé ; entropie d'échange ; entropie créée : <math>\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{créé}}</math></p> <p>Identité thermodynamique. Entropie molaire et massique d'une phase condensée.</p>	<p>Interpréter qualitativement l'entropie.</p> <p>Relier la création d'entropie au caractère réversible ou irréversible de la transformation.</p> <p>Relier l'entropie à la température pour une phase condensée. Exprimer et calculer une entropie d'échange et une entropie de création pour une transformation simple.</p>
<p><b>7. Machines thermiques</b></p> <p>Machines dithermes réversibles et irréversibles.</p> <p>Moteur thermique, rendement, théorème de Carnot. Efficacité, principe d'une pompe à chaleur et d'un appareil frigorifique.</p>	<p>Distinguer les sources réelles et les sources idéales. Analyser le fonctionnement d'une machine ditherme sur un diagramme (T,S). Donner le sens des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme.</p> <p>Définir un rendement ou une efficacité et la relier aux énergies échangées au cours d'un cycle. Justifier et utiliser le théorème de Carnot. Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles. Relier les concepts aux dispositifs d'usage courant.</p>

## VIII. Cinétique chimique

L'enseignement de cinétique s'inscrit dans le cadre plus large de l'évolution temporelle des systèmes. Il prend appui sur des exemples dans les domaines biologiques et géologiques, mettant en jeu des échelles de temps très variées.

Les éléments de cinétique formelle induisent l'usage d'un formalisme mathématique rigoureux, et la nécessité d'une confrontation du modèle avec des données expérimentales. La résolution analytique se limite aux cas les plus simples de réactions d'ordre 0, 1 et 2, des cas plus complexes devant être traités à l'aide de l'outil numérique.

Cet enseignement permet de réinvestir des compétences expérimentales par le recours aux techniques d'analyse et d'utiliser le formalisme du tableau d'avancement pour le suivi cinétique de la réaction.

La présentation des mécanismes réactionnels, limités aux réactions par stades, est l'occasion de mettre en évidence les notions de catalyse et de catalyseur. En lien avec la chimie organique, cet enseignement présente les notions essentielles d'état de transition, d'intermédiaire réactionnel, de postulat de Hammond et de contrôles thermodynamique et cinétique.

Notions	Capacités exigibles
<p><b>1. Vitesse de réaction</b></p> <p>Vitesses d'apparition et de disparition ; vitesse spécifique de réaction. Temps de demi-réaction.</p> <p>Ordre de réaction ; réaction avec et sans ordre. Constante de vitesse ; loi d'Arrhenius et énergie d'activation.</p> <p>Détermination d'un ordre.</p>	<p>Utiliser la vitesse volumique pour un réacteur à volume constant.</p> <p>Faire l'analogie avec la loi de décroissance radioactive. Déduire l'énergie d'activation à partir d'une série de données par une méthode graphique ou numérique.</p> <p>Déterminer par une méthode graphique ou numérique :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- un ordre à l'aide de la méthode différentielle et à l'aide de la méthode intégrale,</li> <li>- un ordre à partir de données sur les temps de demi-réaction,</li> <li>- un ordre global dans un cas de mélange stœchiométrique,</li> <li>- un ordre partiel dans un cas de dégénérescence de l'ordre.</li> </ul> <p><b>Etudier des réactions d'ordre 1 et 2 pour en extraire les ordres partiels, la constante de vitesse et l'énergie d'activation.</b></p>
<p><b>2. Mécanismes réactionnels</b></p> <p>Acte élémentaire et molécularité. Intermédiaires réactionnels ioniques et radicalaires.</p> <p>Étape cinétiquement déterminante, approximation des états quasi-stationnaires, pré-équilibre rapide.</p> <p>Chemin réactionnel et profil réactionnel. Contrôle thermodynamique et contrôle cinétique. Postulat de Hammond</p>	<p>Faire la différence entre un bilan macroscopique et un acte élémentaire. Retrouver le bilan réactionnel à partir d'un mécanisme par stades.</p> <p>Établir une loi de vitesse à partir d'un mécanisme. Repérer un catalyseur dans un mécanisme.</p> <p>Distinguer intermédiaire réactionnel et état de transition. <b>Approche documentaire</b> : expliciter les conséquences du contrôle en synthèse.</p>

## IX. Mécanique

L'enseignement de mécanique a pour objet de présenter aux élèves les liens qui unissent les notions de force, de mouvement et d'énergie pour le système simple du point matériel. Reposant sur la maîtrise de grandeurs vectorielles dépendantes du temps, l'enseignement se limite à des modélisations simples dont la résolution formelle reste accessible aux étudiants. Les cas plus complexes, modélisant plus finement la réalité, sont abordés par l'utilisation de l'outil numérique et de logiciels d'intégration.

Notions	Capacités exigibles
<p><b>1. Cinématique</b></p> <p>Référentiel. Vecteurs position, vitesse, accélération. Système de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.</p> <p>Loi de composition des vitesses pour le cas de référentiels en translation rectiligne.</p>	<p>Choisir le système de coordonnées adapté à la symétrie. Utiliser les expressions des vecteurs position, vitesse et accélération dans le cas des coordonnées cartésiennes et, pour le mouvement circulaire, dans le cas des coordonnées cylindriques.</p>
<p><b>2. Dynamique</b></p> <p>Quantité de mouvement. Principe d'inertie, référentiel galiléen.</p> <p>Forces, principe des actions réciproques.</p> <p>Force d'interaction gravitationnelle, force d'interaction de Coulomb.</p> <p>Forces usuelles à l'échelle macroscopique : poids, force de rappel d'un ressort (en régime linéaire), tension d'un fil, force de frottement fluide, force subie par une charge dans un champ électrique.</p> <p>Deuxième loi de Newton.</p>	<p>Choisir un référentiel adapté au problème.</p> <p>Identifier quelques manifestations de ces interactions.</p> <p>Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel. L'utilisation de l'outil numérique permettra d'aider à leur résolution dans les cas complexes.</p>
<p><b>3. Énergie d'un point matériel</b></p> <p>Puissance et travail d'une force.</p> <p>Théorème de l'énergie cinétique.</p> <p>Énergie potentielle et énergie mécanique dans un cas unidimensionnel.</p> <p>Théorème de l'énergie mécanique.</p> <p>Mouvement conservatif à une dimension.</p>	<p>Distinguer force conservative et force non conservative.</p> <p>Démontrer et utiliser le théorème de l'énergie cinétique.</p> <p>Établir l'expression de l'énergie potentielle connaissant la force (dans le cas unidimensionnel). Distinguer le caractère attractif ou répulsif d'une force. Utiliser les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur (dans un champ de pesanteur uniforme) et de l'énergie potentielle élastique.</p> <p>Démontrer le théorème de l'énergie mécanique.</p>

<p>Position d'équilibre ; stabilité.</p> <p>Petits mouvements au voisinage d'une position d'équilibre stable ; approximation locale par un puits de potentiel harmonique.</p>	<p>Déduire d'un graphe d'énergie potentielle la nature de la trajectoire possible : non bornée, bornée, périodique.</p> <p>Déduire d'un graphe la position et la nature stable ou instable des positions d'équilibre</p> <p>Établir l'équation du mouvement à partir de l'énergie mécanique.</p> <p>Reconnaître l'équation d'un oscillateur harmonique non amorti.</p> <p>Relier la période et la dérivée seconde de l'énergie potentielle à l'équilibre.</p>
---	---

## X. Chimie organique réactionnelle

L'enseignement de chimie organique décline des familles de réactions plutôt que des familles de composés. De cette manière, il facilite le réinvestissement des connaissances de la classe de terminale sur la réactivité des composés organiques. Il poursuit l'objectif de fournir aux étudiants les outils permettant d'interpréter ou de prévoir la réactivité intermoléculaire dans des conditions données, celles d'un milieu biologique ou d'un milieu de synthèse. La chimie organique permet ainsi d'une part de comprendre des réactions intervenant dans des grands cycles métaboliques, d'autre part de sensibiliser les étudiants à la synthèse totale au laboratoire ou aux réactions industrielles, en gardant à l'esprit que la formation dispensée dans la filière BCPST reste généraliste. Les éléments d'interprétation d'une stratégie de synthèse sont renforcés par l'utilisation de données spectroscopiques (UV, visible, infra-rouge et résonance magnétique nucléaire du proton).

Notions	Capacités exigibles
<p><b>1. Additions électrophiles sur les doubles liaisons C=C</b></p> <p>Bilan et mécanisme de l'addition de HX et H<sub>2</sub>O. Régiosélectivité.</p> <p>Bilan et mécanisme de la bromation par le N-bromosuccinimide et évolution en présence d'un nucléophile.</p>	<p>Expliciter la réactivité des alcènes.</p> <p>Utiliser le formalisme des flèches courbes pour décrire un mécanisme en chimie organique. Discuter de la stabilité d'un carbocation. Représenter le profil réactionnel. Utiliser le postulat de Hammond.</p> <p>Mettre en évidence la stéréosélectivité et la stéréospécificité de la réaction.</p>
<p><b>2. Substitutions nucléophiles</b></p> <p>Nucléophile et nucléofuge.</p> <p>Les deux mécanismes limite : SN1 et SN2 pour les halogénoalcanes et les alcools Activation des alcools par H<sup>+</sup> et par le chlorure de tosylate</p>	<p>Expliciter la réactivité des liaisons C-X et C-OH.</p> <p>Identifier les sites électrophiles et/ou nucléophiles d'une espèce chimique. Reconnaître des nucléophiles usuels : ion cyanure, ion alcoolate, amine, ion hydroxyde, eau.</p> <p>Discuter du mécanisme à partir de données cinétiques. Déterminer les stéréoisomères obtenus à</p>

<p>Ouverture d'un époxyde en milieu basique.</p>	<p>l'issue d'une SN. Discuter de la compétition entre les deux mécanismes en fonction de la structure du carbocation. Représenter les profils réactionnels associés à chaque mécanisme Ecrire l'équation-bilan de l'action du chlorure de tosyloxy sur un alcool.</p> <p>Interpréter la stéréochimie de la dihydroxylation d'un alcène. Comparer les diols obtenus à partir d'un alcène via l'époxydation ou par action du permanganate.</p>
<p><b>3. Élimination</b></p> <p>Compétition entre SN et E.</p> <p>Régiosélectivité de l'élimination.</p> <p>Mécanismes limites E1 et E2 pour les halogénoalcane et les alcools.</p>	<p>Reconnaître les conditions favorisant l'élimination : température, force et concentration de la base.</p> <p>Déterminer le produit majoritaire de l'élimination.</p> <p>Ecrire les stéréoisomères obtenus à l'issue d'une élimination.</p>
<p><b>4. Additions nucléophiles</b></p> <p>Bilan et mécanisme d'une addition nucléophile sur le groupe carbonyle suivie d'une hydrolyse</p> <p>Bilan et mécanisme de l'hémiacétalisation et de l'acétalisation</p>	<p>Expliciter la différence de réactivité de la double liaison C=O et de la double liaison C=C.</p> <p>Expliciter le caractère renversable de l'acétalisation. Utiliser l'acétalisation comme protection de groupe caractéristique.</p>
<p><b>5. Synthèse organique</b></p> <p><b>Règles de sécurité</b></p> <p><b>Techniques</b></p> <p>Chauffage à reflux.</p> <p>Addition d'un réactif au cours d'une réaction. Réaction en conditions anhydres. Suivi d'une réaction.</p> <p>Traitement d'un brut réactionnel.</p>	<p><b>Interpréter la fiche de sécurité et l'étiquetage d'un produit. Respecter les règles élémentaires de sécurité dans le cadre d'un travail en laboratoire.</b></p> <p>Analyser et justifier les choix expérimentaux dans une synthèse organique. <b>Installer et utiliser un montage de chauffage à reflux. Utiliser une ampoule de coulée. Conduire une réaction en milieu anhydre. Réaliser une chromatographie sur couche mince. Réaliser les opérations suivantes : filtration sous pression atmosphérique ou réduite, extraction liquide-liquide, lavage, séchage d'une phase organique, élimination d'un</b></p>

<p>Séparation et purification.</p> <p>Rendement.</p> <p><b>Caractérisation</b></p> <p>Température de fusion, indice de réfraction, pouvoir rotatoire.</p> <p>Lecture de spectres infra rouge.</p> <p>Lecture de spectres RMN : déplacement chimique, couplage scalaire, règle des n+1 uplets.</p>	<p><b>solvant à l'aide d'un évaporateur rotatif, essorage et séchage d'un solide.</b>  <b>Mettre en œuvre la technique de relargage.</b></p> <p><b>Mettre en œuvre une distillation fractionnée sous pression atmosphérique et une recristallisation.</b></p> <p>Définir et calculer le rendement d'une réaction.</p> <p><b>Utiliser un banc Köfler, un réfractomètre, un polarimètre.</b></p> <p>Identifier des groupes caractéristiques à l'aide d'un spectre IR et d'une table fournie.  Retrouver la structure d'une molécule par l'analyse d'un spectre RMN du proton à l'aide d'une table fournie.  Suivre une synthèse organique par la lecture de spectres RMN et infra-rouge.</p>
---	--

## Annexe : Matériel

Cette liste regroupe le matériel que les étudiants doivent savoir utiliser avec l'aide d'une notice simplifiée fournie sous forme de version papier ou de version numérique. Une utilisation de matériel hors de cette liste lors d'épreuves d'évaluation n'est pas exclue mais elle doit obligatoirement s'accompagner d'une introduction guidée suffisamment détaillée.

### 1. Domaine optique

- banc d'optique.
- lentilles minces, miroirs plans.
- lampes spectrales et source de lumière blanche.

### 2. Domaine électrique

- oscilloscope numérique.
- générateurs de signaux continus et générateurs de signaux basse fréquence.
- multimètre numérique.

### 3. Domaine thermodynamique

- thermomètre, capteur infra-rouge.
- calorimètre.



#### **4. Chimie physique et chimie des solutions**

- balance de précision.
- verrerie usuelle graduée et jaugée.
- pH-mètre et électrodes adaptées.
- conductimètre et cellule conductimétrique.
- spectrophotomètre UV-visible.
- bain thermostaté.
- agitateur magnétique.

#### **5. Chimie organique**

- verrerie rodée : ballon, réfrigérant, ampoule de coulée isobare ou non.
- ampoule à décanter.
- montage de distillation à pression atmosphérique.
- matériel de filtration sous pression ordinaire et sous pression réduite.
- agitateur magnétique chauffant.
- chauffe ballon.
- banc Köfler.
- matériel pour chromatographie sur couche mince.
- lampe UV.
- modèles moléculaires.



ANNÉE } ^ C ^ AN

# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST)**

Discipline : **Mathématiques**

**Première année**

# Programme de mathématiques pour la classe BCPST1

## I – Objectifs de formation

### La place des mathématiques dans la formation scientifique en BCPST

L'objectif de l'enseignement des mathématiques en BCPST est double.

D'une part il contribue à l'approfondissement de la culture scientifique générale en donnant aux étudiants un accès à quelques domaines fondamentaux (algèbre linéaire, analyse, probabilités). La pratique du raisonnement mathématique concourt ici comme ailleurs à la formation de l'esprit d'un futur scientifique ; la rigueur du raisonnement, l'esprit critique, le contrôle et l'analyse des hypothèses, le sens de l'observation et celui de la déduction trouvent en mathématiques un champ d'action où ils seront cultivés de manière spécifique.

D'autre part, il contribue à fournir des représentations et un langage dont les autres disciplines scientifiques étudiées dans ces classes et au-delà sont demandeuses ou utilisatrices. De là l'importance d'une cohérence et d'une coordination aussi bonnes que possible entre les diverses disciplines : il importe d'éviter les redondances tout en soulignant les points communs, de limiter les divergences ou ambiguïtés dues à la diversité des points de vue possibles sur un même objet tout en enrichissant l'enseignement par cette même diversité.

L'objectif n'est pas de former des professionnels des mathématiques, mais des personnes capables d'utiliser des outils mathématiques dans diverses situations, et éventuellement capables de dialoguer avec des mathématiciens dans le cadre de leur futur métier.

Les travaux dirigés sont le moment privilégié de la mise en œuvre, et de la prise en main par les élèves des techniques classiques et bien délimitées inscrites dans le corps du programme. Cette maîtrise s'acquiert notamment grâce à des exercices variés. Le temps des travaux dirigés se prête également à l'expérimentation numérique, à la découverte et à la pratique des algorithmes, soit au moyen des calculatrices soit en lien avec l'enseignement d'informatique.

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions, notamment dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés (TIPE). Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il pourra s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un problème spécifique et la construction, pour le résoudre, d'outils conceptuels qui, pris ensuite par les mathématiciens comme objets d'étude, ont pu ultérieurement servir au traitement d'autres classes de problèmes.

## Le développement des compétences

L'enseignement des mathématiques en filière BCPST vise le développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte souvent complexe.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants leur permet de gérer leurs apprentissages de manière responsable en repérant points forts et points faibles. Ces compétences prennent tout leur sens dans le cadre de la résolution de problèmes, de la modélisation ou formalisation jusqu'à la présentation des résultats en passant par la démarche de résolution proprement dite.

De manière spécifique, on peut distinguer les compétences suivantes :

<b>S'engager dans une recherche et mettre en œuvre des stratégies</b>	Il s'agit d'analyser un problème, de se poser des questions, d'expérimenter sur des exemples, de formuler des conjectures.
<b>Modéliser</b>	C'est traduire un phénomène en langage mathématique, élaborer des concepts et des outils lors d'une phase d'abstraction ou de conceptualisation.
<b>Représenter</b>	Il s'agit de choisir le registre (numérique, algébrique, géométrique) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, d'être capable de passer d'un registre à un autre, d'un mode de représentation (souvent visuelle : courbes, graphes, arborescences, tableaux) à un autre.
<b>Raisonnement et argumenter</b>	Cela consiste à effectuer des inférences (inductives et déductives), à conduire une démonstration, à confirmer ou infirmer une conjecture, et enfin à évaluer la pertinence d'un concept au regard du problème posé.
<b>Calculer, manipuler des symboles et maîtriser le formalisme mathématique</b>	C'est effectuer un calcul à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel), organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, choisir des transformations et effectuer des simplifications, contrôler les résultats, mettre en œuvre des algorithmes, manipuler et exploiter des expressions symboliques, comprendre et utiliser le langage mathématique.
<b>Communiquer à l'écrit et à l'oral</b>	Il s'agit de comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, d'opérer la conversion entre le langage naturel et le langage symbolique formel, de rédiger une solution rigoureuse, de présenter et de défendre une production mathématique pour convaincre un interlocuteur ou un auditoire.

Mises en œuvre dans des situations et contextes spécifiques, les diverses compétences peuvent être déclinées en un certain nombre de capacités. À titre indicatif, à la fin de chaque chapitre est dressée une liste non exclusive de quelques capacités susceptibles d'être exercées en situation sur certaines des connaissances décrites dans ce chapitre, et permettant d'observer *in situ* la réalisation de certaines des six compétences.

## II – Programme de première année

### 1 – Préambule

Le programme de la filière BCPST se situe dans la continuité de la série S du lycée.

Les développements formels ou trop théoriques doivent être évités. Une place importante doit être faite aux applications, exercices, problèmes, en relation chaque fois que cela est possible avec les enseignements de physique, de chimie, de biologie, de sciences de la terre et d'informatique, en évitant les situations artificielles ainsi que les exercices de pure virtuosité technique.

Les résultats mentionnés dans le programme seront admis ou démontrés selon les choix didactiques faits par le professeur ; pour certains résultats, marqués comme « admis », la présentation d'une démonstration en classe est déconseillée.

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les probabilités permettent d'illustrer certains résultats d'analyse et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.

C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes biologiques, physiques ou chimiques. Ces interprétations, conjointement avec les interprétations géométriques, viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire ou des probabilités. Elles sont parfois signalées dans le texte par le symbole  $\Leftrightarrow$ , mais ce repérage n'est pas exhaustif.

La présentation de l'**algèbre linéaire** est faite par le biais du calcul : systèmes d'équations linéaires, calcul matriciel. Seule la présentation de l'espace vectoriel  $K^n$  est demandée. L'espace vectoriel, comme objet général, n'est présenté qu'en seconde année. Ce choix a pour ambition de donner aux étudiants une connaissance et une habitude « pratique » du calcul multidimensionnel qui confère à l'introduction de la notion abstraite d'espace vectoriel un arrière-plan concret. En préparation de la seconde année, diverses situations permettent d'observer la structure d'espace vectoriel (fonctions, polynômes, suites) sans que la définition ait besoin d'être posée.

Dans la partie du programme consacrée à l'**analyse**, le but est de mettre en place les méthodes courantes de travail sur les suites et les fonctions. L'analyse est un outil pour les probabilités et pour les autres sciences et permet de développer la rigueur. On s'attache principalement à développer l'aspect opératoire, et donc à n'insister ni sur les questions les plus fines ou spécialisées ni sur les exemples « pathologiques ». On évite les situations conduisant à une trop grande technicité calculatoire.

La partie relative aux **probabilités** vise à consolider et à développer la formation des étudiants au raisonnement probabiliste, initiée dès la classe de Troisième et poursuivie jusqu'en classe Terminale. Une reprise de notions de statistique descriptive, réparties dans divers programmes allant des classes de Cinquième à la classe de Première, sert de base pour une étude élémentaire de la régression linéaire (ou ajustement affine), technique fréquemment utilisée dans les sciences expérimentales. Dans le domaine des probabilités, l'accent est mis sur le langage de la théorie des ensembles, les techniques élémentaires de dénombrement, et sur les espaces probabilisés finis. Tout ce qui concerne les variables aléatoires dont l'ensemble des valeurs est infini est traité en seconde an-

née, de même que la statistique inférentielle. Les diverses notions seront illustrées par des exemples issus de la vie courante ou des diverses sciences.

En cohérence avec l'introduction d'un enseignement d'algorithmique au lycée, le programme encourage la **démarche algorithmique** et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels) ; le maniement de ces outils fait partie intégrante de la formation.

Le programme est organisé en deux grandes parties de volume sensiblement équivalent, conçues pour être traitées dans l'ordre au cours de deux semestres ; en revanche, au sein de chaque partie, aucun ordre particulier n'est imposé. L'ordre proposé dans le présent programme assure une bonne cohérence dans l'apparition des nouveaux concepts, mais il n'est pas le seul possible.

## 2 – Programme du premier semestre

### Outils 1 – Vocabulaire de la logique et des ensembles

Les notions présentées ci-dessous, introduites dès la classe de Seconde, sont reprises comme outils pour l'algorithmique et les probabilités et doivent faire l'objet d'un développement très modeste sans abstraction excessive. Les exemples illustrant ces notions seront une première occasion d'introduire des situations probabilistes.

Ces notions ne pourront constituer le thème principal d'aucune question d'écrit ou d'oral.

Contenus	Commentaires
<b>a) Logique élémentaire</b> Assertion, négation, « et », « ou », implication, équivalence. Négation d'un « et » et d'un « ou ». Distributivité du « ou » sur le « et » et du « et » sur le « ou ».	Le principe de contraposition est rappelé.
<b>b) Vocabulaire des ensembles</b> Ensemble, élément, appartenance. Sous-ensemble (ou partie), inclusion. Réunion. Intersection. Complémentaire. Complémentaire d'une union et d'une intersection, distributivité de $\cup$ sur $\cap$ et de $\cap$ sur $\cup$ . Couple, $n$ -uplet. Produit cartésien.  Quantificateurs universel et existentiel. Négation d'une assertion quantifiée.	On se limite aux unions et intersections finies. Le complémentaire d'une partie $A$ est noté $\bar{A}$ . Un élément de $E^p$ sera appelé une $p$ -liste d'éléments de $E$ . Ces éléments, présentés dans les classes antérieures, sont repris afin de viser une expression mathématique précise. L'usage des quantificateurs hors des énoncés mathématiques est à proscrire.

**Exemples de capacités :** employer le langage de la théorie des ensembles pour communiquer avec précision ; traduire un énoncé en langue française en un énoncé symbolique ; maîtriser différentes formes de raisonnement.

### Outils 2 – Nombres

L'objectif de ce chapitre est de consolider et de compléter les acquis des classes antérieures afin que ces outils soient familiers aux étudiants.

Les ensembles **N**, **Z**, **Q**, **R** et **C** sont supposés connus.

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Nombres entiers</b> Raisonnement par récurrence.</p>	<p>Lorsqu'un raisonnement par récurrence nécessite une hypothèse dite « forte », la formulation de cette hypothèse devra être proposée.</p>
<p><b>b) Nombres réels</b> Intervalles. Valeur absolue. Partie entière. Exposants, racine carrée. Identités remarquables. Manipulation des inégalités. Résolutions d'équations et d'inéquations simples. Majorant, minorant, plus grand, plus petit élément d'une partie non vide de <b>R</b>. Borne supérieure, borne inférieure.</p>	<p>On se limite à une simple description des différents types d'intervalles. Interprétation de la valeur absolue en termes de distance. On adopte la notation internationale <math>[\cdot]</math> pour la partie entière afin de ne pas la confondre avec l'espérance. On se limite, à ce stade, aux puissances du type <math>x^n</math>, <math>x \in \mathbf{R}^*</math>, <math>n \in \mathbf{Z}</math>. On attend une maîtrise des formules <math>(xy)^n = x^n y^n</math>, <math>x^{n+m} = x^n x^m</math>, <math>(x^n)^m = x^{nm}</math>, <math>\sqrt{x^2} =  x </math>, <math>\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}</math>. Les attendus se limitent aux formules suivantes (dans <b>R</b> ou <b>C</b>) : <math>(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2</math> <math>a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)</math> Il s'agit d'une simple reprise des règles de calcul algébrique sur les inégalités. Il s'agit d'une reprise des types d'équations et inéquations abordées dans les classes antérieures. On admet l'existence de la borne supérieure d'une partie majorée non vide.</p>
<p><b>c) Nombres complexes</b> Écriture algébrique d'un nombre complexe. Parties réelle et imaginaire. Propriétés élémentaires de Re et Im. Représentation géométrique d'un nombre complexe. Affixe d'un point, d'un vecteur. Interprétation géométrique de la somme de deux complexes. Conjugué d'un nombre complexe. Interprétation géométrique. Propriétés de la conjugaison. Module d'un nombre complexe. Interprétation géométrique. Propriétés du module : multiplicativité, inégalité triangulaire. Notation <math>e^{i\theta}</math>. Propriétés <math> e^{i\theta}  = 1</math>, <math>e^{i(\alpha+\beta)} = e^{i\alpha} \times e^{i\beta}</math>, <math>e^{-i\theta} = \overline{e^{i\theta}}</math>, <math>(e^{i\theta})^n = e^{in\theta}</math>, formules d'Euler. Arguments d'un nombre complexe non nul. Écriture exponentielle d'un nombre complexe non nul.</p>	<p>L'utilisation des nombres complexes pour résoudre des problèmes de géométrie n'est pas un objectif du programme. On fait ressortir l'efficacité du formalisme de la conjugaison (par exemple pour montrer qu'un nombre complexe est réel ou imaginaire pur). Suivant les contextes, on choisit la formulation adéquate : <math> z  = \sqrt{z\bar{z}}</math> ou <math> a + ib  = \sqrt{a^2 + b^2}</math>. On met en évidence quelques choix usuels d'intervalles permettant de définir l'argument.</p>

Contenus (suite)	Commentaires
Résolution des équations du second degré à coefficients réels. Somme et produit des racines.  Définition de $e^z$ pour $z \in \mathbf{C}$ . Formule $e^{z_1+z_2} = e^{z_1} \times e^{z_2}$ .	L'équation du second degré à coefficients complexes, les racines $n$ -èmes de l'unité ou d'un nombre complexe quelconque ne sont pas des attendus du programme.

**Exemples de capacités :** démontrer par récurrence ; manipuler des égalités et des inégalités ; calculer sur des nombres réels et complexes.

### Outils 3 – Trigonométrie

Le but de ce chapitre est surtout la maîtrise des calculs trigonométriques en employant les formules signalées. Les fonctions trigonométriques elles-mêmes seront vues plus loin.

Contenus	Commentaires
Définition de $\cos(\theta)$ , $\sin(\theta)$ et $\tan(\theta)$ . Périodicité et symétries.  Formules de trigonométrie.	On fait le lien avec les symétries agissant sur le cercle trigonométrique. Formules découlant des symétries de $\cos$ , $\sin$ et $\tan$ . $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$ $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$ $\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)$ $\quad = 2\cos^2(\theta) - 1 = 1 - 2\sin^2(\theta)$ $\sin(2\theta) = 2\sin(\theta)\cos(\theta)$ Les autres formules de trigonométrie ne sont pas des attendus du programme.
Résolution d'équations trigonométriques simples : $\cos(x) = c$ , $\sin(x) = s$ et $\tan(x) = t$ . Notations $\arccos$ , $\arcsin$ , $\arctan$ .	On introduit les notations $\arccos$ , $\arcsin$ et $\arctan$ en donnant les définitions correspondantes en termes de solutions d'équations dans certains intervalles et en admettant l'existence et l'unicité de ces solutions.
Transformation de $a\cos(\theta) + b\sin(\theta)$ en $r\cos(\theta + \varphi)$ . Résolution de $a\cos(\varphi) + b\sin(\varphi) = c$ .	La méthode n'est pas imposée. $\Leftrightarrow$ On fait le lien avec diverses situations rencontrées en sciences physiques.
Linéarisation de $\cos^p(\theta)\sin^q(\theta)$ .	On se limite à de petites valeurs de $p$ et $q$ .

**Exemple de capacité :** employer des formules pour résoudre des équations ou des problèmes faisant intervenir la trigonométrie.



## Outils 4 – Méthodes de calcul

L'objectif de ce chapitre est de mettre en place quelques principes et exemples de maniement des symboles  $\Sigma$  et  $\Pi$ , dont les usages sont constants. La présentation des coefficients binomiaux peut être faite dans ce contexte ou bien en lien avec le dénombrement.

On travaille dans **R** ou dans **C**.

Contenus	Commentaires
<p>Notation <math>\Sigma</math>.</p> <p>Règles de calcul sur le symbole <math>\Sigma</math>.</p> <p>Sommes doubles : <math>\sum_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq m}} a_{i,j}</math> et <math>\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} a_{i,j}</math>.</p> <p>Notation <math>\Pi</math>.</p> <p>Règles de calcul sur le symbole <math>\Pi</math>.</p> <p>Factorielle, notation <math>n!</math>.</p> <p>Somme de termes consécutifs d'une progression géométrique : <math>\sum_{0 \leq k \leq n} q^k = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}</math>.</p> <p>Sommes des <math>n</math> premiers entiers et des <math>n</math> premiers carrés.</p> <p>Coefficients binomiaux.</p> <p>Triangle de Pascal.</p> <p>Formule du binôme.</p>	<p>On précise qu'une somme ayant un ensemble d'indices vide est nulle.</p> <p>Linéarité, changements d'indices (translations et symétries), télescopages.</p> <p>Les attendus du programme se limitent au maniement de ces symboles conduisant à les mettre sous la forme de deux sommes simples successives.</p> <p>On précise qu'un produit ayant un ensemble d'indices vide vaut 1.</p> <p>On se contente de mettre en valeur la multiplicativité du symbole <math>\Pi</math>.</p> <p>La raison <math>q</math> est dans <math>\mathbf{C} \setminus \{1\}</math>.</p> <p>On adopte la définition suivante :</p> $\binom{n}{k} = \begin{cases} \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} & \text{si } k < 0 \text{ ou } k > n \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$ <p>On met en valeur les formules :</p> $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad \binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$ $\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$

**Exemples de capacités :** calculer efficacement avec des symboles de sommes et produits ; transformer des expressions contenant des coefficients binomiaux.

## Outils 5 – Vocabulaire des applications

On évite ici tout excès de formalisme et on illustre les notions présentées par des exemples issus de fonctions de **R** dans **R**.

Ces notions ne pourront constituer le thème principal d'aucune question d'écrit ou d'oral.

Contenus	Commentaires
<p>Application d'un ensemble de départ dans un ensemble d'arrivée.</p> <p>Image directe d'une partie de l'ensemble de départ.</p>	<p>On introduit l'exemple des fonctions indicatrices.</p> <p>La notion d'image réciproque d'une partie de l'ensemble d'arrivée n'est pas un attendu du programme.</p>

Contenus (suite)	Commentaires
Composition.  Injection, surjection, bijection, application réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.	On étudie quelques exemples fournis par des fonctions de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$ que l'on compose de diverses manières.  On fait remarquer que, dans le cadre des fonctions de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$ , une bijection et sa réciproque ont des graphes symétriques l'un de l'autre par rapport à la première bissectrice.

**Exemple de capacité :** démontrer qu'une application est injective ou surjective.

## Outils 6 – Dénombrement

Le but de ce chapitre est de mettre en place un vocabulaire efficace pour décrire (ou modéliser) et analyser les problèmes combinatoires, ainsi que quelques résultats fondamentaux associés. Les résultats de ce chapitre seront justifiés intuitivement, sans recours à des démonstrations formelles. De façon générale, on évitera tout excès de technicité dans les dénombrements.

Tous les ensembles considérés dans ce chapitre sont finis.

Dans les définitions qui suivent, on suppose que  $\text{card}(E) = n$ .

Contenus	Commentaires
Cardinal, notation $\text{card}(E)$ . Deux ensembles finis $E$ et $F$ ont le même cardinal si, et seulement si, il existe une bijection entre $E$ et $F$ . Cardinal d'une union disjointe. Formule $\text{card}(A \cup B) = \text{card}A + \text{card}B - \text{card}(A \cap B)$ . Cardinal d'un produit cartésien. Un élément de $E^p$ est appelée une $p$ -liste de $E$ . Il y a $n^p$ $p$ -listes de $E$ .  Une $p$ -liste est dite sans répétition lorsque ses éléments sont distincts deux à deux. Il y a $n(n-1)\cdots(n-p+1)$ $p$ -listes sans répétition de $E$ . Une liste de $E$ contenant exactement une fois chaque élément de $E$ est appelée une permutation de $E$ . Il y a $n!$ permutations de $E$ . Si $p \leq n$ , une $p$ -combinaison de $E$ est une partie de $E$ à $p$ éléments. Il y a $\binom{n}{p}$ $p$ -combinaisons de $E$ . Cardinal de l'ensemble des parties de $E$ .	On définit le cardinal grâce à la notion intuitive de nombre d'éléments.    C'est le nombre de façons de choisir successivement $p$ objets parmi $n$ , avec d'éventuelles répétitions.  C'est le nombre de façons de choisir successivement $p$ objets parmi $n$ , sans répétition.  C'est le nombre de façons de choisir successivement tous les objets d'un ensemble, sans répétition.  C'est le nombre de façons de choisir simultanément $p$ objets parmi $n$ . On peut sur cette base réinterpréter la formule du binôme.

**Exemples de capacités :** modéliser une situation combinatoire au moyen d'un vocabulaire précis ; mener un calcul de dénombrement.

## Analyse 1 – Suites usuelles

Le but de ce chapitre est d'étendre un peu l'ensemble des suites « connues » et de développer les aptitudes au calcul sur ces suites ; le point de vue est ici algébrique.

On ne travaille ici qu'avec des suites réelles.

Contenus	Commentaires
Somme, produit, quotient de suites réelles. Suites arithmétiques, suites géométriques. Suites arithmético-géométriques. Suites vérifiant une relation du type $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ .	Pour ces deux situations, l'attendu se limite à la maîtrise d'une méthode de calcul du $n^{\text{ème}}$ terme. $\Leftrightarrow$ On pourra illustrer ces différents types de suites avec des modèles discrets de populations.

**Exemple de capacité :** obtenir une expression pour le terme d'ordre  $n$  d'une suite arithmétique, géométrique ou arithmético-géométrique.

## Analyse 2 – Fonctions usuelles

Le but de ce chapitre est de consolider et d'enrichir modérément le registre des fonctions usuelles. Pour chaque fonction, la maîtrise attendue concerne la définition, les principales propriétés, la formule de dérivation (avec son domaine de validité) et la courbe représentative.

Contenus	Commentaires
Parité, périodicité. Fonctions majorées, minorées, bornées. Monotonie. Opérations algébriques. Fonctions puissances d'exposant entier (dans $\mathbf{Z}$ ), polynômes. Fonction racine carrée. Fonctions exponentielle et logarithme népérien (ln). Notation $a^b$ . Fonctions exponentielles : $x \mapsto a^x$ avec $a \in \mathbf{R}_+^*$ . Fonction logarithme décimal (log). Fonctions puissances : $x \mapsto x^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Z}$ Fonctions circulaires : sin, cos et tan. Fonctions partie entière $[\cdot]$ et valeur absolue $ \cdot $ .	On se contente de donner ou de rappeler les définitions dans le cadre des fonctions réelles de la variable réelle. $\Leftrightarrow$ Pour ces diverses fonctions, les courbes représentatives sont mises en valeur comme des outils fondamentaux pour la modélisation, la reconnaissance des formes graphiques etc. On généralise les propriétés évoquées dans Outils 2.  Les logarithmes dans une base différente de e et 10 sont hors-programme. Les fonctions hyperboliques sont hors-programme. $x \mapsto x^\alpha$ est définie sur $\mathbf{R}_+^*$ . Formule $\tan' = 1 + \tan^2 = \frac{1}{\cos^2}$ .

**Exemples de capacités :** employer les fonctions usuelles ; reconnaître, distinguer et employer les graphes des fonctions usuelles.

## Analyse 3 – Dérivées et primitives

Le but de ce chapitre est de consolider et de compléter la maîtrise des règles de dérivation et de quelques techniques de primitivation, en vue des applications physiques et aux équations différentielles.

Contenus	Commentaires
<b>a) Dérivées</b> Calculs des dérivées : sommes, produits, quotients.  Dérivation d'une fonction composée.  Dérivées partielles d'une fonction de deux variables.	Révision des règles correspondantes. Les dérivées des fonctions usuelles doivent être connues. On insiste sur le fait qu'une composée de fonctions dérivables est dérivable. On introduit les notations $\frac{\partial}{\partial x}$ , $\frac{\partial}{\partial y}$ . $\Leftrightarrow$ Le calcul des dérivées partielles est présenté en lien avec l'usage qui en est fait en physique.
<b>b) Primitives</b> Primitives usuelles et calculs simples de primitives.  Primitivation par parties.	Révision de ce qui a été présenté en classe terminale (notamment : primitives de $u'e^u$ , $u'u^n$ , $u'/u$ , $u'/\sqrt{u}$ , $u' \sin u$ , $u' \cos u$ ). On met en valeur $x \mapsto x \ln(x) - x$ comme primitive de $\ln$ .

**Exemples de capacités :** dériver une expression par rapport à une variable figurant dans cette expression ; calculer une primitive simple.

## Analyse 4 – Équations différentielles linéaires à coefficients constants

L'objectif de ce chapitre est de mettre en place assez tôt la problématique des équations différentielles, en vue des usages qui en sont faits en physique, chimie, biologie.

Contenus	Commentaires
Résolution de $y' + ay = b$ où $a$ et $b$ sont des constantes réelles. Résolution de $y'' + ay' + by = c$ où $a$ , $b$ et $c$ sont des constantes réelles.  Principe de superposition.	$\Leftrightarrow$ On peut montrer des exemples tirés de la cinétique chimique. $\Leftrightarrow$ On traite en exemple l'équation de l'oscillateur harmonique $y'' + \omega^2 y = 0$ ; les solutions sont présentées sous diverses formes. $\Leftrightarrow$ Il s'agit de mettre en évidence la linéarité des « sorties » (la fonction $y$ ) par rapport aux « entrées » (ici, la constante $c$ ).

## Algèbre linéaire 1 – Systèmes linéaires

Le premier contact avec l'algèbre linéaire est de nature algorithmique. Il est envisageable de programmer l'algorithme du pivot à condition de rester dans un cas très simple.

On travaille dans  $K = \mathbf{R}$  ou  $\mathbf{C}$ .

Contenus	Commentaires
Systèmes d'équations linéaires.	

Contenus (suite)	Commentaires
<p>Systèmes linéaires équivalents. Opérations élémentaires.</p> <p>Réduction d'un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss.</p> <p>Rang d'un système : c'est son nombre de pivots après réduction.</p> <p>Résolution : un système linéaire a zéro, une seule ou une infinité de solutions. Dans ce dernier cas, on exprime toutes les inconnues en fonction de certaines d'entre elles.</p>	<p>Les opérations élémentaires sont : multiplier une équation par un scalaire non nul, ajouter à une équation une combinaison linéaire des autres.</p> <p>On se limite à la mise en pratique de la méthode; l'écriture formelle d'un algorithme de réduction n'est pas un attendu du programme.</p> <p>On admet que ce nombre est indépendant du choix des pivots.</p> <p>On fait le lien avec les problèmes d'intersection de droites et de plans (dans le plan ou dans l'espace).</p>

**Exemples de capacités :** mettre en place une recherche de pivots sur un système linéaire; mener une démarche de résolution d'un système linéaire; discuter de l'existence des solutions d'un système linéaire.

## Algèbre linéaire 2 – Matrices

Le but de ce chapitre est de mettre en place le calcul sur les matrices avec ses analogies et différences vis-à-vis du calcul sur les nombres réels et complexes. La mise en pratique de ce calcul peut nécessiter l'usage de moyens spécifiques (calculatrice, ordinateur).

On travaille dans  $K = \mathbf{R}$  ou  $\mathbf{C}$ .

Contenus	Commentaires
<p>Matrices : définition, vocabulaire. Matrice nulle. Matrices carrées, matrices lignes, colonnes. Matrices triangulaires, diagonales. Matrice identité. Opérations sur les matrices : somme, produit par un scalaire, produit matriciel. Propriétés de ces opérations.</p> <p>Transposée d'une matrice. Transposée d'une somme, d'un produit de matrices. Matrices carrées symétriques. Écriture matricielle d'un système linéaire. Rang d'une matrice.</p> <p>Matrices carrées inversibles, matrice inverse, inverse d'un produit, inverse de la transposée d'une matrice carrée inversible. Recherche pratique de l'inverse d'une matrice.</p>	<p>Produit de matrices diagonales.</p> <p>On peut remarquer que la formule du binôme est applicable dans le cas de matrices qui commutent.</p> <p>On adapte la méthode du pivot qui devient un algorithme opérant sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Le rang d'une matrice est alors défini comme le nombre de pivots. On admet que le rang d'une matrice et de sa transposée sont les mêmes.</p> <p>L'inversion peut se ramener à la résolution de systèmes linéaires. La description d'un algorithme d'inversion de matrices n'est pas un attendu du programme.</p>

Contenus (suite)	Commentaires
Inversibilité d'une matrice carrée $2 \times 2$ et expression de la matrice inverse lorsqu'elle existe. Application à l'expression de la solution d'un système linéaire $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$ lorsque $ad - bc \neq 0$ .	On introduit la notation $\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ sans aucun développement théorique. Le déterminant des matrices de taille supérieure à 2 est hors-programme.

**Exemples de capacités :** traduire un problème linéaire sous forme matricielle ; mener un calcul faisant intervenir des matrices ; utiliser le rang pour décider de l'existence de solutions d'un problème linéaire ; calculer une matrice inverse dans un cas simple.

## Géométrie 1

Ce chapitre sert de support intuitif et de terrain d'application à l'algèbre linéaire, mais aussi en vue d'applications aux sciences physiques et à la géologie.

Au cours d'une épreuve de mathématiques, la géométrie ne pourra servir que comme outil d'application pour l'algèbre linéaire.

On se place dans le plan et l'espace géométriques usuels munis d'un repère orthonormal.

Contenus	Commentaires
<b>a) Produit scalaire dans le plan ou dans l'espace</b> Vecteurs du plan et de l'espace, colinéarité.  Déterminant de deux vecteurs dans le plan, condition de colinéarité. Produit scalaire de deux vecteurs du plan ou de l'espace. Orthogonalité. Interprétation du produit scalaire en termes de projection orthogonale.	Ce paragraphe vise une consolidation des acquis. Par représentation sous forme de couples ou de triplets de coordonnées, les vecteurs apparaissent comme éléments de $\mathbf{R}^2$ ou $\mathbf{R}^3$ . On fait le lien avec le déterminant d'une matrice carrée $2 \times 2$ . Le produit scalaire est calculé à partir des coordonnées et relié à la norme. On rappelle la définition de la projection orthogonale d'un vecteur sur une droite ou sur un plan.
<b>b) Droites et cercles dans le plan</b> Vecteur directeur d'une droite. Représentation paramétrique d'une droite. Vecteur normal à une droite. Équation cartésienne d'une droite obtenue à l'aide d'un vecteur normal. Coefficient directeur (ou pente) d'une droite. Équation d'un cercle défini par son centre et son rayon.	
<b>c) Droites et plans dans l'espace</b> Vecteur directeur d'une droite. Représentation paramétrique d'une droite. Base d'un plan. Représentation paramétrique d'un plan. Vecteur normal à un plan. Équation cartésienne d'un plan obtenue à l'aide d'un vecteur normal.	Les sphères ne sont pas un attendu du programme.
<b>d) Barycentres</b>	

Contenus (suite)	Commentaires
Définition du barycentre de $n$ points du plan ou de l'espace affectés de coefficients. Coordonnées du barycentre.	$\Leftrightarrow$ La notion de barycentre est principalement introduite pour éclairer diverses notions comme centre de masse (ou d'inertie) en mécanique, le centre de pression en hydrostatique et le point moyen en statistique descriptive.

**Exemples de capacités :** modéliser un problème de nature géométrique au moyen d'équations ; représenter une configuration.

## Algèbre – Polynômes

Les polynômes sont introduits à la fois comme outils de modélisation de phénomènes complexes et comme un domaine permettant un calcul de nature algébrique. Les applications polynomiales sont plus simplement appelées polynômes. Les notions de polynôme en tant qu'objet formel et de fraction rationnelle sont hors-programme.

Contenus	Commentaires
Monômes, degré. Polynômes à coefficients réels ou complexes. Opérations sur les polynômes (somme, produit).  Une combinaison linéaire de monômes de degrés distincts ne peut être nulle que si tous les coefficients sont nuls. Degré.  Coefficients d'un polynôme.  Polynôme dérivé.  Degré d'une somme, d'un produit, d'une dérivée de polynômes. Racines d'un polynôme.  Un polynôme $P$ est factorisable par $X - a$ si, et seulement si, $a$ est une racine de $P$ . Généralisation à plusieurs racines distinctes.  Un polynôme $P$ est factorisable par $(X - a)^k$ si, et seulement si, on a $P^{(j)}(a) = 0$ pour $j \in \{0, 1, \dots, k - 1\}$ . Ordre de multiplicité d'une racine. Théorème de d'Alembert–Gauss : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tout polynôme à coefficients complexes de degré <math>n</math> peut s'écrire <math>a_n(X - x_1) \cdots (X - x_n)</math>, les <math>x_i</math> n'étant pas nécessairement deux à deux distincts.</li> <li>• Tout polynôme de degré <math>n \in \mathbf{N}</math> admet exactement <math>n</math> racines complexes comptées avec leurs ordres de multiplicité.</li> </ul>	On fait apparaître les polynômes comme sommes de monômes. On constate que ces opérations (sur les fonctions) fournissent des polynômes.  On convient que le polynôme nul est de degré $-\infty$ . On montre que deux polynômes sont égaux si, et seulement si, ils ont les mêmes coefficients. Pour les polynômes à coefficients complexes, le polynôme dérivé est défini à partir des coefficients.  Les racines des polynômes du second degré à coefficients réels ont été étudiées dans Outils 2. La division euclidienne est hors-programme. Le nombre de racines distinctes ne dépasse pas le degré. On met en évidence, à partir d'exemples, les notions de racine simple, racine multiple, racine double. La formule de Taylor est hors-programme.  Ce résultat est admis. La décomposition sur $\mathbf{R}$ est hors-programme.  Ce résultat est admis.

Contenus (suite)	Commentaires
Un polynôme de degré inférieur ou égal à $n$ ayant au moins $(n + 1)$ racines, comptées avec leurs ordres de multiplicité, est nul.	En particulier, tout polynôme ayant une infinité de racines est nul.

**Exemples de capacités :** calculer sur des polynômes ; factoriser un polynôme.

## Statistique 1 – Statistique descriptive

La plupart des notions étudiées dans ce chapitre ont été présentées dans les classes antérieures. Il s'agit d'abord de préciser le vocabulaire et de rappeler quelques techniques élémentaires de description statistique.

⇒ Un choix d'exemples, inspirés de situations rencontrées en biologie, géologie, physique ou chimie, permettra de montrer l'intérêt et les limites des résumés statistiques introduits, avant de pouvoir aborder la question du lien éventuel entre deux caractères d'une même population.

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Statistique univariée</b></p> <p>Série statistique de taille <math>n</math> portant sur un caractère <math>x</math>. Distinction entre caractères quantitatifs et qualitatifs.</p> <p>Description d'une série statistique : effectifs, fréquences, fréquences cumulées.</p> <p>Représentations graphiques.</p> <p>Caractéristiques de position (moyenne <math>\bar{x}</math>, médiane, mode).</p> <p>Caractéristiques de dispersion (variance <math>s_x^2</math> et écart-type <math>s_x</math>, quartiles, déciles).</p>	<p>Un caractère est encore appelé variable ou variable statistique. L'observation se traduit par un <math>n</math>-uplet : <math>(x_1, x_2, \dots, x_n)</math>.</p> <p>Diagrammes en bâtons, histogrammes.</p> <p>⇒ On montre, sur des exemples tirés de données réelles, que ces caractéristiques peuvent donner des indications plus ou moins pertinentes.</p>
<p><b>b) Statistique bivariée</b></p> <p>Série statistique double de taille <math>n</math> portant sur deux caractères quantitatifs <math>x</math> et <math>y</math>. Nuage de points de <math>\mathbf{R}^2</math> associé.</p> <p>Point moyen <math>(\bar{x}, \bar{y})</math> du nuage.</p> <p>Caractéristiques d'une série statistique double : covariance <math>s_{xy}</math>, coefficient de corrélation <math>r_{xy}</math>.</p> <p>Ajustement affine selon la méthode des moindres carrés.</p> <p>Interprétation géométrique de l'ajustement affine.</p>	<p>L'observation se traduit par un <math>n</math>-uplet d'éléments de <math>\mathbf{R}^2</math> : <math>((x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n))</math></p> <p>L'optimalité de l'ajustement est, à ce stade, admise.</p> <p>⇒ L'objectif est de mettre en place une méthode largement répandue dans les autres enseignements scientifiques. On présente sur des exemples comment des changements de variables peuvent transformer le nuage de sorte que la droite des moindres carrés soit plus pertinente.</p>

**Exemples de capacités :** décrire une situation statistique au moyen d'indicateurs statistiques ; mettre en place un ajustement affine (ou régression linéaire).



## Analyse 5 – Suites réelles

Contenus	Commentaires
<p>Suites majorées, minorées, bornées. Suites monotones. Convergence, divergence. Limite infinie.</p> <p>Comparaison de la convergence et de la limite d'une suite <math>(u_n)</math> avec celles des deux suites <math>(u_{2n})</math> et <math>(u_{2n+1})</math>. Opérations sur les limites. Résultats fondamentaux sur les limites et inégalités :           <ul style="list-style-type: none"> <li>• Signe d'une suite de limite non nulle.</li> <li>• Passage à la limite dans une inégalité large.</li> <li>• Théorème dit « des gendarmes » et extension aux limites infinies.</li> </ul> </p> <p>Théorème de la limite monotone.</p> <p>Suites adjacentes et théorème des suites adjacentes. Exemples d'étude de suites du type <math>u_{n+1} = f(u_n)</math>.</p> <p>Croissances comparées entre les suites factorielle, puissance (<math>n^\alpha</math> avec <math>\alpha &gt; 0</math>), géométriques (<math>a^n</math> avec <math>a &gt; 1</math>).</p> <p>Suites équivalentes, notation <math>u_n \sim v_n</math>. L'équivalence est compatible avec la multiplication, la division et l'élevation à une puissance constante. Utilisation des équivalents pour la recherche de limites.</p>	<p>La définition d'une limite par <math>(\varepsilon, n_0)</math> est présentée, mais aucune technicité ne pourra être exigée en la matière.</p> <p>Utilisation de cette comparaison pour justifier une divergence. La notion générale de suite extraite est hors programme.</p> <p>Toute suite réelle monotone admet une limite finie ou infinie.</p> <p>L'étude numérique (par itération) et graphique sont présentées comme outils d'étude et de formation de conjectures. L'objectif est alors l'étude de la monotonie et de la convergence de telles suites dans les cas simples de fonctions <math>f</math> monotones. Aucun théorème général relatif à ce type de suites n'est exigible des étudiants.</p> <p>Le développement sur les équivalents doit être modeste et se limiter aux suites dont le terme général ne s'annule pas à partir d'un certain rang.</p>

**Exemples de capacités :** démontrer ou réfuter une convergence de suite ; comparer deux suites asymptotiquement.

## 3 – Programme du second semestre

### Probabilités 1 – Concepts de base des probabilités

Le but de ce chapitre est de reprendre de manière systématique les bases des probabilités finies telles qu'introduites en classes de Seconde et Première et de les compléter avec l'étude du conditionnement abordé en classe Terminale.

⇔ Ce domaine peut être avantageusement illustré avec une diversité de situations tirées de la génétique.

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Vocabulaire des expériences aléatoires et probabilités</b></p> <p>Ensemble des résultats possibles de l'épreuve (univers). Évènements. Évènement certain, évènement impossible. Évènements incompatibles</p> <p>Système complet d'évènements.</p> <p>Probabilité.</p> <p>Propriétés d'une probabilité :</p> $P(\bar{A}) = 1 - P(A), P(\emptyset) = 0, P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}),$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$ <p>Si <math>\Omega = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}</math> et <math>p_1, p_2, \dots, p_n</math> sont des réels positifs ou nuls de somme 1, il existe une et une seule probabilité <math>P</math> sur <math>\Omega</math> telle que <math>P(\{x_i\}) = p_i</math> pour tout <math>i</math>.</p> <p>Cas de l'équiprobabilité : probabilité uniforme.</p>	<p>On se limite au cas où l'algèbre des évènements est l'ensemble des parties de <math>\Omega</math>.</p> <p>Un système complet pour <math>\Omega</math> est une famille finie de parties deux à deux disjointes dont la réunion est l'ensemble <math>\Omega</math>.</p> <p>La formule du crible est hors-programme.</p> <p>Choisir les valeurs des <math>p_i</math> revient à choisir un modèle probabiliste.</p>
<p><b>b) Étude du conditionnement</b></p> <p>Définition de la probabilité conditionnelle.</p> <p><math>P_A</math> est une probabilité.</p> <p>Formule de conditionnement <math>P(A \cap B) = P(A)P(B A)</math>.</p> <p>Formule des probabilités composées (conditionnements successifs).</p> <p>Formule des probabilités totales <math>P(B) = \sum_i P(B \cap A_i)</math>.</p> <p>Formule de Bayes.</p> <p>Indépendance de deux évènements, de deux épreuves. Évènements (mutuellement) indépendants, épreuves (mutuellement) indépendantes.</p>	<p>On utilise l'une ou l'autre des deux notations <math>P(B A)</math> et <math>P_A(B)</math> pour la « probabilité de <math>B</math> sachant <math>A</math> » (probabilité de <math>B</math> sachant que <math>A</math> est réalisé).</p> <p>Dans le cas où les <math>P(A_i)</math> sont non nuls, interprétation en termes de probabilités conditionnelles.</p> <p>On utilise des représentations telles que arbres, tableaux, diagrammes, etc.</p> <p>On souligne le lien qui existe entre les hypothèses d'indépendance et les choix faits lors de la modélisation du problème étudié.</p> <p>La notion générale de probabilité produit n'est pas un attendu du programme.</p>

**Exemples de capacités :** modéliser une expérience aléatoire au moyen d'une probabilité ; calculer la probabilité d'un évènement ; élaborer une hypothèse d'indépendance et l'utiliser pour calculer des probabilités.

## Analyse 6 – Limites, continuité

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Limites</b></p> <p>Limite d'une fonction en un point. Limite à droite, limite à gauche. Limite en <math>+\infty</math> ou <math>-\infty</math>.</p> <p>Si <math>(u_n)</math> tend vers <math>a</math> et si la limite de <math>f</math> en <math>a</math> est <math>b</math>, alors la suite <math>(f(u_n))</math> tend vers <math>b</math>.</p>	<p>La définition d'une limite par <math>(\epsilon, \alpha)</math> est présentée, mais les détails techniques ne sont pas un attendu du programme.</p>

Contenus (suite)	Commentaires
Opérations sur les limites. Limite de fonctions composées. Résultats fondamentaux sur les limites et inégalités : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Signe d'une fonction de limite non nulle.</li> <li>• Passage à la limite dans une inégalité large.</li> <li>• Théorème dit « des gendarmes » et extension aux limites infinies.</li> </ul> Théorème de la limite monotone.	Une fonction monotone sur un intervalle ouvert admet une limite finie ou infinie aux bornes de l'intervalle.
<b>b) Comparaison de fonctions</b> Croissances comparées des fonctions exponentielles, puissances et logarithmes. Fonctions équivalentes, notation $f \sim g$ . L'équivalence est compatible avec la multiplication, la division et l'élevation à une puissance constante. Utilisation des équivalents pour la recherche de limites.	Le développement reste modeste et se limite aux fonctions qui ne s'annulent pas au voisinage du point de référence.
<b>c) Continuité</b> Continuité en un point. Continuité à droite et à gauche. Opérations, composition. Prolongement par continuité. Continuité sur un intervalle. Toute fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes. Théorème des valeurs intermédiaires.	Ce résultat est admis.  On peut présenter une idée de la démonstration en s'appuyant sur un principe de dichotomie.
<b>d) Bijections continues</b> Théorème de la bijection : une fonction $f$ continue et strictement monotone sur un intervalle $I$ réalise une bijection de $I$ sur l'ensemble $f(I)$ , qui est un intervalle, et sa réciproque est continue et strictement monotone sur $f(I)$ . Définition, monotonie et représentation graphique des fonctions $\sqrt[n]{\phantom{x}}$ . Définition, monotonie et représentation graphique de la fonction arctan.	On peut illustrer l'algorithme de dichotomie sur des exemples d'équations de type $f(x) = 0$ .  La fonction $\sqrt[n]{\phantom{x}}$ est définie et continue sur $\mathbf{R}$ (respectivement sur $\mathbf{R}_+$ ) lorsque $n$ est impair (respectivement $n$ est pair). Aucune formule n'est à connaître excepté l'imparité de la fonction arctan.

**Exemples de capacités :** calculer une limite de fonction ; comparer deux fonctions asymptotiquement ; résoudre de manière approchée une équation de type  $f(x) = 0$ .

## Analyse 7 – Dérivation

Contenus	Commentaires
<b>a) Dérivée</b> Dérivée en un point. Dérivée à gauche, dérivée à droite. Fonction dérivée. Notations $f'$ et $\frac{df}{dx}$ . Interprétation graphique, équation de la tangente à une courbe d'équation $y = f(x)$ .	Révisions des acquis des classes antérieures.

Contenus (suite)	Commentaires
Opérations sur les dérivées : linéarité, produit, quotient, fonction composée. Dérivation d'une fonction réciproque.	Dérivée de la fonction arctan. Dérivée de la fonction $\sqrt[n]{\phantom{x}}$ (sur $\mathbf{R}^*$ lorsque $n$ est impair et sur $\mathbf{R}_+^*$ lorsque $n$ est pair).
<b>b) Théorème de Rolle et conséquences</b> Théorème de Rolle. Formule des accroissements finis.  Caractérisation des fonctions croissantes (au sens large) par la positivité de leur dérivée. Cas des fonctions constantes. Cas des fonctions strictement croissantes.  Recherche d'extrémums.	L'inégalité des accroissements finis peut être mentionnée mais n'est pas attendu du programme.  On se contente du résultat suivant : si la dérivée est positive ou nulle sur un intervalle et ne s'annule qu'en un nombre fini de points alors la fonction est strictement croissante sur cet intervalle. Le théorème sur la limite de la dérivée est hors-programme.
<b>c) Dérivées d'ordre supérieur</b> Fonctions de classe $\mathcal{C}^n$ , de classe $\mathcal{C}^\infty$ .  Le produit de deux fonctions de classe $\mathcal{C}^n$ est de classe $\mathcal{C}^n$ , la composée de deux fonctions de classe $\mathcal{C}^n$ de même.	La formule de Taylor-Lagrange est hors-programme. La formule de Leibniz est hors programme.

**Exemple de capacité :** étudier les variations d'une fonction de variable réelle et à valeurs réelles.

## Analyse 8 – Développements limités et études de fonctions

Contenus	Commentaires
<b>a) Développements limités</b> Définition de la notation $o(x^n)$ pour désigner des fonctions négligeables devant la fonction $x \mapsto x^n$ pour $n \in \mathbf{Z}$ , au voisinage de 0 ou de l'infini. Définition des développements limités en 0. Unicité des coefficients d'un développement limité.  Opérations sur les développements limités : somme, produit.  Primitivation d'un développement limité. Formule de Taylor-Young : existence d'un développement limité à l'ordre $n$ pour une fonction de classe $\mathcal{C}^n$ . Développements limités usuels au voisinage de 0 : $\exp$ , $\cos$ , $\sin$ , $x \mapsto 1/(1+x)$ , $x \mapsto \ln(1+x)$ , $x \mapsto (1+x)^\alpha$ .	On se ramène, aussi souvent que nécessaire, à la limite d'un quotient.  Les problèmes de développement limité en un réel non nul ou en $\pm\infty$ sont ramenés en 0. L'obtention d'un développement limité pour une fonction composée est présentée et exercée sur des exemples simples.  La formule de Taylor-Young peut être admise.  Les exercices de calcul de développements limités ont pour objet de faciliter l'assimilation des propriétés fondamentales, et ne doivent pas être orientés vers la virtuosité calculatoire.

Contenus (suite)	Commentaires
Exemples d'approximations numériques des fonctions dérivées : pour une fonction de classe $\mathcal{C}^2$ au voisinage de $x$ , approximation de $f'(x)$ par $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ ; pour une fonction de classe $\mathcal{C}^3$ , par $\frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$ .	<p><math>\Leftrightarrow</math> La formule de Taylor-Young (à l'ordre 2 ou 3) montre l'intérêt de ces approximations, introduites en vue de l'usage dans les autres enseignements. En mathématiques, le développement reste modeste et, en particulier, on ne cherchera pas à majorer l'erreur.</p> <p>La première de ces deux approximations conduit à la méthode d'Euler (Analyse 10). L'expérimentation numérique avec un logiciel ou une calculatrice permet bien de mettre en évidence le phénomène.</p>
<p><b>b) Étude de fonctions et recherche d'asymptotes</b></p> <p>Méthodologie d'étude d'une fonction.</p> <p>Étude des branches infinies : branches paraboliques, recherche de droites asymptotes et étude de la position de la courbe par rapport à ses asymptotes.</p> <p>Exemples de démarches de résolutions approchées d'équations de la forme <math>f(x) = 0</math>, <math>f</math> étant une fonction de classe <math>\mathcal{C}^1</math> au moins sur un intervalle de <math>\mathbf{R}</math>.</p>	<p>La convexité comme l'étude des courbes paramétrées sont hors-programme.</p> <p>On choisit des exemples mettant en évidence la nécessité de séparer les racines.</p> <p><math>\Leftrightarrow</math> On présente la méthode de Newton comme algorithme d'approximation.</p>

**Exemples de capacités :** calculer et utiliser des développements limités ; effectuer une recherche d'asymptote ; mener une démarche d'approximation.

### Algèbre linéaire 3 – Espaces vectoriels et sous-espaces vectoriels

L'espace vectoriel, comme objet général et abstrait, n'est formellement présenté qu'en seconde année.

Ce choix a pour ambition de donner aux étudiants une connaissance et une habitude « pratique » du calcul multidimensionnel qui confèrera à l'introduction de la notion générale d'espace vectoriel un arrière-plan concret. Le but est donc, en première année, de faire maîtriser les concepts fondamentaux sans excès de technicité ni d'abstraction en centrant le travail sur le calcul matriciel et les systèmes linéaires. Le lien avec la géométrie est à faire en chaque occasion propice.

On travaille dans  $K = \mathbf{R}$  ou  $\mathbf{C}$ .

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Structure vectorielle</b></p> <p>Description de la structure vectorielle de <math>K^n</math>, règles de calcul.</p> <p>Combinaison linéaire d'une famille finie de vecteurs. Sous-espaces vectoriels.</p> <p>Intersection d'un nombre fini de sous-espaces vectoriels.</p> <p>Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs.</p> <p>Famille génératrice finie d'un sous-espace vectoriel. Famille libre finie, famille liée finie.</p>	<p>On fait le lien avec les règles de calcul des vecteurs du plan et de l'espace de la géométrie.</p> <p>On entend par sous-espace vectoriel un ensemble de vecteurs stable par combinaison linéaire et contenant le vecteur nul.</p> <p>On utilise la notation <math>\text{Vect}(x_1, x_2, \dots, x_k)</math>.</p>

Contenus (suite)	Commentaires
<p>Bases d'un sous-espace vectoriel.</p> <p>Coordonnées d'un vecteur par rapport à une base.</p> <p>Base canonique de <math>K^n</math>.</p>	<p>On admet l'existence de bases pour tout sous-espace vectoriel.</p> <p>Une interprétation matricielle est ici pertinente, amenant à parler de la matrice colonne associée au vecteur, puis de la matrice d'une famille de vecteurs.</p>
<p><b>b) Dimension</b></p> <p>Dimension.</p> <p>Dans un sous-espace vectoriel de dimension <math>p</math> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Toute famille libre a au plus <math>p</math> éléments.</li> <li>• Une famille libre ayant <math>p</math> éléments est une base.</li> <li>• De toute famille génératrice on peut extraire une base.</li> <li>• Toute famille génératrice a au moins <math>p</math> éléments.</li> <li>• Une famille génératrice ayant <math>p</math> éléments est une base.</li> </ul> <p>Si <math>E</math> et <math>F</math> sont deux sous-espaces vectoriels de <math>K^n</math> avec <math>F \subset E</math>, alors <math>\dim F \leq \dim E</math>; et si les deux dimensions sont égales, alors <math>F = E</math>.</p> <p>Rang d'une famille finie de vecteurs.</p>	<p>On admet que toutes les bases d'un sous-espace vectoriel ont même cardinal appelé dimension du sous-espace vectoriel.</p> <p>Compte tenu des objectifs pédagogiques, la plupart de ces énoncés doivent être admis, mais on peut montrer comment certains de ces résultats peuvent en impliquer d'autres.</p> <p>On complète ces propositions par l'étude du cas particulier des familles orthogonales de deux ou trois vecteurs de l'espace de dimension 2 ou 3.</p> <p>Le théorème de la base incomplète est hors programme.</p> <p>Le rang peut se calculer pratiquement en adaptant la méthode du pivot aux familles finies de vecteurs.</p>

**Exemples de capacités :** choisir une base adéquate pour traduire un problème de manière simple ; calculer un rang ou une dimension.

**Note :** la structure d'espace vectoriel peut être observée dans d'autres contextes que celui qui est précisé ici (fonctions, suites et polynômes), ce qui prépare le travail qui sera fait en seconde année.

## Algèbre linéaire 4 – Applications linéaires et matrices

On travaille dans  $K = \mathbf{R}$  ou  $\mathbf{C}$ .

Contenus	Commentaires
<p>Définition d'une application linéaire de <math>K^p</math> dans <math>K^n</math>.</p> <p>Opérations sur les applications linéaires : addition, multiplication par un scalaire, composition, réciproque. Propriétés de ces opérations.</p> <p>Noyau, image. Lien avec : <math>f</math> injective, <math>f</math> surjective, <math>f</math> bijective.</p> <p>Détermination d'une application linéaire par l'image des vecteurs d'une base. Matrice d'une application linéaire dans des bases.</p> <p>Matrice de la somme de deux applications linéaires, du produit par un scalaire d'une application linéaire, de la composée de deux applications linéaires, de l'application réciproque.</p>	

Contenus (suite)	Commentaires
Rang d'une application linéaire.	On fait le lien entre les différentes notions de rang, vues à propos des systèmes, des familles de vecteurs, des matrices et des applications linéaires.

**Exemples de capacités :** obtenir la matrice d'une application linéaire dans des bases données ; déterminer un noyau ou une image.

**Note :** Les différentes parties de ce programme permettent de faire observer la linéarité d'une application dans d'autres contextes que celui qui est envisagé ici.

## Analyse 9 – Intégration

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Notions fondamentales</b></p> <p>Intégrale d'une fonction continue <math>f</math> sur un segment : <math>F</math> étant une primitive de <math>f</math> sur <math>[a, b]</math>, on pose <math>\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)</math>.</p> <p>Lien avec la notion d'aire pour une fonction continue positive.</p> <p>Propriétés de l'intégrale : linéarité, relation de Chasles, positivité, encadrement de l'intégrale à partir d'un encadrement de la fonction. Pour <math>a &lt; b</math>, majoration <math>\left  \int_a^b f(t) dt \right  \leq \int_a^b  f(t)  dt</math>.</p> <p>Si <math>f</math> est continue sur un intervalle <math>I</math> et <math>a</math> un point de <math>I</math>, alors la fonction <math>F</math> définie sur <math>I</math> par : <math>F(x) = \int_a^x f(t) dt</math> est l'unique primitive de <math>f</math> sur <math>I</math> s'annulant en <math>a</math>.</p> <p>Valeur moyenne d'une fonction continue sur un segment.</p>	<p>L'existence de primitives pour une fonction continue sur un segment est admise.</p> <p>La valeur moyenne appartient à l'ensemble des valeurs atteintes par la fonction.</p>
<p><b>b) Compléments</b></p> <p>Sommes de Riemann sur <math>[0, 1]</math> :</p> $\int_0^1 f(t) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right)$ <p>Intégrale d'une fonction continue par morceaux.</p> <p>Cas d'une fonction en escalier.</p> <p>Intégration par parties.</p> <p>Changement de variables.</p>	<p>Ce résultat est admis.</p> <p>On donne seulement les définitions.</p> <p>Au cours d'une épreuve, sauf dans les cas simples, la nécessité d'une intégration par parties sera indiquée.</p> <p>Au cours d'une épreuve, sauf dans les cas simples, le changement de variable sera donné.</p>

**Exemples de capacités :** calculer une intégrale au moyen d'une primitive ; encadrer une intégrale.

## Analyse 10 – Équations différentielles

Le but de ce chapitre est de développer une familiarité avec une diversité de modèles différentiels utilisés dans les autres enseignements scientifiques, sans verser pour autant

dans une technicité hors de propos. Les problèmes de recollement de solutions ne sont pas un attendu du programme.

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Équations du premier ordre</b>            Résolution (formelle) des équations différentielles du type <math>y' + a(t)y = f(t)</math>, où <math>a</math> et <math>f</math> sont des fonctions continues sur un intervalle et à valeurs réelles. Méthode de la variation de la constante.            Exemples de résolution d'équations différentielles incomplètes (ou autonomes) du type <math>y'(t) = F(y(t))</math>, <math>F</math> étant une fonction continue sur un intervalle et à valeurs réelles.</p>	<p>Pour toute autre équation différentielle une méthode de résolution doit être fournie.</p> <p>Aucune théorie générale ne doit être faite.  <math>\Leftrightarrow</math> On se limite ici à quelques exemples issus de la biologie des populations ou de la cinétique chimique (modèles malthusien, logistique, de Gompertz).  <math>\Leftrightarrow</math> L'usage d'un algorithme de résolution approchée (programmé selon la méthode d'Euler ou fourni par un logiciel) peut intervenir en complément des méthodes de résolution formelle.</p>
<p><b>b) Équations du second ordre</b>            Résolution de <math>y'' + ay' + by = f(t)</math> où <math>a</math> et <math>b</math> sont réels et <math>f</math> une fonction continue sur un intervalle, quand la forme d'une solution particulière est donnée.</p> <p>Principe de superposition.</p>	<p>Lorsque <math>f</math> est de la forme <math>t \mapsto P(t)e^{mt}</math> (<math>m</math> étant un réel et <math>P</math> un polynôme), on proposera de chercher une solution du type <math>t \mapsto Q(t)e^{mt}</math>, <math>Q</math> étant un polynôme dont on indiquera le degré. Lorsque <math>f</math> est de la forme <math>t \mapsto \sin(\omega t)</math> ou <math>t \mapsto \cos(\omega t)</math>, on proposera de chercher une solution du type <math>t \mapsto \lambda \sin(\omega t) + \mu \cos(\omega t)</math> ou <math>t \mapsto \lambda t \sin(\omega t) + \mu t \cos(\omega t)</math>, <math>\lambda</math> et <math>\mu</math> étant à déterminer.  <math>\Leftrightarrow</math> Linéarité des « sorties » (la fonction <math>y</math>) par rapport aux « entrées ».</p>

**Exemples de capacités :** résoudre (formellement) une équation différentielle linéaire ou à variables séparables ; utiliser un logiciel ou un algorithme pour tracer des solutions approchées.

## Analyse 11 – Fonctions réelles de deux variables réelles

Les étudiants sont amenés à manipuler, dans les autres sciences, des fonctions de plusieurs variables. En mathématiques, et dans un but de simplification, on se contente de l'étude de fonctions de deux variables réelles et à valeurs réelles, quitte à faire observer aux étudiants que l'étude de fonctions de trois variables n'est pas foncièrement différente. Les questions de régularité (limites, continuité, classe  $C^1$ ) doivent être évoquées avec une grande parcimonie et en se basant sur l'intuition avant tout. Aucune difficulté ne sera soulevée au sujet des domaines de définition des fonctions considérées.

Ces notions ne pourront constituer le thème principal d'aucune question d'écrit ou d'oral. On s'appuie sur la présentation des dérivées partielles figurant dans Analyse 3.

Contenus	Commentaires
<p>Fonction de deux variables continue, de classe <math>C^1</math> sur un pavé ouvert du plan.</p>	<p>On se contente d'une approche très intuitive de la notion de continuité, pouvant être soutenu par des illustrations graphiques. L'écriture d'une définition formalisée est hors-programme.</p>



Contenus (suite)	Commentaires
<p>Surface représentative d'une fonction de deux variables, courbes ou lignes de niveau.</p> <p>Utilisation des dérivées partielles premières pour évaluer une petite variation de la valeur d'une fonction de classe <math>\mathcal{C}^1</math> découlant de petites variations sur les variables.</p> <p>Dérivation d'une expression de la forme <math>f(x(t), y(t))</math>, la fonction <math>f</math> étant de classe <math>\mathcal{C}^1</math> et les fonctions <math>x, y</math> étant dérivables.</p> <p>Définition du gradient ; calcul dans un repère orthonormal en coordonnées cartésiennes.</p> <p>Dérivées partielles d'ordre deux, interversion des dérivations.</p> <p>Pour une fonction définie sur un pavé ouvert du plan, et admettant des dérivées partielles : les dérivées partielles en un extrémum s'annulent.</p>	<p>On souligne le lien entre fonctions partielles et certaines sections de cette surface.</p> <p>⇔ Des illustrations tirées de problèmes de cartographie, thermodynamique ou géologie sont ici pertinentes.</p> <p>Le théorème de Schwarz est admis.</p> <p>Aucune étude du problème réciproque (condition suffisante d'extrémalité) n'est au programme.</p> <p>On applique ce résultat pour expliquer l'ajustement affine par les moindres carrés.</p>

**Exemples de capacités :** approcher la variation d'une fonction de deux variables au moyen des dérivées partielles ; calculer des dérivées partielles d'ordre deux.

## Probabilités 2 – Variables aléatoires finies

En première année on se limite aux variables aléatoires réelles ne prenant qu'un nombre fini de valeurs.

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Variables aléatoires finies</b></p> <p>On nomme variable aléatoire sur <math>\Omega</math> toute application de <math>\Omega</math> dans <math>\mathbf{R}</math>.</p> <p>La loi [de probabilité] d'une variable aléatoire <math>X</math> est l'application <math>f_X</math> de <math>X(\Omega)</math> dans <math>\mathbf{R}</math> associant à tout <math>x</math> de <math>X(\Omega)</math> le nombre <math>f_X(x) = P(X = x)</math>.</p> <p>La fonction de répartition de <math>X</math> est l'application <math>F_X</math> de <math>\mathbf{R}</math> dans <math>\mathbf{R}</math> associant à tout <math>t</math> réel le nombre <math>F_X(t) = P(X \leq t)</math>.</p> <p>Espérance mathématique <math>E(X)</math> d'une variable aléatoire <math>X</math>. Propriétés.</p> <p>Théorème de transfert : espérance de <math>u(X)</math> à partir de la loi de <math>X</math>.</p> <p>Moments. Variance <math>V(X)</math> d'une variable aléatoire <math>X</math>. Écart-type <math>\sigma(X)</math> d'une variable aléatoire <math>X</math>.</p> <p>Inégalité de Bienaymé–Tchebychev.</p>	<p>On rappellera les représentations graphiques de ces deux fonctions, respectivement en bâtons et en escaliers. Les étudiants doivent savoir déterminer la loi d'une variable aléatoire à partir de sa fonction de répartition. Les propriétés générales des fonctions de répartition (continuité à droite, limites...) ne sont pas au programme.</p> <p>On démontre que l'espérance est positive (si <math>X</math> est positive) et croissante. La linéarité est énoncée mais admise à ce stade.</p> <p>Résultat admis.</p> <p>On met en valeur la formule <math>V(aX + b) = a^2V(X)</math>.</p> <p>On définit à cette occasion la notion de variable centrée et celle de variable centrée réduite.</p>

Contenus (suite)	Commentaires
<p><b>b) Lois usuelles</b></p> <p>Loi certaine, uniforme, de Bernoulli, binomiale, hypergéométrique.</p> <p>Approximation d'une loi hypergéométrique par une loi binomiale.</p> <p>Espérance et variance d'une variable de loi certaine, d'une variable de loi de Bernoulli (ou indicatrice) et d'une variable de loi binomiale.</p> <p>Espérance d'une variable de loi uniforme sur <math>\{1, 2, \dots, n\}</math> et d'une variable de loi hypergéométrique.</p>	<p>Les étudiants doivent savoir reconnaître les situations classiques de modélisation par des lois uniformes, de Bernoulli, hypergéométrique et binomiale. On fait le lien entre la loi de Bernoulli et les variables indicatrices.</p> <p>La convergence en loi est hors-programme.</p> <p>La formule de la variance d'une variable de loi uniforme ou hypergéométrique n'est pas un attendu du programme</p>
<p><b>c) Couples de variables aléatoires finies</b></p> <p>Couple <math>(X, Y)</math> de deux variables aléatoires finies.</p> <p>Loi conjointe, lois marginales.</p> <p>Lois conditionnelles.</p> <p>Loi de la somme de deux variables aléatoires à valeurs entières positives.</p> <p>Théorème de transfert : espérance de <math>u(X, Y)</math> à partir de la loi de <math>(X, Y)</math>.</p> <p>Covariance <math>\text{Cov}(X, Y)</math>.</p> <p>Variance de <math>X + Y</math>.</p> <p>Indépendance de deux variables aléatoires.</p> <p>Si <math>X</math> et <math>Y</math> sont deux variables aléatoires indépendantes, alors <math>u(X)</math> et <math>v(Y)</math> sont indépendantes.</p>	<p>Ce résultat est admis mais peut être utilisé pour justifier la linéarité de l'espérance.</p> <p>Résultat admis.</p>
<p><b>d) Généralisation au cas de <math>n</math> variables aléatoires.</b></p> <p>Espérance de la somme de <math>n</math> variables aléatoires.</p> <p>Indépendance (mutuelle) de <math>n</math> variables aléatoires.</p> <p>Propriétés de l'indépendance mutuelle :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Si <math>X_1, X_2, \dots, X_n</math> sont indépendantes, toute sous-famille l'est aussi.</li> <li>• Si <math>X_1, X_2, \dots, X_n, X_{n+1}, \dots, X_{n+p}</math> sont des variables aléatoires indépendantes, alors <math>u(X_1, X_2, \dots, X_n)</math> et <math>v(X_{n+1}, \dots, X_{n+p})</math> sont indépendantes.</li> <li>• Si <math>X_1, X_2, \dots, X_p</math> sont des variables aléatoires indépendantes, alors <math>u_1(X_1), u_2(X_2), \dots, u_p(X_p)</math> sont indépendantes.</li> </ul> <p>Variance d'une somme de <math>n</math> variables aléatoires indépendantes.</p> <p>Loi de la somme de <math>n</math> variables de Bernoulli indépendantes et de même paramètre.</p>	<p>Les résultats sont admis.</p>

**Exemples de capacités :** modéliser une expérience aléatoire au moyen d'une variable aléatoire ; démontrer que des variables aléatoires sont indépendantes ; calculer une espérance ; calculer une variance.



ÁŒ } ^ Ç ^ Á

# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST)**

Discipline : **Informatique**

**Première et seconde années**

# Programme d'informatique pour les classes BCPST1 et BCPST2

## 1 / Objectifs de formation

### 1.1 / Généralités

L'enseignement de l'informatique en classes préparatoires de la filière BCPST a pour objectif d'introduire puis de consolider les concepts de base de l'informatique, à savoir l'analyse et la conception de processus de raisonnement automatisé, c'est-à-dire des algorithmes, et la question de la représentation des données. Aussi souvent que possible, on favorisera une contextualisation des thèmes informatiques étudiés en s'appuyant sur les autres disciplines scientifiques : biologie, géologie, chimie, physique ou mathématiques.

### 1.2 / Compétences visées

Cet enseignement doit permettre de développer les compétences suivantes :

<b>analyser et modéliser</b>	un problème, une situation, en lien avec les autres disciplines scientifiques
<b>imaginer</b>	une solution modulaire, utilisant des méthodes de programmation, des structures de données appropriées pour le problème étudié
<b>traduire</b>	un algorithme dans un langage de programmation
<b>spécifier</b>	rigoureusement les modules ou fonctions
<b>évaluer, contrôler, valider</b>	des algorithmes et des programmes
<b>communiquer</b>	à l'écrit ou à l'oral, une problématique, une solution ou un algorithme, une documentation.

L'étude et la maîtrise de quelques algorithmes fondamentaux, l'utilisation de structures de données adaptées et l'apprentissage de la syntaxe du langage de programmation choisi permettent de développer des méthodes (ou paradigmes) de programmation fiables et efficaces : programmation impérative, approche descendante, programmation structurée, utilisation de bibliothèques logicielles, notions élémentaires de complexité en temps ou en mémoire, documentation.

La pratique régulière de la résolution de problèmes de nature algorithmique et des activités de programmation qui en résultent est un aspect essentiel de l'apprentissage de l'informatique. Il est souhaitable que les exemples choisis ainsi que certains exercices d'application soient inspirés par les enseignements de biologie et géologie, de physique et chimie, ou de mathématiques.

Le travail sur la documentation est également important, combinant la documentation des programmes lors de leur conception, en vue de leur réutilisation et possibles modifications ultérieures, avec la pratique raisonnée de la recherche d'informations pertinentes dans les documentations en ligne décrivant les différents composants logiciels que les étudiants auront à manipuler.

Enfin, les compétences acquises en informatique ont vocation à participer pleinement à l'élaboration des travaux d'initiative personnelle encadrée (T.I.P.E.) et à être réutilisées au sein des autres enseignements scientifiques.

## 2 / Programme de première année (BCPST1)

### 2.1 / Organisation de cet enseignement

L'ordre de présentation des notions et situations présentées dans les parties 2.3 et 2.4 ci-dessous n'est pas imposé. Il est d'ailleurs recommandé de créer de nombreux liens entre algorithmique et programmation, tout en distinguant soigneusement ces deux domaines.

Un temps introductif sera prévu :

- pour présenter et analyser les relations entre les principaux composants d'une machine numérique telle que l'ordinateur personnel ou un appareil photo numérique : sources d'énergie, mémoire vive, mémoire de masse, processeur, périphériques d'entrée-sortie, ports de communication avec d'autres composants numériques (aucune connaissance particulière des composants cités n'est exigible) ;
- pour présenter et faire manipuler un système d'exploitation (essentiellement : arborescence de fichiers, droits d'accès et de modification de ces derniers) ;
- et pour présenter et faire manipuler un environnement de développement.

### 2.2 / Outils employés

L'enseignement se fonde sur un environnement de programmation (langage et bibliothèques) basé sur un langage interprété largement répandu et à source libre. Au moment de la conception de ce programme, l'environnement choisi est Python. Des textes réglementaires ultérieurs pourront mettre à jour ce choix en fonction des évolutions et des besoins.

Les travaux pratiques conduiront à éditer et manipuler fréquemment des codes sources et des fichiers ; c'est pourquoi un environnement de développement efficace doit être choisi et utilisé. Les étudiants doivent être familiarisés avec les tâches de création d'un fichier source, d'édition d'un programme, de gestion des fichiers, d'exécution et d'interruption d'un programme.

L'étude approfondie de ces divers outils et environnements n'est pas une fin en soi et n'est pas un attendu du programme.

### 2.3 / Programmation

On insistera sur une organisation modulaire des programmes ainsi que sur la nécessité d'une programmation structurée et parfaitement documentée.

Contenus	Capacités	Commentaires
<b>Variables</b> notion de type et de valeur d'une variable, types simples.	Choisir un type de données en fonction d'un problème à résoudre.	Les types simples présentés sont les entiers, flottants, booléens et chaînes de caractères.

Contenus (suite)	Capacités	Commentaires
<b>Expressions et instructions</b> affectation, opérateurs usuels, notion d'expression.		Les expressions considérées ont des valeurs numériques, booléennes ou de type chaîne de caractères.
<b>Instructions conditionnelles</b> expressions booléennes et opérateurs logiques simples, instruction <b>if</b> .	Agencer des instructions conditionnelles avec alternatives, éventuellement imbriquées.	L'ordre d'évaluation n'est pas un attendu du programme.
<b>Fonctions</b> notion de fonction (au sens informatique), définition dans le langage utilisé, paramètres (ou arguments) et résultats, portée des variables.	Concevoir l'entête (ou la spécification) d'une fonction, puis la fonction elle-même; documenter une fonction, un programme plus complexe.	On distingue les variables locales des variables globales, tout en valorisant l'usage de variables locales.
<b>Instructions itératives</b> boucles <b>for</b> , boucles conditionnelles <b>while</b> .	Organiser une itération, contrôler qu'elle s'achève.	Les sorties de boucle (instruction <b>break</b> ) peuvent être présentées à l'occasion d'exemples lorsqu'elles contribuent notablement à simplifier la programmation.
<b>Manipulation de quelques structures de données</b> chaînes de caractères (création, accès à un caractère, concaténation), listes (création, ajout d'un élément, suppression d'un élément, accès à un élément, extraction d'une partie de liste), tableaux à une ou plusieurs dimensions.	Traduire un algorithme dans un langage de programmation.	On met en évidence le fait que certaines opérations d'apparence simple cachent un important travail pour le processeur On prépare les démarches qui vont suivre en introduisant la structure d'image ponctuelle (ou bitmap) en niveaux de gris, assimilée à un tableau d'entiers à deux dimensions.
<b>Fichiers</b> notion de chemin d'accès, lecture et écriture de données numériques ou de type chaîne de caractères depuis ou vers un fichier.	Gérer efficacement et durablement une série de fichiers, une arborescence.	On encourage l'utilisation de fichiers en tant que supports de données ou de résultats avant divers traitements, notamment graphiques.
<b>Bibliothèques logicielles</b> utilisation de quelques fonctions d'une bibliothèque et de leur documentation en ligne.	Accéder à une bibliothèque logicielle; rechercher une information au sein d'une documentation en ligne.	On met en évidence l'intérêt de faire appel aux bibliothèques, évitant de devoir réinventer des solutions à des problèmes bien connus. La recherche des spécifications des bibliothèques joue un rôle essentiel pour le développement de solutions fiables aux problèmes posés.

## 2.4 / Algorithmique

Cette partie rassemble un petit nombre d'algorithmes classiques et d'usage universel; les attendus du programme se limitent en général à la compréhension et à l'usage de ces algorithmes (éventuellement par appel à une fonction d'une bibliothèque), sauf

pour ceux dont la programmation effective doit être étudiée (signalés par un symbole ♦).

Contenus	Commentaires
<p>♦ Recherche dans une liste, ♦ recherche du maximum dans une liste de nombres, ♦ calcul de la moyenne.</p> <p>♦ Recherche d'un mot dans une chaîne de caractères.</p> <p>Algorithmes de tri d'un tableau à une dimension de valeurs numériques : tri à bulles, ♦ tri par insertion. ♦ Calcul de la médiane d'une liste de nombres.</p> <p>Exemples d'algorithmes simples opérant sur une image ponctuelle en niveaux de gris.</p> <p>♦ Simulation d'une variable aléatoire prenant un nombre fini de valeurs.</p>	<p>On se limite à l'algorithme « naïf », en estimant sa complexité.</p> <p>Le tri rapide sera évoquée en seconde année.</p> <p>Les algorithmes présentés sont du type « à balayage » et restent très simples : éclaircissement, accentuation du contraste, flou, accentuation de contours. On met en évidence l'importance de tels algorithmes en les appliquant sur des images issues de la biologie et des géosciences.</p> <p>On se sert du générateur de nombres pseudo-aléatoires fourni par le langage.</p>

**Capacités intervenant dans cette partie :** expliquer ce que fait un algorithme donné ; modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat différent ; concevoir un algorithme répondant à un problème précisément posé.

### 3 / Programme de seconde année (BCPST2)

En seconde année, l'enseignement d'informatique est orienté vers la pratique et la consolidation des compétences fondamentales. Les trois volets indiqués ci-dessous concourent à enrichir la culture des étudiants par un apport modeste de nouvelles méthodes et la réalisation d'un projet.

#### 3.1 / Compléments d'algorithmique

Les algorithmes décrits ci-dessous sont présentés puis mis en œuvre soit par programmation soit en faisant appel à une fonction de bibliothèque.

Contenus	Commentaires
<p>Algorithme de tri rapide (ou quicksort) d'un tableau à une dimension de valeurs numériques.</p> <p>Algorithme de Dijkstra de recherche de plus court chemin dans un graphe pondéré à poids positifs.</p> <p>Simulation d'une variable aléatoire à densité suivant une loi uniforme, exponentielle ou normale.</p>	<p>La présentation du tri rapide peut servir à introduire l'idée de la récursivité sans entrer dans les détails de gestion de la mémoire.</p> <p>Le graphe peut être représenté par la matrice d'adjacence ou par une liste.</p> <p>On se sert du générateur de nombres pseudo-aléatoires fourni par le langage, et, pour la loi normale, d'une fonction de bibliothèque.</p>

**Capacités intervenant dans cette partie :** expliquer ce que fait un algorithme donné ; modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat différent ; concevoir un algorithme répondant à un problème précisément posé.

### 3.2 / Méthodes numériques

L'utilisation des bibliothèques de calcul numérique ou matriciel, de visualisation de données ou de traitement d'images, ou encore de bioinformatique, permet d'introduire les méthodes numériques classiques de résolution de problèmes issus des autres disciplines : résolution approchée d'équations différentielles, résolution de systèmes linéaires, statistiques, simulation, traitement et représentation de données expérimentales ou de mesures directement prélevées sur des montages expérimentaux, etc.

Un exemple important de traitement numérique est fourni par les images ponctuelles (ou bitmap) en niveaux de gris ou en couleurs, qui apparaissent fréquemment dans de nombreux contextes expérimentaux ou appliqués (radiologie, échographie etc.). Les algorithmes de transformation ou d'extraction permettent d'analyser des structures, distributions, comportements et peuvent participer à des démarches de diagnostic.

L'objectif pédagogique est double : d'une part, savoir repérer et utiliser correctement les fonctions utiles d'une bibliothèque logicielle en se servant de la documentation en ligne, et d'autre part prendre conscience des questions posées par le calcul sur les nombres flottants (arrondis, précision du calcul, différence entre un nombre très petit et un nombre nul).

La connaissance détaillée de ces bibliothèques n'est pas un attendu du programme, lequel se limite à quelques exemples contextualisés d'utilisation d'éléments de bibliothèques.

**Capacités intervenant dans cette partie :** accéder à une bibliothèque ;  
rechercher une information dans une documentation en ligne ;  
documenter un programme réalisé en s'appuyant sur une ou plusieurs bibliothèques ;  
identifier ou construire un modèle ;  
confronter un modèle au réel ;  
développer un regard critique sur les résultats obtenus.

### 3.3 / Réalisation d'un projet

L'acquisition durable de compétences, même modestes, en informatique repose sur une régularité d'exercices pratiques et s'accorde au mieux avec le développement de projets. Il est donc recommandé de faire réaliser aux étudiants un projet mettant en valeur les compétences acquises, dès que ces compétences commencent à être effectives. Pour la réalisation de ce projet, les étudiants peuvent travailler en groupe de taille réduite (4 au maximum). Le temps passé sur les projets doit rester modeste afin de ne pas empiéter sur les autres tâches et disciplines.

Les thèmes des projets doivent être choisis de manière à représenter la diversité des applications possibles, notamment en biologie et géologie. Un renouvellement fréquent des thèmes des projets est indispensable afin d'éviter la reproduction sans enjeu d'activités stéréotypées et de développer l'esprit d'innovation chez les étudiants.

Ces projets doivent pouvoir être présentés (sous forme écrite et orale) par les étudiants en mettant en valeur :

- la nature et l'intérêt du problème scientifique étudié
- l'approche choisie pour résoudre le problème
- l'organisation choisie pour la conduite du projet (répartition des tâches, échéancier)
- la structuration de la solution (découpage en diverses tâches et modules)
- l'adéquation de la solution par rapport au problème initialement posé.



**Capacités intervenant dans cette partie :** recueillir des informations et mobiliser des ressources ;  
initier des perspectives nouvelles ;  
organiser un travail impliquant un développement logiciel ;  
collaborer au sein d'une équipe pour réaliser une tâche ;  
développer un regard critique sur les résultats obtenus ;  
présenter une solution à l'écrit, à l'oral.

## Programme de géographie des classes préparatoires scientifiques Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST) et Technologie et biologie (TB)

NOR : ESRS1306360A

arrêté du 4-4-2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 3-7-1995 ; arrêté du 3-5-2005 ; arrêté du 27-10-2005 ; avis du ministre de l'agriculture, de l'agroalimentaire et de la forêt du 27-3-2013 ; avis du Cneser du 18-3-2013 ; avis du CSE du 21-3-2013

Article 1 - Est modifiée comme suit l'annexe 1 de l'arrêté du 27 octobre 2005 susvisé en ce qui concerne l'horaire hebdomadaire de première et seconde années de géographie des classes préparatoires scientifiques de la voie Technologie et biologie (TB) :

### Au lieu de :

Discipline	1ère année		2ème année	
	Classe pleine	Classe dédoublée	Classe pleine	Classe dédoublée
Géographie	0,5 h	0,5 h	0,5 h	0,5 h

### Lire :

Discipline	1ère année		2ème année	
	Classe pleine	Classe dédoublée	Classe pleine	Classe dédoublée
Géographie	-	-	0,5 h	1 h

Article 2 - Le programme de seconde année de géographie de la classe préparatoire scientifique Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST), figurant en annexe 8 de l'arrêté du 3 juillet 1995 susvisé, ainsi que celui de la classe préparatoire scientifique Technologie et biologie (TB), figurant en annexe 5 de l'arrêté du 3 mai 2005 susvisé, sont remplacés par le programme annexé au présent arrêté.

Article 3 - Le présent arrêté entre en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 4 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 4 avril 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,

La directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Simone Bonnafous

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,  
Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

**Annexe**

↳ *Programme*



# Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voies : **Biologie, chimie, physique et sciences de la Terre (BCPST) et Technologie et biologie (TB)**

Discipline : **Géographie**

**Seconde année**

# **PROGRAMME DE GEOGRAPHIE POUR LES CLASSES PREPARATOIRES DES VOIES BCPST ET TB**

## **I. - OBJECTIFS DE FORMATION**

La géographie vise à la compréhension d'un monde complexe que l'on ne peut appréhender sans une connaissance fine des acteurs de l'aménagement des territoires et sans une approche multiscale des problématiques écologiques, économiques, sociétales et culturelles, piliers de la durabilité.

Ce programme doit permettre aux étudiants de pratiquer la géographie comme une discipline d'ouverture vers les sciences humaines et d'identification des enjeux sociétaux. L'approche géographique utilise les acquis des sciences de la vie et des sciences de la Terre de façon à croiser les regards autour de problématiques (ressources, risques...) d'objets d'étude (paysage, territoire), de documents et d'outils (cartes, images).

L'ambition du programme est de sensibiliser les futurs agronomes et vétérinaires à des problématiques géographiques liées aux espaces ruraux, et de les confronter de manière approfondie à des documents dont la maîtrise leur sera indispensable dans leur vie professionnelle à venir.

La maîtrise de la lecture de la carte, placée au centre de l'épreuve, permettra de révéler de manière appliquée des complémentarités, des conflits, des contradictions perçus trop souvent de manière théorique et fragmentée. Elle constituera en outre le support d'une approche multiscale des réalités territoriales.

## **II. - PROGRAMME (seconde année)**

Environnement et aménagement durable des territoires ruraux et périurbains en France métropolitaine et ultramarine.

### **II. 1 – Les axes du programme**

- Environnement et milieux : ressources, gestion, protection

Il s'agit de saisir la diversité et la complexité des milieux dans leurs composantes naturelles et anthropisées au prisme des pratiques, des représentations et des politiques associées à ces espaces.

- Espaces productifs et dynamiques socio-économiques

Dans un contexte de profondes mutations économiques et sociales pour partie liées aux processus de mondialisation, sont étudiés les filières productives et les acteurs qui structurent les territoires ruraux et périurbains.

- Aménagement des territoires

Les enjeux du développement durable au sein des territoires ruraux et périurbains deviennent une préoccupation majeure des politiques d'aménagement. Confrontés à de nouvelles demandes et à de nouveaux cadres institutionnels, les acteurs, publics et privés, la société civile et le milieu associatif, apportent des réponses variées qu'il convient d'examiner.

## II. 2 - Les documents et outils

Ce programme doit être abordé avec des documents qui permettent de diversifier les approches thématiques et régionales.

La carte topographique, au 1/25 000ème comme au 1/50 000ème, est le document de base. A l'issue de leur année de formation les étudiants doivent être en mesure de savoir les lire avec précision et d'en proposer un commentaire problématisé.

Ce commentaire doit obligatoirement s'appuyer sur la lecture et l'analyse d'autres types de documents qui devront donc avoir été étudiés en cours.

Parmi eux peuvent figurer : des extraits de carte topographique d'édition antérieure ou d'échelle différente ; des cartes thématiques (carte de la végétation, plan de prévention des risques etc.) ; des images de tous types (images satellites, photographies, croquis, etc.) ; des documents statistiques ; des textes. Les sources doivent être variées : institutionnelles, scientifiques, journalistiques, etc.

Les étudiants doivent également être familiarisés avec l'usage d'autres outils géographiques : atlas, cartes à très petite échelle, dont la carte géologique de la France au 1/1 000 000ème.

Ils doivent aussi être habitués à utiliser des ressources de l'Internet, en particulier les sites d'information géographique, les atlas et globes virtuels tels que le Géoportail ou Google Earth, également utilisés dans le cadre des enseignements de géologie.

## II. 3 – Compétences à mettre en œuvre dans le cadre de l'enseignement de la géographie

Compétences spécifiques en géographie	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Exploiter et confronter des informations en fonction d'une thématique géographique appliquée à un territoire</li> <li>- Lire et analyser des documents géographiques : différents types de cartes et d'autres documents</li> <li>- Confronter des documents de type différent</li> <li>- Porter un regard critique sur des documents</li> <li>- Raisonner à différentes échelles</li> <li>- Mettre en évidence des enjeux territoriaux</li> </ul>
---------------------------------------	--

	à partir des documents
Compétences de communication orale	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Maîtriser un ensemble documentaire inconnu</li> <li>- Argumenter</li> <li>- Dialoguer</li> </ul>
Compétences mobilisables en situation professionnelle	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Appliquer des connaissances dans une situation territoriale concrète</li> <li>- Connaître les acteurs du monde rural (élus, professionnels, associations, usagers, etc) et leurs logiques</li> <li>- Envisager des solutions multiples réalistes</li> </ul>

## Programmes de la classe préparatoire scientifique Technologie et biologie (TB)

NOR : ESRS1306362A

arrêté du 4 avril 2013 - J.O. du 30-4-2013

ESR - DGESIP A2

Vu code de l'éducation ; décret n° 94-1015 du 23-11-1994 modifié, notamment article 11 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 3-5-2005 ; arrêté du 27-10-2005 ; avis du ministre de l'agriculture, de l'agroalimentaire et de la forêt du 27-3-2013 ; avis du CSE en date du 6-2-2013 ; avis du Cneser du 18-3-2013

Article 1 - Les programmes de première année de mathématiques et de sciences physiques et chimiques fondamentales et appliquées de la classe préparatoire scientifique Technologie et biologie (TB), figurant respectivement aux annexes 1 et 2 de l'arrêté du 3 mai 2005 susvisé, sont remplacés par les programmes de mathématiques et de physique-chimie figurant respectivement aux annexes 1 et 2 du présent arrêté.

Article 2 - Est modifiée comme suit l'annexe 1 de l'arrêté du 27 octobre 2005 susvisé en ce qui concerne l'intitulé des technologies biochimiques et biologiques, ainsi que l'horaire hebdomadaire de première année de mathématiques :

### Au lieu de :

Disciplines	1ère année	
	Classe pleine	Classe dédoublée
Technologies biochimiques et biologiques	2 h	4 h
Mathématiques	3 h	3 h

### Lire :

Disciplines	1ère année	
	Classe pleine	Classe dédoublée
Biotechnologies	2 h	4 h
Mathématiques	3,5 h	3 h

Article 3 - Les programmes de première année de sciences de la vie et de la Terre et de technologie de la classe préparatoire scientifique Technologie et biologie (TB), figurant respectivement aux annexes 3 et 4 de l'arrêté du 3 mai 2005 susvisé, sont remplacés par le programme de sciences de la vie et de la Terre et de biotechnologies figurant à l'annexe 3 du présent arrêté.

Article 4 - Les programmes de première et seconde années d'informatique de la classe préparatoire scientifique Technologie et biologie (TB), figurant à l'annexe 3 de l'arrêté du 27 mai 2003 susvisé, sont remplacés par ceux figurant à l'annexe 4 du présent arrêté.

Article 5 - Les programmes de première année du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la



rentrée universitaire 2013, et celui relatif à la seconde année à compter de la rentrée universitaire 2014.

Article 6 - Le directeur général de l'enseignement scolaire et la directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 4 avril 2013

Pour la ministre de l'enseignement supérieur et de la recherche  
et par délégation,  
La directrice générale pour l'enseignement supérieur et l'insertion professionnelle,  
Simone Bonnafous

Pour le ministre de l'éducation nationale  
et par délégation,  
Le directeur général de l'enseignement scolaire,  
Jean-Paul Delahaye

### **Annexes**

↳ Programmes



~~ANNÉE~~ } ^ ç ^ Á F  
Programmes des classes  
préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Technologie et biologie (TB)**

Discipline : **Mathématiques**

**Première année**

# Programme de mathématiques pour la classe TB1

## Objectifs de formation

### La place des Mathématiques dans la formation scientifique

L'objectif de l'enseignement des mathématiques en classe préparatoire TB est double.

Il contribue d'une part à l'approfondissement de la culture scientifique générale en donnant aux étudiants un accès à quelques domaines fondamentaux (algèbre linéaire, analyse, probabilités). La pratique du raisonnement mathématique concourt ici comme ailleurs à la formation de l'esprit d'un futur scientifique ; la rigueur du raisonnement, l'esprit critique, le contrôle et l'analyse des hypothèses, le sens de l'observation et celui de la déduction trouvent en mathématiques un champ d'action où ils seront cultivés de manière spécifique.

D'autre part, il fournit des représentations et un langage dont les autres disciplines scientifiques étudiées dans ces classes et au-delà sont demandeuses ou utilisatrices. De là l'importance d'une cohérence et d'une coordination aussi bonnes que possible entre les diverses disciplines : il importe d'éviter les redondances tout en soulignant les points communs, de limiter les divergences ou ambiguïtés dues à la diversité des points de vue possibles sur un même objet tout en enrichissant l'enseignement par cette même diversité.

La finalité est de former des personnes capables d'utiliser des outils mathématiques dans diverses situations issues du métier d'ingénieur.

Les travaux dirigés sont le moment privilégié de la mise en œuvre, et de la prise en main par les élèves des techniques classiques et bien délimitées inscrites dans le corps du programme. Cette maîtrise s'acquiert notamment grâce à des exercices variés. Le temps des travaux dirigés se prête également à l'expérimentation numérique, avec des calculatrices ou en lien avec l'enseignement d'informatique.

La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions, notamment dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés (TIPE).

### Le développement des compétences

L'enseignement des mathématiques en filière TB vise au développement de compétences utiles aux scientifiques, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, praticiens ou enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour les résoudre, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte souvent complexe.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants leur permet de gérer leurs apprentissages de manière responsable en repérant points forts et points faibles. Ces compétences prennent tout leur sens dans le cadre de la résolution de problèmes, de leur modélisation ou formalisation jusqu'à la présentation des résultats en passant par la

démarche de résolution proprement dite.

De manière spécifique, on peut distinguer les compétences suivantes :

<b>S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies</b>	Il s'agit d'analyser un problème, de se poser des questions, d'expérimenter sur des exemples ou de formuler des conjectures.
<b>Modéliser</b>	C'est traduire un phénomène en langage mathématique et élaborer des concepts et des outils lors d'une phase d'abstraction ou de conceptualisation.
<b>Représenter, changer de registre</b>	Il s'agit de choisir le registre (numérique, algébrique, géométrique) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, et d'être capable de passer d'un registre à un autre, d'un mode de représentation (souvent visuelle : courbes, graphes, arborescences, tableaux) à un autre.
<b>Raisonnement et argumenter</b>	Cela consiste à effectuer des inférences (inductives et déductives), à conduire une démonstration, à confirmer ou infirmer une conjecture, et enfin à évaluer la pertinence d'un concept au regard du problème posé.
<b>Calculer, manipuler des symboles et maîtriser le formalisme mathématique</b>	C'est effectuer un calcul à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel), organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, choisir des transformations et effectuer des simplifications, contrôler les résultats, mettre en œuvre des algorithmes, manipuler et exploiter des expressions symboliques, comprendre et utiliser le langage mathématique.
<b>Communiquer à l'écrit et à l'oral</b>	Il s'agit de comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, d'opérer la conversion entre le langage naturel et le langage symbolique formel, de rédiger une solution rigoureuse, de présenter et de défendre une production mathématique pour convaincre un interlocuteur ou un auditoire.

Mises en œuvre dans des situations et contextes spécifiques, les diverses compétences peuvent être déclinées en un certain nombre de capacités. À titre indicatif, dans chaque chapitre est dressée une liste non exclusive de quelques capacités susceptibles d'être exercées en situation sur certaines des connaissances décrites dans ce chapitre, et permettant d'observer *in situ* la réalisation de certaines des six compétences.

## Première année

### Préambule

Le programme de la filière TB se situe dans la continuité de ceux du lycée et des séries STL et STAV.

L'enseignement des mathématiques dans cette filière doit être principalement basé sur les applications, exercices, problèmes, en relation chaque fois que cela s'avère possible avec les enseignements de physique, de chimie, de biotechnologies et de biologie, tout en évitant les développements formels ou purement théoriques. Il importe de mettre

en valeur **l'interaction entre les différentes parties du programme**, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme, et les probabilités permettent d'illustrer certains résultats d'analyse et justifient l'introduction du vocabulaire ensembliste.

C'est ainsi que le programme valorise les **interprétations** des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire, de la géométrie et des probabilités en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes biologiques, physiques ou chimiques. Ces interprétations, conjointement avec les interprétations géométriques, viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire ou des probabilités. C'est pourquoi apparaît parfois, dans la colonne de commentaires, le symbole  $\Leftrightarrow$  pour signaler des possibilités d'interaction entre les mathématiques et les autres disciplines scientifiques.

La présentation de l'**algèbre linéaire** est faite par le biais du calcul : systèmes d'équations linéaires, calcul matriciel. Seule la présentation de l'espace vectoriel  $\mathbf{R}^n$  est envisagée. La **géométrie** est profondément intégrée dans l'étude de l'algèbre linéaire qui lui confère un cadre commode et rigoureux.

Dans la partie du programme consacrée à l'**analyse**, le but est de mettre en place les méthodes courantes de travail sur les suites et surtout sur les fonctions. L'analyse est un outil pour les probabilités et pour les autres sciences et permet de développer la rigueur. On s'attache principalement à développer l'aspect opératoire, tout en évitant les situations conduisant à une trop grande technicité calculatoire.

La partie relative aux **probabilités** vise à consolider et à développer la formation des étudiants au raisonnement probabiliste, initiée dès la classe de Troisième et poursuivie jusqu'en classe Terminale. L'accent est mis sur une prise en main élémentaire du langage de la théorie des ensembles, les techniques élémentaires de dénombrement et sur les espaces probabilisés finis. Tout ce qui concerne les variables aléatoires dont l'ensemble des valeurs est infini est traité en seconde année.

Le programme est organisé en deux semestres de volume sensiblement équivalent ; en revanche, au sein de chaque semestre, aucun ordre particulier entre les chapitres ni même entre les paragraphes n'est imposé. L'ordre proposé dans le présent programme assure une bonne cohérence dans l'apparition des nouveaux concepts, mais il n'est pas le seul possible.

Enfin, les résultats mentionnés dans le programme seront admis ou démontrés selon les choix didactiques faits par le professeur ; pour certains résultats, marqués comme « admis », la présentation d'une démonstration en classe est déconseillée.

## Premier semestre

### Outils et calculs

L'objectif de ce chapitre est de consolider et de compléter les acquis des classes antérieures afin que ces outils soient familiers aux étudiants.

Les ensembles  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{R}$  sont supposés connus.

**Exemples de capacités :** démontrer par récurrence ; manipuler des égalités et des inégalités ; calculer sur des nombres réels.

Contenus	Commentaires
<b>a) Nombres entiers</b> Raisonnement par récurrence.	La familiarisation avec raisonnement par récurrence est progressive et consolidée au fil de différents chapitres.
<b>b) Nombres réels</b> Intervalles. Valeur absolue. Exposants (entiers), racine carrée. Identités remarquables. Manipulation des inégalités. Résolutions d'équations et d'inéquations simples.	On se limite à une simple description des différents types d'intervalles. Interprétation de la valeur absolue en termes de distance. On attend une maîtrise des formules $(xy)^n = x^n y^n$ , $x^{n+m} = x^n x^m$ , $(x^n)^m = x^{nm}$ , $\sqrt{x^2} =  x $ , $\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$ . Les attendus se limitent aux formules suivantes (dans <b>R</b> ou <b>C</b> ) : $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ Il s'agit d'une simple reprise des règles de calcul algébrique sur les inégalités. Il s'agit d'une reprise de quelques sortes d'équations et inéquations abordées dans les classes antérieures.
<b>c) Sommations</b> Notation $\sum$ . Règles de calcul.	On précise qu'une somme ayant un ensemble d'indices vide est nulle. Linéarité, découpage (ou relation de Chasles), changement d'indices par translation. L'introduction du symbole $\Sigma$ doit être progressive.
<b>d) Factorielles et coefficients binomiaux</b> Factorielle, notation $n!$ . Somme de termes consécutifs d'une progression géométrique : $\sum_{0 \leq k \leq n} q^k = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$ . Sommes des $n$ premiers entiers et des $n$ premiers carrés. Coefficients binomiaux. Triangle de Pascal. Formule du binôme.	La raison $q$ est dans $\mathbf{R} \setminus \{1\}$ . On adopte la définition suivante : $\binom{n}{k} = \begin{cases} 0 & \text{si } k > n \\ \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} & \text{sinon.} \end{cases}$ On met en valeur les formules : $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k},$ $\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$

### Travaux dirigés

Résolutions d'équations (simples).

Calculs simples sur les coefficients binomiaux.

⇒ Au cours du travail sur les puissances, on peut faire un lien avec quelques unités employées en physique, biologie ou biotechnologies et avec les analyses dimensionnelles correspondantes. On relie aussi le calcul sur les puissances entières avec la recherche des ordres de grandeur.

## Nombres complexes et trigonométrie

Les nombres complexes sont introduits en raison de leur importance dans plusieurs domaines des mathématiques ; dans ce programme, ils se présentent notamment à propos des équations du second degré et des valeurs propres de matrices (en seconde année).

On s'appuiera largement sur la notion de plan complexe et les images géométriques correspondantes. L'introduction des nombres complexes dans ce programme n'a cependant pas pour objectif la résolution de problèmes purement géométriques.

**Exemples de capacités :** calculer sur des nombres complexes ; employer le cercle trigonométrique pour mettre en évidence des formules sur les fonctions trigonométriques ; employer des formules pour résoudre des équations ou des problèmes faisant intervenir la trigonométrie.

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Nombres complexes</b>                      Représentation géométrique d'un nombre complexe ; nombres complexes conjugués ; affixe d'un point, d'un vecteur.                      Résolution des équations du second degré à coefficients réels. Somme et produit des racines.</p>	<p>La construction théorique du corps des complexes est hors programme.                      La résolution des équations du second degré à coefficients complexes est hors programme.</p>
<p><b>b) Module et argument d'un nombre complexe</b>                      Définition, module d'un produit, inégalité triangulaire.                      Nombres complexes de module 1 ; argument d'un nombre complexe non nul, notation <math>e^{i\theta}</math>.                      Relation <math>e^{i(\theta+\theta')} = e^{i\theta} \cdot e^{i\theta'}</math>, lien avec les formules de trigonométrie.                      Formules d'Euler :  <math display="block">\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}, \sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}</math>                     Définition de <math>e^z</math> pour <math>z</math> complexe, formule <math>e^{z+z'} = e^z \cdot e^{z'}</math>.</p>	<p>Les illustrations géométriques ont pour seul objectif l'aide à l'acquisition de ces connaissances.                      L'argument d'un nombre complexe est mis en lien avec l'angle polaire d'un vecteur.                      L'étude des racines <math>n^{\text{èmes}}</math> d'un nombre complexe, y compris les racines <math>n^{\text{èmes}}</math> de l'unité, est hors programme.                      Ces formules doivent être étudiées assez tôt dans l'année pour être éventuellement utilisées dans les autres disciplines.</p>
<p><b>c) Trigonométrie</b>                      Définition de <math>\tan(\theta)</math>.                      Périodicité et symétries de <math>\cos</math>, <math>\sin</math>, <math>\tan</math>.                      Formules de trigonométrie.</p>	<p>On reprend à cette occasion les définitions et propriétés connues des sinus et cosinus (vues en classe de Première).                      On fait le lien avec les symétries agissant sur le cercle trigonométrique.  <math>\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1</math>  <math>\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)</math>  <math>\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)</math>  <math>\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)</math>  <math>\quad = 2\cos^2(\theta) - 1 = 1 - 2\sin^2(\theta)</math>  <math>\sin(2\theta) = 2\sin(\theta)\cos(\theta)</math>                      Les autres formules de trigonométrie ne sont pas des attendus du programme.</p>

### Travaux dirigés

Exemples de mise en œuvre de la formule d'Euler.

Linéarisation de  $\cos^p(\theta)\sin^q(\theta)$  pour de petites valeurs de  $p$  et  $q$ .

$\Leftrightarrow$  Transformation de  $a \cos(\theta) + b \sin(\theta)$  en  $r \cos(\theta + \varphi)$ .

## Algèbre linéaire 1 – Systèmes d'équations linéaires

En première année, on n'étudie que les espaces vectoriels  $\mathbf{R}^n$  sur  $\mathbf{R}$ , où  $n$  est inférieur ou égal à 4, et des systèmes d'équations linéaires comportant au maximum quatre équations et quatre inconnues. Le cas particulier des systèmes à deux équations et deux inconnues, plus fréquemment rencontré dans d'autres disciplines, est mis en valeur et repris dans le chapitre suivant.

**Exemples de capacités :** mettre en place une recherche de pivots sur un système linéaire ; mener une démarche de résolution d'un système linéaire ; discuter de l'existence des solutions d'un système linéaire.

Contenus	Commentaires
Opérations élémentaires sur les lignes : elles transforment le système en un système équivalent.	Les opérations élémentaires sont : multiplier une équation par un scalaire non nul, ajouter à une équation une combinaison linéaire des autres.
Un système linéaire a zéro, une unique ou une infinité de solutions.	Ce fait peut être, à ce stade, suggéré par quelques exemples et sera justifié ultérieurement (méthode du pivot ou théorie du rang).
Réduction d'un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss.	On définit à cette occasion le rang d'un système linéaire comme le nombre de pivots ; on admet qu'il ne dépend pas de la manière de choisir les pivots.
Interprétations géométriques pertinentes pour un système linéaire à deux ou trois inconnues.	Dans le cas de deux inconnues, on interprète le système linéaire comme un problème d'intersection de droites affines. Pour trois inconnues, il convient de présenter une équation du type $ax + by + cz = d$ comme celle d'un plan, ce qui permet d'interpréter le système étudié comme un problème d'intersection de deux ou trois plans ou d'une droite et d'un plan. Aucune connaissance théorique sur ces questions n'est exigible.

### Travaux dirigés

Pratique de la résolution d'un système d'équations linéaires à coefficients numériques par l'algorithme du pivot de Gauss.

$\Leftrightarrow$  Programmation de l'algorithme dans le cas le plus simple.  $\Leftrightarrow$  Équilibrage de réactions chimiques (recherche de coefficients stœchiométriques).

## Algèbre linéaire 2 – Matrices à coefficients dans $\mathbf{R}$

**Exemples de capacités :** traduire un problème linéaire sous forme matricielle ; mener un calcul faisant intervenir des matrices ; utiliser le rang pour décider de l'existence de solutions d'un problème linéaire.



Contenus	Commentaires
<p>Matrices, matrices lignes, matrices colonnes. Matrice nulle.</p> <p>Opérations sur les matrices : addition, multiplication par un scalaire (réel), produit, transposition.</p> <p>Écriture matricielle d'un système d'équations linéaires.</p> <p>Matrices carrées : matrice unité (ou identité), matrice diagonale, matrice triangulaire, matrice inversible, matrice inverse.</p> <p>Inversibilité d'une matrice carrée <math>2 \times 2</math> et expression de la matrice inverse lorsqu'elle existe.</p> <p>Application à l'expression de la solution d'un système linéaire <math>\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}</math> lorsque <math>ad - bc \neq 0</math>.</p>	<p>En pratique, la recherche de l'inverse d'une matrice peut être effectuée par la résolution d'un système linéaire.</p> <p>On introduit la notation <math>\det A = \begin{vmatrix} a &amp; b \\ c &amp; d \end{vmatrix}</math> sans aucun développement théorique. Le déterminant des matrices de taille supérieure à 2 est hors-programme.</p>

### Travaux dirigés

Étude de l'inversibilité de diverses matrices.  
Détermination de l'inverse d'une matrice par diverses méthodes.

## Analyse 1 – Fonctions et applications

Le but de cette rubrique est de mettre en place les méthodes courantes de travail sur les fonctions numériques, illustrées par le recours à des fonctions tirées d'une gamme restreinte formée de fonctions « usuelles » (affines, homographiques ou polynomiales) qui interviennent fréquemment dans les applications. On privilégie une approche graphique avec pour but de développer le sens de l'observation et de l'utilisation des courbes représentatives.

**Exemples de capacités :** employer les fonctions usuelles ; reconnaître, distinguer et employer les graphes des fonctions usuelles ; démontrer qu'une application est injective ou surjective ; calculer sur des polynômes ; factoriser un polynôme.

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Généralités</b></p> <p>Notion générale de fonction d'un ensemble <math>E</math> dans un ensemble <math>F</math>.</p> <p>Application, injection, surjection, bijection, application réciproque.</p> <p>Composition des fonctions.</p> <p>Image d'une partie.</p>	<p>On insistera sur la nécessité d'un concept général en envisageant des exemples variés issus de différents domaines.</p> <p>On fait remarquer que, dans le cadre des fonctions de <math>\mathbf{R}</math> dans <math>\mathbf{R}</math>, une bijection et sa réciproque ont des graphes symétriques l'un de l'autre par rapport à la première bissectrice.</p> <p>On étudie quelques exemples fournis par des fonctions de <math>\mathbf{R}</math> dans <math>\mathbf{R}</math> que l'on compose de diverses manières.</p> <p>La notion d'image réciproque d'une partie de l'ensemble d'arrivée n'est pas un attendu du programme.</p>
<p><b>b) Fonctions numériques : vocabulaire</b></p> <p>Somme, produit et quotient.</p> <p>Parité, imparité.</p> <p>Fonction périodique.</p>	<p>On fait le lien avec les éléments de symétrie de la courbe représentative.</p>

Contenus (suite)	Commentaires
Monotonie. Maximum et minimum. Majorant, minorant. Comparaison de fonctions numériques.	
<b>c) Fonctions usuelles</b> Fonctions $x \mapsto x^n$ ( $n \in \mathbf{Z}$ ), fonction racine carrée.  Fonction sinus, cosinus et tangente.  Fonctions homographiques : définition, sens de variation.	Révision des courbes représentatives de ces fonctions. On met en valeur les courbes représentatives, parités et périodes de ces fonctions. $\Leftrightarrow$ Ces fonctions apparaissent, entre autres, en cinétique chimique et enzymatique. La mise sous forme réduite permet de trouver rapidement le sens de variation voire les asymptotes, mais elle n'est pas en soi un attendu du programme.
<b>d) Fonctions polynomiales</b> <i>Les polynômes sont introduits à la fois comme outils de modélisation de phénomènes complexes et comme un domaine permettant un calcul de nature algébrique.</i>  Monômes.  Fonctions affines.  Polynômes du second degré, factorisation sur $\mathbf{R}$ .  Opérations sur les fonctions polynômes. Une combinaison linéaire de monômes de degrés distincts ne peut être nulle que si tous les coefficients sont nuls. Degré, coefficients d'un polynôme.  Dérivée d'un polynôme.  Racine simple, racine multiple, factorisation par $(x - a)$ .	<i>On ne considère que des polynômes à coefficients réels. Les polynômes ne peuvent être le ressort principal d'une question posée au concours.</i>  On fait apparaître les polynômes comme sommes ou combinaisons linéaires de monômes. Révision des acquis des classes antérieures : droites affines, coefficient directeur (ou pente). $\Leftrightarrow$ Révision et mise en pratique de la régression linéaire (ou ajustement affine). Révision et complément des acquis antérieurs. $\Leftrightarrow$ Application en pH-métrie (acides forts, bases fortes).  On montre que deux polynômes sont égaux si, et seulement si, ils ont les mêmes coefficients. On peut ici soit s'appuyer sur les acquis des classes antérieures, soit aborder la question de la dérivée d'un polynôme et des questions qui s'y rapportent dans le chapitre Analyse 3 - dérivation. On distingue le fait que $a$ est racine simple ou multiple de $P$ selon que $P'(a)$ est nul ou non ; une approche graphique est recommandée. L'attendu concernant les racines se limite au cas où elles sont réelles. Le test sur les dérivées successives n'est pas au programme.

### Travaux dirigés

Calculs sur des polynômes.  
 Factorisation de polynômes simples.

## Analyse 2 – Limites et continuité

Le but de ce chapitre est de mettre en place les outils fondamentaux des limites et de la continuité, aboutissant à la mise en évidence de certaines fonctions réciproques.

**Exemples de capacités :** calculer une limite de fonction ; effectuer une recherche d'asymptote.

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Limites</b></p> <p>Limite d'une fonction en un point.</p> <p>Limite à droite, limite à gauche. Limite en <math>-\infty</math>, limite en <math>+\infty</math>.</p> <p>Opérations sur les limites. Limites et relation d'ordre. Théorèmes de comparaisons : théorème dit « des gendarmes » ; théorème sur la limite d'une fonction minorée par une fonction tendant vers <math>+\infty</math> en <math>a</math> ; théorème sur la limite d'une fonction majorée par une fonction tendant vers <math>-\infty</math> en <math>a</math> (<math>a</math> réel ou <math>\infty</math>). Asymptotes parallèles aux axes.</p> <p>Asymptotes des fonctions homographiques.</p> <p><math>\Leftrightarrow</math> En sciences expérimentales, interprétation de la présence d'une asymptote horizontale sur le tracé d'une courbe.</p>	<p>On présente la définition d'une limite par <math>(\varepsilon, \alpha)</math> en rapport avec le comportement graphique.</p> <p>On insiste sur le caractère local de la notion. On se limitera à des exemples simples.</p> <p>La notion d'asymptote oblique n'est pas un attendu du programme.</p>
<p><b>b) Notion de continuité</b></p> <p>Continuité en un point. Continuité à droite et à gauche. Prolongement par continuité. Opérations et composition. Continuité sur un intervalle.</p>	
<p><b>c) Fonctions continues sur un intervalle</b></p> <p>Théorème des valeurs intermédiaires.</p> <p>Toute fonction continue sur un segment est bornée. Une fonction <math>f</math> continue et strictement monotone sur un intervalle <math>I</math> réalise une bijection de <math>I</math> sur l'intervalle <math>f(I)</math>. Propriétés de l'application réciproque. Fonctions <math>\sqrt[n]{\phantom{x}}</math>.</p> <p>Fonction arctangente.</p>	<p>Les résultats de ce paragraphe seront admis.</p> <p>La fonction <math>\sqrt[n]{\phantom{x}}</math> est définie et continue sur <math>\mathbf{R}</math> (respectivement sur <math>\mathbf{R}_+</math>) lorsque <math>n</math> est impair (respectivement <math>n</math> est pair). On présente et étudie brièvement la courbe représentative de la fonction arctan, obtenue par symétrie à partir de celle de la restriction de la tangente à <math>]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[</math>.</p>

### Travaux dirigés

Comparer les positions respectives des courbes représentatives des fonctions puissances, racines, etc.

Recherche de droites asymptotes parallèles aux axes. Asymptotes de courbes représentatives de fonctions homographiques.

### Analyse 3 – Dérivation

Cette section s'appuie sur les notions de nombre dérivé et de fonction dérivée, introduites dans les classes précédentes. L'aspect graphique (tangentes) est à souligner. Les fonctions envisagées doivent être supposées suffisamment régulières ; on évitera toute surenchère au niveau des hypothèses.

**Exemples de capacités :** dériver une expression par rapport à une variable figurant dans cette expression ; étudier les variations d'une fonction de variable réelle et à valeurs réelles ; résoudre de manière approchée une équation de type  $f(x) = 0$ .

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Dérivées</b>            Nombre dérivé et opérations : linéarité, produit, quotient et fonction composée.            Fonction dérivée et opérations : linéarité, produit, quotient et fonction composée.</p> <p>Dérivée des fonctions <math>\sqrt[n]{\phantom{x}}</math>, de la fonction arctan.</p>	<p>Seule la dérivation des fonctions composées est un apport nouveau.            Notations : <math>f'</math> et <math>\frac{df}{dx}</math>.  <math>\Leftrightarrow</math> On fait le lien avec diverses situations issues d'autres disciplines où l'on dérive par rapport au temps : vitesse d'un point mobile, vitesse de réaction, cinétique enzymatique ...</p> <p>On utilise la courbe représentative des fonctions puissance et tangente pour suggérer la dérivabilité des fonctions réciproques. La formule est obtenue par dérivation de la composée.</p>
<p><b>b) Propriétés des fonctions dérivées</b>            Fonctions de classe <math>C^1</math>. Définition de la dérivée seconde.</p>	<p>Seules ces définitions sont un attendu du programme ; elles préparent à l'étude de l'intégration et des équations différentielles du second ordre. On met cependant en valeur les dérivées secondes des fonctions exp, sin et cos.</p>
<p><b>c) Théorème de Rolle et applications</b>            Théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis.</p> <p>Application à l'étude de la monotonie d'une fonction dérivable sur un intervalle.</p>	<p>La démonstration n'est pas exigible. L'inégalité des accroissements finis n'est pas exigible, celle-ci pouvant être trouvée à partir du théorème du même nom.</p> <p>Les liens croisés entre tableaux de variation, tableaux de signes, tableaux de valeurs et courbes représentatives sont importants et à développer.</p>

### Travaux dirigés

Études de fonctions et construction de courbes représentatives.

Recherche d'extrémums.

Exemples de lecture graphique de propriétés d'une fonction à partir d'un tableau de variation, d'un tableau de signes, ou de sa courbe représentative.

Exemples de méthodes numériques de résolution approchée d'équations de type  $f(x) = 0$  (ces exemples peuvent être présentés en lien avec le chapitre Analyse 4 et avec l'enseignement d'informatique).

## Probabilités 1 – Ensembles et dénombrements

Cette rubrique a pour but d'introduire le vocabulaire et les méthodes de base du calcul des probabilités. Les différentes notions seront illustrées par des exemples issus des jeux, de la vie courante et de la génétique. On évitera tout excès de formalisation dans les démonstrations.

**Exemples de capacités :** modéliser une situation combinatoire au moyen d'un vocabulaire précis ; mener un calcul de dénombrement.

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Vocabulaire de base</b>            Élément, appartenance, sous-ensemble ou partie. Inclusion, complémentaire. Intersection, réunion. Produit cartésien de <math>n</math> ensembles.</p>	<p>Ces notions, qui pourront avoir été abordées dans d'autres rubriques (par exemple lors des généralités sur les fonctions numériques), devront faire l'objet d'un développement modeste.            Elles ne pourront constituer le thème principal d'aucune question d'écrit ou d'oral.</p>
<p><b>b) Dénombrement</b>            Cardinal, notation <math>\text{card}(E)</math>. <i>Note : dans les définitions qui suivent, on suppose que <math>\text{card}(E) = n</math>.</i>            Cardinal d'une union disjointe.            Formule <math>\text{card}(A \cup B) + \text{card}(A \cap B) = \text{card}A + \text{card}B</math>.            Cardinal d'un produit cartésien.            Un éléments de <math>E^p</math> est appelée une <math>p</math>-liste de <math>E</math>.            Il y a <math>n^p</math> <math>p</math>-listes de <math>E</math>.</p> <p>Une <math>p</math>-liste est dite sans répétition lorsque ses éléments sont distincts deux à deux.            Il y a <math>n(n-1)\cdots(n-p+1)</math> <math>p</math>-listes sans répétition de <math>E</math>.</p> <p>Une liste de <math>E</math> contenant exactement une fois chaque élément de <math>E</math> est appelée une permutation de <math>E</math>.            Il y a <math>n!</math> permutations de <math>E</math>.</p> <p>Si <math>p \leq \text{card}(E)</math>, une <math>p</math>-combinaison de <math>E</math> est une partie de <math>E</math> à <math>p</math> éléments.            Il y a <math>\binom{n}{p}</math> <math>p</math>-combinaisons de <math>E</math>.</p> <p>Cardinal de l'ensemble des parties de <math>E</math>.            Formule du binôme.</p>	<p>On définit le cardinal grâce à la notion intuitive de nombre d'éléments.</p> <p>C'est le nombre de façons de choisir successivement <math>p</math> objets parmi <math>n</math>, avec d'éventuelles répétitions.</p> <p>C'est le nombre de façons de choisir successivement <math>p</math> objets parmi <math>n</math>, sans répétition.</p> <p>C'est le nombre de façons de choisir successivement tous les objets d'un ensemble, sans répétition.</p> <p>C'est le nombre de façons de choisir simultanément <math>p</math> objets parmi <math>n</math>.</p> <p>On réinterprète la formule du binôme d'un point de vue combinatoire, et on constate que les coefficients binomiaux, vus dans le chapitre Outils et calculs, sont les nombres de <math>p</math>-combinaisons d'ensembles finis.</p>

### Travaux dirigés

On donne des exemples nombreux et variés en insistant sur l'idée de modélisation.

## Second semestre

### Algèbre linéaire 3 – Espace vectoriel $\mathbf{R}^n$ ( $n \leq 4$ )

**Exemples de capacités :** mener un calcul sur des vecteurs ; déterminer la somme ou l'intersection de sous-espaces vectoriels ; déterminer une famille génératrice ou une base d'un sous-espace vectoriel ; calculer un rang ou une dimension.

Contenus	Commentaires
Combinaison linéaire d'une famille finie vecteurs de $\mathbf{R}^n$ . Sous-espaces vectoriels de $\mathbf{R}^n$ . Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs. Intersection de sous-espaces vectoriels de $\mathbf{R}^n$ . Somme de deux sous-espaces vectoriels de $\mathbf{R}^n$ . Familles finies de vecteurs de $\mathbf{R}^n$ : familles génératrices d'un sous-espace vectoriel de $\mathbf{R}^n$ ; dépendance, indépendance linéaire d'un nombre fini de vecteurs. Bases et dimension d'un sous espace vectoriel, composantes d'un vecteur dans une base, matrice colonne des composantes d'un vecteur dans une base. Base canonique de $\mathbf{R}^n$ . Rang d'une famille finie de vecteurs.	On admet le résultat : toutes les bases d'un espace vectoriel ont le même nombre de vecteurs.  Le rang est relié à l'algorithme du pivot ; on admet qu'il ne dépend pas de la manière de choisir les pivots.

### Algèbre linéaire 4 – Géométrie euclidienne dans $\mathbf{R}^n$ ( $n \leq 3$ )

Ce chapitre est inséré dans l'étude de l'algèbre linéaire à laquelle il confère un aspect visuel et appliqué ; il est aussi étudié pour son utilité en sciences physiques, chimiques, en biotechnologies et en probabilités. Le traitement des problèmes géométriques est ici réalisé en choisissant une origine permettant de se limiter au calcul vectoriel. La vision « affine » des droites et plans a été abordée à l'occasion de l'étude des équations linéaires et des fonctions affines.

**Exemples de capacités :** modéliser un problème de nature géométrique au moyen d'équations ; calculer des angles et des distances dans certaines configurations ; choisir un système de coordonnées approprié.

Contenus	Commentaires
<b>a) Géométrie vectorielle du plan et de l'espace</b> Produit scalaire de deux vecteurs, norme euclidienne d'un vecteur.  Famille orthonormale de vecteurs, base orthonormale.	Le produit scalaire de deux vecteurs de coordonnées $(x, y)$ (resp. $(x, y, z)$ ) et $(x', y')$ (resp. $(x', y', z')$ ) est défini par $xx' + yy'$ (resp. $xx' + yy' + zz'$ ). Toute théorie sur le produit scalaire est hors programme.  On peut faire observer que les familles orthonormales sont libres.

Contenus (suite)	Commentaires
Coordonnées (dites cartésiennes) d'un vecteur dans une base orthonormale.  Projection orthogonale d'un vecteur sur une droite vectorielle, sur un plan vectoriel.	Expression du produit scalaire en fonction des coordonnées cartésiennes (résultat admis). ⇔ Projection de forces sur un système d'axes. Interprétation géométrique du produit scalaire.
<b>b) Géométrie dans le plan vectoriel orienté</b> Angle (orienté) entre deux vecteurs du plan.  Coordonnées polaires d'un vecteur du plan, une base orthonormale étant fixée.  Déterminant de deux vecteurs dans le plan.	Révision des acquis des classes précédentes. On fait le lien avec la notion d'angle polaire d'un vecteur par rapport à un repère. Formules de conversion entre coordonnées polaires et coordonnées cartésiennes. ⇔ Expression de la vitesse en coordonnées polaires. On fait le lien avec le déterminant d'une matrice carrée $2 \times 2$ .
<b>c) Géométrie dans l'espace</b> Angle (non orienté) entre deux vecteurs dans l'espace.  Représentations paramétriques d'une droite vectorielle dans le plan ou l'espace. Équations d'un plan vectoriel dans l'espace vectoriel $\mathbf{R}^3$ . Vecteur normal.	L'angle est défini par son cosinus. ⇔ Angles entre deux liaisons au sein d'une molécule, angles dans une structure protéique. ⇔ On fait le lien avec le mouvement rectiligne uniforme. On montre que toute équation du type $ax + by + cz = 0$ est l'équation d'un plan de vecteur normal $(a, b, c)$ ( $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$ ).

### Travaux dirigés

Exemples d'études de situations d'orthogonalité de sous-espaces vectoriels (de dimension 1 ou 2), de projections orthogonales de vecteurs sur un plan vectoriel ou sur une droite vectorielle.

Exemples de calculs d'angles dans le plan ou dans l'espace (comme dans un cube ou dans un tétraèdre régulier, rencontrés dans des structures moléculaires assez communes).

## Algèbre linéaire 5 – Applications linéaires de $\mathbf{R}^p$ dans $\mathbf{R}^n$

**Exemples de capacités :** obtenir la matrice d'une application linéaire dans les bases canoniques ; déterminer le noyau ou l'image d'une application linéaire.

Contenus	Commentaires
Applications linéaires. Opérations : addition, multiplication par un scalaire (réel), composition. Noyau, ensemble image, rang d'une application linéaire. Détermination d'une application linéaire par l'image des vecteurs de la base canonique.  Matrice d'une application linéaire dans les bases canoniques.	On fait le lien avec les notions d'injection, de surjection et de bijection.  L'application linéaire associée à une matrice est utilisée sans justification théorique.

Contenus (suite)	Commentaires
Matrice de la somme de deux applications linéaires, du produit par un scalaire (réel) d'une application linéaire, de la composée de deux applications linéaires, de l'application linéaire réciproque.	

## Analyse 4 – Suites réelles

**Exemples de capacités :** obtenir une expression pour le terme d'indice  $n$  d'une suite arithmétique ou géométrique ; démontrer ou réfuter une convergence de suite ; comparer deux suites asymptotiquement.

Contenus	Commentaires
<b>a) Généralités</b> Définition. Somme, produit et quotient. Suite majorée, suite minorée. Monotonie.  Suite définie par récurrence.	Les propriétés des suites seront à relier à celles vues pour les fonctions. On se sert de la caractérisation propre aux suites. Représentation graphique des termes d'une suite définie par récurrence. Aucune méthodologie d'étude particulière n'est exigible.
<b>b) Suites usuelles</b> Suites arithmétiques, suites géométriques.  Somme des $n$ premiers termes de telles suites.	La connaissance des suites arithmético-géométriques n'est pas un attendu du programme (on se contente de les inclure dans les exemples d'études de suites récurrentes).
<b>c) Limites</b> Suite convergente, suite divergente vers $-\infty$ et $+\infty$ . Suite divergente. Opérations sur les limites. Limites et relation d'ordre. Théorème dit « des gendarmes ». Théorème de la limite monotone : existence d'une limite finie ou infinie pour les suites monotones. Théorème des suites adjacentes.	Les propriétés des suites seront à relier à celles vues pour les fonctions.  On adapte ce résultat aux limites infinies.
<b>d) Suites équivalentes</b> Suites équivalentes, notation $u_n \sim v_n$ . L'équivalence est compatible avec la multiplication.  Utilisation des équivalents pour la recherche de limites.	Le développement sur les équivalents doit être modeste et se limiter aux suites dont le terme général ne s'annule pas.

### Travaux dirigés

Exemples d'études de suites définies par  $u_{n+1} = f(u_n)$ , la fonction  $f$  étant monotone sur l'intervalle d'étude choisi.

Exemples de recherches d'équivalents.

⇔ Exemples de phénomènes d'évolution représentables par un modèle discret : croissance bactérienne, dynamique des populations.



## Analyse 5 – Calcul intégral

L'intégration est introduite comme outil en vue de la résolution des équations différentielles et des probabilités plus que comme un but en soi.

**Exemples de capacités :** calculer une primitive simple ; calculer une intégrale au moyen d'une primitive ; encadrer une intégrale.

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Primitives</b>            Définition.            Existence d'une primitive sur un intervalle pour une fonction continue.            Caractérisation des primitives sur un intervalle pour une fonction continue.            Calcul des primitives.</p>	<p>Résultat admis.</p> <p>Linéarité, composition, primitives de <math>u'e^u</math> et de <math>u'u^\alpha</math> où <math>\alpha</math> est un réel.</p>
<p><b>b) Intégrale</b>            Définition de l'intégrale de <math>a</math> à <math>b</math> d'une fonction <math>f</math> continue sur un intervalle <math>I</math> contenant <math>a</math> et <math>b</math> :  <math>\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)</math> où <math>F</math> est une primitive de <math>f</math> sur <math>I</math>.            L'intégrale d'une fonction positive est l'aire sous sa courbe représentative.            Extension de cette interprétation au cas d'une fonction de signe non constant.</p> <p>Propriétés élémentaires : relation de Chasles, linéarité, positivité, intégrale et relation d'ordre, majoration de la valeur absolue d'une intégrale.            Si <math>f</math> est continue sur un intervalle <math>I</math> et si <math>a</math> est un élément de <math>I</math> alors la fonction <math>F</math> définie sur <math>I</math> par :  <math>F(x) = \int_a^x f(t)dt</math> est l'unique primitive de <math>f</math> sur <math>I</math> s'annulant en <math>a</math>.            Valeur moyenne d'une fonction.</p>	<p>On se limite à des fonctions continues sur un intervalle s'annulant en un nombre fini de points.</p> <p>⇔ Exemples de valeurs moyennes de grandeurs dépendant du temps (intensité, tension, concentration, vitesse, etc.)</p>
<p><b>c) Procédés d'intégration</b>            Intégration par parties.              Intégration par changement de variable.</p>	<p>Au cours d'une épreuve, sauf dans les cas simples, la nécessité d'une intégration par parties sera indiquée.            Au cours d'une épreuve, sauf dans les cas simples, le changement de variable sera donné.</p>
<p><b>d) Fonctions logarithme népérien et exponentielle</b>            Définition et étude de la fonction logarithme népérien, propriétés algébriques.            Définition du logarithme décimal, conversion.</p>	<p>Révision et complément des acquis antérieurs.            ⇔ Usage des logarithmes décimaux en pH-métrie.            ⇔ Conversion de lois physiques ou chimiques, s'exprimant de manière multiplicative, en relations additives : migration de molécules en situation d'électrophorèse, évolution microbienne, loi d'action de masse, etc.</p>

Contenus (suite)	Commentaires
<p>Étude de la fonction exponentielle. Définition de <math>a^b</math>, où <math>a</math> est un réel strictement positif et <math>b</math> un réel. Étude des fonctions <math>x \mapsto e^{\lambda x}</math> où <math>\lambda \in \mathbf{R}</math>.</p> <p>Théorème des puissances (ou croissances) comparées.</p>	<p>On étudie l'allure de la courbe représentative selon la position de <math>\lambda</math> par rapport à 0. <math>\Leftrightarrow</math> Exemples de modèles exponentiels issus des autres disciplines (la variable <math>x</math> est alors pourvu d'une unité de mesure et la constante <math>\lambda</math> a aussi une unité).</p> <p>Il s'agit de comparer le comportement en 0 et en <math>\pm\infty</math> des fonctions <math>x \mapsto \ln x</math>, <math>x \mapsto x^\alpha</math> et <math>x \mapsto e^{\lambda x}</math> (avec <math>\lambda &gt; 0</math>).</p>

### Travaux dirigés

Études de fonctions dont la définition dépend des fonctions exponentielles ou logarithmes.  
Résolution d'équations faisant intervenir exponentielles, logarithmes ou puissances.  
 $\Leftrightarrow$  Exemples de méthodes numériques de calcul d'intégrales (méthode des rectangles et algorithme associé).  
 $\Leftrightarrow$  Étude de différents modèles d'évolution issus des autres disciplines faisant intervenir une fonction de la variable réelle : modèles linéaires, logarithmiques, exponentiels, homographiques.

## Analyse 6 – Équations différentielles

**Exemples de capacités :** modéliser une situation concrète par un problème différentiel ; exploiter la linéarité d'un problème différentiel.

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants</b> Équations du type : <math>y' + ay = 0</math> où <math>a</math> est un nombre réel. Équations du type : <math>y' + ay = f(t)</math> où <math>a</math> est un réel et <math>f</math> est une fonction continue sur un intervalle.</p>	<p>Pour ce type d'équations, on donnera la forme d'une solution particulière dont l'étudiant aura à ajuster les coefficients.</p>
<p><b>b) Équations différentielles linéaires du second ordre</b> Équations du type : <math>y'' + ay' + by = 0</math> où <math>a</math> et <math>b</math> sont des nombres réels. Résolution de <math>y'' + ay' + by = f(t)</math> où <math>a</math> et <math>b</math> sont réels et <math>f</math> une fonction continue sur un intervalle, quand la forme d'une solution particulière est donnée.</p> <p>Principe de superposition.</p>	<p><math>\Leftrightarrow</math> Le cas le plus fréquent dans les applications est celui d'un second membre de la forme <math>t \mapsto \sin(\omega t)</math>. On fournit à l'étudiant la forme d'une solution possible, du type <math>t \mapsto \lambda \sin(\omega t) + \mu \cos(\omega t)</math> ou <math>t \mapsto \lambda t \cos(\omega t)</math>, il reste alors à déterminer la valeur de <math>\lambda</math> et de <math>\mu</math>.</p> <p><math>\Leftrightarrow</math> Il s'agit de mettre en évidence la linéarité des « sorties » (la fonction <math>y</math>) par rapport aux « entrées » (la fonction <math>f</math>).</p>

### Travaux dirigés

$\Leftrightarrow$  Exemples issus de modèles relevant des sciences physiques, de la chimie et de la biologie : mouvement d'un point mobile, modèles d'évolution bactérienne, cinétique chimique

et enzymatique.

## Probabilités 2 – Concepts de base des probabilités

Le but de ce chapitre est de reprendre de manière systématique les bases des probabilités finies telles qu'introduites en classes de Seconde et Première et de les compléter avec l'étude du conditionnement.

⇒ Ce domaine peut être avantageusement illustré avec une diversité de situations tirées de la génétique.

**Exemples de capacités :** modéliser une expérience aléatoire au moyen d'une probabilité ; calculer la probabilité d'un événement ; élaborer une hypothèse d'indépendance et l'utiliser pour calculer des probabilités.

Contenus	Commentaires
<p><b>a) Vocabulaire</b> Épreuve (expérience aléatoire). Univers. Notion d'événement. Événement certain, impossible.</p> <p>Événement élémentaire. Événements incompatibles, complémentaires. Système complet d'événements.</p>	<p>En première année on se limitera au cas où l'univers est fini et où l'algèbre des événements est égale à l'ensemble des parties de l'univers.</p>
<p><b>b) Probabilité</b> Définition. Espace probabilisé. Propriétés. Dans le cas d'un univers fini, caractérisation d'une probabilité par la donnée des probabilités des événements élémentaires. Cas de l'équiprobabilité (cas favorables, cas possibles).</p>	
<p><b>c) Probabilités conditionnelles</b> Définition. Notations : <math>P(A/B)</math> et <math>P_B(A)</math> . Propriétés.</p> <p>Théorème des probabilités composées. Formule des probabilités totales <math>P(B) = \sum_i P(B \cap A_i)</math>.</p> <p>Théorème de Bayes. Indépendance de deux événements. Événements mutuellement indépendants. Probabilité sur un univers produit.</p>	<p>On fait observer que <math>P_B</math> est une autre probabilité, mais aucune théorie n'est à construire.</p> <p>Dans le cas où les <math>P(A_i)</math> sont non nuls, interprétation en termes de probabilités conditionnelles ; on valorise des représentations arborescentes ou en tableau.</p> <p>On admettra l'existence ainsi que les propriétés d'une telle probabilité.</p>

### Travaux dirigés

On envisagera de nombreux exemples en insistant sur la modélisation choisie.

⇒ On peut en particulier s'appuyer sur des exemples liés au code génétique : probabilités d'apparitions d'un triplet de codons donné, transmission d'allèle pour un gène, génétique des populations, etc.

## Probabilités 3 – Variables aléatoires finies

Dans ce chapitre on met en place le formalisme de l'espérance et de la variance des variables aléatoires finies, en préparation de la seconde année.

**Exemples de capacités :** modéliser une expérience aléatoire au moyen d'une variable aléatoire ; reconnaître une situation relevant d'une loi binomiale ou d'une loi uniforme ; calculer une espérance ; calculer une variance.

Contenus	Commentaires
Définition.	On se limite au cas où l'ensemble des valeurs prises est fini.
Loi de probabilité d'une variable discrète.	Diagramme en bâtons.
Exemples fondamentaux de variables aléatoires : lois uniforme, de Bernoulli, binomiale.	Ces exemples ont été introduits en classe de Première.
Fonction de répartition.	Représentation graphique. On fera le lien avec les statistiques descriptives.
Espérance mathématique : définition, positivité.	On met en valeur la formule $E(aX + b) = aE(X) + b$ .
Variance et écart-type : définition.	On met en valeur la formule $V(aX + b) = a^2V(X)$ .
Formule $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$ .	Pour le calcul de $E(X^2)$ , on admet en première année la formule découlant du théorème de transfert (le théorème de transfert est étudié en seconde année).

### Travaux dirigés

Exemples de problèmes faisant intervenir des variables aléatoires discrètes.

⇒ Exemples de simulations informatiques de variables aléatoires finies.



~~ANNÉE~~ } ^ c ^ AG  
~~AP~~ Programmes des classes  
~~AP~~ préparatoires aux Grandes Ecoles

Filière : **scientifique**

Voie : **Technologie et biologie (TB)**

Discipline : **Physique-chimie**

**Première année**

# Programme de Physique-Chimie de TB 1<sup>ère</sup> année

## Les objectifs généraux de la formation en deux années

La filière TB constitue la première étape d'une formation d'ingénieurs et de vétérinaires proposée aux bacheliers de la voie technologique, reposant sur la connaissance du monde du vivant, sur la compréhension des lois de la matière et sur l'interaction entre l'Homme et son environnement. Les domaines d'activités visés lors de l'insertion professionnelle à l'issue de la formation sont variés et les responsabilités touchent à des secteurs vitaux pour la société, tels que la santé animale, l'agriculture, l'agroalimentaire, l'eau, l'environnement, la prospection minière, l'aménagement du territoire.

La formation dispensée en classe préparatoire vise à donner à tous les élèves un socle de compétences et de capacités spécifiques et interdisciplinaires, tout en développant chez eux des attitudes telles que la curiosité, le sens critique ou la prise de décision. Les compétences acquises par les élèves doivent pouvoir être réinvesties tout au long de leur formation et de leur vie professionnelle.

L'enseignement de physique-chimie poursuit la construction de **compétences scientifiques**, cognitives et réflexives, déjà ébauchées au lycée. Les étudiants doivent maîtriser la démarche scientifique, être en mesure d'identifier un problème scientifique et de mobiliser les ressources pertinentes pour le résoudre, maîtriser la recherche d'informations et la conduite d'un raisonnement, analyser de manière critique la qualité d'une mesure et les limites d'une modélisation. Pendant cette formation, les étudiants doivent aussi acquérir des **compétences en autonomie et créativité** : autonomie de réflexion et de modélisation, prise d'initiative, recul critique sont propices au développement de l'esprit d'innovation. La formation en physique-chimie contribue aussi à l'acquisition de **compétences organisationnelles et sociales**, notamment lors du travail partagé au sein d'un groupe au cours des activités expérimentales ou documentaires. Et il participe à la consolidation des **compétences de communication**, écrite ou orale.

## La formation en physique et chimie en première année

Le programme de physique-chimie de la classe de TB1 s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes du lycée, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis non seulement pour poursuivre avec succès un cursus de vétérinaire, d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais encore pour permettre de se former tout au long de la vie.

A travers l'enseignement de la physique et de la chimie, il s'agit de renforcer chez l'étudiant les compétences inhérentes à la pratique de la démarche scientifique et de ses grandes étapes : observer et mesurer, comprendre et modéliser, agir pour créer, pour produire, pour appliquer cette science aux réalisations humaines. Ces compétences ne sauraient être opérationnelles sans connaissances, ni savoir-faire ou capacités. C'est pourquoi ce programme définit un socle de connaissances et de capacités, conçu pour être accessible à tous les étudiants, en organisant de façon progressive leur introduction au cours de la première année. L'acquisition de ce socle par les étudiants constitue un objectif prioritaire pour le professeur.

Parce que la physique et la chimie sont avant tout des sciences expérimentales, parce que l'expérience intervient dans chacune des étapes de la démarche scientifique, parce qu'une démarche scientifique rigoureuse développe l'observation, l'investigation, la créativité et l'analyse critique, l'expérience est mise au cœur de l'enseignement de la discipline, en cours et lors des séances de travaux pratiques. Les activités expérimentales répondent à la nécessité de se confronter au réel, nécessité que l'ingénieur, le chercheur, le scientifique auront inévitablement à prendre en compte dans l'exercice de leur activité, notamment dans le domaine de la mesure.

Pour acquérir sa validité, l'expérience nécessite le support d'un modèle. La notion même de modèle est centrale pour la discipline. Par conséquent modéliser est une compétence essentielle développée en TB1. Pour apprendre à l'étudiant à modéliser de façon autonome, il convient de lui faire découvrir les différentes facettes de la physique et de la chimie, qui toutes peuvent le guider dans la compréhension des phénomènes. Ainsi le professeur doit rechercher un point d'équilibre entre des approches complémentaires : conceptuelle et expérimentale, abstraite et concrète, théorique et appliquée, inductive et déductive, qualitative et quantitative.

La construction d'un modèle passe par l'utilisation nécessaire des mathématiques, symboles et méthodes, dont le fondateur de la physique expérimentale, Galilée, énonçait déjà qu'elles étaient le langage dans lequel est écrit le monde. Si les mathématiques sont un outil puissant de modélisation, que l'étudiant doit maîtriser, elles sont parfois plus contraignantes lorsqu'il s'agit d'en extraire une solution. L'évolution des techniques permet désormais d'utiliser aussi l'approche numérique afin de faire porter prioritairement l'attention des étudiants sur l'interprétation et la discussion des résultats plutôt que sur une technique d'obtention. Cette approche permet en outre une modélisation plus fine du monde réel, par exemple par la prise en compte d'effets non linéaires. C'est aussi l'occasion pour l'étudiant d'exploiter les compétences acquises en informatique. C'est enfin l'opportunité de mener avec le professeur de mathématiques d'éventuelles démarches collaboratives.

Les liens de la physique et de la chimie avec les sciences de la vie et de la Terre doivent aussi être soulignés : les exemples choisis par le professeur pour illustrer les enseignements de physique et de chimie doivent être préférentiellement en lien avec la biologie ou les sciences de la Terre. Là aussi c'est l'opportunité de mener d'éventuelles démarches collaboratives avec le professeur de sciences de la vie et de la Terre.

Enfin l'autonomie de l'étudiant et la prise d'initiative sont développées à travers la pratique d'activités du type « résolution de problèmes », qui visent à apprendre à mobiliser des savoirs et des savoir-faire pour répondre à un questionnement ou atteindre un but.

Le programme est organisé en trois parties :

1. dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ces composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problèmes. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de la première année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Elles continueront à l'être en deuxième année. Leur acquisition doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée. Les compétences mentionnées dans cette partie tissent des liens transversaux entre les différentes rubriques du programme, contribuant ainsi à souligner l'idée d'une science constituée de domaines interdépendants.
2. dans la deuxième partie, intitulée « **formation expérimentale** », sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les élèves doivent maîtriser à la fin de

l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues.

3. dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux **contenus disciplinaires**. Elles sont organisées en deux colonnes : à la première colonne « notions et contenus » correspond une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise. Elle est organisée sur deux semestres. L'évaluation vise à mesurer le degré de maîtrise du socle ainsi défini et le niveau d'autonomie et d'initiative des étudiants. Lors de la conception des évaluations, on veillera soigneusement à identifier les capacités mobilisées afin d'en élargir le plus possible le spectre.

La progression dans les contenus disciplinaires est organisée en deux semestres. Pour faciliter la progressivité des acquisitions, au premier semestre les grandeurs physiques introduites sont essentiellement des grandeurs scalaires dépendant du temps et éventuellement d'une variable d'espace ; et on utilise les grandeurs physiques vectorielles au deuxième semestre.

Certains items de cette troisième partie, **identifiés en caractères gras**, se prêtent particulièrement à une approche expérimentale. Ils doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées. D'autres items sont signalés comme devant être abordés au moyen d'une approche documentaire.

Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée pour chaque semestre. Comme le rappellent les programmes du lycée, la liberté pédagogique de l'enseignant est le pendant de la liberté scientifique du chercheur.

Dans le cadre de cette liberté pédagogique, le professeur, pédagogue et didacticien, organise son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :

- il doit privilégier la mise en activité des étudiants en évitant le dogmatisme : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des élèves. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problèmes favorisent cette mise en activité.
- il doit savoir recourir à la mise en contexte des contenus scientifiques : le questionnement scientifique peut être introduit à partir de phénomènes naturels, de procédés ou d'objets technologiques. Lorsque le thème traité s'y prête, le professeur peut le mettre en perspective avec l'histoire des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant peut ainsi avoir intérêt à mettre son enseignement « en culture » si cela rend sa démarche plus naturelle et motivante auprès des élèves.
- il contribue à la nécessaire mise en cohérence des enseignements scientifiques ; la progression en physique-chimie doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les autres disciplines, mathématiques, informatique et sciences de la vie et de la Terre.



# Démarche scientifique

## 1. Démarche expérimentale

La physique et la chimie sont des sciences à la fois théoriques et expérimentales. Ces deux composantes de la démarche scientifique s'enrichissent mutuellement, leur intrication est un élément essentiel de son enseignement.

Ce programme fait donc une large place à la méthodologie expérimentale, selon deux axes forts et complémentaires :

- Le premier a trait à la formation expérimentale à laquelle l'intégralité de la deuxième partie est consacrée. Compte tenu du volume horaire dédié aux travaux pratiques, ceux-ci doivent permettre l'acquisition de compétences spécifiques décrites dans cette partie, de capacités dans le domaine de la mesure et des incertitudes et de savoir-faire techniques. Cette composante importante de la formation de praticien, d'ingénieur ou de chercheur a vocation à être évaluée de manière appropriée dans l'esprit décrit dans cette partie.
- Le second concerne l'identification, tout au long du programme, dans la troisième partie (contenus disciplinaires), de problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale. Ces items, **identifiés en gras**, doivent être abordés, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques où l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.

Les expériences de cours et les séances de travaux pratiques répondent à des objectifs complémentaires :

- Les expériences de cours doivent susciter un questionnement actif et collectif autour d'une expérience bien choisie permettant de faire évoluer la réflexion théorique et la modélisation, d'aboutir à des lois simplificatrices et unificatrices, de dégager des concepts transversaux entre différents domaines de la physique.
- Les séances de travaux pratiques doivent permettre, dans une approche contextualisée, suscitée par une problématique clairement identifiée, et chaque fois que cela est possible transversale, l'acquisition de savoir-faire techniques, de connaissances dans le domaine de la mesure et de l'évaluation de sa précision, d'autonomie dans la mise en œuvre de protocoles simples associés à la quantification des grandeurs physiques les plus souvent mesurées.

La liste de matériel jointe en annexe de ce programme précise le cadre technique dans lequel les étudiants doivent savoir évoluer en autonomie avec une information minimale. Son placement en annexe du programme, et non à l'intérieur de la partie dédiée à la formation expérimentale, est délibéré : il exclut l'organisation de séances de travaux pratiques dédiées à un appareil donné et centrées seulement sur l'acquisition des compétences techniques associées.

### Compétences spécifiques mobilisées lors des activités expérimentales

Les activités expérimentales en CPGE mobilisent les compétences spécifiques qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale en CPGE, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres parties du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les élèves et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.

L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence. Certaines ne sont d'ailleurs pas propres à la seule méthodologie expérimentale, et s'inscrivent plus largement dans la démarche scientifique, voire toute activité de nature éducative et formatrice (communiquer, autonomie, travail en équipe, etc.).

<b>Compétence</b>	<b>Exemples de capacités associées</b>
<b>S'approprier</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation expérimentale</li> <li>- énoncer une problématique d'approche expérimentale.</li> <li>- définir les objectifs correspondants.</li> </ul>
<b>Analyser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- formuler et échanger des hypothèses.</li> <li>- proposer une stratégie pour répondre à la problématique.</li> <li>- proposer un modèle associé.</li> <li>- choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental.</li> <li>- évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations.</li> </ul>
<b>Réaliser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en œuvre un protocole.</li> <li>- utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée.</li> <li>- mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates.</li> <li>- effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales.</li> </ul>
<b>Valider</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes.</li> <li>- confronter un modèle à des résultats expérimentaux.</li> <li>- confirmer ou infirmer une hypothèse, une information.</li> <li>- analyser les résultats de manière critique.</li> <li>- proposer des améliorations de la démarche ou du modèle.</li> </ul>
<b>Communiquer</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- à l'écrit comme à l'oral : <ul style="list-style-type: none"> <li>o présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible ;</li> <li>o utiliser un vocabulaire scientifique adapté ;</li> <li>o s'appuyer sur des schémas, des graphes adaptés.</li> </ul> </li> <li>- faire preuve d'écoute, confronter son point de vue.</li> </ul>
<b>Être autonome, faire preuve d'initiative</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- travailler seul ou en équipe.</li> <li>- solliciter une aide de manière pertinente.</li> <li>- s'impliquer, prendre des décisions, anticiper.</li> </ul>

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Dans ce cadre, doivent être développées les capacités à définir la problématique du questionnement, à décrire les méthodes, en particulier expérimentales, utilisées pour y répondre, à présenter les résultats obtenus et l'exploitation, graphique ou numérique, qui en a été faite, et à analyser les réponses apportées au questionnement initial et leur qualité. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de préparer les étudiants de CPGE à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur.

La compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** » est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les élèves à l'autonomie et l'initiative.

## **2. Résolution de problèmes**

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problèmes » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Cette activité est adaptée tant à une évaluation écrite où l'étudiant progresse en complète autonomie qu'à une évaluation orale pouvant s'enrichir d'une interaction avec un examinateur qualifié.

Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. Ce n'est donc pas un « problème ouvert » pour lequel on soumet une situation en demandant « Que se passe-t-il ? ». L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.

La résolution de problèmes permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les élèves d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C'est sur la façon d'appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu'est centrée la formation de l'élève lors de la démarche de résolution de problèmes. La résolution de problèmes mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Exemples de capacités associées
S'approprier le problème	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue (réaction chimique voisine ...).
Etablir une stratégie de résolution (analyser)	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, ...). Déterminer et énoncer les lois qui seront utilisées, le type de réaction mise en œuvre, ...
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser)	Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. Utiliser l'analyse dimensionnelle.
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider).	S'assurer que l'on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d'une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d'un document joint, simulation numérique, autre voie de synthèse...).
Communiquer.	Présenter la solution, ou la rédiger, en expliquant le raisonnement et les résultats.

### 3. Approches documentaires

Dans un monde où le volume d'informations disponibles rend en pratique difficile l'accès raisonné à la connaissance, il importe de continuer le travail commencé au collège et au lycée sur la recherche, l'extraction et l'organisation de l'information afin de permettre l'accès à la connaissance en toute autonomie avec la prise de conscience de l'existence d'un continuum de niveaux de compétence sur un domaine donné, de la méconnaissance (et donc la découverte) à la maîtrise totale.

Le programme de physique-chimie prévoit qu'un certain nombre de rubriques, identifiées dans la colonne « capacités exigibles » relèvent d'une « **approche documentaire** ». L'objectif est double ; il s'agit :

- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver différemment en utilisant des documents au support varié (texte, vidéo, photo...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (grandes idées, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs) dans les domaines de la physique et de la chimie du XX<sup>ème</sup> et XXI<sup>ème</sup> siècle et de leurs applications.

Ces approches documentaires sont aussi l'occasion d'apporter des éléments de compréhension de la construction du "savoir scientifique" : histoire des sciences, débats d'idées, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, contribution des sciences à des questions sociétales ou au développement industriel... Elles doivent permettre de

développer des compétences d'analyse et de synthèse. Elles reposent sur l'utilisation d'articles de revues scientifiques spécialisées ou de vulgarisation, de documents extraits de sites institutionnels ou reconnus par la communauté scientifique, d'ouvrages scientifiques de référence, ou encore sur une vidéo, une photo ou un document produit par le professeur. Elle sensibilise également les étudiants à la diversité des supports de l'information, et au crédit que l'on peut accorder à une information.

Quelle que soit la façon d'aborder ces approches documentaires, le rôle du professeur est de travailler à un niveau adapté à sa classe et d'assurer une synthèse de ce qu'il convient de retenir. Elles doivent être en cohérence avec le socle du programme. Elles peuvent être l'occasion d'acquérir de nouvelles connaissances ou d'approcher de nouveaux modèles mais il faut proscrire toute dérive en particulier calculatoire.

## Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la pratique de la formation expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans la partie « contenus disciplinaires » – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie.

D'une part, elle précise les connaissances et savoir-faire qui doivent être acquis dans le domaine de la **mesure** et de l'évaluation des **incertitudes**, dans la continuité de la nouvelle épreuve d'Évaluation des Compétences Expérimentales (ECE) de Terminale S, avec cependant un niveau d'exigence plus élevé qui correspond à celui des deux premières années d'enseignement supérieur.

D'autre part, elle présente de façon détaillée l'ensemble des **capacités expérimentales** qui doivent être acquises et pratiquées en autonomie par les étudiants à l'issue de leur première année de CPGE.

### 1. Mesures et incertitudes

Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les étudiants doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont au moment de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure..., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.

Les étudiants doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes. Les compétences acquises pourront être réinvesties dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.

Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières scientifiques du lycée général et technologique. Les objectifs sont identiques, certains aspects sont approfondis : utilisation du vocabulaire de base de la métrologie, connaissance de la loi des incertitudes composées, ... ; une première approche sur la validation d'une loi physique est proposée. Les capacités identifiées sont abordées dès la première année et doivent être maîtrisées à l'issue des deux années de formation. Les activités expérimentales permettent de les introduire et de les acquérir de manière progressive et authentique. Elles doivent régulièrement faire l'objet d'un apprentissage intégré et d'une évaluation.

<b>Notions et contenus</b>	<b>Capacités exigibles</b>
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur.	<p>Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique.</p> <p>Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.</p>
<p>Notion d'incertitude, incertitude-type.</p> <p>Évaluation d'une incertitude-type.</p> <p>Incertitude-type composée.</p> <p>Incertitude élargie.</p>	<p>Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.</p> <p>Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité).</p> <p>Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur.</p> <p>Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes dans les cas simples d'une expression de la valeur mesurée sous la forme d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient ou bien à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel.</p> <p>Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs.</p> <p>Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.</p>
Présentation d'un résultat expérimental.	<p>Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance.</p> <p>Présenter une valeur à l'aide de la notation scientifique adaptée à la précision des mesures et/ou des données.</p>
Vérification d'une loi physique ou validation d'un modèle ; ajustement de données expérimentales à l'aide d'une fonction de référence modélisant le phénomène.	<p>Utiliser un logiciel de régression linéaire.</p> <p>Expliquer en quoi le coefficient de corrélation n'est pas un outil adapté pour juger de la validité d'un modèle linéaire.</p> <p>Juger qualitativement si des données expérimentales avec incertitudes sont en accord avec un modèle linéaire.</p> <p>Extraire à l'aide d'un logiciel les incertitudes sur la pente et sur l'ordonnée à l'origine dans le cas de données en accord avec un modèle linéaire.</p>

## 2. Méthodes expérimentales

Cette partie présente l'ensemble des méthodes expérimentales que les étudiants doivent acquérir durant les deux années de formation pendant les séances de travaux pratiques. Les capacités sont acquises plus particulièrement en liaison avec un thème du programme, ce qui ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul thème.

Le choix des activités peut être réalisé en fonction de la progression de l'enseignement des concepts tout en maintenant un équilibre entre les deux années de préparation. Ces activités sont l'occasion pour l'étudiant de développer le sens de l'initiative, le respect des règles de sécurité pour l'homme et pour l'environnement. Il doit connaître le principe des techniques indiquées et en réaliser la mise en œuvre expérimentale. Des notices simplifiées de fonctionnement et de réglage des appareils utilisés doivent lui être fournies.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
<p><b>Règles de sécurité</b></p> <p><b>Techniques :</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- chauffage à reflux,</li><li>- addition d'un réactif au cours d'une réaction,</li><li>- réaction en conditions anhydres,</li><li>- traitement d'un brut réactionnel,</li><li>- séparation et purification,</li></ul> <p><b>Analyse et suivi :</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- chromatographie sur couche mince,</li><li>- dosage de prélèvements,</li><li>- température de fusion,</li><li>- indice de réfraction,</li><li>- pouvoir rotatoire,</li><li>- rendement.</li></ul>	<p>Interpréter la fiche de sécurité et l'étiquetage d'un produit.</p> <p>Respecter les règles élémentaires de sécurité dans le cadre d'un travail en laboratoire.</p> <p>Installer et utiliser un montage de chauffage à reflux.</p> <p>Utiliser une ampoule de coulée.</p> <p>Conduire une réaction en milieu anhydre.</p> <p>Réaliser les opérations suivantes : filtration sous vide, extraction liquide-liquide, lavage, séchage d'une phase organique, élimination d'un solvant à l'aide d'un évaporateur rotatif, essorage et séchage d'un solide.</p> <p>Mettre en œuvre les techniques suivantes : relargage, distillation fractionnée sous pression atmosphérique, hydrodistillation, recristallisation.</p> <p>Réaliser une chromatographie sur couche mince.</p> <p>Réaliser un prélèvement et effectuer un dosage</p> <p>Utiliser un banc Köfler, un réfractomètre, un polarimètre.</p> <p>Définir et calculer le rendement d'une réaction.</p> <p>Mesurer une masse, un volume.</p>



## Contenus disciplinaires

### Les thèmes traités en première année

L'enseignement de physique-chimie est organisé en **thèmes**, poursuivant des objectifs de formation précisés en notions et capacités attendues. Dans les thèmes, les illustrations et les exemples ont avantage à s'appuyer sur la vie quotidienne, la recherche ou l'histoire des sciences, en balayant les domaines du vivant, de l'environnement ou de l'industrie. La première année est rythmée par cinq thèmes, répartis entre les deux semestres. Chaque thème poursuit des objectifs de formation spécifique et de transférabilité des compétences acquises. **Les activités documentaires et expérimentales sont précisées au regard des notions et capacités exigibles**, mais leur mise en œuvre est laissée à l'**appréciation pédagogique** du professeur, qui détermine notamment le choix des études de cas

Chaque thème comporte une brève introduction, qui fixe le cadre et les limites d'étude, suivie d'un tableau qui détaille les connaissances et capacités associées. Les notions abordées, qui doivent être connues des étudiants, figurent dans la colonne de gauche. La colonne de droite précise et encadre les capacités exigibles relatives à chaque notion.

En outre l'étudiant doit maîtriser les capacités transversales suivantes :

Notions	Capacités exigibles
Analyse dimensionnelle.	Vérifier l'homogénéité d'une expression littérale à partir d'une analyse dimensionnelle des termes présents. Définir un ordre de grandeur (durée, longueur) par analyse dimensionnelle d'une équation modélisant un phénomène.
Ordres de grandeur, puissances de 10, nombre de décimales.	Présenter une valeur à l'aide de la notation scientifique adaptée à la précision des données et/ou des mesures.
Résolution numérique d'équations et l'intégration numérique d'équations différentielles.	Utiliser un logiciel de calcul. Donner l'intérêt et les limites d'une résolution numérique d'une équation.

### Premier semestre

#### I. Structure de la matière

La matière, sous différents états, est constituée d'atomes et de molécules en interaction. Au niveau microscopique, sa structure spatiale joue un rôle déterminant sur ses propriétés dans le monde du vivant et en synthèse organique.

L'enseignement de la structure de la matière illustre, sans prétendre à l'exhaustivité, l'organisation de la matière de l'échelle atomique à l'échelle supramoléculaire. Il explicite, de façon succincte et sans aucun débordement théorique, des concepts sur la structure des atomes, dont la finalité est de pouvoir lire et utiliser la classification périodique. La structure des molécules est envisagée sous le seul formalisme de Lewis, et leur géométrie est étudiée dans le cadre du modèle de Gillespie. L'exposé sur les interactions intermoléculaires est étroitement ancré aux applications en milieu biologique et en synthèse. Les états de la matière et les changements d'état font l'objet d'une étude ancrée à l'observation des phénomènes naturels. Les notions de stéréochimie s'inscrivent dans la continuité des notions introduites en classe de première. Elles visent à instruire sur les liens essentiels

entre structure spatiale et réactivité. L'importance de la structure tridimensionnelle des molécules est illustrée par des exemples tirés du monde du vivant.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. La structure de l'atome</b>	
Quantification de l'énergie dans l'atome. Principe d'émission d'une lampe spectrale.	Relier les niveaux d'énergie de l'atome aux nombres quantiques.
Configuration électronique d'un atome ou d'un ion à l'état fondamental : principe d'exclusion de Pauli, règle de Klechkowsky, règle de Hund.	Déterminer la structure électronique d'un atome ou d'un ion à l'état fondamental.
Classification Périodique. Energie d'ionisation, affinité électronique et électronégativité de Pauling : évolution dans la classification périodique. Analogie et évolution des propriétés sur quelques exemples. Importance des éléments de transition en biologie.	Localiser les principales familles ou blocs dans la classification périodique. Extraire des informations sur un élément chimique de la classification périodique. Relier structure électronique et place d'un élément dans la classification périodique.
<b>2. De l'atome aux édifices chimiques</b>	
Liaison covalente : définition, propriétés. Modèle de Lewis, règle de l'octet et ses limites. Limite du modèle de Lewis : mésomérie, conjugaison, mésomérie.  Méthode V.S.E.P.R.	Utiliser la règle de l'octet pour représenter quelques molécules simples. Utiliser le modèle de Lewis y compris dans les cas d'hypervalence ou de lacune électronique (ozone, dioxyde de soufre...). Ecrire les formes mésomères dans quelques cas simples, en particulier en chimie organique. Prévoir la géométrie de molécules simples jusqu'à AX <sub>6</sub> . Activité : construire des modèles moléculaires et utiliser un logiciel de modélisation pour représenter et visualiser dans l'espace des molécules.
<b>3. Cohésion et forces intermoléculaires</b>	
Interaction de Van der Waals Liaison hydrogène inter et intramoléculaire  Importance de ces interactions dans les milieux biologiques : bases azotés, □-aminoacides, protéines, ADN...	Comparer les ordres de grandeur des énergies dans les cas des liaisons de Van de Waals et covalente. Interpréter la cohésion des solides atomiques et moléculaires. Prévoir la solubilité d'une espèce dans l'eau. <b>Approche documentaire</b> : exploiter un document pour comprendre l'importance de ces interactions dans les molécules et systèmes biologiques (en lien avec l'enseignement de biotechnologie).
<b>4. Les états de la matière</b>	
Etats solide, liquide et gazeux. Etat condensé et état fluide. Les différentes échelles d'étude de la matière : microscopique, mésoscopique et macroscopique.	Définir et caractériser les différents états de la matière. Définir les différentes échelles d'étude de la matière et préciser leur intérêt. Décrire le niveau microscopique uniquement de manière qualitative.

<b>5. Description d'un système</b>	
Système isolé, fermé et ouvert.  Paramètres ou variables d'état : définition, caractère intensif ou extensif.  Fonction d'état et équation d'état.  Homogénéité, phases.	Définir et reconnaître chaque type de système. Illustrer les définitions à l'aide d'exemples, entre autres issus du monde du vivant. Présenter les paramètres usuellement utilisées pour la description d'un système thermodynamique : pression, température, volume etc. .... Reconnaître et exploiter le caractère extensif ou intensif d'une variable d'état. Citer et définir les fonctions d'état usuellement utilisées en thermodynamique. Définir les grandeurs : fraction molaire, fraction massique, concentration molaire, concentration massique, masse volumique, densité.
Equilibre thermique : principe 0 de la thermodynamique, température absolue et température Celsius.	Enoncer et utiliser le principe 0 de la thermodynamique. Définir la température à partir de l'équilibre thermique. Utiliser les échelles Kelvin et Celsius, sans aucun développement calculatoire sur la construction de ces deux échelles.
Equilibre thermodynamique : définition.	Faire le lien entre l'équilibre thermodynamique et les équilibres mécanique, chimique et thermique.
<b>6. Modèle macroscopique du gaz parfait</b>	
Equation d'état.	Présenter succinctement l'allure des isothermes de gaz réels en coordonnées d'Amagat. Définir le gaz parfait comme limite du gaz réel et déduire son équation d'état.
Mélange idéal de gaz parfaits. Pression partielle.	Donner la définition de la pression partielle. Justifier et utiliser la loi de Dalton.
<b>7. Fluides réels et phases condensées</b>	
Fluides réels : équation d'état $f(P, V, T) = 0$ .  Coefficients thermoélastiques : $\alpha$ et $\chi_T$ .	Analyser une équation d'état sur une étude de cas (équation de Van der Waals ou autre équation non mémorisée) pour montrer les liens entre les termes correctifs et la nature attractive ou répulsive des interactions. Présenter une analyse qualitative de la signification des coefficients thermoélastiques. Traiter une application dans un cas simple sans développement calculatoire excessif ni établissement d'une équation d'état à partir des coefficients.
Phases condensées dans le cadre du modèle incompressible et indilatable.	Connaître les ordres de grandeurs des valeurs de $\alpha$ et $\chi_T$ pour une phase condensée. Discuter les hypothèses du modèle à partir de calculs d'ordre de grandeur. <b>Approche documentaire</b> : conduire une étude documentaire issue du monde géologique pour montrer les limites du modèle.

<b>8. Stéréochimie</b>	
<b>8.1. Utiliser la représentation adaptée pour décrire la géométrie d'une molécule</b>	
Représentation spatiale des molécules : en perspective et en projections de Cram, Newman et Fischer.	Représenter une molécule en choisissant la représentation la mieux adaptée. Passer d'une représentation à une autre.
Conformation, études de cas : éthane, butane, cyclohexane. Isomérisie cis-trans, substituant axial et équatorial, interconversion chaise-chaise.	Utiliser la représentation de Newman et passer d'une écriture perspective à la représentation Newman. Exploiter une échelle d'énergie pour discuter de la stabilité d'un conformère.
Stéréoisomérisie de configuration Z et E, R et S. Chiralité, énantiomérisie, diastéréoisomérisie.	Prévoir si une molécule présente une stéréoisomérisie de configuration et écrire les différents stéréoisomères de configuration, en utilisant la représentation adaptée. <b>Construire des modèles moléculaires et utiliser un logiciel de modélisation pour représenter et visualiser des molécules.</b>
Activité optique, mélange racémique. Loi de Biot.	Relier activité optique et structure moléculaire. Utiliser la loi de Biot. Discuter de la pureté énantiométrique d'un mélange. Connaître la définition d'un mélange racémique. Activité : mettre en œuvre une activité expérimentale pour mesurer un pouvoir rotatoire.
Lien entre stéréoisomérisie et propriétés biologiques.	<b>Approche documentaire</b> Extraire et exploiter des informations sur les propriétés (et la réactivité) des stéréoisomères.
Nomenclature D et L des oses et des $\alpha$ -aminoacides. Conséquence sur la structure chirale de l'hélice $\square$ protéique.	Identifier les groupes caractéristiques et les atomes de carbone asymétriques d'un ose ou d'un $\alpha$ -aminoacide. Utiliser la représentation de Fischer. Interpréter la structure spatiale protéique.
<b>8.2. Structure spatiale et réactivité</b>	
Aspect macroscopique : modification de chaîne ou de groupe, réactions d'addition, de substitution, d'élimination. Aspect microscopique : liaison polarisée, site donneur et site accepteur de doublet d'électrons, site nucléophile ou électrophile.	Reconnaître le type de réaction à partir de l'équation bilan. Citer un exemple par type de réaction. Identifier un site nucléophile, un site électrophile. Reconnaître des nucléophiles usuels. Placer les flèches entre site donneur et site accepteur dans une étape d'un mécanisme.
Réactivité des dérivés monohalogénés d'alcane : - substitution nucléophile : mécanismes limites de types SN1 et SN2, - réaction d'élimination : mécanisme limite de type E1, règle de Zaitsev. Compétition entre SN1 et E1.	Ecrire les mécanismes du programme. Préciser les conséquences stéréochimiques des mécanismes limites. Discuter de la compétition entre les deux mécanismes en fonction de la stabilité du carbocation. Déterminer la régiosélectivité de l'élimination. Reconnaître les conditions favorisant l'élimination.

## II. Équilibre macroscopique de la matière

L'équilibre apparent de la matière (à l'échelle humaine) peut se décrire grâce à un petit nombre de paramètres et d'outils prédictifs.

L'enseignement de l'équilibre macroscopique de la matière balaie le spectre des équilibres chimiques et mécaniques. L'équilibre chimique est introduit comme une donnée expérimentale, et l'existence d'une constante d'équilibre est admise. Les applications sont limitées à l'étude des réactions acido-basiques et d'oxydoréduction en solution aqueuse. L'enseignement d'acido-basicité a pour objectif de se limiter à des études de cas simples dont on perçoit l'intérêt en analyse ou en milieu biologique. L'enseignement d'oxydoréduction vise essentiellement à illustrer le concept prévisionnel de potentiel redox, pour prévoir le sens des échanges entre couples rédox dans un système chimique ou électrochimique. Il n'induit pas de développement théorique. L'équilibre mécanique fait l'objet d'une approche descriptive à l'échelle macroscopique mettant en jeu des forces simples. Il suscite l'étude de cas du fluide en équilibre, dont le champ d'application contient des éléments de la vie quotidienne.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Les outils de description d'un système chimique en réaction</b>	
Avancement d'une réaction chimique ; taux d'avancement.	Traduire une transformation par une équation bilan. Construire un tableau d'avancement et l'utiliser.
Activité d'un constituant dans un mélange idéal de constituants gazeux, liquides et solides et dans une solution aqueuse idéale. Equilibre chimique ; quotient de réaction $Q_R$ et constante d'équilibre $K^\circ$ .	Exprimer l'activité d'un constituant dans le cas de l'idéalité.  Expliciter une constante d'équilibre $K^\circ$ et un quotient de réaction $Q_R$ . Justifier le sens d'évolution d'un système. Déterminer la composition d'un système à l'équilibre chimique.
Notion de transformation quantitative ou limitée.	Mettre en relation l'état final avec le caractère total ou limité d'une transformation.
<b>2. Les réactions acido-basiques</b>	
Couples acide-base en solution aqueuse Diagrammes de prédominance. Détermination du pH d'une solution par la méthode de la réaction prédominante : cas d'un acide faible, d'une base faible, d'une espèce amphotère. Exemple des $\alpha$ -aminoacides.  Solutions tampon : propriétés, sans aspect quantitatif sur le pouvoir tampon.	Comparer la force de deux acides, de deux bases. Lire et exploiter un diagramme de prédominance, une courbe de distribution. Déterminer le pH d'une solution, en se limitant aux cas où une réaction est nettement prépondérante. Poser les hypothèses adaptées et les vérifier dans un calcul de détermination de pH. Activité : préparer une solution titrée par dissolution, mélange ou dilution. Activité : utiliser un simulateur pour prévoir la composition d'une solution à l'équilibre. Expliciter les propriétés des solutions tampon et leur intérêt dans les milieux biologiques.
<b>3. Les réactions d'oxydoréduction</b>	
Couples rédox.  Pile électrochimique, potentiel d'électrode, formule de Nernst, potentiel standard.  Réaction rédox. Constante d'équilibre, prévision du sens d'évolution spontané selon une réaction rédox.	Identifier l'oxydant et le réducteur dans un couple, en utilisant les nombres d'oxydation. Equilibrer une demi-équation rédox. Appliquer la formule de Nernst dans des cas simples. Prédire le sens de fonctionnement d'une pile. Equilibrer une réaction rédox. Exprimer la constante d'équilibre rédox en fonction des potentiels $E^\circ$ .

	<p>Prédire le sens spontané d'une réaction rédox. Déterminer les caractéristiques du système à l'équilibre. illustrer les échanges électroniques et les couplages en lien avec les enseignements de biotechnologie et de SVT.</p> <p><b>Réaliser une pile</b> <b>Approche documentaire</b> conduire une activité documentaire sur une pile à combustible.</p>
<b>4. Equilibre d'un point matériel</b>	
Masse d'un point matériel.	Illustrer qualitativement le rôle de la masse en dynamique, lorsqu'il est question de relier le mouvement à ses causes.
Force : représentation vectorielle, cause du mouvement, cause de l'équilibre  Exemples de forces	Décomposer une force dans une base. Connaître et utiliser les caractéristiques des forces usuellement rencontrées en mécanique du point : poids, poussée d'Archimède, tension exercée par un fil, force de rappel d'un ressort, force de frottement fluide proportionnelle à la vitesse, réaction d'un support sans frottement, force électrique subie par une particule chargée dans un champ électrique uniforme, d'origine non étudiée et non explicitée.
<b>5. Statique des fluides</b>	
Milieu continu. Définition de la particule de fluide.  Champ de force dans un fluide au repos.	Illustrer l'intérêt de l'échelle mésoscopique. Utiliser le fait que les variables d'état d'un fluide varient continûment à l'échelle macroscopique.  Distinguer les forces volumiques (actions à distance ou interactions de longue portée : force de pesanteur) et les forces surfaciques (actions à courte portée : force de contact, pression). Etablir l'expression de la force volumique de pesanteur s'exerçant sur la particule de fluide. Etablir l'expression de la résultante des forces surfacique de pression s'exerçant sur la particule de fluide.
Principe fondamental de la statique des fluides  Applications : Cas des fluides homogènes et incompressibles. Mesure de pression : baromètre, manomètre Cas de l'atmosphère isotherme.	Expliciter le principe dans le cas du champ de pesanteur uniforme, sans faire intervenir le gradient du champ de pression. Reconnaître la difficulté d'intégrer cette relation si la masse volumique ne peut pas être considérée comme une constante. Connaître les unités de pression (Pascal, bar et millimètre de mercure), sans tenir aucun développement calculatoire concernant ces échelles. Apprécier les limites de validité du modèle de pression dans un gaz, considérée en général comme uniforme en thermodynamique.
Résultante des forces pressantes appliquées sur une surface.	Réaliser une étude limitée à des surfaces planes ou cylindriques en utilisant les symétries sans développement calculatoire excessif ni

	détermination du point d'application.
Théorème d'Archimède, énoncé sans démonstration	Conduire une étude limitée aux corps flottants. <b>Approche documentaire</b> conduire une étude documentaire sur la flottaison d'un corps ou le ballon dirigeable.

## Deuxième semestre

### III. Evolution temporelle

La connaissance de l'état initial et des lois qui régissent le système permet de prévoir son évolution au cours du temps.

L'étude de l'évolution temporelle d'un système vise aussi bien à comprendre son devenir chimique et son devenir mécanique. Les notions de cinétique chimique sont essentiellement illustrées par des exemples pris chez les êtres vivants, dans l'environnement et en synthèse. L'aspect cinétique des processus radioactifs est placé dans un contexte environnemental, industriel ou médical. Les éléments de cinétique formelle induisent l'usage d'un formalisme mathématique rigoureux, et la nécessité d'une confrontation du modèle avec des données expérimentales. La résolution analytique se limite cependant aux cas les plus simples de réactions d'ordre 0, 1 et 2, des cas plus complexes pouvant être éventuellement traités à l'aide de simulation numérique. La présentation des mécanismes réactionnels est conçue essentiellement dans le but d'éclairer la réactivité en chimie organique et de comprendre finement le rôle et le choix du catalyseur. Les notions de cinématique et de dynamique du point matériel ont pour objet de présenter aux élèves les liens qui unissent force, mouvement et énergie, sans aborder la notion de puissance mécanique. Les référentiels galiléens sont utilisés sans justification de leur existence. Reposant sur la maîtrise de grandeurs vectorielles dépendantes du temps, l'enseignement se limite à des modélisations simples dont la résolution analytique reste accessible au profil des étudiants de la filière. L'utilisation de l'outil numérique et de logiciels d'intégration peut être l'occasion d'étudier des cas plus complexes, proches de la réalité.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Vitesse de réaction</b>	
Avancement d'une transformation. Vitesse de réaction dans l'unique cas où le volume est constant. Temps de $\frac{1}{2}$ réaction.  Facteurs de la cinétique : concentration, température, pression, catalyse.	Etablir un tableau d'avancement adossé à une équation de réaction. Exprimer la vitesse à partir des coefficients stœchiométriques algébriques et des concentrations. Discuter sur les facteurs influençant la vitesse. <b>Mettre en évidence expérimentalement l'influence de la température et d'un catalyseur sur la vitesse d'une réaction.</b>
Ordre : exemples de réaction avec ordre et de réaction sans ordre. Constante de vitesse. Dégénérescence de l'ordre. Cas de la décroissance radioactive, période radioactive.	Appliquer les méthodes de simplification pour déterminer une loi de vitesse (mélange stœchiométrique, dégénérescence de l'ordre).  <b>Pratiquer une démarche expérimentale ou exploiter des données pour vérifier une hypothèse d'ordre, déterminer une constante de vitesse.</b>
Loi d'Arrhénius et énergie d'activation.	Utiliser la loi d'Arrhénius et discuter sur l'énergie d'activation et savoir les utiliser dans des exemples pris dans la chimie

	organique ou environnementale.
<b>2. Mécanisme de réaction</b>	
Décomposition d'une réaction globale en actes élémentaires et molécularité. Loi de Van't Hoff.	Différencier le bilan macroscopique et l'acte élémentaire à partir d'exemples. Exploiter des informations pour établir la loi de vitesse.
Intermédiaires réactionnels.	Utiliser l'effet inductif pour discuter de la stabilité d'un intermédiaire réactionnel.
Approximation de l'état quasi stationnaire. Etape cinétiquement déterminante. Cas d'un pré-équilibre rapide.	Utiliser les approximations dans quelques cas simples.
Notion de chemin réactionnel, postulat de Hammond.	Commenter l'allure d'un diagramme « énergie-coordonnée de réaction » dans quelques cas simples.
<b>3. Catalyse</b>	
Action catalytique Catalyse homogène et catalyse hétérogène. Auto-catalyse.	Préciser les caractéristiques de l'action catalytique à partir quelques exemples pris dans les domaines de l'oxydoréduction, l'acido-basicité et la chimie organique.
Choix d'un catalyseur, sélectivité	<b>Approche documentaire</b> : justifier le choix d'un catalyseur pour une réaction au regard du contexte réactionnel et des objectifs.
<b>4. Cinématique du point matériel</b>	
Définition de la cinématique. Point matériel. Référentiel : définition, référentiel terrestre. Repère d'espace, base de projection.  Description du mouvement : Vecteur position. Vecteur vitesse et vecteur déplacement élémentaire. Vecteur accélération. Etudes de cas simples.	Commenter la relativité du mouvement fonction du point de vue de l'observateur. Distinguer référentiel et repère. Utiliser les coordonnées cartésiennes, polaires et cylindriques. Expliciter les expressions de la vitesse et de l'accélération en coordonnées polaires et cylindriques. Choisir le repérage le mieux adapté à la situation d'étude. Etudier des mouvements simples sans recourir aux coordonnées sphériques ni à la base de Frénet : rectiligne (uniforme ou non), circulaire (uniforme ou non), parabolique, hélicoïdal, elliptique etc.....
<b>5. Dynamique du point matériel en référentiel galiléen</b>	
Première loi de Newton ou principe d'inertie. Référentiel galiléen : définition, référentiel terrestre.	Utiliser le référentiel terrestre en considérant qu'il est galiléen. Analyser des applications simples.
Deuxième loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique pour un point matériel de masse invariable dans le temps.	Définir le système étudié et le référentiel d'étude. Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au système. Faire un schéma décrivant la situation étudiée. Dédire la trajectoire à partir des forces appliquées au point matériel, en se limitant exclusivement aux études de cas en référentiel galiléen, et maîtriser également la



	démarche inverse.
Troisième loi de Newton ou principe des interactions réciproques.	Utiliser la troisième loi de Newton pour expliquer la propulsion.
<b>6. Energie d'un point matériel en référentiel galiléen</b>	
Travail élémentaire et travail fini d'une force appliquée à un point matériel.	Effectuer des calculs dans des cas simples. Traiter le cas du travail d'une force constante et l'exemple du travail du poids.
Energie cinétique : définition Théorème de l'énergie cinétique en référentiel galiléen : démonstration et applications.	Retrouver par le théorème de l'énergie cinétique des résultats déjà obtenus par la deuxième loi de Newton.
Force dite conservative : définition, exemples. Energie potentielle associée.  Energie mécanique. Théorème de l'énergie mécanique en référentiel galiléen : démonstration et applications.	Utiliser la relation $\vec{F} \cdot d\vec{l} = -dE_p$ , sans recourir au gradient. Mettre en évidence le fait que l'énergie potentielle associée à une force conservative n'est fonction que de la position. Traiter les exemples de l'énergie potentielle de pesanteur et de l'énergie potentielle élastique. Retrouver par le théorème de l'énergie mécanique des résultats déjà obtenus par le théorème de l'énergie cinétique ou la deuxième loi de Newton. Illustrer les cas de conservation ou de non conservation de l'énergie mécanique. <b>Mettre en oeuvre une expérience illustrant la conservation de l'énergie mécanique (approchée) et la non conservation de l'énergie mécanique, selon la prise en compte des frottements (dans l'air et dans un liquide visqueux) ; utiliser un logiciel d'acquisition de données.</b>

#### IV. Analyse et synthèse

On a recours à des techniques d'analyse afin d'identifier et de quantifier une espèce chimique. La synthèse organique vise à reproduire des molécules présentes dans des substances naturelles ou à en élaborer de nouvelles.

L'approche de l'enseignement d'analyse est résolument expérimentale, les techniques d'analyse visant à identifier et à quantifier une espèce chimique. La synthèse organique tend à reproduire des molécules présentes dans des substances naturelles ou à en élaborer de nouvelles. On se limite aux titrages acido-basiques et à l'exploitation de données d'analyse spectroscopique. L'entrée dans la chimie organique de synthèse se fait en douceur par l'explicitation de la réactivité de quelques fonctions essentielles. Le but est de donner quelques outils permettant de comprendre que des réactions interviennent dans des grands cycles métaboliques et dans les synthèses industrielles. Les éléments d'interprétation d'une stratégie de synthèse sont renforcés par l'utilisation de données spectroscopiques (UV visible, infra-rouge et résonance magnétique nucléaire du proton).

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Mesures et contrôles</b>	
Titrage acido-basique.	Ecrire et exploiter l'équation de la réaction

	<p>de titrage. Déterminer graphiquement et par calcul le pH en un point remarquable du titrage. <b>Repérer le point équivalent lors d'un titrage suivi par pH-métrie, conductimétrie ou à l'aide d'indicateurs colorés.</b> <b>Tracer et exploiter une courbe de titrage (sur papier et logiciel tableur).</b></p>
Electrodes.	<p>Décrire les électrodes utilisées usuellement : 1<sup>ère</sup>, 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> espèces, électrode spécifique de verre. Activité : choisir les électrodes en fonction des mesures à réaliser et réaliser le montage d'une mesure de pH, ou d'une mesure de ddp.</p>
<b>2. Spectroscopie</b>	
<p><b>Spectroscopie UV –Visible</b> Principe de l'interaction rayonnement matière appliqué à l'absorption dans le domaine de l'UV-visible. Lien entre la couleur perçue et la longueur d'onde au maximum d'absorption pour des substances organiques ou inorganiques. Loi de Beer-Lambert.</p>	<p>Commenter les ordres de grandeurs des énergies et des longueurs d'onde du domaine de l'UV-visible. <b>Réaliser et exploiter des spectres UV-Visible.</b> <b>Rhoisir une longueur d'onde d'étude et réaliser un titrage par spectrophotométrie.</b></p> <p>Appliquer la loi de Beer Lambert.</p>
<p><b>Spectroscopie IR</b> Utilisation des spectres IR pour contrôler une formule : identification de groupes caractéristiques.</p>	<p><b>Exploiter un spectre IR pour identifier des groupes caractéristiques à l'aide de tables de données.</b></p>
<p><b>Spectroscopie RMN du proton</b> Identification de molécules organiques à l'aide du déplacement chimique, de l'intégration et de la multiplicité du signal (règle des (n+1) uplets) en se limitant au couplage du 1<sup>er</sup> ordre.</p>	<p>Identifier les protons équivalents. Relier la multiplicité du signal au nombre de voisins. <b>Associer le spectre RMN à la structure d'une molécule, dans des cas simples, à l'aide de tables de données.</b></p>
	<p><b>Déterminer la structure d'une molécule par analyse de données spectroscopiques UV-visible, IR et/ou RMN.</b></p>
<b>3. Réactivité en chimie organique</b>	
<b>3.1. Les alcènes</b>	
<p>Addition électrophiles de HX, H<sub>2</sub>O et Br<sub>2</sub> : mécanismes. Addition radicalaire de HBr : mécanisme, effet Kharasch. Hydrogénation catalytique. Coupure oxydante : ozonolyse et action du permanganate de potassium concentré.</p>	<p>Ecrire les mécanismes d'additions de HX, H<sub>2</sub>O et Br<sub>2</sub>. Relier les effets électroniques d'un substituant à la régiosélectivité ou à la stéréosélectivité d'une réaction. Ecrire les équations des réactions d'hydrogénation et de coupure oxydante sans préciser les mécanismes.</p>
<b>3.2. Les organomagnésiens</b>	
<p>Préparation des organomagnésiens mixtes : conditions expérimentales, réactions de</p>	<p>Décrire la préparation d'un organomagnésien sans expliciter les</p>

<p>synthèse et annexes. Nucléophilie et basicité des organomagnésiens :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- substitution sur les dérivés à hydrogène mobile (eau, acides),</li> <li>- substitutions sur les dérivés halogénés (RX, CuCl<sub>2</sub>, I<sub>2</sub>),</li> <li>- additions sur les époxydes, les dérivés carbonyles et sur le dioxyde de carbone (en excès),</li> <li>- addition-élimination sur les dérivés d'acide carboxylique.</li> </ul>	<p>mécanismes de la synthèse et des réactions annexes.</p> <p>Ecrire les équations des réactions. Expliciter les mécanismes dans le seul cas de l'action sur un dérivé carbonyle. Commenter le rôle d'intermédiaire de synthèse des organomagnésiens pour transformer les chaînes et les fonctions en synthèse.</p> <p><b>Réaliser la synthèse d'un organomagnésien et l'utiliser pour un dosage ou une synthèse.</b></p>
<b>3.3. Les alcools</b>	
<p>Acido-basicité des alcools. Influence du noyau benzénique sur l'acido-basicité, dans le cas des phénols. Nucléophilie des alcools :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- protection de la fonction alcool par la synthèse de Williamson et déprotection,</li> <li>- estérification sur un acide carboxylique et sur un chlorure d'acide.</li> </ul> <p>Electrophilie des alcools :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- préparation d'un dérivé halogéné à partir d'un alcool par action de HX, PCl<sub>3</sub>, PBr<sub>3</sub> et SOCl<sub>2</sub>,</li> <li>- déshydratation intramoléculaire d'un alcool en milieu acide : formation d'un alcène.</li> </ul> <p>Oxydation des alcools, à l'air, par des oxydants minéraux.</p>	<p>Ecrire les formes acide et basique d'un couple alcool/ alcoolate et du couple phénol/phénolate. Comparer l'acidité d'un alcool et d'un phénol.</p> <p>Discuter de la pertinence à protéger la fonction alcool. Ecrire les équations des réactions. Comparer l'estérification sur un acide carboxylique et sur un chlorure d'acide en synthèse. Expliciter le mécanisme de l'action de HX et le mécanisme de la déshydratation dans le cas d'un alcool tertiaire. Discuter de la régiosélectivité et du contrôle thermodynamique de la déshydratation des alcools. Reconnaître l'oxydant et le réducteur. Citer des exemples illustrant les rôles de l'oxydant et des conditions opératoires sur la nature du produit d'oxydation.</p> <p><b>Approche documentaire</b> commenter quelques exemples d'estérification et d'oxydation des fonctions alcool dans le monde du vivant et dans l'industrie (cosmétique, agroalimentaire...).</p> <p><b>Réaliser une synthèse illustrant la réactivité d'un alcool.</b></p>

## V. Bilans d'énergie en thermodynamique

Le principe de la conservation de l'énergie permet d'établir des bilans énergétiques en vue de comprendre les transformations des systèmes macroscopiques.

L'analyse de bilans énergétiques simples sur des transformations clairement identifiées constitue l'une des bases de la formation. L'enseignement du premier principe permet de conjuguer la mise en place de l'outil des fonctions d'état et l'analyse de quelques expériences (détentes du GP, changement d'état du corps pur, réaction chimique, calorimétrie). Un aspect important de l'enseignement vise à préciser que le premier principe ne se démontre pas, et que la conservation de l'énergie repose sur la notion de transferts.

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>1. Evolution d'un système fermé</b>	
<p>Système thermodynamique et milieu extérieur : définitions.</p> <p>Transformations thermodynamiques élémentaires et finies : définitions.</p> <p>Réversibilité : définition, causes d'irréversibilité d'une transformation.</p>	<p>Choisir et délimiter un système, définir son milieu extérieur.</p> <p>Distinguer une transformation élémentaire et une transformation finie.</p> <p>Définir une transformation réversible.</p> <p>Identifier les causes d'irréversibilité d'une transformation.</p>
<p>Transformations usuelles en thermodynamique.</p>	<p>Caractériser une évolution : isotherme, isobare, isochore, monobare, monotherme, adiabatique réversible, pour un gaz parfait.</p> <p>Reconnaître une transformation cyclique et en donner une illustration.</p> <p>Exploiter le diagramme de Watt : <math>P = f(V)</math>.</p>
<b>2. Bilan d'énergie en thermodynamique</b>	
<b>2.1. Premier principe</b>	
<p>Energie totale d'un système.</p> <p>Premier principe de la thermodynamique : conservation de l'énergie pour une transformation élémentaire et pour une transformation finie.</p> <p>Convention algébrique utilisée pour les transferts d'énergie : énergie algébriquement reçue par le système.</p> <p>Travail des forces extérieures de pression <math>W</math> : définition, explicitation.</p> <p>Transfert thermique <math>Q</math> : définition, interprétation qualitative, transformation adiabatique, source de chaleur.</p>	<p>Enoncer le premier principe de la thermodynamique dans le cas général faisant intervenir l'énergie mécanique macroscopique.</p> <p>Utiliser à bon escient les notations « d » pour désigner des petites variations de fonction d'état et « <math>\delta</math> » pour des petites quantités d'énergie échangée.</p> <p>Utiliser à bon escient les notations <math>W</math> et <math>Q</math> en proscrivant les notations <math>\Delta W</math> et <math>\Delta Q</math>.</p> <p>Etablir et utiliser la relation <math>W = - \int_{E.I}^{E.F} P_{EXT} \cdot dV</math></p> <p>qui devient, dans le cas d'une transformation réversible, <math>W = - \int_{E.I}^{E.F} P \cdot dV</math>.</p> <p>Distinguer les qualificatifs « calorifugé » (qui caractérise une enceinte) et « adiabatique » (qui caractérise la transformation qui s'y déroule).</p> <p>Commenter le sens des transferts et relier aux signes de <math>W</math> et <math>Q</math>.</p>
<b>2.2. Fonction d'état énergie interne U</b>	
<p>Energie interne <math>U</math> : définition, caractère extensif admis.</p>	<p>Illustrer et utiliser l'extensivité de l'énergie interne.</p> <p>Définir, en lien avec le cours de mécanique,</p>

<p>Cas du gaz parfait :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- détente de Joule Gay-Lussac,</li> <li>- première loi de Joule,</li> <li>- expressions de <math>U</math> pour un gaz parfait monomoléculaire ou bimoléculaire, sans justification.</li> </ul> <p>Capacité thermique à volume constant <math>C_v</math> : définition par la dérivée partielle de l'énergie interne par rapport à la température, cas du gaz parfait, du gaz parfait monoatomique et du gaz parfait diatomique.</p> <p>Cas d'une phase condensée dans le modèle incompressible et indilatable.</p>	<p>l'énergie interne comme étant l'énergie mécanique d'origine microscopique :</p> $U = E_{C_{micro}} + E_{p_{micro}} .$ <p>Activité : commenter l'approche expérimentale (détente de Joule Gay Lussac), permettant de déduire qu'un gaz parfait obéit à la première loi de Joule. Expliciter la différentielle de <math>U</math> en variable <math>T</math> et <math>V</math>, et préciser l'expression dans le cas du gaz parfait. Enoncer la première loi de Joule. Illustrer la définition de <math>C_v</math> en évitant tout développement calculatoire excessif. Comparer la propriété de <math>C_v</math> dans le cas général d'un gaz (<math>C_v = C_v(T)</math>) au cas des gaz parfaits. Commenter qualitativement la croissance de <math>C_v</math> avec l'atomicité du gaz.</p> <p>Utiliser, dans le cas des études de systèmes usuels en phase condensée, la relation <math>dU = C_v(T)dT</math> et simplifier le modèle dans un domaine de température pas trop étendu, pour lequel <math>C_v</math> est indépendant de <math>T</math>.</p>
--	--

### 2.3. Fonction d'état enthalpie H

<p>Enthalpie <math>H</math> : définition, caractère extensif admis.</p> <p>Cas du gaz parfait :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- détente de Joule Thomson,</li> <li>- deuxième loi de Joule,</li> <li>- expressions de <math>H</math> pour un gaz parfait monomoléculaire ou bimoléculaire, sans justification.</li> </ul> <p>Capacité thermique à pression constante <math>C_p</math> : définition par la dérivée partielle de l'enthalpie par rapport à la température, cas du gaz parfait, du gaz parfait monoatomique et du gaz parfait diatomique.</p> <p>Coefficient <math>\alpha</math> pour un gaz parfait</p> <p>Cas d'une phase condensée dans le modèle incompressible et indilatable.</p>	<p>Exprimer le transfert thermique lors d'une évolution monobare en utilisant la fonction enthalpie.</p> <p><b>Approche documentaire</b> commenter l'approche expérimentale (détente de Joule Thomson), permettant de déduire qu'un gaz parfait obéit à la deuxième loi de Joule. Expliciter la différentielle de <math>H</math> en variable <math>T</math> et <math>P</math>, et préciser l'expression dans le cas du gaz parfait. Enoncer la deuxième loi de Joule. Relier la première loi de Joule et la deuxième loi de Joule pour le gaz parfait. Illustrer la définition de <math>C_p</math> en évitant tout développement calculatoire excessif. Comparer la propriété de <math>C_p</math> dans le cas général d'un gaz (<math>C_p = C_p(T)</math>) au cas des gaz parfaits. Déduire la relation de Mayer pour un gaz parfait à partir des deux lois de Joule. Définir et préciser les valeurs de <math>\alpha</math> pour les cas usuels de gaz parfaits monoatomiques, diatomiques et leurs mélanges respectifs. Utiliser à bon escient la relation approchée <math>dU \approx dH = CdT</math>, en confondant alors <math>C_p</math> et <math>C_v</math>.</p>
---	--

### 2.4. Changement d'état d'un corps pur

<p>Nature des changements d'état. Diagramme d'état en coordonnées (P,T). Point critique, point triple. Enthalpie de changement d'état d'un corps pur à pression et température fixées.</p> <p>Diagramme d'état de Clapeyron (P,V) pour le changement d'état liquide-gaz. Composition d'un mélange liquide-vapeur. Théorème des moments chimiques.</p>	<p>Nommer les changements d'état réversibles et citer des changements d'état irréversibles. Lire le diagramme (P,T) : domaines, transformations isobares, transformations isothermes. Définir l'enthalpie de changement d'état d'un corps pur et commenter qualitativement son signe. Lire le diagramme (P,V) pour le changement d'état liquide-gaz. Utiliser les fractions massiques et le théorème des moments chimiques. Lire et exploiter le diagramme d'état en coordonnées de Clapeyron (P,v) , en excluant toute étude au voisinage du point critique, et toute étude sur les propriétés du fluide supercritique. Activité : exposer le principe de fonctionnement de la machine de Cailletet.</p>
<p><b>3. Applications du premier principe à la chimie</b></p>	
<p><b>3.1. Description d'un système fermé en réaction chimique</b></p>	
<p>Etat standard d'un constituant pour un gaz, ou un état condensé : définition, exemples. Grandeur molaire et grandeur molaire standard appliquée à une fonction d'état d'un corps pur : définition, exemples.</p> <p>Grandeur de réaction et grandeur standard de réaction : définitions, exemples.</p>	<p>Décrire l'état standard d'un constituant. Définir le volume molaire et l'enthalpie molaire d'un constituant pur dans un état quelconque puis dans un état standard ; traiter le cas du gaz parfait. Apprécier qualitativement la distinction entre grandeur molaire d'un constituant pur et grandeur molaire partielle d'un constituant d'un mélange, sur l'exemple du volume des mélanges de liquides. Définir l'enthalpie de réaction <math>\Delta_r H</math> et l'enthalpie standard de réaction <math>\Delta_r H^\circ</math>. Justifier qualitativement et utiliser l'approximation de l'équivalence des deux grandeurs.</p>
<p><b>3.2. Application du premier principe</b></p>	
<p>Variation de l'énergie interne <math>\Delta U</math> et de l'enthalpie <math>\Delta H</math> du système des réactants pendant la transformation « réaction chimique » à volume constant, à pression constante. Réaction endothermique et exothermique.</p>	<p>Relier les variations des fonctions d'état <math>\Delta U</math> et <math>\Delta H</math> aux transferts thermiques. Expliciter la variation <math>\Delta H</math> pendant la réaction en fonction de l'enthalpie standard de réaction <math>\Delta_r H^\circ</math>. Analyser les unités de ces deux grandeurs. Analyser le signe du transfert thermique. Donner la définition d'une réaction endothermique / exothermique. Citer la variation de <math>\Delta_r H^\circ</math> avec la température sans développement calculatoire, et utiliser l'approximation d'Ellingham sur un intervalle de température réduit.</p>
<p>Enthalpie molaire standard de formation <math>\Delta_f H^\circ</math> d'un corps pur : définition, loi de Hess. Energie de liaison : définition</p>	<p>Expliciter la réaction de formation d'un corps pur. Appliquer la loi de Hess dans quelques cas</p>

	<p>simples.</p> <p>Utiliser des données tabulées pour calculer un transfert thermique, une enthalpie de réaction, une énergie de liaison.</p>
<p>Calorimétrie.</p> <p>Etude de cas simples se limitant à un système fermé, en excluant la méthode des régimes permanents et la microcalorimétrie.</p>	<p>Choisir un système d'étude en calorimétrie et appliquer le premier principe de la thermodynamique.</p> <p>Déterminer la valeur en eau d'un calorimètre.</p> <p><b>Déterminer une grandeur thermodynamique (capacité thermique, enthalpie de changement d'état, enthalpie de réaction ou enthalpie de mise en solution) par calorimétrie.</b></p>

## Annexe 3 - INTRODUCTION

La mise en œuvre des programmes de Biotechnologies et de sciences de la vie et de la Terre doit permettre aux futurs ingénieurs et vétérinaires de se constituer une culture scientifique de base dans le domaine des sciences du vivant, construite sur les grands concepts et modèles, opérationnelle et transférable pour interroger et comprendre les situations auxquelles ils seront confrontés.

### Contenus

Les programmes de SVT et Biotechnologies définissent des contenus (connaissances, faits, modèles, concepts...), qui constituent une base cognitive indispensable à l'organisation du savoir. Ces éléments doivent pouvoir être exposés de façon concise, en particulier dans le cadre d'exercices de synthèse. Ils servent aussi de référence pour mener une réflexion scientifique rigoureuse dans le cadre de problématiques non directement abordées dans le programme.

En SVT, le programme s'articule autour de grands concepts fédérateurs qui peuvent être développés par différents items. Il en va ainsi, par exemple, de l'évolution et sa relation avec la biodiversité, de la relation génotype/phénotype, des relations entre structures-propriétés-milieu-fonctions (à différentes échelles d'études), les liens entre la vie et la planète plante, etc. Ces fils rouges, souvent mis en exergue dans l'un ou l'autre des chapitres, plus discrètement présents dans d'autres, permettent aux étudiants d'établir des liens et d'organiser un véritable réseau de connaissances, de poser par eux-mêmes un certain nombre de problématiques et de mettre en perspective leurs réflexions.

En Biotechnologies, les études combinent approches scientifiques fondamentales et activités technologiques notamment en laboratoire. Elles permettent l'acquisition de grands concepts scientifiques (interactions moléculaires, flux de matière et d'énergie dans le vivant, relations structure-fonction, méthodologies valorisant le potentiel des biomolécules et des organismes vivants, ...). Elles permettent de confronter les étudiants à des mises en situation pouvant être réinvesties dans leurs études ultérieures. C'est pourquoi les formulations du programme présentent non seulement les objectifs des études mais également les compétences associées aux activités mises en œuvre.

A la fois en SVT et en Biotechnologies, ces contenus doivent être argumentés. Toutefois, si une certaine richesse d'argumentation se justifie dans le cadre de l'enseignement, il importe de limiter la mémorisation de raisonnements à ce qui est nécessaire à la présentation d'une démarche, de développements, de synthèse, valides. Ceci amène à définir deux niveaux d'exigibilité :

- un premier niveau : éclairer un concept, un modèle, en s'appuyant sur l'exposé d'UN exemple-argument, nécessaire à l'exercice de synthèse ;
- un deuxième niveau : construire l'argumentation à partir de la réflexion sur un objet ou document fourni, confronter de nouvelles informations à un modèle connu soit pour l'y rapporter, soit pour identifier des différences et les interroger.

Cette nécessité de réinvestissement est au cœur de l'approche par compétences, exigeant que les savoirs soient réellement opérationnels, mais strictement sélectionnés en nombre et



en qualité. *La définition de ces objectifs n'est pas sans impact sur la réflexion didactique et pédagogique. En effet, une telle réflexion gouverne l'organisation de l'enseignement en classe préparatoire dès lors qu'il s'agit de combiner, dans la construction des compétences, l'acquisition de contenus et de capacités.*

## **Présentation des programmes**

Les programmes sont présentés en trois colonnes.

La colonne de gauche comprend l'énoncé des objectifs de connaissances ; elle ne constitue pas un « résumé » des contenus attendus mais exprime les éléments centraux de chaque unité ainsi que l'esprit dans lequel est orientée leur étude.

La colonne du milieu comprend, quant à elle, plusieurs types d'informations destinées à préciser ces attendus.

Est exprimé, par un verbe, ce que l'on attend que les étudiants sachent faire : présenter ou exposer des concepts, argumenter, analyser des éléments, mettre en relation... Ces précisions sont destinées à fixer plus clairement ce que l'on attend comme mémorisation de connaissances (au premier ordre) et ce qui relève de l'acquisition de méthodes ou de savoir-faire, applicables à condition que les éléments sur lesquels ils doivent s'exercer soient fournis à l'étudiant.

Sont donc indiqués :

- des précisions sur les contenus attendus : argumentation minimale, éléments de diversification des exemples, parfois précision d'un exemple à utiliser. Le fait qu'un exemple soit désigné ne constitue pas une incitation à réaliser une monographie pointilleuse : au contraire, le niveau d'exigence est limité à ce qui peut servir la construction ou l'illustration des concepts visés ;
- l'énoncé de démarches ou d'actions à savoir réaliser, c'est-à-dire des savoir-faire exigibles associés au contenu spécifique de l'item ;
- des limites qui sont indiquées soit dans une rubrique spécifique, soit associées à des items plus précis selon qu'elles ont une valeur générale ou ponctuelle ;
- des liens avec d'autres parties du programme, avec l'enseignement d'autres disciplines, avec les programmes du second degré ou avec des concepts intégrateurs ; les indications, qui invitent à des mises en relations fortes ne sont pas limitatives.

Enfin la dernière colonne précise le semestre pendant lequel ces notions sont abordées.

## **Compétences attendues**

L'expression large des compétences déclinées dans les programmes de SVT et de Biotechnologies correspond à une attente de formation des étudiants couvrant la totalité du spectre des écoles recrutant sur la filière.

Les compétences sont destinées à être travaillées dans le cadre des enseignements en cours et/ou en travaux pratiques, chaque professeur étant libre du choix des supports, des moments et des lieux.

Les compétences figurant dans les programmes peuvent être mises en relation avec **les compétences intellectuelles ou cognitives dans le champ scientifique (sciences du vivant, sciences de la Terre) et qui relèvent de la capacité à recueillir, à exploiter, à analyser et à traiter l'information :**

#### 1 - Construire une argumentation scientifique en articulant différentes références

- connaissances scientifiques relevant du champ disciplinaire (et dans certains cas d'autres disciplines), maîtrise des concepts associés ;
- capacité à structurer un raisonnement : maîtrise des relations de causalité ;
- capacité à construire une démonstration à partir d'une progression logique :
  - identifier la question dans le contexte posé ;
  - analyser, hiérarchiser ;
  - intégrer différents paramètres, articuler, mettre en perspective.
- capacité à construire une argumentation écrite et/ou orale : maîtrise des techniques de communication (synthèse, structure, clarté de l'expression) ;
- apport d'un regard critique.

#### 2 - Résoudre un problème complexe

- capacité à conduire un raisonnement scientifique sur un objet défini :
  - identifier le problème posé dans son environnement technique, scientifique, culturel ;
  - identifier le problème sous ses différents aspects ;
  - mobiliser les connaissances scientifiques pertinentes pour résoudre le problème ;
  - maîtriser la méthode exploratoire, le raisonnement itératif ;
  - maîtriser la démarche de diagnostic.

#### 3 - Conduire ou analyser une expérimentation

- capacité à observer et à mettre en relation des éléments ;
- capacité de déduction ;
- capacité d'investigation.

#### 4 - Conduire une démarche « diagnostic »

- capacité à recueillir des informations ;
- capacité à observer et à explorer ;
- capacité à analyser et à hiérarchiser ;
- capacité à organiser et à proposer une démarche diagnostic ;
- capacité à présenter la démarche.

### **Les compétences en communication écrite et orale**

Sont constamment mobilisées, que ce soit lors de la présentation de travaux, de résultats, ou lors de la réalisation de synthèses... :

- la capacité à organiser une production écrite en fonction du contexte :
  - traitement de l'information dans une perspective de communication ;
  - structuration du propos, cohérence, logique, clarté de l'expression, maîtrise de la syntaxe ;
- la capacité à construire un argumentaire ;
- la capacité à structurer une communication orale ;
- la capacité à convaincre ;
- la capacité à s'adapter au contexte de la communication.

### **Les compétences réflexives qui mobilisent le recul critique, l'autonomie de réflexion, la créativité, c'est-à-dire :**

- la capacité à identifier les différentes approches et concepts dans le traitement d'une question ;
- la capacité à se situer et à développer une pensée autonome et à l'argumenter ;
- la capacité à initier des perspectives nouvelles (curiosité, exploration, ouverture d'esprit)

sont particulièrement mises en œuvre en TIPE, même si certaines activités techniques et expérimentales des programmes peuvent, dans d'autres contextes, amener à les exercer.

# PROGRAMME DE SCIENCES DE LA VIE ET DE LA TERRE

Le programme de biologie et de géologie croise deux approches scalaires, l'une d'espace et l'autre de temps.

## BIOLOGIE

En ce qui concerne les différences échelles spatiales (celles de la cellule, de l'organisme, de la population et de l'écosystème), la compréhension du fonctionnement du vivant implique que l'on construise l'emboîtement de ces différents niveaux soit pour expliquer des mécanismes, soit pour comprendre des relations de « cause à effet ». Ces dernières ne sont cependant pas linéaires, comme c'est le propre pour tout système complexe. Chaque palier d'organisation, cellule, organisme, écosystème, possède des propriétés émergentes supérieures à la somme des propriétés de ses parties, conférées en particulier par l'intégration du système. Les relations entre les structures, leurs propriétés, leur milieu, leur fonction sont au cœur des problématiques abordées.

Les différentes échelles de temps correspondent :

- au temps court, celui du contrôle et de la régulation du métabolisme et de l'expression génétique ;
- aux temps intermédiaires de l'individu (ontogenèse), de la transmission de l'information génétique entre générations et de la dynamique populationnelle ;
- au temps long de l'évolution.

Elle permet d'aborder entre autres les processus d'adaptation des systèmes soit à ses variations de fonctionnement, soit à des variations de leur environnement, selon des processus intervenant à des vitesses différentes selon l'échelle temporelle considérée.

Ces idées seront privilégiées et mises en valeur chaque fois que possible, même si elles ne sont pas explicitées dans telle ou telle partie du programme. En particulier, l'idée que les structures et les processus observés sont le résultat d'une évolution, et en évolution perpétuelle, doit être sous-jacente à tous les aspects du programme.

La première année associe essentiellement l'échelle cellulaire (1.1, 1.2, 1.3, 1.5) et celle de l'organisme (2.1, 2.2, 2.4) et la transition avec celle des populations (3.1, 3.2) dont l'entretien et la variabilité est envisagée à travers la reproduction sexuée et asexuée. Sur la base des exemples rencontrés, la classification se construit (5.2), amenant ainsi une première synthèse sur la dimension évolutive.

En deuxième année, l'aspect métabolique (1.4) est abordé. Le développement des organismes animaux et végétaux est étudié (3.3, 3.4) ainsi que le fonctionnement des organismes en relation avec les variations d'activité et d'environnement (2.3, 2.4). Les relations entre êtres vivants sont envisagés jusqu'à l'échelle écosystémique (4) ou jusqu'au temps de l'évolution (5.1)

Cette répartition permet une construction progressive et ordonnée des concepts, et facilite leur mise en relation en amenant, en seconde année, à revenir pour les intégrer sur certains acquis fondamentaux de première année.

## **1. Organisation fonctionnelle de la cellule eucaryote**

L'unité fonctionnelle de la cellule se construit au travers d'une présentation générale (§1.1) et de l'étude de nombreuses cellules rencontrées au fil des chapitres. Elle s'appuie sur les connaissances acquises par les étudiants en biotechnologies sur les principales biomolécules constituant la cellule.

Il s'agit de montrer l'unité des principes de fonctionnement des cellules eucaryotes mais aussi l'existence de spécialisations cellulaires. Celles-ci reposent sur des différenciations mettant en jeu une modulation de l'expression de l'information génétique (§1.3). Ces spécialisations contribuent au fonctionnement global de l'organisme pluricellulaire, siège d'une division du travail.

L'étude des membranes en tant que surfaces d'échanges avec le milieu environnant est abordée (§ 1.2) en particulier dans cette optique.

La cellule constitue une unité thermodynamique ouverte capable de produire ses propres constituants grâce à un apport de matière première et d'énergie. Un focus, réalisé à travers l'exemple de la biosynthèse protéique, permet d'ancrer cette approche, et se relie de plus à l'expression de l'information génétique (§ 1.3) et son contrôle.

L'aspect métabolique des synthèses est l'occasion de faire un lien avec l'enseignement de biotechnologies, entre autres à travers l'exemple de la cellule musculaire striée squelettique (§ 1.4).

Enfin, la cellule est replacée dans un contexte temporel permettant de montrer sa multiplication, étape essentielle au maintien de l'intégrité des organismes mais aussi à la reproduction asexuée (§ 3.1).

## **2. L'organisme, un système en interaction avec son environnement**

Cette partie s'appuie sur quatre volets :

- Dans le premier volet, l'objectif est d'appréhender les relations qui existent entre les différentes fonctions qui interagissent au sein d'un organisme. L'exemple proposé, une espèce ruminante, permet à partir d'une littérature très abondante d'aborder les relations inter et intra spécifiques, et la place de cette espèce dans les bilans de fonctionnement des écosystèmes. Cet exemple permet aisément d'appréhender les interactions entre objectifs sociétaux (agronomie, et technologie) et études scientifiques. Traité à l'échelle de l'organisme (appareil organe).
- Dans le deuxième volet, l'étude d'une fonction permet de préciser, en reliant différentes échelles d'études, les mécanismes qui permettent la réalisation d'une fonction ainsi qu'une étude des relations entre organisation, fonction et milieu : la fonction étudiée est la respiration dans le règne animal. Cette partie permet aussi d'évoquer la diversité des plans d'organisation animale et fait donc un lien évident avec la partie 4.
- Dans le troisième volet, le contrôle du débit sanguin a comme objectif de développer un exemple d'interrelations entre plusieurs systèmes de contrôle et de régulation au sein de l'organisme et de montrer comment l'intégration des diverses réactions conduit à l'adaptation physiologique liées aux variations d'activité de l'organisme ou bien aux variations de milieu.

- Dans le quatrième volet, ce sont les Angiospermes qui servent de support à l'étude d'un mode de vie particulier : la vie fixée. Afin de montrer un parallélisme avec le règne animal, la fonction d'échange sera aussi abordée chez les Angiospermes, à différentes échelles : à l'échelle de l'organisme avec la nutrition hydrominérale des plantes et à l'échelle de la cellule et de la molécule avec le mécanisme de photosynthèse vu en Biotechnologies. Cette échelle permettra un lien avec le métabolisme abordé en biotechnologies. Enfin, la vie fixée sera également envisagée non plus à l'échelle de l'instant mais à l'échelle des saisons avec les cycles de développement des végétaux angiospermes.

### **3. Reproduction des individus et pérennité des populations**

L'étude des populations animales et végétales permet d'appréhender l'écosystème comme un ensemble d'interactions intra- et interspécifiques. La pérennité des populations repose tout d'abord sur la capacité des êtres vivants à se reproduire (3.1) mais aussi à se développer (3.3 et 3.4). La diversité des individus qui s'ensuit résulte des modalités de la reproduction (3.2).

### **4. Biologie des écosystèmes**

Cette partie permet de comprendre les flux d'énergie et de matière à travers un écosystème.

### **5. Biologie évolutive**

Cette partie vise à expliquer les mécanismes qui agissent sur la dynamique de la biodiversité, constatée à plusieurs échelles dans les blocs précédents.

En première année, la biodiversité est constatée à différentes échelles. En se fondant sur le paradigme évolutif, la classification phylogénétique permet de structurer la représentation de la biodiversité des espèces.

La seconde année met l'accent sur les aspects dynamiques, sur des durées moyennes à longues. L'analyse de cette dynamique entre stabilité et évolution, conduit à aborder différents niveaux d'explication, de la variabilité moléculaire aux mécanismes de l'évolution.

## **SCIENCES de la TERRE**

### **6. Géodynamique externe**

En sciences de la Terre, le programme se concentre essentiellement sur des phénomènes superficiels associés à la géodynamique externe, en liaison étroite avec l'atmosphère, l'hydrosphère et la biosphère. En ceci, il se relie facilement à certains éléments du programme de sciences de la vie.

La dimension concrète des géosciences implique que l'on manipule des objets réels, à différentes échelles allant de l'échantillon au paysage. Une sortie sur le terrain est donc obligatoire. Parmi les outils utilisés en géosciences, les cartes se situent au centre de la réflexion, les cartes géologiques bien sûr, mais aussi toutes les cartes plus spécifiques (topographiques, pédologiques, hydrologiques, ...) dont les apports complémentaires peuvent s'avérer nécessaires à l'étude des phénomènes. Issues de l'exploitation de données de terrain, traitées, choisies, présentées, problématisées, vectrices d'informations élaborées dans un but défini, les cartes sont ensuite des supports de réflexion, d'analyse des situations, de leur interprétation voire dans certaines circonstances, des documents permettant d'éclairer des décisions (gestion des risques, exploitation de ressources, travaux publics...). Le va-et-vient entre objets réels et carte est réalisé chaque fois que nécessaire.

**En première année**, l'altération et l'érosion des roches est reliée à la formation des sols, mettant ainsi l'accent sur les éléments résiduels, leur origine, leur évolution ainsi que la relation avec le vivant, abordé dans les enseignements des sciences de la vie comme en biotechnologie.

**En seconde année**, l'étude du processus sédimentaire permet d'aborder le devenir des éléments entraînés. Le cycle du carbone permet enfin une approche synthétique, intégrant pleinement, de façon scientifiquement raisonnée et critique, l'action de l'Homme. La question des ressources permet d'ouvrir la géologie et ses apports sur d'autres sphères, en particulier économique et complète ainsi une approche des grands enjeux contemporains concernés par les géosciences.

**En première année sont traités :**

- au premier semestre, les parties 1.1, 1.2, 2.1, 3.1, 3.2.
- au second semestre, les parties 1.3, 1.5, 2.2, 2.4, 5.2 et 6.1.

## 1 – Organisation fonctionnelle de la cellule eucaryote

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles	
<p><b>1.1 Les cellules, des unités structurales et fonctionnelles (8 heures)</b></p> <p>La cellule eubactérienne contient un chromosome unique circulaire et des plasmides. Elle est délimitée par une membrane et une matrice extra-cellulaire (paroi). Son cytoplasme n'est pas compartimenté. La cellule assure toutes les fonctions.</p> <p>Les cellules eucaryotes contiennent une information génétique nucléaire et cytoplasmique. Les chromosomes nucléaires, linéaires, sont une association entre ADN et protéines : la chromatine. Le génome des eucaryotes comprend une part variable de séquences non codantes selon les espèces.</p> <p>La cellule eucaryote est compartimentée et structurée par le cytosquelette.</p> <p>La cellule est traversée par des flux de matière, d'énergie et d'information. Une partie de ces flux passe par</p>	<p>Ce chapitre a pour but de caractériser les cellules eucaryotes des organismes pluricellulaires, de montrer leur spécialisation et leur fonctionnement intégré. La comparaison avec la cellule eubactérienne souligne les spécificités de l'état eucaryote. Les exemples seront choisis dans les règnes animal et végétal, en lien avec les chapitres de biologie des organismes. A partir d'un nombre réduit d'exemples, la relation structure-fonction des cellules différenciées est décrite.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- décrire l'organisation de la chromatine et mettre en relation les associations ADN/protéines avec ses variations de condensation de la chromatine</li> <li>- distinguer les notions de séquences codantes et non-codantes et appréhender leur importance relative.</li> <li>- établir un lien entre le chromosome bactérien et le génome des organites semi-autonomes.</li> </ul> <p><b>Limite</b> : ces aspects sont présentés sans démonstration expérimentale. <b>Liens</b> : 1.3, 1.5</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- présenter de façon synthétique la diversité des compartiments en grandes familles structurales et fonctionnelles</li> <li>- mettre en évidence la coopération fonctionnelle entre compartiments</li> <li>- présenter l'organisation des filaments du cytosquelette</li> <li>- présenter le cytosquelette comme un système dynamique</li> </ul> <p><b>Lien</b> : Les différents rôles du cytosquelette seront précisément abordés dans plusieurs autres items du programme.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- associer différents processus à des flux traversant les cellules</li> </ul> <p><b>Limite</b> : Les mécanismes associés à ces flux (ex :</p>	<p><b>S1</b></p>



<p>la membrane cellulaire ou les systèmes membranaires internes.</p> <p>Les cellules animales et végétales présentent à la fois des similitudes et des différences.</p> <p>La présence, l'importance quantitative et la répartition de certains compartiments sont à l'origine de la spécialisation structurale et fonctionnelle des cellules eucaryotes. Cette spécialisation est issue d'un processus de différenciation.</p> <p>Dans un organisme pluricellulaire, un grand nombre de cellules sont associées entre elles et reliées à des matrices extracellulaires. Ces liaisons assurent la cohérence de la plupart des tissus.</p> <p>L'activité de la cellule est intégrée dans le fonctionnement global de l'organisme à travers les échanges spécialisés ou non qu'elle réalise et le contrôle exercé sur son activité.</p>	<p>synthèse protéique, conversion et transfert d'énergie, etc) sont simplement cités ; ils sont développés dans d'autres paragraphes du programme.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- comparer une cellule « animale » et une cellule « végétale »</li> <li>- trier et organiser les principales idées extraites de cette comparaison</li> <li>- caractériser une cellule différenciée, notamment par comparaison avec une cellule souche</li> </ul> <p><b>Liens</b> : 3.3, 3.4  <b>Limite</b> : Le concept est présenté ici à son niveau le plus simple et en s'appuyant sur les connaissances acquises au lycée.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- associer l'état pluricellulaire à la spécialisation cellulaire et à la présence de dispositifs d'adhérence</li> <li>- montrer l'universalité de la présence de matrice extracellulaire</li> </ul> <p><b>Liens</b> : 1.2, 1.3, 1.4</p>	
<p><b>1.2 Membranes et échanges membranaires (14 heures)</b></p> <p><b>1.2.1 Organisation et propriétés des membranes cellulaires</b></p> <p>Les membranes cellulaires sont des associations non covalentes de protéines et de lipides assemblés en bicouches asymétriques. Les propriétés de fluidité, de perméabilité sélective, de spécificité et de communication de la membrane dépendent de cette organisation.</p> <p><b>1.2.2. Membranes et interrelations structurales</b></p> <p>Des interactions entre membranes, matrices extracellulaires et cytosquelettes conditionnent les propriétés mécaniques des cellules et les relations mécaniques entre cellules au sein des tissus.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- présenter en l'argumentant le modèle de mosaïque fluide</li> <li>- présenter et analyser les différents types de localisation des protéines membranaires</li> <li>- en discuter les conséquences en termes de mobilité</li> <li>- reconnaître les grands types de jonction et les relier à leurs fonctions</li> <li>- connaître la nature moléculaire des filaments d'actine, des microtubules et de la kératine afin d'argumenter leur fonction structurale au sein de la cellule</li> <li>- décrire l'organisation du collagène, l'architecture d'une matrice animale (on se limite à l'exemple d'un conjonctif) et d'une paroi pecto-cellulosique</li> </ul>	S1

<p>Les matrices extracellulaires forment une interface fonctionnelle entre la cellule et son milieu.</p> <p><b>1.2.3. Membranes et échanges</b> Il existe différentes modalités de flux de matière entre compartiments.</p> <p>Des transferts de matière sont réalisés entre compartiments par des phénomènes de bourgeonnement ou de fusion de vésicules (dont les phénomènes d'endocytose et d'exocytose). Les mécanismes reposent sur les propriétés des membranes et l'implication de protéines.</p> <p>L'eau et les solutés peuvent traverser une membrane par transferts passifs, par transport actif primaire ou secondaire. Ces transferts sont régis par des lois thermodynamiques (gradients chimiques ou électrochimiques, sens de transfert).</p> <p>Des modèles de mécanismes moléculaires permettent de rendre compte de ces différents types de flux. Ces échanges ont des fonctions diverses en liaison entre autres, avec la nutrition des cellules, leur métabolisme mais aussi avec des fonctions informationnelles à l'échelle de la cellule ou de l'organisme.</p> <p>Plus précisément :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- la cinétique des flux transmembranaires peut être</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- relier la densité et les propriétés intrinsèques des réseaux de filaments aux propriétés mécaniques des matrices (consistances de gel plus ou moins fluides)</li> <li>- expliquer le principe de la rigidification d'une matrice par imprégnation de lignine ou de substance minérale</li> </ul> <p><b>Remarque :</b> Aucun exemple particulier de cellule n'est exigible. Cependant, celui d'une cellule épithéliale est particulièrement propice à la présentation de ces interactions.</p> <p><b>Limites :</b> Pour les matrices extracellulaires, on se limite à deux exemples :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>pour les végétaux, la paroi pecto-cellulosique ;</li> <li>pour l'architecture d'une matrice animale, un conjonctif.</li> </ul> <p>On ne fait que mentionner les parois bactériennes dont l'architecture n'est pas au programme.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- définir un compartiment</li> <li>- présenter un exemple de formation d'une vésicule d'endocytose et de fusion d'une vésicule d'exocytose</li> <li>- présenter de façon cohérente les différentes grilles d'analyse des flux transmembranaires en reliant les aspects dynamiques, thermodynamiques aux modèles moléculaires associés</li> <li>- présenter ces échanges dans la perspective de leurs fonctions biologiques</li> <li>- évaluer la liposolubilité d'une espèce chimique par son coefficient de partition huile/eau</li> <li>- relier une cinétique de passage à une modalité de passage</li> <li>- évaluer une différence de potentiel électrochimique</li> <li>- exprimer une différence de potentiel électrochimique sous forme d'une tension transmembranaire (« force ion-motrice »)</li> <li>- relier l'existence d'un gradient aux aspects énergétiques des transferts</li> <li>- relier les caractéristiques des protéines, leur localisation et leur fonction dans les échanges</li> </ul>
---	--

linéaire (diffusion simple au travers de la phase lipidique), ou hyperbolique (diffusion facilitée par les transporteurs ou les canaux la cinétique de ces derniers étant cependant linéaires dans les conditions cellulaires) ;  
- un gradient transmembranaire (chimique ou électrochimique) est une forme d'énergie que l'on peut évaluer sous forme d'une variation molaire d'enthalpie libre.

#### **1.2.4 Membrane et différence de potentiel électrique : potentiel de repos, d'action et transmission synaptique**

Les membranes établissent et entretiennent des gradients chimiques et électriques. Les flux ioniques transmembranaires instaurent un potentiel électrique appelé potentiel de membrane. Le potentiel d'équilibre d'un ion est le potentiel de membrane pour lequel le flux net de l'ion est nul. La présence de canaux ioniques sensibles à la tension électrique rend certaines cellules excitables. Le potentiel d'action neuronal s'explique par les variations de conductance de ces canaux.

Dans les neurones, l'influx nerveux se propage de façon régénérative le long de l'axone. Le diamètre des fibres affecte leur conductivité et donc la vitesse des influx, de même que la gaine de myéline.

La synapse permet la transmission d'information d'une cellule excitable à une autre en provoquant une variation de potentiel transmembranaire.

**Lien : 1.4**

**Lien Biotechnologies : 3.1.2**

- définir la notion de potentiel électrochimique d'un ion et expliciter le calcul de son potentiel d'équilibre (loi de Nernst)
  - relier la variation du potentiel membranaire aux modifications de conductances
  - analyser des enregistrements de patch-clamp pour argumenter un modèle moléculaire de fonctionnement d'un canal voltage-dépendant
  - expliquer la propagation axonique par régénération d'un potentiel d'action
- L'explication des montages permettant de mesurer les courants ioniques transmembranaires n'est pas exigible.
- expliquer, dans un fonctionnement synaptique, le trajet de l'information supportée par les signaux successifs : nature du signal, nature du codage, extinction du signal
  - relier ces étapes aux modèles de mécanismes moléculaires qui les sous-tendent
  - relier sur un exemple le fonctionnement des récepteurs ligands-dépendants aux caractéristiques fonctionnelles des protéines (site, allostérie, hydrophobie et localisation...)

**Limites :** On se limite à un exemple qui peut être celui de la synapse neuromusculaire ou d'une synapse neuro-neuronique. On limite les précisions sur les mécanismes moléculaires à ce qui est strictement nécessaire à la compréhension du modèle.

Aucun exemple spécifique n'est exigible, mais le choix d'un support permettant d'intégrer endocytose, exocytose et de comparer canaux voltages et ligands dépendants peut être pratique. Les mécanismes producteurs des potentiels post-synaptiques, de leur propagation et de leur

	intégration ne sont pas au programme. <b>Lien</b> : 2.3	
<p><b>1.3 Les biosynthèses au sein des cellules eucaryotes (12 heures)</b></p> <p><b>1.3.1 Les cellules eucaryotes synthétisent leurs constituants moléculaires</b> La cellule possède des constituants moléculaires complexes (acides nucléiques, lipides, protéines, polymères glucidiques), de durée de vie variable, et qui sont l'objet d'un renouvellement.</p> <p>L'ensemble des biosynthèses réalisées par une cellule est spécifique en liaison avec sa différenciation et sa sa fonction spécialisées dans l'organisme.</p> <p>Pour ce qui est du contrôle, les biosynthèses de la cellule sont soit constitutives, soit contrôlées.</p> <p>Toute synthèse requiert de l'énergie, de la matière et un catalyseur.</p> <p><b>1.3.2 La biosynthèse des ARN et protéine</b> La synthèse des ARN et des protéines est le fondement de l'expression de l'information</p>	<p>Cette partie vise à montrer que la cellule est une machine thermodynamique qui transforme de la matière. La cellule synthétise ses propres constituants moléculaires soit à partir d'autres constituants organiques servant de matière première, soit à partir de matière minérale pour certaines cellules photo ou chimiosynthétiques . Ces biosynthèses sont d'abord placées dans un contexte général montrant la diversité des synthèses, l'intervention d'enzymes, la nécessité d'énergie et de matière. La localisation des grandes voies de synthèse au sein d'une cellule eucaryote est présentée. Pour les mécanismes précis, l'étude de l'anabolisme s'appuie sur la synthèse des protéines, présentée en tant que processus de polymérisation d'acides aminés.</p> <p>- localiser les principaux constituants moléculaires des cellules eucaryotes et de leur matrice. - relier la durée de vie des biomolécules aux processus de synthèse et de dégradation au sein des cellules. <b>Limite</b> : L'existence de systèmes de dégradation tels que le protéasome au sein des cellules est mentionné mais leur fonctionnement n'est pas au programme.</p> <p>- présenter une biosynthèse liée à la mise en réserve.</p> <p>- relier le type de synthèse à la fonction des constituants moléculaires au sein des cellules. - présenter un exemple de voie de synthèse contrôlé.</p> <p>- montrer qu'une liaison entre deux constituants requiert un apport d'énergie chimique sous la forme d'un couplage chimio-chimique. <b>Lien</b> : La spécificité de réaction des enzymes est évoquée en lien avec l'enseignement de biotechnologies (2.1.1).</p>	<b>S2</b>

<p>génétique. Elle s'intègre dans une séquence transcription-traduction menant de l'ADN au polypeptide en passant par les ARN. Dans le cas de la cellule eucaryote, ces processus sont compartimentés.</p> <p>La transcription correspond à une synthèse d'ARN suivant la séquence d'un brin d'ADN matrice.</p> <p>Elle est assurée par des ARN polymérases ADN dépendantes et génère plusieurs types d'ARN. Les unités de transcription chez les eubactéries sont souvent organisées en opérons. Chez les eucaryotes, les gènes sont morcelés.</p> <p>Chez les eucaryotes, les ARN transcrits à partir de gènes morcelés subissent une maturation dans le noyau qui mène à la formation de l'ARN traduit.</p> <p>L'épissage alternatif produit des ARN différents pour une même unité de transcription.</p> <p>Dans le cytosol, les ARN messagers matures sont traduits en séquence d'acides aminés. La traduction repose sur la coopération entre les différentes classes d'ARN et sur le code génétique.</p> <p>La traduction est suivie par un repliement tridimensionnel de la</p>	<p>- mettre en évidence que l'expression de l'information génétique est un processus de transfert d'information entre macromolécules à organisation séquentielle (exemple d'argument : la colinéarité ADN – chaîne polypeptidique);</p> <p><b>Limites :</b> Les processus fondamentaux d'expression de l'information génétique sont étudiés chez les eubactéries et les eucaryotes dans une optique comparative. Les démonstrations expérimentales de ces processus ne sont pas exigibles.</p> <p>- comparer l'organisation des unités de transcription des génomes eubactériens et eucaryotes.</p> <p>- montrer l'importance des séquences non codantes (promoteur et terminateur) dans le contrôle de la transcription.</p> <p>- montrer que la synthèse d'ARN est une polymérisation</p> <p>- montrer comment la complémentarité de bases assure la fidélité du processus de transcription de la séquence</p> <p>- fournir une estimation en ordre de grandeur de la quantité d'énergie nécessaire à la polymérisation</p> <p>- expliquer le rôle d'une interaction acides nucléiques/protéines à partir de l'exemple du promoteur des gènes eubactériens.</p> <p><b>Limites :</b> L'organisation moléculaire des protéines impliquées n'est pas au programme. On se limite à décrire l'activité enzymatique des ARN polymérases. Chez les eucaryotes, on ne traite que de l'ARN polymérase II et de la polymérisation des ARN messagers. La composition du complexe d'initiation de la transcription et l'organisation du promoteur ne sont pas à mémoriser.</p> <p>- montrer que maturation des ARN mène à distinguer le génome du transcriptome.</p> <p><b>Limites :</b> Il s'agit ici de décrire les mécanismes d'excision-épissage, de mise en place du chapeau 5' et de la polyadénylation. Le détail des ARN nucléaires impliqués dans ces mécanismes ne sont pas attendues.</p> <p>Un seul exemple d'épissage alternatif est exigible.</p> <p>- discuter des caractéristiques du code génétique</p> <p>- expliquer le rôle des interactions entre ARN au cours de la traduction à partir de la reconnaissance du signal d'initiation de la traduction et de l'interaction codon anticodon (modèle eubactérie)</p> <p>- discuter de l'importance de la charge des ARNt</p>
---	--

<p>chaîne polypeptidique éventuellement assisté par des protéines chaperons</p> <p>Chez les eucaryotes, la traduction des protéines membranaires et sécrétées met en jeu différents compartiments. Les protéines subissent un adressage et des modifications post-traductionnelles.</p> <p>La synthèse des protéines peut être contrôlée à chacune de ses différentes étapes. Ce contrôle est le fondement de la spécialisation cellulaire.</p> <p>Le contrôle de la transcription fait intervenir des interactions entre séquences régulatrices et facteurs de transcription. L'initiation de la transcription est un point clé du contrôle de l'expression.</p> <p>Le niveau de transcription dépend aussi de l'état de méthylation de l'ADN et de modifications de la chromatine. Les modifications de la chromatine constituent une information transmissible et sont la base du contrôle épigénétique.</p> <p>L'interférence à l'ARN est un autre mécanisme régulateur majeur.</p>	<p>catalysée par l'amino-acyl ARNt synthétase pour la fidélité de traduction</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- montrer l'intervention de facteurs de contrôle et de couplage énergétique au cours de la traduction.</li> </ul> <p><b>Limite</b> : Une liste des facteurs n'est pas exigible.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- estimer en ordre de grandeur le coût énergétique de la formation d'une liaison peptidique</li> </ul> <p><b>Lien Biotechnologies</b> : 1.1.2, 1.1.3</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- interpréter une expérience de pulse-chase afin de montrer un flux de matière à travers une cellule eucaryote sécrétrice.</li> <li>- montrer que l'adressage comme les modifications post-traductionnelles reposent sur des signaux présents au sein des chaînes polypeptidiques chez les procaryotes comme chez les eucaryotes</li> </ul> <p><b>Limite</b> : On se limite aux mécanismes simplifiés de translocation co-traductionnelle dans le réticulum et aux seules mentions et localisations des modifications par glycosylations.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- commenter un panorama des différents points de contrôle du processus d'expression de l'information génétique en relation avec la compartimentation cellulaire ;</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>-mettre en évidence l'existence de contrôles positif et négatif de l'initiation de la transcription à partir de l'exemple de l'opéron lactose ;</li> <li>- expliquer en quoi l'assemblage et la mise en fonctionnement du complexe d'initiation constituent la principale voie de régulation de l'expression génétique (boîte TATA, facteurs cis et trans).</li> <li>- identifier les différents « domaines » structuraux d'un facteur de transcription (liaison à l'ADN, transactivation, liaison à des messagers...). Un seul exemple d'organisation structurale de facteur de transcription est exigible (exemple préconisé : récepteur aux hormones lipophiles).</li> <li>- relier les différents états de condensation de la chromatine interphasique avec le niveau de transcription</li> <li>- expliquer simplement le lien entre méthylation de l'ADN, acétylation des histones et la possibilité de transmission d'information épigénétique au cours</li> </ul>
---	--

	<p>des divisions</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- discuter des limites d'une approche trop mécaniste et montrer que l'initiation de la transcription est un processus dont la probabilité dépend de la combinaison de nombreux facteurs protéiques en interaction avec la chromatine.</li> </ul> <p><b>Liens</b> : 3.3, 3.4</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- identifier les processus en jeu lors d'une régulation impliquant l'interférence à l'ARN.</li> </ul> <p><b>Limite</b> : les mécanismes de production des ARN interférents ne sont pas à connaître.</p>	
<p><b>1.4 Dynamiques métaboliques des cellules eucaryotes (seconde année)</b></p>		
<p><b>1.5 Le cycle cellulaire et la vie des cellules (5 heures)</b></p> <p>Le cycle cellulaire est constitué par une succession de phases assurant la croissance, le maintien et la division cellulaires.</p> <p>Le passage d'une phase à une autre est sous le contrôle de signaux extracellulaires et de facteurs internes notamment liés à l'intégrité de l'information génétique.</p> <p>La conservation de l'information génétique au cours des cycles cellulaires est liée à :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- la réparation des lésions de l'ADN ;</li> <li>- la duplication de l'information génétique au cours de la phase S par réplication semi-conservative de l'ADN ;</li> </ul> <p>La mitose répartit de façon équitable le matériel génétique</p>	<p>Ce chapitre permet une approche temporelle des différents processus cellulaires décrits dans la partie 1. Il est l'occasion de rappeler l'importance de la conservation de l'information génétique pour le renouvellement cellulaire et le maintien des organismes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en relation les différentes phases du cycle cellulaire avec la quantité d'ADN dans les cellules et les activités cellulaires, en particulier les processus liés à l'information génétique ;</li> <li>- connaître les durées relatives des phases du cycle cellulaire en lien avec les processus s'y déroulant.</li> <li>- montrer que les points de contrôle du cycle cellulaire participent à la conservation de l'information génétique.</li> <li>- montrer l'importance de la conservation de l'information génétique dans le maintien de l'activité des organismes.</li> <li>- montrer que la complémentarité des bases azotées est à l'origine de la fidélité des processus de réparation et de réplication ;</li> <li>- caractériser à l'échelle chromosomique la duplication chez les eucaryotes.</li> </ul> <p><b>Limite</b> : Les mécanismes moléculaires de la réparation et de la réplication ne sont pas au programme.</p> <p><b>Lien Biotechnologies</b> : 4.2.1</p> <p><b>Lien</b> : 5.1</p>	<p><b>S2</b></p>

<p>nucléaire entre les deux cellules filles.</p> <p>La différenciation cellulaire implique un arrêt des divisions cellulaires et une sortie du cycle cellulaire.</p> <p>Des dérèglements du cycle cellulaire conduisent à des divisions incontrôlées à l'origine des cancers.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- caractériser les différentes phases de la mitose.</li> <li>- montrer l'importance du fuseau mitotique et de son fonctionnement dans la répartition équitable de l'information génétique.</li> </ul> <p><b>Lien</b> : 3.1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- montrer, à l'aide de l'exemple de la division des cellules végétales la distinction entre division nucléaire et division cellulaire.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- montrer à partir d'un exemple que la différenciation cellulaire conduit à l'arrêt de la prolifération cellulaire.</li> </ul> <p><b>Limite</b> : Aucun détail des signaux impliqués n'est attendu.</p> <p><b>Lien</b> : 3.3</p> <p><b>Limite</b> : La connaissance du contrôle du cycle cellulaire n'est pas attendue</p>	
---	--	--

### TRAVAUX PRATIQUES de 1<sup>ère</sup> année associés à la partie 1

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
<p><b>Cellules eucaryotes</b></p> <p>(2 séances)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- identifier les structures cellulaires eucaryotes à partir d'observations microscopiques photonique et électronique</li> <li>- faire le lien entre la définition des objets observés et les techniques d'observation et de mise en évidence des structures cellulaires (coupe, coloration, immunocytochimie...)</li> </ul>
<p><b>Membranes et matrice</b></p> <p>(1 séance)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- identifier des jonctions cellulaires et des matrices extracellulaires à partir d'observations microscopiques photonique et électronique.</li> <li>- comprendre l'organisation fonctionnelle des tissus animaux à partir de l'observation d'un épithélium et d'un tissu conjonctif.</li> </ul>
<p><b>Cycle cellulaire</b></p> <p>(1 séance)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- identifier les différentes phases du cycle cellulaire à partir d'observations microscopiques photonique et électronique de cellules animale et végétale.</li> <li>- mettre en relation l'état des chromosomes avec les phases du cycle cellulaire</li> </ul>



## 2 - L'organisme, un système en interaction avec son environnement

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles	
<p><b>2.1 L'organisme vivant : un système physico-chimique en interaction avec son environnement (10 heures)</b></p> <p><b>2.1.1 Regards sur l'organisme animal</b> Tout organisme vivant est un système thermodynamique ouvert, en besoin permanent d'énergie.</p> <p>Dans le cas de l'organisme animal, ce besoin est satisfait par la consommation d'aliments (hétérotrophie), suivie de leur transformation. Les métabolites sont distribués dans l'ensemble de l'organisme et entrent ainsi dans le métabolisme. Le métabolisme énergétique aérobie est relié à la fonction respiratoire. Les déchets produits sont éliminés.</p> <p>La reproduction est un processus conservatoire et diversificateur. Elle génère des individus qui sont de la même espèce que les parents, mais dont la diversité ouvre à la sélection.</p> <p>La réalisation de l'ensemble de ces fonctions s'accompagne de mouvements de l'organisme.</p> <p>L'organisme est en interactions multiples avec son environnement biotique et abiotique. La survie individuelle dépend de systèmes de perception et de protection.</p> <p>Face aux variations d'origine interne ou externe, les interrelations entre fonctions permettent soit une régulation, soit une adaptation.</p> <p>L'étude de l'organisme relève ainsi</p>	<p>Le concept de l'organisme vivant est abordé à partir d'un exemple de ruminant, la vache. Cet exemple permet de définir les grandes fonctions et de les mettre en relation avec les structures associées (appareils, tissus, organes...).</p> <p>Loin de constituer une monographie, il s'agit d'une vue d'ensemble des fonctions en insistant avant tout sur les interrelations entre fonctions ainsi que sur leur dimension adaptative et évolutive pour en faire ressortir les points essentiels.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- identifier les caractères morphologiques, anatomiques... permettant de placer un animal dans une classification ;</li> <li>- connaître les différentes fonctions et relier les grands traits de leur réalisation aux supports anatomiques, dans un milieu de vie donné ;</li> <li>- expliquer et identifier sur quelques situations simples les interactions entre les fonctions qui fondent l'unité de l'organisme ;</li> <li>- montrer qu'un animal est inclus dans différents systèmes de relation : relations intraspécifiques et interspécifiques (dont la domestication) ;</li> <li>- montrer qu'en tant qu'«objet technologique », la vache est le produit d'une domestication et d'une sélection par l'homme ;</li> </ul>	<p>S1</p>

<p>d'approches multiples, diversifiées et complémentaires : taxonomique, écologique, agronomique, technologique.</p>		
<p><b>2.1.2 Plans d'organisations et relation organisme/milieu</b></p> <p>Ces notions ont une portée générale dans la description du monde animal. Le fonctionnement des organismes repose sur les mêmes grandes fonctions, réalisées par des structures différentes ou non selon les plans d'organisations, dans des milieux identiques ou différents.</p> <p>Pour des fonctions identiques, dans des milieux comparables, on identifie des convergences entre des dispositifs homologues ou non, correspondant ou non à des plans d'organisations différents.</p> <p>Il s'agit d'un temps de synthèse qui permet de confronter les observations faites en travaux pratiques aux connaissances et concepts construits en 2.1.1. On se limite aux animaux et aux fonctions dont les structures associées sont observables en travaux pratiques. Les autres aspects de la biologie de ces animaux ne sont pas abordés.</p> <p><b>Liens :</b> Travaux pratiques, 2.2</p>		
<p><b>2.2 Exemple d'une fonction en interaction directe avec l'environnement: la respiration (7 heures)</b></p> <p>Les échanges respiratoires reposent exclusivement sur une diffusion des gaz et par conséquent suivent la loi de Fick.</p> <p>L'organisation des surfaces d'échange respiratoires tout comme les dispositifs de renouvellement des milieux dans lesquelles elles s'intègrent contribuent à l'efficacité des échanges.</p> <p>Selon les plans d'organisation, des dispositifs différents réalisent la même fonction.</p> <p>Dans le même milieu, pour des plans d'organisation différents, des convergences fonctionnelles peuvent être détectées et reliées aux contraintes physico-chimiques du milieu (aquatique ou aérien).</p> <p>La convection externe et la convection interne des fluides maintiennent les gradients de</p>	<p>L'argumentation est mémorisée sur un nombre réduit d'exemples : mammifère, poisson téléostéen, crustacé décapode, insecte et s'appuie sur les observations faites en travaux pratiques</p> <p>- relier les dispositifs observés aux différentes échelles aux contraintes fonctionnelles (diffusion – loi de Fick) ainsi qu'aux contraintes du milieu de vie (densité, viscosité, richesse en eau, en oxygène).</p> <p>- identifier et énoncer des convergences anatomiques ou fonctionnelles</p> <p>- analyser la convection externe sur deux exemples : un poisson téléostéen pour la convection externe en milieu aquatique et un mammifère (Souris) pour la ventilation pulmonaire</p> <p>- expliquer l'optimisation des gradients de pression</p>	<p><b>S2</b></p>

<p>pression partielle à travers l'échangeur.</p> <p>Les caractéristiques de molécules à fonction de transport conditionnent les capacités d'échange.</p> <p>La quantité de transporteurs limite aussi la quantité d'oxygène transporté et la performance.</p> <p>La modulation de la quantité de gaz échangés passe essentiellement par des variations contrôlées de la convection. Le paramètre limitant de la respiration dépend de la solubilité différentielle de l'O<sub>2</sub> et du CO<sub>2</sub> en milieu aquatique et aérien ; le stimulus du contrôle de la respiration est différent dans l'air et dans l'eau.</p>	<p>partielle sur un exemple d'échange à contre courant.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- relier les conditions locales de la fixation et du relargage du dioxygène aux propriétés de l'hémoglobine et au fonctionnement de l'hématie. L'hémoglobine humaine de l'adulte sera le seul exemple abordé.</li> <li>- expliquer l'intérêt du transport dans l'hématie.</li> </ul> <p><b>Limite :</b> Les mécanismes de contrôle de la respiration ne sont pas au programme.</p>	
<p><b>2.3 Un exemple d'intégration d'une fonction à l'échelle de l'organisme (deuxième année)</b></p>		
<p><b>2.4 La vie fixée des Angiospermes</b></p> <p><b>2.4.1 Les Angiospermes, organismes autotrophes à vie fixée (12 heures)</b></p> <p>Les Angiospermes ont des besoins de matière minérale pour leur équilibre hydrominéral et leurs synthèses organiques.</p> <p>La photosynthèse assure l'autotrophie de la plante Angiosperme.</p> <p>La photosynthèse est réalisée par la cellule chlorophyllienne et fait intervenir des compartiments spécialisés, les chloroplastes.</p>	<p>L'étude du fonctionnement nutritionnel des Angiospermes est réalisée à plusieurs échelles. Il s'agit de montrer les fondements métaboliques de l'autotrophie et leurs conséquences à l'échelle des individus en relation avec les milieux de vie.</p> <p>Les relations entre la plante et son milieu de vie sont abordés à différentes échelles temporelles.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- identifier les besoins de matière minérale d'un végétal Angiosperme ;</li> <li>- mettre en relation des constituants minéraux avec différents processus liés à la vie de la plante (croissance cellulaire, métabolisme énergétique)</li> </ul> <p><b>Limites :</b> Il n'est pas envisagé ici d'étude exhaustive des besoins nutritionnels du végétal. L'objectif est de montrer que l'implication des ions minéraux ne se limite pas à la nutrition.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- établir que la capacité photosynthétique de certaines cellules de la plante assure l'autotrophie de l'ensemble de l'organisme grâce aux corrélations trophiques.</li> <li>- présenter un bilan chimique simple de la photosynthèse et l'importance du couplage photochimique pour sa réalisation.</li> <li>- identifier les flux de matière entre les différents</li> </ul>	<p><b>S2</b></p>

<p>Les produits de la photosynthèse (oses, acides aminés) sont distribués dans la plante par la sève élaborée aux cellules hétérotrophes. L'approvisionnement en eau, ions et dioxyde de carbone met en jeu des surfaces d'échange.</p> <p>L'eau et les ions sont captés dans le sol par l'appareil racinaire et acheminés aux organes par l'intermédiaire de la sève brute.</p> <p>Des échanges gazeux (et en particulier d'eau, de dioxyde de carbone et de dioxygène) ont lieu au niveau des stomates des organes aériens. L'ouverture des stomates est contrôlée et permet la régulation de l'équilibre hydrique.</p> <p>Les surfaces d'échange du végétal se développent en relation avec les paramètres physico-chimiques du milieu de vie et le plan d'organisation de l'espèce.</p> <p>La disponibilité de la ressource en eau et la physiologie des organismes (exigences hydriques) influencent la répartition des espèces.</p> <p><b>2.4.2 Les Angiospermes et le passage de la mauvaise saison (2<sup>ème</sup> année)</b></p>	<p>compartiments au sein d'une cellule chlorophyllienne;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-expliquer que le flux de composés organiques est dépendant de la production des organes sources (les feuilles) et des besoins des organes puits.</li> <li><b>Limite</b> : aucun modèle expliquant les forces motrices de la circulation de la sève élaborée n'est au programme.</li> <li>-placer les points d'entrée et de sortie de l'eau sur un schéma fonctionnel de la plante ;</li> <li>- analyser les flux hydriques entre la plante et son milieu en utilisant la notion de potentiel hydrique ;</li> <li>- montrer que l'absorption d'ions minéraux est un processus actif entraînant le flux d'eau au niveau du poil absorbant ;</li> <li>- mettre en évidence l'importance quantitative des mycorhizes</li> <li><b>Limite</b> : Les nodosités ne sont pas traitées.</li> <li>- identifier les propriétés des éléments conducteurs, xylème et phloème, acheminant les sèves brutes et élaborées.</li> <li>- identifier les moteurs de circulation de la sève brute et leur importance relative au cours d'une année en milieu tempéré</li> <li>- expliciter le paradoxe des échanges gazeux réalisés au niveau des stomates (perte d'eau versus échanges des gaz liés au métabolisme énergétique) ;</li> <li>- établir ou montrer l'existence de facteurs internes et externes contrôlant l'ouverture et la fermeture des stomates ;</li> <li><b>Limite</b> : Un seul exemple de mode d'action de ces facteurs doit être connu.</li> <li>- expliciter la relation entre l'organisation des surfaces spécialisées dans les échanges (racines, feuilles) et leur fonction.</li> <li>- présenter des exemples à différentes échelles de variation phénotypique liées aux caractéristiques du milieu (exemples : ports des individus, organisation foliaire, feuilles d'ombre et de lumière)</li> <li><b>Liens</b> : Travaux pratiques, 3.4</li> <li>- faire le lien entre distribution géographique d'une espèce et sa physiologie.</li> <li><b>Limite</b> : Les exemples étudiés (parmi les exemples possibles des espèces de xérophytes, halophytes...) ne sont pas à mémoriser.</li> </ul>	
--	--	--

## TRAVAUX PRATIQUES de 1<sup>ère</sup> année associés à la partie 2

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
<p><b>La souris</b> (2 séances)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- élaborer le plan d'organisation d'un mammifère à partir de la dissection de la souris en étudiant sa morphologie, son anatomie (appareil cardio-respiratoire, appareil digestif, appareil uro-génital).</li> <li>- dégager la notion d'organes, d'appareils et de leurs interrelations fonctionnelles à l'échelle de l'animal.</li> <li>- mettre en relation les caractéristiques morpho-anatomiques de la souris avec son milieu et son mode de vie.</li> <li>- décrire l'organisation histologique du poumon.</li> </ul>
<p><b>Un poisson téléostéen</b> (1 séance)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- élaborer le plan d'organisation d'un poisson osseux à partir de sa dissection en étudiant sa morphologie, son anatomie (cavité branchiale, cavité générale).</li> <li>- mettre en relation ses caractéristiques morpho-anatomiques avec son milieu et son mode de vie</li> <li>- décrire l'organisation histologique des branchies</li> </ul> <p>Les séances souris et poisson téléostéen sont l'occasion de dégager les caractéristiques d'un vertébré.</p>
<p><b>Le criquet</b> (1 séance)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- élaborer le plan d'organisation d'un insecte à partir de la dissection du criquet en étudiant sa morphologie, son anatomie (appareil digestif, appareil excréteur, appareil respiratoire)</li> <li>- extraire et présenter les pièces buccales.</li> <li>- décrire l'organisation histologique des trachées</li> <li>- mettre en relation ses caractéristiques morpho-anatomiques visibles avec son milieu et son mode de vie</li> </ul> <p>La nomenclature des appendices se limite à leur nom.</p>
<p><b>Un crustacé décapode (écrevisse, langoustine)</b> (1 séance)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- élaborer le plan d'organisation d'un crustacé à partir de la dissection d'un décapode en étudiant sa morphologie, son anatomie (appareil digestif, appareil respiratoire, système nerveux, appareil reproducteur).</li> <li>- extraire et présenter les appendices</li> <li>- mettre en relation ses caractéristiques morpho-anatomiques avec son milieu et son mode de vie.</li> </ul> <p>La nomenclature des appendices se limite à leur nom.</p> <p>Les séances insecte et crustacé sont l'occasion de dégager les caractéristiques d'un arthropode</p>
<p><b>Morpho-anatomie des Angiospermes</b> (4 séances)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- élaborer le plan d'organisation d'un végétal angiosperme à partir d'observations morphologiques et anatomiques.</li> <li>- réaliser des coupes histologiques colorées.</li> <li>- mettre en évidence la diversité histologique de l'appareil végétatif (structures primaire et secondaire).</li> </ul> <p>On étudiera à cette occasion l'organisation des surfaces spécialisées dans les échanges (racines, feuilles).</p> <p>Seule l'organisation anatomique d'un végétal angiosperme dicotylédone est exigible.</p>

### 3 - Reproduction des individus et pérennité des populations

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles	
<p><b>3.1 Reproduction des animaux et végétaux (12 heures)</b></p> <p>La reproduction sexuée des organismes s'inscrit dans un cycle de développement</p> <p><b>Reproduction sexuée des Métazoaires</b>            Chez les animaux, les gamètes peuvent être libérés dans le milieu de vie pour une fécondation externe, ou se rencontrer dans les voies génitales femelles suite à un accouplement en une fécondation interne.            La fusion des gamètes et de leurs matériels génétiques dépend de mécanismes cellulaires et moléculaires.</p> <p><b>Reproduction sexuée des Embryophytes</b>            Chez les Angiospermes, la pollinisation permet le rapprochement des cellules impliquées dans une double fécondation.</p> <p>Après tri des tubes polliniques, la double fécondation conduit à l'évolution du sac embryonnaire en embryon, de l'ovule en graine et de la fleur en fruit.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- décrire les cycles de développement d'un Embryophyte et d'un Métazoaire</li> <li>- placer les phases haploïde et diploïde sur ces deux cycles</li> <li>- identifier les étapes de changement de phase (méiose et fécondation) sur ces cycles</li> <li>- positionner les étapes de formation des gamètes (des spores et des gamétophytes), à la fois dans l'organisme et dans le cycle de développement</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>- montrer que les modalités de rapprochement des gamètes animaux sont liées au milieu et au mode de vie des animaux</li> <li>- exposer deux exemples (une espèce aquatique à vie fixée et une espèce réalisant une parade nuptiale permettant un choix de partenaire)</li> <li>- décrire l'organisation des gamètes mâle et femelle ainsi que les modalités cellulaires de la fécondation à partir d'un exemple (à choisir parmi un des deux exemples ci-dessus)</li> <li>- montrer que les gamètes sont des cellules spécialisées et complémentaires</li> </ul> <p><b>Limite :</b> La gamétogenèse n'est pas au programme</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- décrire l'organisation de la fleur des Angiospermes et des gamétophytes en tant que structures reproductrices (un exemple)</li> <li>- identifier différents types de pollinisation et les caractères des fleurs et des grains de pollen associés</li> </ul> <p>-faire le lien entre les systèmes d'auto-incompatibilité et le brassage génétique lié à la reproduction sexuée</p> <p><b>Lien :</b> 3.2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- exposer les modalités de la double fécondation</li> <li>- décrire les devenir du sac embryonnaire fécondé, de l'ovule et de la fleur, sans connaître</li> </ul>	<p><b>S1</b></p>

<p><b>Multiplication naturelle végétative chez les Angiospermes</b> Certains organismes peuvent réaliser une reproduction asexuée.</p> <p><b>Allocation énergétique liée à la reproduction et occupation des milieux</b> La part d'énergie consacrée à la reproduction et son utilisation sont en relation avec le milieu de vie.</p>	<p>les mécanismes de ces évolutions</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- identifier les caractéristiques des fruits en lien avec les modalités de la dissémination</li> <li>- montrer que les modalités de reproduction sexuée des Angiospermes sont liées à leur mode et milieu de vie</li> </ul> <p><b>Limites :</b> Les détails moléculaires des systèmes d'autoincompatibilité ne sont pas attendus.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- décrire quelques exemples de multiplication végétative chez les Angiospermes.</li> <li>- discuter l'intérêt culturel de la multiplication végétative.</li> </ul> <p>- à partir de quelques exemples pris chez les animaux et les végétaux, montrer que la part d'énergie disponible affectée à la reproduction et son utilisation diffèrent en fonction des caractéristiques du milieu.</p> <p><b>Limite :</b> Les notions de stratégies démographiques r et K et leurs liens avec la courbe logistique seront présentés mais ne constituent pas la base de l'étude.</p> <p><b>Liens :</b> Si les travaux pratiques sont l'occasion de parcourir et d'analyser diverses modalités à la lumière des concepts visés, par contre, le nombre d'exemples utilisés en cours reste limité à ce qui peut servir l'illustration de ces concepts à l'exclusion de toute description exhaustive des modalités.</p>	
<p><b>3.2 Aspects chromosomiques et génétiques de la reproduction (6 heures)</b></p> <p>Dans le cas de la multiplication végétative, les nouveaux organismes créés résultent exclusivement de divisions mitotiques.</p> <p>La sexualité modifie les génomes en brassant les allèles : la méiose contribue à la diversification des combinaisons alléliques des génomes haploïdes à partir de génomes diploïdes, si ceux-ci contiennent déjà une diversité d'allèles. En unissant des génomes haploïdes, la fécondation crée de nouvelles</p>	<p><b>Lien :</b> 1.5</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- relier les principaux événements cytogénétiques de la méiose avec leurs conséquences sur le brassage allélique.</li> <li>- argumenter les processus de brassage génétique en s'appuyant sur le principe de quelques croisements simples mais différant par deux couples d'allèles pris chez les organismes haploïdes et/ou diploïdes</li> <li>- évaluer en ordre de grandeur la diversification potentielle à partir de données (fréquences de mutation, nombre de chromosomes, etc.) ;</li> </ul>	<p><b>S1</b></p>

<p>combinaisons alléliques diploïdes.</p> <p>Les populations constituent des réservoirs d'allèles. La répartition de ces allèles au sein des réservoirs évolue au cours du temps, en particulier sous l'influence de facteurs internes dépendant des systèmes de reproduction ou externes.</p>	<p>- relier cette diversité aux processus de reproduction sexuée et en particulier, comparer auto- et allogamie (mécanismes et conséquences); on se limite à des exemples d'Angiospermes.  <b>Lien</b> : 3.1  <b>Limite</b> : ni la nomenclature des différentes étapes de la prophase 1 de méiose ni les mécanismes moléculaires de la recombinaison homologue de la méiose ne sont au programme.</p> <p>- exploiter des données quantifiant le polymorphisme.  - présenter, discuter, exploiter le modèle de Hardy-Weinberg ;  - exposer des exemples de populations différant par le taux d'autogamie.  <b>Lien</b> : 5.1</p>	
<p><b>3.3 Développement embryonnaire des animaux (seconde année)</b></p>		
<p><b>3.4 Développement post-embryonnaire des Angiospermes (seconde année)</b></p>		

### TRAVAUX PRATIQUES de 1<sup>ère</sup> année associés à la partie 3

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
<p><b>Gamétogenèse et fécondation animales</b> (1 séance)</p>	<p>- mettre en évidence, à l'aide d'observations microscopiques, la spécialisation des gamètes et les étapes de leur différenciation  - analyser des données expérimentales pour montrer la spécificité de reconnaissance des gamètes et les remaniements de l'ovocyte</p>
<p><b>Reproduction des Angiospermes</b> (3 séances)</p>	<p>- observer et représenter de façon conventionnelle l'organisation de la fleur  - mettre en lien la diversité florale avec le mode de pollinisation  - mettre en évidence les transformations des différentes pièces florales après la fécondation. Etablir la correspondance carpelle-fruit et ovule-graine  - mettre en lien la diversité des fruits et graine avec leur mode de dissémination  (la typologie des graines et des fruits, tout comme les différents modes de déhiscence ne sont pas exigés)</p>
<p><b>Méiose et brassage génétique</b></p>	<p>- mettre en relation les différentes phases de la méiose avec les brassages inter et intrachromosomiques à partir d'observations microscopiques photonique et électronique de cellules animale et végétale</p>



Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
(1 séance)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- comprendre la diversité allélique générée par la reproduction sexuée à travers l'étude de croisements haploïdes et/ou diploïdes</li> <li>- loi de Hardy-Weinberg (pour deux allèles) et discussion de son champ de validité (migration, mutation, sélection, dérive et choix d'appariement)</li> </ul>
<b>Allocation énergétique de la reproduction</b> (1 séance)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- établir le lien à partir d'analyse de documents entre stratégies reproductives des organismes et environnement</li> <li>- comprendre et interpréter le modèle logistique</li> </ul>

#### 4 - Biologie des écosystèmes (programme de seconde année)

#### 5 - Biologie évolutive

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles	
<b>5.1 Mécanismes de l'évolution (seconde année)</b>		
<p><b>5.2 Systématique et relation de parenté (4 heures)</b></p> <p>Les êtres vivants présentent des similitudes qui peuvent être interprétées comme un héritage provenant d'un ancêtre commun.</p> <p>Différentes méthodes sont utilisées pour établir des liens de parenté. La méthode cladistique, qui utilise des caractères homologues, fonde la classification phylogénétique.</p>	<p>La diversité des plans d'organisation constatée à travers les travaux pratiques et les cours est mise en perspective par la présentation des méthodes de classification.</p> <p><b>Lien</b> : Travaux pratiques de la partie 2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- expliciter la différence entre reconnaître, déterminer et classer.</li> <li>- présenter la notion de caractères (caractères morphologique, tissulaire et moléculaire)</li> <li>- présenter les notions d'homologie primaires et secondaires et discuter de leur prise en compte dans la classification</li> <li>- discuter des limites d'une classification phénétique.</li> <li>- présenter succinctement et commenter l'arbre phylogénétique des Eucaryotes,</li> <li>- à partir d'exemples choisis dans cet arbre présenter la notion de groupes paraphylétique et polyphylétique</li> <li>- identifier quelques synapomorphies des clades vus au travers des travaux pratiques (Vertébrés / Mammifères / Téléostéens, Arthropodes / Crustacés/ Insectes, Embryophytes /</li> </ul>	<b>S2</b>

	Angiospermes)  <b>Liens</b> : D'autres clades seront vus au travers d'une approche phylogénétique en travaux pratiques au cours de la deuxième année.	
--	---	--

## TRAVAUX PRATIQUES de 1<sup>ère</sup> année associés à la partie 5

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
<b>Diversité des animaux</b>  (1 séance)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- comparer les plans d'organisation</li> <li>- construire un arbre phylogénétique</li> </ul>

## 6. Géodynamique externe

Connaissances clés à construire	Commentaires, capacités exigibles	
<p><b>6.1 Altération des roches, érosion, formation et destruction des sols (5 heures)</b></p> <p>Les matériaux en surface sont soumis à de multiples processus d'altération qui engendrent des formations résiduelles, et d'érosion avec en particulier l'entraînement de produits par les eaux.</p> <p>L'altération d'une roche mère est à l'origine de la formation d'un sol.</p> <p>L'altération chimique transforme la composition initiale de la roche mère par la mise en solution ou la précipitation d'éléments. Ces réactions s'accompagnent de l'apparition de nouveaux assemblages minéralogiques.</p> <p>L'altération mécanique facilite le morcellement du matériau initial et l'érosion permet le départ en suspension de certains de ses éléments.</p>	<p>A partir de l'étude du granite et de roches carbonatées identifier et caractériser deux modes d'altération chimique :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- l'hydrolyse qui aboutit à la formation de minéraux argileux et</li> <li>- la dissolution</li> </ul> <p><b>Lien</b> : Travaux Pratiques</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- relier l'ensemble de ces processus au départ d'éléments en suspension ou en solution et à la persistance d'éléments résiduels et les processus de formation de sols.</li> <li>- montrer l'importance de l'eau et des êtres vivants dans les processus d'altération, d'érosion et/ou de pédogenèse.</li> </ul> <p><b>Liens</b> : 2.4, 4.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- souligner l'inégale répartition des sols en lien avec le climat.</li> </ul> <p><b>Lien</b> : 6.3</p>	<b>S2</b>

<p>L'altération atmosphérique des silicates consomme du CO<sub>2</sub>.</p> <p>Le sol est une interface fragile. Un sol résulte d'une longue interaction entre roches et biosphère : sa formation lente contraste avec la rapidité des phénomènes qui peuvent conduire à sa disparition (dégradation anthropique, érosion). Le sol est un réservoir de carbone organique.</p>	<p>- déterminer la nature, évaluer la quantité, expliquer l'origine du carbone organique présent dans les sols afin de définir le sol comme un réservoir de carbone.</p> <p><b>Liens</b> : Travaux pratiques, 6.3</p> <p><b>Limite</b> : L'étude porte sur l'altération d'un granite et d'un calcaire sans aborder les phénomènes géologiques qui mettent ces roches à l'affleurement. Une étude exhaustive de la diversité des sols en relation avec la nature de la roche mère n'est pas envisageable.</p>	
<p><b>6.2 Le processus sédimentaire (seconde année)</b></p>		
<p><b>6.3 Le cycle du carbone sur Terre : des transferts entre atmosphère, hydrosphère, biosphère et lithosphère (seconde année)</b></p>		
<p><b>6.4 Variations climatiques et importance du CO<sub>2</sub> atmosphérique (seconde année)</b></p>		

### TRAVAUX PRATIQUES de 1<sup>ère</sup> année associés à la partie 6

Séance	Connaissances clés à construire, commentaires, capacités exigibles
<p><b>Classe terrain de</b></p>	<p><i>Le travail effectué sur le terrain permet d'établir le lien entre les objets réels et les différentes représentations utilisées en salle, dont en particulier les cartes. Il permet aussi d'ouvrir sur la biologie (via l'analyse et la représentation du paysage en particulier) et sur les problématiques étudiées en géographie.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- se localiser dans le paysage et le contexte géologique</li> <li>- mettre en relation sol, végétation et roche mère</li> <li>- rendre compte sous différentes formes (photographies, croquis, textes...)</li> </ul>
<p><b>Sol</b> (1 séance)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- mettre en évidence la composante minérale et organique du sol.</li> <li>- rendre compte de la biodiversité du sol</li> <li>- mesurer les caractéristiques physico-chimiques (porosité, perméabilité, pH)</li> </ul>
<p><b>Roches magmatiques</b> (1 séance)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- relier les structures des roches magmatiques et leurs mises en place.</li> <li>- reconnaître à l'échelle macroscopique les minéraux caractéristiques du granite.</li> <li>- observer les différences d'altérabilité des minéraux à partir de l'observation d'un granite sain et d'un granite altéré.</li> <li>- établir un lien entre composition chimique et altérabilité.</li> </ul>

# PROGRAMME DE BIOTECHNOLOGIES

## 1 - Biochimie des protéines et leur purification (Cours : 22 heures + 12 séances de TP-TD)

L'étude des protéines illustre l'importance de leur structure tridimensionnelle dans les fonctions qu'elles exercent, ainsi que dans la modulation de celles-ci selon l'environnement auquel elles sont soumises.

Les biotechnologies utilisent des protéines qui devront préalablement être extraites, purifiées, caractérisées et quantifiées.

Différentes méthodes sont proposées ici et le lien entre l'objectif de la démarche et le principe de la méthode utilisée est constamment précisé.

Enfin, les conditions de réalisation des techniques sont mises en relation avec le cahier des charges de l'expérimentation.

Thématiques	Compétences, limites et commentaires	
<b>1.1. Les protéines : de la structure à la fonction</b>		
<b>1.1.1. Acides aminés</b>	Ce qui est attendu  Représenter la structure générique d'un acide $\alpha$ aminé. Classer les acides aminés selon leur polarité, leurs propriétés d'ionisation sur la base de formules semi-développées. Utiliser les propriétés physiques et chimiques pour expliquer la séparation et le dosage des acides aminés.  Commentaires La stéréoisométrie et les représentations d'un acide $\alpha$ aminé sont étudiées en physique-chimie. Les groupements chimiques ionisés, polaires et apolaires ainsi que leurs interactions sont étudiés en physique-chimie. Le dosage pH-métrique est étudié en physique-chimie.	S1
<b>1.1.2. Structure primaire</b>	Ce qui est attendu  Présenter la géométrie de la liaison peptidique et les propriétés associées.  Commentaires L'utilisation de la résonance magnétique nucléaire n'est pas à traiter. L'effet mésomère est étudié en physique-chimie.	S1
<b>1.1.3. Structure tridimensionnelle</b>	Ce qui est attendu  Mettre en relation les propriétés des chaînes latérales des acides aminés et la structure tridimensionnelle des protéines. Caractériser les différents niveaux de structure en lien avec les liaisons stabilisatrices. Repérer des motifs et domaines fonctionnels au sein d'une architecture moléculaire.  Enoncer le mode d'action de quelques agents dénaturants.	S1

Il existe des conditions physico-chimiques qui provoquent la dénaturation des protéines.	Commentaire Les interactions faibles stabilisatrices sont étudiées en physique-chimie.	
<b>1.1.4. Interactions protéine-ligand</b>	<i>Programme de seconde année</i>	S3
<b>1.2. Méthodes d'étude des protéines: de la purification à la caractérisation</b>		
<b>1.2.1. Méthodes d'extraction</b>	Ce qui est attendu	S1
La méthode d'extraction est adaptée au matériel biologique de départ.	Choisir une technique d'extraction en fonction du cahier des charges.  Commentaire Le principe de l'ultracentrifugation n'est pas à connaître.	
<b>1.2.2. Méthodes de purification</b>	Ce qui est attendu	S1
La structure et les propriétés des protéines sont le fondement des méthodes utilisées pour leur purification.	Utiliser les propriétés des protéines pour expliquer les principes des méthodes de purification. Justifier le choix d'une méthode en fonction du cahier des charges. Mettre en œuvre expérimentalement une méthode de purification.  Commentaires Les principes des méthodes suivantes sont à connaître : - précipitations sélectives, - chromatographie d'exclusion-diffusion, - chromatographie d'échange d'ions, - chromatographie d'affinité, - chromatographie de chélation, - chromatographie d'interactions hydrophobes, - ultrafiltration et dialyse. Les groupements chimiques ionisés, polaires et apolaires ainsi que leurs interactions sont étudiés en physique-chimie.	
<b>1.2.3. Suivi de purification</b>	Ce qui est attendu	S1
Les aspects qualitatifs (contrôle de pureté) et quantitatifs sont des approches complémentaires pour suivre une purification.	Justifier le choix d'une méthode en fonction du cahier des charges. Exploiter des résultats expérimentaux qualitatifs permettant de conclure sur la pureté. Exploiter des données quantitatives de purification : calculs de rendement et d'enrichissement. Mettre en œuvre expérimentalement une méthode de suivi de purification.  Commentaires Les principes des méthodes suivantes sont à connaître : - SDS-PAGE, - focalisation isoélectrique, - western blot. Les calculs de rendement et d'enrichissement sont en lien avec le cours d'enzymologie (partie 21).	

	La force de Coulomb est étudiée en physique-chimie. L'électrophorèse bidimensionnelle sera traitée en coordination avec les sciences de la vie et de la Terre. L'électrophorèse capillaire permettra de montrer l'adaptation d'un principe à l'évolution des techniques.	
<b>1.2.4. Dosage par absorptiométrie moléculaire</b>	Ce qui est attendu	S1
Le choix d'une méthode de dosage des protéines par absorptiométrie moléculaire repose sur son principe et ses qualités.	Justifier le choix d'une méthode en fonction du cahier des charges. Mettre en œuvre expérimentalement une méthode de dosage des protéines.  Commentaires Les critères suivants sont à connaître : sensibilité, seuil de détection, spécificité, zone de linéarité, interférences, choix de la protéine de référence. Les principes des méthodes de dosage ne sont pas à connaître. L'absorptiométrie moléculaire est étudiée en physique-chimie	

## 2- Enzymologie et génie enzymatique

L'étude des enzymes vise à souligner la spécificité de réaction et de substrat de ces biocatalyseurs.

L'étude des cinétiques enzymatiques, la détermination des paramètres associés permettent de caractériser les mécanismes réactionnels, de mesurer les activités des enzymes et de mettre au point des dosages enzymatiques.

L'importance des effecteurs modulant l'activité enzymatique et les différents niveaux de régulation de celle-ci sont abordés afin d'illustrer la diversité des adaptations des métabolismes.

Les biotechnologies utilisent les enzymes dans diverses méthodes qui sont ici présentées et mises en relation avec le cahier des charges de l'expérimentation.

**(Cours : 28 heures + 14 séances de TP-TD)**

Thématiques	Compétences, limites et commentaires	
<b>2.1. Catalyse et cinétique enzymatique</b>		
<b>2.1.1. Catalyse enzymatique</b>	Ce qui est attendu	S2
Les catalyseurs biologiques sont spécifiques et plus efficaces que les catalyseurs chimiques.  La spécificité de réaction est à la base de la classification des enzymes.	Comparer les propriétés des catalyseurs biologiques et chimiques. Expliquer la catalyse enzymatique dans ses aspects structuraux et énergétiques.  Identifier la classe de l'enzyme en fonction de la réaction qu'elle catalyse.  Commentaires Les mécanismes réactionnels classiques de chimie organique sont étudiés en physique-chimie. La catalyse chimique est étudiée en physique-chimie. Un	

	lien est fait avec la catalyse enzymatique lors de l'étude des diagrammes « énergie potentielle=f(degré d'avancement de la réaction )»	
<b>2.1.2. Cinétiques enzymatiques</b>		
<b>2.1.2.1. Cinétique enzymatique à un substrat des enzymes michaéliennes</b>	<p>Ce qui est attendu</p> <p>C'est la vitesse initiale d'une réaction enzymatique qui est utilisée pour étudier une cinétique enzymatique michaélienne.</p> <p>Cette cinétique est caractérisée par la constante de Michaelis et la vitesse initiale maximale.</p> <p>Mettre en œuvre expérimentalement une détermination de vitesse initiale.</p> <p>Expliquer le mode de détermination expérimentale des paramètres cinétiques.</p> <p>Déterminer les paramètres cinétiques à l'aide d'un modèle mathématique.</p> <p>Etablir l'équation de Michaelis et Menten.</p> <p>Commentaires</p> <p>L'utilisation des différentes modélisations n'impose pas que ces modèles soient sus.</p> <p>La cinétique chimique est étudiée en physique-chimie.</p> <p>L'approximation de l'état quasi-stationnaire est étudiée en physique-chimie.</p> <p>Des exemples de fonctions homographiques, dont la courbe représentative est une hyperbole présentant une asymptote, sont étudiés en mathématiques.</p>	S2
<b>2.1.2.2. Cinétique enzymatique à deux substrats des enzymes michaéliennes</b>	<i>Programme de seconde année</i>	S3
<b>2.1.2.3. Effecteurs de la réaction enzymatique</b>	<p>Ce qui est attendu</p> <p>Expliquer les liens entre la valeur de la vitesse initiale maximale et les conditions opératoires.</p> <p>Justifier le choix des conditions opératoires dans l'utilisation des enzymes au laboratoire.</p> <p>Expliquer comment mettre en œuvre expérimentalement une étude de l'activation thermique des enzymes et une cinétique de dénaturation thermique.</p> <p>Exploiter des résultats expérimentaux en vue de déterminer une énergie d'activation et une demi-vie d'enzyme à une température donnée.</p> <p>Identifier le paramètre cinétique modifié par un inhibiteur moléculaire pour en déduire le type d'inhibition.</p> <p>Commentaires</p> <p>La loi d'Arrhénius est étudiée en physique-chimie.</p> <p>La transformation de phénomènes exponentiels en phénomènes linéaires est étudiée en mathématiques.</p> <p>Des primitives de fonctions exprimées avec des logarithmes sont étudiées en mathématiques.</p>	S2
<b>2.1.2.4. Cinétiques allostériques et effecteurs allostériques</b>	<i>Programme de seconde année</i>	S3

<b>2.1.3. Différents niveaux de régulation de l'activité enzymatique</b>	<i>Programme de seconde année</i>	S3
<b>2.2. Dosage et utilisation des enzymes</b>		
<b>2.2.1. Activité enzymatique</b>	<i>Programme de seconde année</i>	S3
<b>2.2.2. Utilisation des enzymes pour doser</b>	<i>Programme de seconde année</i>	S3
<b>2.2.3. Immobilisation des enzymes</b>	<i>Programme de seconde année</i>	S3

### 3- Microbiologie et génie microbiologique

La diversité des types trophiques des micro-organismes leur permet de s'adapter à de multiples environnements et en fait des acteurs essentiels des écosystèmes.

L'étude de leur métabolisme énergétique illustre l'importance de leur position dans l'assimilation de diverses sources nutritionnelles et énergétiques, dans les transformations de la matière.

Les biotechnologies utilisent les micro-organismes, que ce soit en génie génétique, pour modifier des expressions de gènes, en génie fermentaire, pour fabriquer et transformer des bioproduits, en génie environnemental, pour dégrader des polluants. Ces utilisations nécessitent que soit connues l'identité du micro-organisme ainsi que ses conditions de culture en laboratoire, afin que son développement puisse être mesuré et contrôlé.

**(Cours : 30 heures et 16 séances TP-TD).**

Thématiques	Compétences, limites et commentaires	
<b>3.1. Physiologie des micro-organismes et environnement</b>		
<b>3.1.1. Diversité des métabolismes chez les micro-organismes</b>		
Le métabolisme des micro-organismes dépend des sources d'énergie, de pouvoir réducteur, de matière.  Grâce à leur diversité physiologique, les bactéries se sont implantées dans tous les biotopes et jouent un rôle clé dans tous les écosystèmes.	Ce qui est attendu  Montrer l'universalité des besoins en énergie et en matière de tout organisme vivant.  Relier la diversité des besoins en énergie et en matière aux types trophiques, donc à l'équipement enzymatique/génome.	S2
<b>3.1.2. Métabolisme énergétique des micro-organismes</b>		
<b>3.1.2.1. ATP et gradient électrochimique de cations</b>	Ce qui est attendu  L'ATP et le gradient électrochimique de cations sont les deux intermédiaires	S2
	Expliquer le rôle central de l'ATP dans le métabolisme énergétique.	



<p>énergétiques majeurs et sont interconvertibles.</p> <p>L'ATP est produit par phosphorylation au niveau du substrat ou grâce à une ATP synthase.</p>	<p>Distinguer les couplages chimio-chimique et chimio-osmotique.</p> <p>Expliquer le fonctionnement de l'ATP synthase d'un point de vue structural et énergétique.</p> <p>Commentaires</p> <p>Les aspects thermochimiques et d'oxydo-réduction sont étudiés en physique-chimie.</p> <p>Les aspects énergétiques liés au transfert d'un cation à travers une membrane présentant une ddp transmembranaire sont étudiés en physique-chimie.</p>	
<p><b>3.1.2.2. Chaînes de transporteurs d'électrons</b></p> <p>Les chaînes de transporteurs d'électrons présentent une unité dans leur diversité.</p> <p>C'est leur fonctionnement qui permet l'établissement d'un gradient électrochimique de cations.</p>	<p>Ce qui est attendu</p> <p>Repérer les types de transporteurs (électrons / électrons-cations) dans une chaîne de transporteurs membranaires.</p> <p>Identifier le donneur primaire et l'accepteur final de la chaîne de transporteurs en tant que consommables.</p> <p>Réaliser le bilan énergétique d'une chaîne de transporteurs d'électrons.</p>	S2
<p><b>3.1.2.3. Micro-organismes chimioorganotrophes</b></p> <p>Les micro-organismes chimioorganotrophes utilisent une source organique d'électrons.</p> <p>Leurs voies métaboliques produisent des coenzymes réduits.</p> <p>Les respirations et les fermentations se distinguent classiquement par les voies de réoxydation des coenzymes réduits.</p> <p>L'éthanol et l'acide lactique sont des produits de fermentation utiles en industrie agro-alimentaire.</p>	<p>Ce qui est attendu</p> <p>Ecrire les bilans moléculaire et énergétique de la glycolyse (voie EMP).</p> <p>Etablir les bilans moléculaire et énergétique du cycle de Krebs à partir d'un schéma du cycle.</p> <p>Expliquer, à partir d'un schéma, le rôle du cycle de Krebs comme carrefour métabolique entre anabolisme et catabolisme.</p> <p>Comparer deux exemples de respiration chez les chimioorganotrophes en fonction des potentiels redox des donneurs et des accepteurs d'électrons, en termes de rendement et d'influence sur le biotope.</p> <p>Ecrire les bilans moléculaire et énergétique des fermentations homoéthanolique et homolactique à partir du glucose.</p> <p>Comparer deux exemples de fermentation chez les chimioorganotrophes en fonction des potentiels redox des donneurs et des accepteurs d'électrons, en termes de rendement et d'influence sur le biotope.</p> <p>Citer des applications industrielles associées aux fermentations alcoolique et lactique.</p> <p>Etablir les bilans moléculaire et énergétique à partir d'une voie métabolique complète et montrer que le bilan en coenzymes est nul.</p>	S2

<p><b>3.1.2.4. Micro-organismes chimiolithotropes</b></p> <p>Les micro-organismes chimiolithotropes utilisent une source inorganique d'électrons pour produire un gradient électrochimique de cations et des coenzymes réduits.</p>	<p>Ce qui est attendu</p> <p>Comparer deux exemples de production d'énergie chez les chimiolithotropes en fonction des potentiels redox des donneurs et des accepteurs d'électrons, en termes de rendement et d'influence sur le biotope.</p> <p>Commentaire</p> <p>Dans certains cas, la production des coenzymes réduits est rendue possible par la dissipation d'un gradient électrochimique de cations.</p>	S2
<p><b>3.1.2.5. Micro-organismes phototrophes</b></p> <p>Les micro-organismes phototrophes utilisent une source d'énergie lumineuse pour produire un gradient électrochimique de cations et des coenzymes réduits.</p>	<p>Ce qui est attendu</p> <p>Comparer deux exemples de photosynthèse bactérienne en fonction des potentiels redox des donneurs et des accepteurs d'électrons, de la nature des pigments, du nombre de photosystèmes, en termes d'influence sur le biotope.</p> <p>Commentaire</p> <p>Dans certains cas, la production des coenzymes réduits est rendue possible par la dissipation d'un gradient électrochimique de cations.</p>	S2
<p><b>3.1.3. Ecologie microbienne</b></p>	<p><i>Programme de seconde année</i></p>	S3
<p><b>3.2. Identification et culture des micro-organismes</b></p>		
<p><b>3.2.1. Identification des bactéries</b></p>		
<p>L'identification des bactéries à l'espèce passe par des étapes d'observations microscopiques et des études du phénotype métabolique. Ces études sont interprétées selon une méthode statistique.</p> <p>Le typage moléculaire permet également d'identifier des bactéries.</p>	<p>Ce qui est attendu</p> <p>Utiliser la taille, la mobilité, la forme, le mode de groupement, la richesse relative et les résultats de coloration pour décrire un micro-organisme.</p> <p>Relier les structures pariétales bactériennes à l'action de la coloration de gram.</p> <p>Suivre une démarche d'identification à l'aide de documents.</p> <p>Interpréter des résultats d'identification statistique.</p> <p>Interpréter des résultats expérimentaux de typage moléculaire à l'aide de documents.</p> <p>Mettre en œuvre expérimentalement des examens microscopiques de cellules vivantes et de frottis après coloration.</p> <p>Mettre en œuvre expérimentalement une démarche d'identification</p> <p>Commentaires</p> <p>Aucune galerie n'est à connaître.</p> <p>Les tests d'hypothèses, utilisés en identification probabiliste, sont étudiés en mathématiques.</p> <p>L'étude du typage moléculaire se limitera au seul typage standardisé MLST (MultiLocus Sequence Typing ).</p>	S1 S2 (+S4)
<p><b>3.2.2. Nutrition, culture, quantification et croissance des micro-organismes</b></p>		
<p><b>3.2.2.1. Milieux de culture et culture des bactéries</b></p>	<p>Ce qui est attendu</p>	S1

<p>La connaissance des besoins nutritionnels des bactéries permet de concevoir des milieux appropriés et de mettre en place des conditions de culture adaptées.</p> <p>Les milieux de culture peuvent être non sélectifs, sélectifs, différentiels.</p> <p>L'isolement des bactéries permet d'obtenir des souches pures en culture.</p>	<p>Choisir un milieu de culture en fonction des caractéristiques des micro-organismes à cultiver et de l'objectif suivi (enrichissement, isolement, identification, production) à l'aide de documents.</p> <p>Choisir les conditions de culture en fonction des caractéristiques des micro-organismes à cultiver et de l'objectif suivi (enrichissement, identification, production) à l'aide de documents.</p> <p>Mettre en œuvre expérimentalement des cultures bactériennes : isolement, enrichissement, sélection...</p> <p>Commentaire Aucun milieu exigible sans document, aucun mode d'action d'agent sélectif à connaître sans document.</p>	
<p><b>3.2.2.2. Quantification des micro-organismes</b></p> <p>Il est important de savoir quantifier une population microbienne.</p> <p>De nombreuses techniques permettent de quantifier une population microbienne : dénombrements directs en cellule à numération, par mise en culture, par opacimétrie, par bioluminescence.</p>	<p>Ce qui est attendu</p> <p>Choisir une technique de dénombrement en fonction du cahier des charges.</p> <p>Interpréter des résultats de dénombrements à l'aide de documents.</p> <p>Mettre en œuvre expérimentalement des techniques de dénombrement.</p> <p>Commentaire Les méthodes automatisées seront évoquées à partir d'une documentation.</p>	S1
<p><b>3.2.2.3. Croissance des micro-organismes</b></p> <p>La croissance des micro-organismes unicellulaires en milieu liquide non renouvelé permet de caractériser leur taux de croissance.</p>	<p>Ce qui est attendu</p> <p>Calculer les paramètres cinétiques de croissance à partir de résultats expérimentaux.</p> <p>Analyser des courbes d'inhibition de croissance et différencier bactériostase et bactéricidie.</p> <p>Mettre en œuvre expérimentalement une croissance bactérienne.</p> <p>Commentaire Le logarithme népérien est étudié en mathématiques.</p>	S1
<p><b>3.2.3. Génie fermentaire</b></p>		
<p><b>3.2.3.1. Culture en fermenteur, en milieu non renouvelé</b></p>	<p><i>Programme de seconde année</i></p>	S3
<p><b>3.2.3.2. Culture en milieu renouvelé</b></p>	<p><i>Programme de seconde année</i></p>	S3
<p><b>3.2.3.3. Applications du génie fermentaire</b></p>	<p><i>Programme de seconde année</i></p>	S3

## 4- Biologie moléculaire et génie génétique

L'organisation et l'expression des gènes sont étudiées dans le programme de SVT.

L'étude du génome et du transcriptome, dont le développement s'est accompagné d'une exceptionnelle diversification de techniques, est à la base de multiples applications donnant accès à de nombreuses informations.

La structure des acides nucléiques est ici étudiée afin de comprendre sur quelles bases structurales se fondent la réplication in vivo, l'amplification in vitro, le séquençage et l'hybridation.

L'ADN, extrait et purifié, peut être introduit dans des vecteurs, transférés dans des hôtes biologiques en vue de son stockage, de son amplification ou de son expression, autant de techniques dont les applications concernent désormais des domaines très variés touchant les domaines de la santé, de l'alimentation, de l'environnement.

### (Cours 20 heures + 12 séances TP-TD)

Thématiques	Compétences, limites, commentaires	
<b>4.1. Structure des acides nucléiques</b>		
<b>4.1.1. Structure primaire</b>  Les acides nucléiques sont composés de nucléotides reliés par une liaison phosphodiester.	Ce qui est attendu Représenter la structure générique d'un nucléotide. Reconnaître les bases puriques et pyrimidiques. Relier l'effet mésomère aux propriétés spectrales des bases azotées. Représenter une liaison phosphodiester.	S2
<b>4.1.2. Structures tridimensionnelles</b>  Les structures tridimensionnelles des acides nucléiques reposent sur des liaisons faibles. Elles peuvent concerner une ou deux chaînes nucléotidiques.  Il existe des conditions physico-chimiques qui provoquent la dénaturation des acides nucléiques.  Le compactage de l'ADN permet son stockage et la modulation de son expression. Il impose des contraintes lors de la réplication.  Les ARN présentent une grande diversité structurale et fonctionnelle.	Ce qui est attendu  Représenter les interactions entre bases complémentaires et successives.  Relier la stabilité d'une structure double-brin à son pourcentage en GC, à sa taille et aux conditions physico-chimiques du milieu. Expliquer l'effet hyperchrome.  Commentaires Un lien sera fait avec le cours sur les protéines. Le lien entre degré de compactage et expression sera exploité en SVT. La diversité structurale des ARN sera abordée à l'aide d'une documentation. Les propriétés fonctionnelles des ARN seront développées en sciences de la vie et de la Terre.	S2

<b>4.2. Réplication et amplification de l'ADN</b>		
<b>4.2.1. Réplication</b>	<i>Programme de seconde année</i>	S3
<b>4.2.2. Amplification <i>in vitro</i></b>	<i>Programme de seconde année</i>	S3
<b>4.3. Outils, techniques, applications du génie génétique</b>		
<b>4.3.1. Extraction et purification des acides nucléiques</b>	<p>Ce qui est attendu</p> <p>L'extraction et la purification des acides nucléiques sont des étapes essentielles dans une démarche de génie génétique.</p> <p>Justifier les différentes étapes d'un protocole d'extraction/purification d'ADN génomique, plasmidique ou d'ARN. Mettre en œuvre expérimentalement une extraction/purification d'ADN génomique. Mettre en œuvre expérimentalement une extraction/purification d'ADN plasmidique.</p> <p>La purification des acides nucléiques est contrôlée par spectrophotométrie et par électrophorèse.</p> <p>Justifier le choix d'une méthode électrophorétique. Exploiter des résultats expérimentaux pour conclure quant à la qualité de la purification. Mettre en œuvre un contrôle de purification d'ADN plasmidique utilisant une restriction.</p> <p>Commentaire Les principes généraux des méthodes suivantes sont à connaître :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- électrophorèse en gel d'agarose,</li> <li>- PAGE,</li> <li>- électrophorèse en champs pulsé.</li> </ul>	S2
<b>4.3.2. Hybridation moléculaire</b>	<i>Programme de seconde année</i>	S4
<b>4.3.3. Séquençage de l'ADN</b>	<i>Programme de seconde année</i>	S4
<b>4.3.4. Génie génétique</b>	<i>Programme de seconde année</i>	S4



# Annexe 4

## Programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles

**Filière : scientifique**

**Voie : Technologie et biologie (TB)**

**Discipline : Informatique**

**Première et seconde années**

# Programme d'informatique pour les classes TB1 et TB2

## 1 / Objectifs de formation

### 1.1 / Généralités

L'enseignement de l'informatique en classes préparatoires de la filière TB a pour objectif d'introduire puis de consolider les concepts de base de l'informatique, à savoir l'analyse et la conception de processus de raisonnement automatisé, c'est-à-dire des algorithmes, et la question de la représentation des données. Aussi souvent que possible, on favorisera une contextualisation des thèmes informatiques étudiés en s'appuyant sur les autres disciplines scientifiques : biologie, biotechnologies, chimie, physique ou mathématiques.

### 1.2 / Compétences visées

Cet enseignement doit permettre de développer les compétences suivantes :

<b>analyser et modéliser</b>	un problème, une situation, en lien avec les autres disciplines scientifiques
<b>imaginer</b>	une solution modulaire, utilisant des méthodes de programmation, des structures de données appropriées pour le problème étudié
<b>traduire</b>	un algorithme dans un langage de programmation
<b>spécifier</b>	rigoureusement les modules ou fonctions
<b>évaluer, contrôler, valider</b>	des algorithmes et des programmes
<b>communiquer</b>	à l'écrit ou à l'oral, une problématique, une solution ou un algorithme, une documentation.

L'étude et la maîtrise de quelques algorithmes fondamentaux, l'utilisation de structures de données adaptées et l'apprentissage de la syntaxe du langage de programmation choisi permettent de développer des méthodes (ou paradigmes) de programmation appropriés, fiables et efficaces : programmation impérative, approche descendante, programmation structurée, utilisation de bibliothèques logicielles, notions élémentaires de complexité en temps ou en mémoire, documentation.

La pratique régulière de la résolution de problèmes par une approche algorithmique et des activités de programmation qui en résultent est un aspect aussi essentiel de l'apprentissage de l'informatique que le sont les travaux pratiques pour les sciences expérimentales. Il est éminemment souhaitable que les exemples choisis ainsi que certains exercices d'application soient directement inspirés par les enseignements de biologie et biotechnologies, de physique et chimie, ou de mathématiques.

Le travail sur la documentation est également important, combinant la documentation des programmes lors de leur conception, en vue de leur réutilisation et possibles modifications ultérieures, avec la pratique raisonnée de la recherche d'informations pertinentes dans les documentations en ligne décrivant les différents composants logiciels que les étudiants auront à manipuler.

Enfin, les compétences acquises en informatique ont vocation à participer pleinement à l'élaboration des travaux d'initiative personnelle encadrée (T.I.P.E.) et à être réutilisées au sein des autres enseignements scientifiques.

## 2 / Programme de première année (TB1)

### 2.1 / Organisation de cet enseignement

L'ordre de présentation des notions et situations présentées dans les parties 2.3 et 2.4 ci-dessous n'est pas imposé. Il est d'ailleurs recommandé de créer de nombreux liens entre algorithmique et programmation, tout en distinguant soigneusement ces deux domaines.

Un temps introductif sera prévu :

- pour présenter et analyser les relations entre les principaux composants d'une machine numérique telle que l'ordinateur personnel ou un appareil photo numérique : sources d'énergie, mémoire vive, mémoire de masse, processeur, périphériques d'entrée-sortie, ports de communication avec d'autres composants numériques (aucune connaissance particulière des composants cités n'est exigible) ;
- pour présenter et faire manipuler un système d'exploitation (essentiellement : fichiers et arborescences) ;
- et pour présenter et faire manipuler un environnement de développement.

### 2.2 / Outils employés

L'enseignement se fonde sur un environnement de programmation (langage et bibliothèques) basé sur un langage interprété largement répandu et à source libre. Au moment de la conception de ce programme, l'environnement choisi est Python. Des textes réglementaires ultérieurs pourront mettre à jour ce choix en fonction des évolutions et des besoins.

Les travaux pratiques conduiront à éditer et manipuler fréquemment des codes sources et des fichiers ; c'est pourquoi un environnement de développement efficace doit être choisi et utilisé. Les étudiants doivent être familiarisés avec les tâches de création d'un fichier source, d'édition d'un programme, de gestion des fichiers, d'exécution et d'interruption d'un programme.

L'étude approfondie de ces divers outils et environnements n'est pas une fin en soi et n'est pas un attendu du programme.

### 2.3 / Programmation

On insistera sur une organisation modulaire des programmes ainsi que sur la nécessité d'une programmation structurée et parfaitement documentée.

Contenus	Capacités	Commentaires
<b>Variables</b> notion de type et de valeur d'une variable, types simples.	Choisir un type de données en fonction d'un problème à résoudre.	Les types simples présentés sont les entiers, flottants, booléens et chaînes de caractères.



Contenus (suite)	Capacités	Commentaires
<b>Expressions et instructions</b> affectation, opérateurs usuels, notion d'expression.		Les expressions considérées ont des valeurs numériques, booléennes ou de type chaîne de caractères.
<b>Instructions conditionnelles</b> expressions booléennes et opérateurs logiques simples, instruction <b>if</b> .	Agencer des instructions conditionnelles avec alternatives, éventuellement imbriquées.	L'ordre d'évaluation n'est pas un attendu du programme.
<b>Fonctions</b> notion de fonction (au sens informatique), définition dans le langage utilisé, paramètres (ou arguments) et résultats, portée des variables.	Concevoir l'entête (ou la spécification) d'une fonction, puis la fonction elle-même; documenter une fonction, un programme plus complexe.	On distingue les variables locales des variables globales, tout en valorisant l'usage de variables locales.
<b>Instructions itératives</b> boucles <b>for</b> , boucles conditionnelles <b>while</b> .	Organiser une itération, contrôler qu'elle s'achève.	
<b>Manipulation de quelques structures de données</b> chaînes de caractères (création, accès à un caractère, concaténation), listes (création, ajout d'un élément, suppression d'un élément, accès à un élément, extraction d'une partie de liste), tableaux à une ou plusieurs dimensions.	Traduire un algorithme dans un langage de programmation.	On met en évidence le fait que certaines opérations d'apparence simple cachent un important travail pour le processeur On prépare les démarches qui vont suivre en introduisant la structure d'image ponctuelle ( <i>bitmap</i> ) en niveaux de gris, assimilée à un tableau d'entiers à deux dimensions.
<b>Fichiers</b> notion de chemin d'accès, lecture et écriture de données numériques ou de type chaîne de caractères depuis ou vers un fichier.	Gérer efficacement et durablement une série de fichiers, une arborescence.	On encourage l'utilisation de fichiers en tant que supports de données ou de résultats avant divers traitements, notamment graphiques.
<b>Bibliothèques logicielles</b> utilisation de quelques fonctions d'une bibliothèque et de leur documentation en ligne.	Accéder à une bibliothèque logicielle; rechercher une information au sein d'une documentation en ligne.	On met en évidence l'intérêt de faire appel aux bibliothèques, évitant de devoir réinventer des solutions à des problèmes bien connus. La recherche des spécifications des bibliothèques joue un rôle essentiel pour le développement de solutions fiables aux problèmes posés.

## 2.4 / Algorithmique

Cette partie rassemble un petit nombre d'algorithmes classiques et d'usage universel; les attendus du programme se limitent en général à la compréhension et à l'usage de ces algorithmes (éventuellement par appel à une fonction d'une bibliothèque), sauf pour ceux dont la programmation effective doit être étudiée (signalés par un symbole ♦).

Contenus	Commentaires
◆ Recherche dans une liste, ◆ recherche du maximum dans une liste de nombres, ◆ calcul de la moyenne.	
Algorithmes de tri d'un tableau à une dimension de valeurs numériques : tri à bulles, ◆ tri par insertion. ◆ Calcul de la médiane d'une liste de nombres.	
◆ Recherche d'un mot dans une chaîne de caractères.	On se limite à l'algorithme « naïf », en estimant sa complexité.
Exemples d'algorithmes opérant sur une image ponctuelle en niveaux de gris.	Les algorithmes présentés sont du type « à balayage » et restent très simples : éclaircissement, accentuation du contraste, flou, accentuation de contours. On met en évidence l'importance de tels algorithmes en les appliquant sur des images issues de la biologie et des biotechnologies.
◆ Simulation d'une variable aléatoire prenant un nombre fini de valeurs.	On se sert du générateur de nombres pseudo-aléatoires fourni par le langage.

**Capacités intervenant dans cette partie :** expliquer ce que fait un algorithme donné ; modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat différent ; concevoir un algorithme répondant à un problème précisément posé.

### 3 / Programme de seconde année (TB2)

En seconde année, l'enseignement d'informatique est orienté vers la pratique et la consolidation des compétences fondamentales ; il concourt à enrichir la culture des étudiants par un apport modeste de nouvelles méthodes.

On introduit l'usage des bibliothèques logicielles qui permet d'aborder rapidement des situations plus complexes que précédemment.

L'objectif pédagogique est de faire prendre conscience du processus inhérent au développement informatique : définition et modélisation du problème étudié, choix de structures de données adaptées, mise au point d'un algorithme, implémentation (pouvant faire appel à des bibliothèques logicielles), évaluation de la validité et de la qualité des résultats obtenus.

En particulier, il s'agit pour les étudiants de savoir repérer et utiliser correctement les fonctions utiles d'une bibliothèque logicielle en se servant de la documentation en ligne, ainsi que d'appréhender les questions posées par le calcul sur les nombres flottants (arrondis, précision du calcul, différence entre un nombre très petit et un nombre nul).

À titre d'exemple, l'utilisation des bibliothèques de calcul numérique ou matriciel, de visualisation de données ou de traitement d'images, ou encore de bioinformatique, permet d'introduire les méthodes numériques classiques de résolution de problèmes issus des autres disciplines : résolution approchée d'équations différentielles, résolution de systèmes linéaires, statistiques, simulation, traitement et représentation de données expérimentales ou de mesures directement prélevées sur des montages expérimentaux, etc. La simulation d'une variable aléatoire suivant une loi continue donnée (autre que la loi uniforme) est un cas important d'usage de fonctions prédéfinies ou de bibliothèque.

Un autre exemple intéressant de traitement numérique est fourni par les images ponctuelles (*bitmap*) en niveaux de gris ou en couleurs, qui apparaissent fréquemment

dans de nombreux contextes expérimentaux ou appliqués (radiologie, échographie etc.). Les algorithmes de transformation ou d'extraction permettent d'analyser des structures, distributions, comportements et peuvent participer à des démarches de diagnostic.

En se confrontant à des problèmes plus complexes, les étudiants apprennent davantage à structurer leurs programmes informatiques, et ils doivent se préparer à expliquer leurs démarches d'une manière claire et organisée.

Enfin, la connaissance détaillée de bibliothèques logicielles n'est pas un attendu du programme, lequel se limite à quelques exemples contextualisés d'utilisation d'éléments de bibliothèques.

**Capacités intervenant dans cette partie :** accéder à une bibliothèque ; rechercher une information dans une documentation en ligne ; documenter un programme réalisé en s'appuyant sur une ou plusieurs bibliothèques ; identifier ou construire un modèle ; confronter un modèle au réel ; communiquer à l'écrit, à l'oral.